LEC1
Estadística Computacional 2015-1, UTFSM

Gonzalo Moya 201173016-k

Valparaíso, 15 de Noviembre del 2015

Contents

1 Introducción

Este infrome aborda distintos problemas de probabilidad basándose en la noción frecuentista de esta con el fin de analizar el cómo la simulación de experimentos nos permite relacionar la probabilidad empírica con la probabilidad teórica, demostrando como la primera converge a la segunda y por tanto probando que la simulación es un método correcto para estudiar probabilidades.

2 Desarrollo

2.1 Pregunta 1

El problema en cuestión es el famoso Monty Hall Problem para un caso particular de 5 puertas.

a) El jugador en cuestión inicialmente tenía la probabilidad de $\frac{1}{5}$ de acertar a la puerta, una vez que el presentador abre una puerta y a su vez el participante decide cambiar de elección entonces las otras 3 puertas restantes tienen

b)

c)

2.2 Pregunta 2

?

2.3 Pregunta 3

?

2.4 Pregunta 4

a) Para responder a la pregunta se realizan distintos experimentos para $n = 100, 500, 1000, 1500$, A continuación se muestra el para $n = 100$. 0 1 2 3 4 5 6 7 0.03 0.10 0.32 0.60 0.88 0.98 0.99 1.00

   p real [1] 0.01822838 0.10800994 0.30700341 0.56836796 0.79364860 0.92679954 0.98145105 [8] 0.99683271 suma [1] 0.2156783

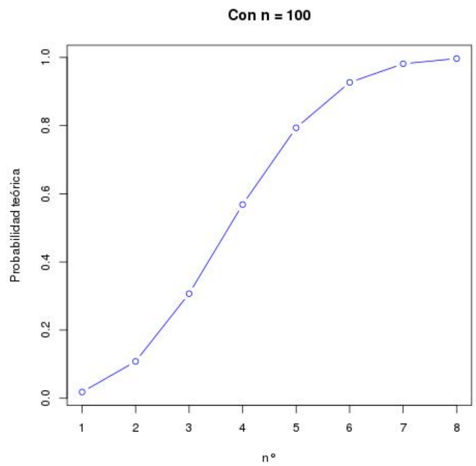


Figure 1: P. Teórica para n = 100

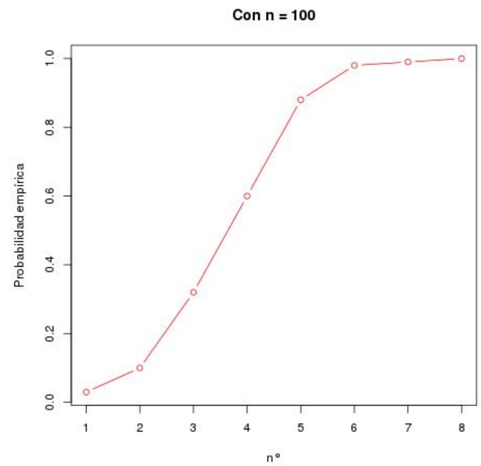


Figure 2: P. Empírica para n = 100

Para n = 500

frec acum 0 1 2 3 4 5 6 7 8 0.024 0.116 0.304 0.552 0.756 0.934 0.984 0.992 1.000

[1] 0.01822838 0.10800994 0.30700341 0.56836796 0.79364860 0.92679954 0.98145105 [8] 0.99683271 0.99967373

