

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/473227932> 帮我理解下上面公式中的

、
并不是通常意义上的速度和位置变化量，而是根据IMU加速度计的测量值计算出来的所谓的位移和速度增量这句话，那这个说法，既然不是速度和位置的变化量，那最终发布的imu里程计是如何考虑到g的影响的

你提的这个问题很好：在惯性导航／视觉惯性里程计（VIO）中，确实常有人说“ Δv 、 Δp （速度增量、位移增量）并不是传统意义上速度、位置的变化量，而是由 IMU 预积分（IMU pre-integration）得出的增量”。那我这里结合资料，帮你拆解一下：

为什么说“并不是通常意义上的速度和位置变化量”

在论文或知乎文章中常这样表述，原因包括：

- 加速度计测量的是机体坐标系下的“**比力（specific force）**”（即去除重力、换算到导航坐标系之前的感测值）而不是直接的地面参照系下的真实真速度加速度。例如在惯导模型中，加速度计测量值 $\tilde{a} = R^T(a - g) + b + \text{noise}$ 。gaowenliang.git... +2
- 在预积分（IMU pre-integration）框架中，将从时间 t_i 到 t_j 的一系列高频 IMU 测量（角速度、加速度）在机体或局部坐标系中“累积”起来，得到 **从帧 i 到帧 j** 的三个量：

$$\Delta R_{ij}, \Delta v_{ij}, \Delta p_{ij}$$

其中 Δv_{ij} 和 Δp_{ij} 是 **局部增量**，而不是“在世界坐标系上真实的位置变化”。

Frank Dellaert +1

- 因为预积分是在一个 **线性化点** 或 **参考帧**（比如 i 帧）基础上计算，并且假设偏置在该区间近似常数、重力向量近似固定、机体运动在短时间内较小变化等。换句话说，这些增量有“**假设前提**”和“**线性化误差**”在里面，所以严格来讲不能直接等同为从世界坐标系看得到的速度增量或位置变化。

所以当知乎文章里说“并不是通常意义上的速度和位置变化量”时，正是指：虽然名称叫 Δv 、 Δp ，但它们在数学模型里是通过 IMU 测量“**预积分**”得出的增量，带有坐标系、线性化、去重力、偏置假设等前提，不完全等同于“**车辆/机体真速度变化**”或“**真位置变化**”。

那么——最终里程计（IMU里程计）是如何“考虑到重力 g 的影响”的？

这是关键：因为加速度计本身测到的包含重力、惯性加速、机体加速等混合项，若不处理重力的话，会导致积分出来的速度／位置漂移巨大。主要有以下措施：

1. 重力模型加入

在惯性导航中，常把导航坐标系下的重力向量 g 明确加入运动模型。例如，在模型中写加速度计测量为

$$\tilde{a} = R^T(a - g) + b_a + \text{noise}$$

其中 a 是机体在导航系下的加速度， g 是重力向量。 gaowenliang.git... +1

在预积分公式中，也可以看到类似表达：

$$\Delta v_{ij} = R_i^T(v_j - v_i - g\Delta t_{ij}) = \sum_k \Delta R_{ik}(\tilde{a}_k - b_a - \eta_a)\Delta t$$

（即积分过程中，减去 $g\Delta t$ ） Robotics Proce... +1

因此，虽然堆积的是“加速度计读数”的积分，但重力项 g 是在模型中被剔除／补偿的，从而得到“纯运动加速”的积分结果。

2. 局部增量（预积分）脱离世界状态的好处

在 VIO 等系统里，预积分 Δp 、 Δv 做为“从帧i到帧j 的增量”用作观测量，它们基于“已知初始帧姿态、初始位置、速度”的假设。这样可以将重力补偿、偏置影响、测量噪声等都封装在增量里，同时保持整体估计问题中的状态维度较小。

例如文献中提到：

“The measurement of the accelerometer is a specific force. The influence of gravity needs to be removed from the preintegrated IMU measurements, in order to recover the metric motion.” MDPI

所以“重力的影响”是通过在加速度模型里剔除 g 或在积分中显式减去 $g\Delta t$ 来处理的。

3. 系统融合校正

由于 IMU 双积分误差累积快（偏置、噪声、重力方向误差、外部扰动等都会导致漂移），在实际里程计/视觉惯性系统中，常会融合其他传感器（视觉、GNSS、轮速计、零速检测等）来校正漂移。重力方向也可能通过加速度静止时测量（假设静止状态下加速度≈重力）或者通过倾斜补偿等方式估计。

在 VIO 的预积分模型中，偏置、重力方向、尺度、姿态等通常作为状态变量估计或校正。 Frank Dellaert +1

4. 坐标系和姿态转换也关键

重力向量 g 在不同坐标系（如导航系、机体系）下表达不同。模型里通常先通过姿态（旋转矩阵）把机体坐标系下的加速度测量 \tilde{a} 转到导航系／世界系，再减掉导航系下的 g 向量。然后再积分获得速度、位移。比如某文献中的表达：

$$Ba = R^T(a^W - g^W) + \text{bias} + \text{noise}$$

Robotics Proce... +1

总结一下对你问题的回答

- 是的，知乎文章里提的“不是通常意义上的速度／位置变化量”的说法，是针对预积分中 Δv 、 Δp 是“由加速度计读数（含重力、机体加速、偏置、噪声）积分、在局部坐标／线性化情况下”得到的，而不是直接反映世界坐标系下“真实速度变化／位置变化”。
- 但这不意味着重力 g 没被考虑，而恰恰相反：在模型里 **明确** 考虑了重力项（或者说把重力从加速度测量里剔除）来获得“纯运动加速度 → 速度／位移增量”。
- 最终里程计输出时，这些 Δv 、 Δp 会被用于状态估计（融合视觉、IMU、其他传感器）得到帧间的位姿变换，从而使系统间接获得“考虑重力补偿后”的运动估计。

如果你愿意，我可以帮你 **具体** 解读那篇知乎专栏中的公式（在哪一步减重力 g 、坐标变换如何实施、偏置怎样处理），并配合一个简单推导过程。你看要不要？



因此对应的IMU预积分真值也必须含有一个重力加速度的分量，否则无法解释速度的变化量为什么还要减去，这个预积分真值如何计算

你提了一个很关键的问题：在 IMU pre-integration 中，确实 **需要** 把重力 g 的影响算清楚，否则 Δv 、 Δp 等增量无法准确解释速度／位置的变化。下面我结合文献给你一个 **较为完整** 的“真值”预积分计算思路，并标明公式中 g 项的来处。你课题是车道线真值系统设计，里程计／IMU融合对你也有借鉴意义。

1. 运动模型回顾

首先，我们看 IMU 的基本运动模型（在导航系／世界系 G，下标 “G” 表示世界系，机体或 IMU 本体系 “B” 表示机体坐标）：

测量模型（简化版）：

$$\omega_m(t) = \omega(t) + b_g(t) + n_g(t)$$

$$a_m(t) = R_B^G(t)^\top (a^G(t) - g^G) + b_a(t) + n_a(t)$$

其中

- $a^G(t)$ 是机体在世界系下的实际加速度（不含重力）
- g^G 是世界系下的重力向量（例如 $[0, 0, 9.81]^T$ m/s²）
- $R_B^G(t)$ 是从机体系 B 到世界系 G 的旋转矩阵。 docs.openvins.c... +2
- $a_m(t)$ 是加速度计测量值（含偏置、噪声）

运动状态连续模型（导航系下）可以写成：

$$\dot{R}_B^G(t) = R_B^G(t) [\omega(t)]_\times$$

$$\dot{v}^G(t) = a^G(t) = R_B^G(t) a_m(t) + g^G - R_B^G(t) (b_a + n_a)$$

$$\dot{p}^G(t) = v^G(t)$$

也可变形为：

$$v^G(t_j) = v^G(t_i) + \int_{t_i}^{t_j} (R_B^G(t) a_m(t) + g^G - R_B^G(t) b_a - R_B^G(t) n_a(t)) dt$$

$$p^G(t_j) = p^G(t_i) + \int_{t_i}^{t_j} v^G(t) dt$$

这些都是常规惯导中常见的积分式。 docs.openvins.c... +2

2. 预积分 (Pre-integration) 的“真值”定义

在预积分框架中，比如 IMU Preintegration on Manifold for Efficient Visual-Inertial Navigation (Forster et al.) 中，定义了这样的增量：

$$\Delta R_{ij} = R_i^\top R_j$$

$$\Delta v_{ij} = R_i^\top (v_j - v_i - g \Delta t_{ij})$$

$$\Delta p_{ij} = R_i^\top (p_j - p_i - v_i \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} g \Delta t_{ij}^2)$$

其中 R_i 是时刻 i 的旋转（世界系到机体系或反向视角）， v_i, p_i 是世界系下的速度、位置， $\Delta t_{ij} = t_j - t_i$ 。

Robotics Proce... +1

这组方程可以看作“真值增量”的定义。也就是说：如果我们已知真实世界系下的状态 R_i, v_i, p_i 和 R_j, v_j, p_j ，那么就可以通过这些式子算出对应的“预积分”增量（在无偏置／无噪声情况下）：

$$\Delta v_{ij}^{\text{true}} = R_i^\top (v_j - v_i - g \Delta t_{ij})$$

$$\Delta p_{ij}^{\text{true}} = R_i^\top (p_j - p_i - v_i \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} g \Delta t_{ij}^2)$$

注意这两式中 **明确减去了** 重力的影响 ($-g \Delta t$ 与 $-\frac{1}{2} g \Delta t^2$) — 正是为了“去除重力分量”，从而让 Δv 、 Δp 反映 **相对运动** 增量，而不是包含重力漂移。