[1] 0.08569003

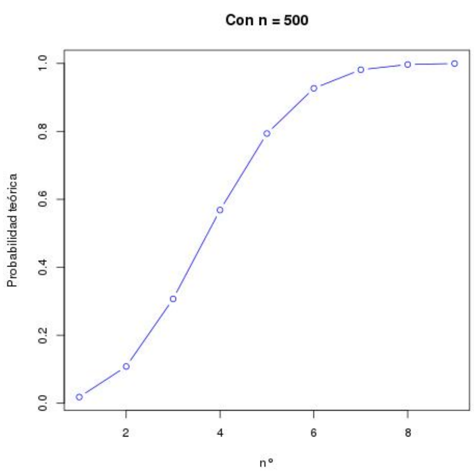


Figure 3: P. Teórica para n = 500

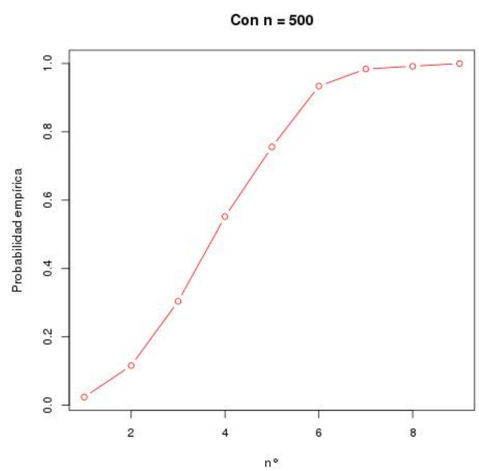
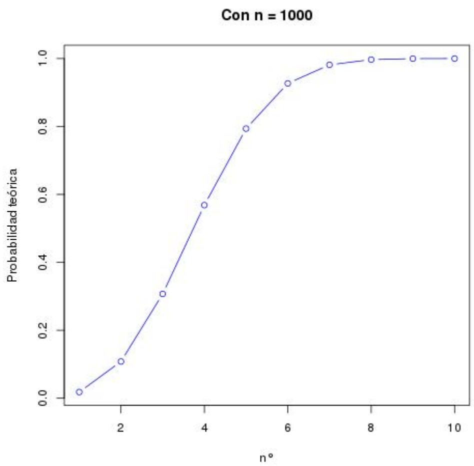


Figure 4: P. Empírica para n = 500

frec acum 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0.033 0.127 0.318 0.583 0.804 0.938 0.982 0.996 0.998 1.000 p real [1] 0.01822838 0.10800994 0.30700341 0.56836796 0.79364860 0.92679954 0.98145105 [8] 0.99683271 0.99967373 0.99998468 suma [1] 0.08401288



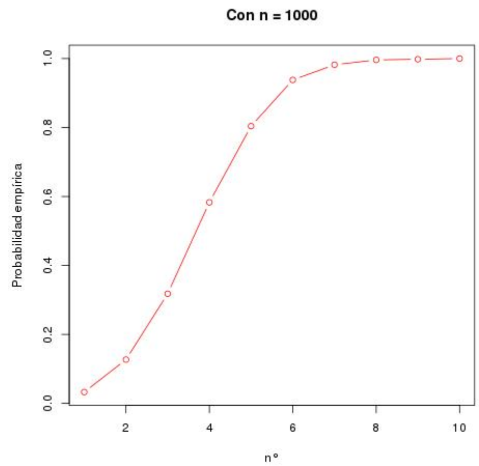
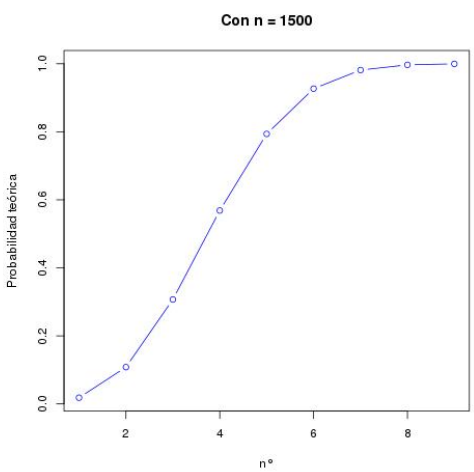


Figure 5: P. Teórica para n = 1000

Figure 6: P. Empírica para n = 1000

frec acum 0 1 2 3 4 5 6 0.02133333 0.11333333 0.30800000 0.56066667 0.79533333 0.92000000 0.97800000 7 8 0.99600000 1.00000000 p real [1] 0.01822838 0.10800994 0.30700341 0.56836796 0.79364860 0.92679954 0.98145105 [8] 0.99683271 0.99967373 suma [1] 0.03022055



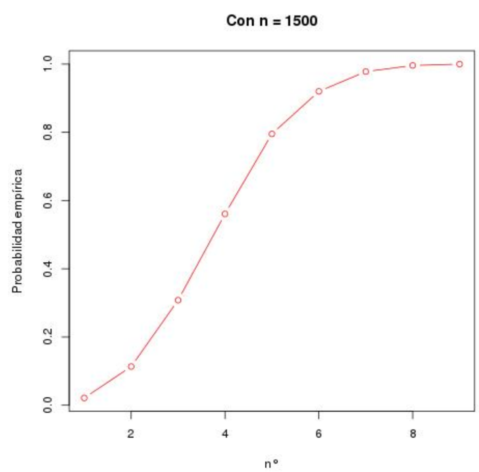


Figure 7: P. Teórica para n = 1500

Figure 8: P. Empírica para n = 1500

frec acum 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0.01827 0.10744 0.30679 0.57137 0.79618 0.92856 0.98189 0.99710 0.99967 1.00000 p real [1] 0.01822838 0.10800994 0.30700341 0.56836796 0.79364860 0.92679954 0.98145105 [8] 0.99683271 0.99967373 0.99998468 suma [1] 0.008844152

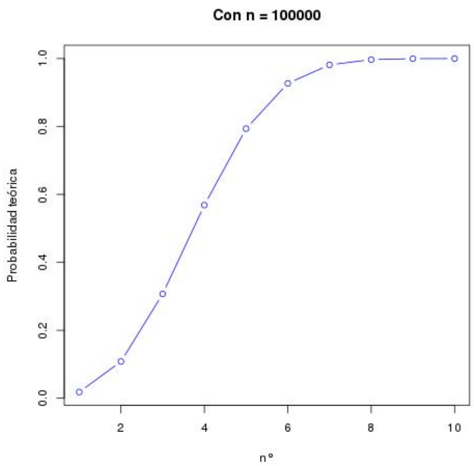


Figure 9: P. Teórica para n = 100000

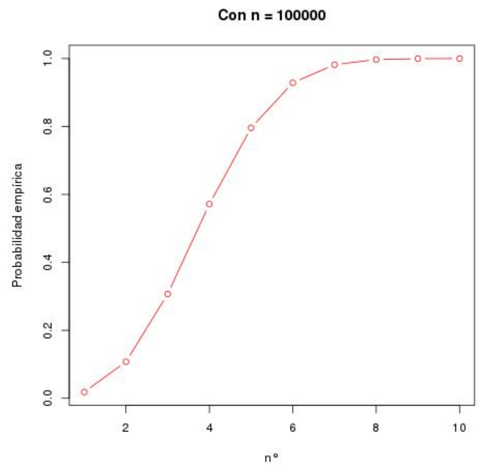


Figure 10: P. Empírica para n = 100000

b) Finalmente para un $n = 100000$ se encuentra una convergencia menor a 0.01, para el caso puntual es de 0.008844152.

2.5 Pregunta 5

Al ser cauchy una distribución continua se tomarán valores por intervalos a los cuales se calculará la probabilidad empírica y teórica respectivamente para distintos n pedidos.

a) Luego de varias muestras para obtenidas de la distribución, se grafica los errores desde el menor n hasta el mayor, el como disminuye este error hasta llegara 0 (o casi 0) permite apreciar la convergencia de la probabilidad empírica hacia la teórica con pruebas de ello, mostrando que la gran cantidad de experimentos logra representar el fenómeno a estudiar. Se utilizan $n = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500, 2000, 5000, 10000, 100000$.