3. 那么：为什么要减掉 $g \Delta t$ 、 $\frac{1}{2} g \Delta t^2$ ？

这个问题和你提的“既然不是传统速度／位置变化量，那预积分真值为何还要减 g ”是同一个。原因如下：

- 如果不减重力，那么从 v_i 积分到 v_j 的过程中，世界系下的 $v_j - v_i$ 会自然包含“静止加速度=重力使物体自由下落(或保持静止相对地面)”的影响。也就是说，若机体在静止但加速度计测到 $-g$ （因为重力作用），那么积分后表现为速度变化，而这是“不真实”的机体移动。
- 因此，在预积分定义里，通过 $v_j - v_i - g \Delta t$ 来剔除这一“重力加速度”对速度变化的贡献。类似地，在位置变化里通过 “ $-v_i \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2$ ” 来剔除静止在重力场下仍会积累的“伪位移”。
- 这样处理后， $\Delta v_{ij}, \Delta p_{ij}$ 表示的是 **如果忽略重力、只考虑机体真正的加速度变化（机体所受合力）** 所导致的增量。预积分的设计就是希望把高频 IMU 测量整合出这样一个“移除重力、偏置、噪声”的增量，以便后续与视觉／其他传感器融合。

所以：是的，预积分的“真值”必须 **含有重力加速度分量**（在状态变化中体现出来），并且在定义里被显式剔除，才能使得预积分增量合乎意义。

4. 预积分真值计算流程（伪代码+步骤说明）

下面给你一个步骤流程，讲如果你已知从时刻 i 到 j 的真实状态 (R_i, v_i, p_i 与 R_j, v_j, p_j) 如何计算 $\Delta R, \Delta v, \Delta p$ 。你在车道线真值系统中也可以类比做一下（虽然车道线真值和 IMU 增量不同，但思路类似「把运动剥离出扰动／重力／偏置」）。

步骤

1. 确定起始帧 i 的旋转矩阵 R_i (世界系到机体系或反之，注意坐标系一致)
2. 计算总时间差 $\Delta t_{ij} = t_j - t_i$
3. 从真实状态得到：
 - 速度变动： $\Delta v_{\text{world}} = v_j - v_i$
 - 位置变动： $\Delta p_{\text{world}} = p_j - p_i - v_i \Delta t_{ij}$
4. 插入重力项：

$$\Delta v_{\text{world_comp}} = \Delta v_{\text{world}} - g^G \Delta t_{ij}$$

$$\Delta p_{\text{world_comp}} = \Delta p_{\text{world}} - \frac{1}{2} g^G \Delta t_{ij}^2$$

5. 将世界系增量变换到机体系起始帧 i 中（或按预定义的局部参照帧）：

$$\Delta v_{ij} = R_i^\top \Delta v_{\text{world_comp}}$$

$$\Delta p_{ij} = R_i^\top \Delta p_{\text{world_comp}}$$

6. 旋转增量：

$$\Delta R_{ij} = R_i^\top R_j$$

(如果用了 Lie 群／SO(3) 表示的话还需要用 Exp/Log 形式。)

简化公式汇总

$$\Delta v_{ij} = R_i^\top (v_j - v_i - g \Delta t_{ij})$$

$$\Delta p_{ij} = R_i^\top (p_j - p_i - v_i \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} g \Delta t_{ij}^2)$$

$$\Delta R_{ij} = R_i^\top R_j$$

这些式子就是“预积分真值”的标准表达形式（在无噪声偏置理想情况下）——你可以在那篇“Preintegration on Manifold”文献中看到。Robotics Proce... +2

5. 在你项目中该如何看／用

由于你正在做车道线真值系统设计，并且负责 L2 功能（如 LDW, LKA 等）——虽然和视觉-惯性里程计是不同任务，但若你未来用 IMU 数据／融合算法做定位或者里程计辅助，有以下建议：

- 当你定义 IMU 预积分增量用作里程计（或里程计辅助模块）时，要确保：
 - 明确坐标系：世界系 vs 机体系，重力向量 g 在世界系中的表达。
 - 在增量定义中剔除重力项。也就是按照上面公式处理。
 - 如果你的系统不是自由飞行（例如车辆在地面，可能有轮速／车轮滑移／轮地接触特性）那还需要考虑车辆动力学约束。
- 如果你用 IMU 里程计输出（如速度／位移增量）方式给上层融合模块（视觉、轮速、车速、车道线定位数据等）时，则上层要理解这些增量中重力已被剔除、偏置／噪声被建模、坐标系已归一，因此不会与重力“重复”计入。
- 在你做真值系统或仿真系统中，如果需要“生成”预积分真值（用于算法验证或仿真）时，上述流程即可参考：你从真实轨迹（位置、速度、加速度／姿态）里扣出重力影响后再做积分。这样预测的 Δv 、 Δp 可以作为算法里边的“地面真值”。
- 若你的场景是车辆（非航天／无人机那类），重力方向固定（近垂直地面），但仍不可忽略——因为即使机车加速度为零（静止），IMU 测得的加速度仍 $\approx -g$ （如果轴向对着重力方向），如果不减，就会误认为有速度变化。

如果你愿意，我可以 [从那篇知乎专栏文章](#)逐步帮你 标注出其公式中哪里减 g 、坐标系怎样选、偏置怎处理，然后我们结合你车道线真值系统的视角，看看怎样在你的系统里“生成”或“校准”这类预积分真值。你看如何？