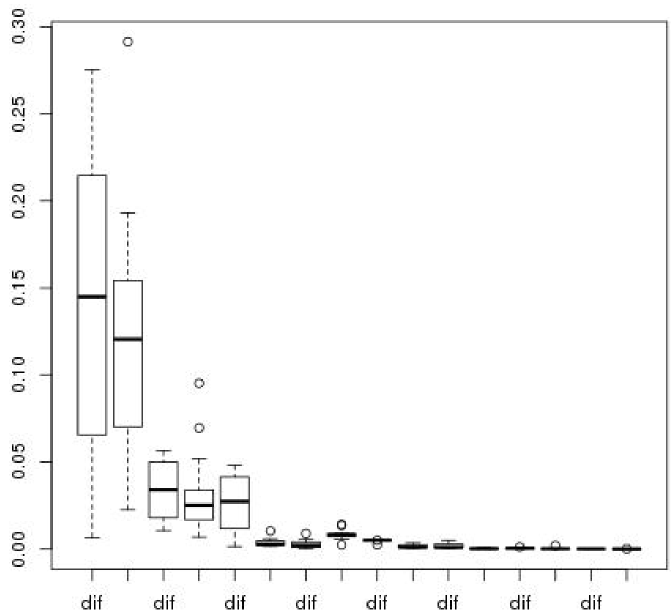


Figure 11: Boxplot de error a medida que se aumenta el tamaño de la muestra

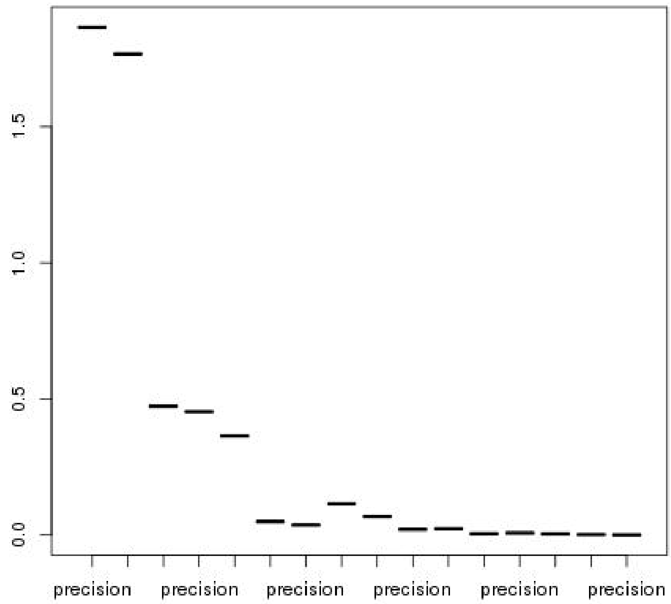


Figure 12: Boxplot de error a medida que se aumenta el tamaño de la muestra

n	error
10	1.865062
20	1.766909
30	0.4731489
40	0.452522
50	0.3633154
100	0.04919491
200	0.03697775
300	0.1146243
400	0.06749258
500	0.02033396
1000	0.02223003
1500	0.004464918
2000	0.007289842
5000	0.004053419
10000	0.001490559
100000	$1.380873e-05$

b) Se matienen los valores de n, $n = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500, 2000, 5000, 10000, 100000$. Con los cuales se calculan los errore respectivos que seŕan mostrados con boxplots.

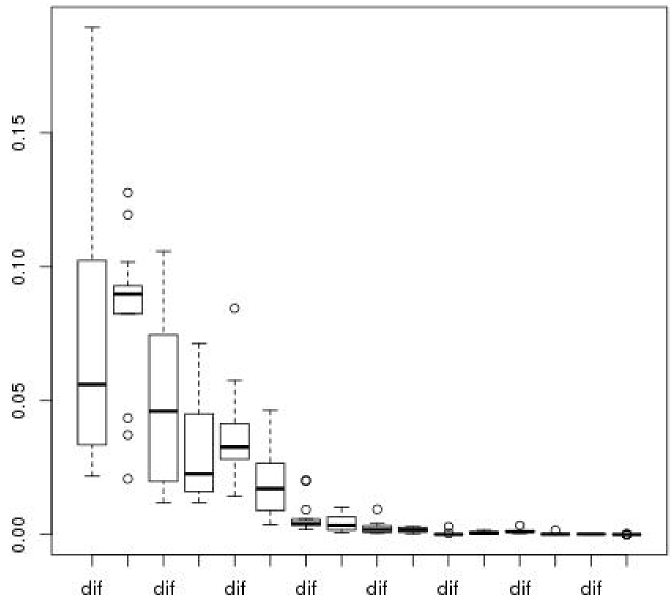


Figure 13: Boxplot de error a medida que se aumenta el tamaño de la muestra, location 20, scale = 30

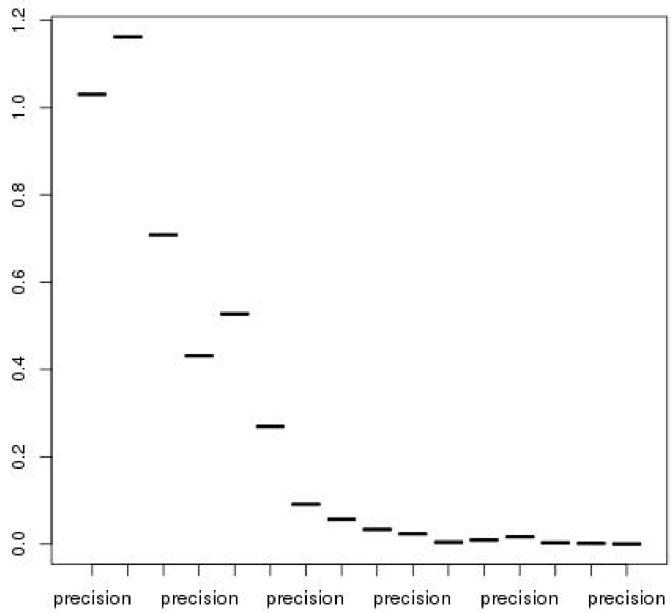


Figure 14: Boxplot de error a medida que se aumenta el tamaño de la muestra, location 20, scale = 30

n	error
10	1.030443
20	1.16216
30	0.7083201
40	0.4317799
50	0.5272908
100	0.2695098
200	0.09134366
300	0.05696333
400	0.03351027
500	0.02355948
1000	0.004144235
1500	0.009238539
2000	0.01659956
5000	0.003058157
10000	0.00183897
100000	0.0002454811

precision precision precision precision precision precision precision precision [1,] 1.030443 1.16216 0.7083201 0.4317799 0.5272908 0.2695098 0.09134366 0.05696333 precision precision precision

precision precision precision precision [1,] 0.03351027 0.02355948 0.004144235 0.009238539 0.01659956 0.003058157 0.00183897 precision [1,] 0.0002454811

2.6 Pregunta 6

Como se ha hecho para el caso anterior, se tomaron intervalos para agrupar los datos y poder calcular las frecuencias relativas, junto a ello obtener la probabilidad empírica y teórica. Los experimentos realizados son para $n = 10, 20, 30, 40, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500, 2000, 5000, 10000, 100000$ siendo estos un total de 16. A cotinuación se muestra el boxplot que refleja la convergencia de las probabilidades.

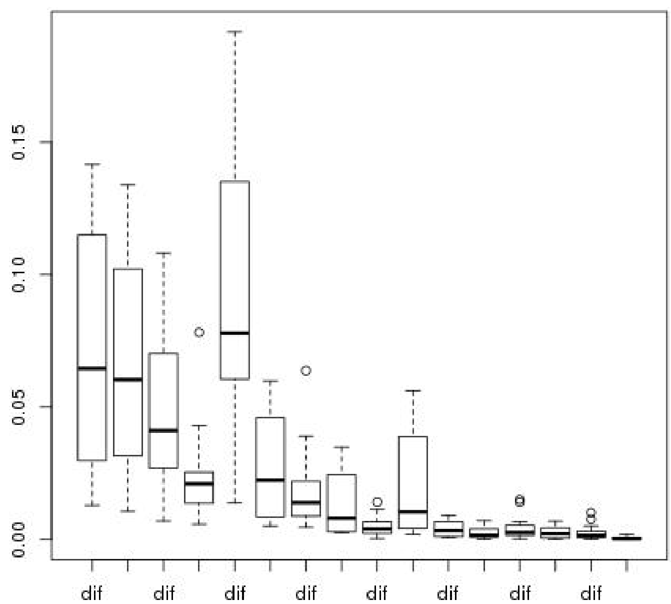


Figure 15: Boxplot de error a medida que se aumenta el tamaño de la muestra

Para este caso se puede ver que que la convergencia no es tan estable hasta que se alcanza un $n = 1000$, siendo el caso final. Tarda más en converger respecto a los experimentos de preguntas anteriores. Gráficamente es lo siguiente

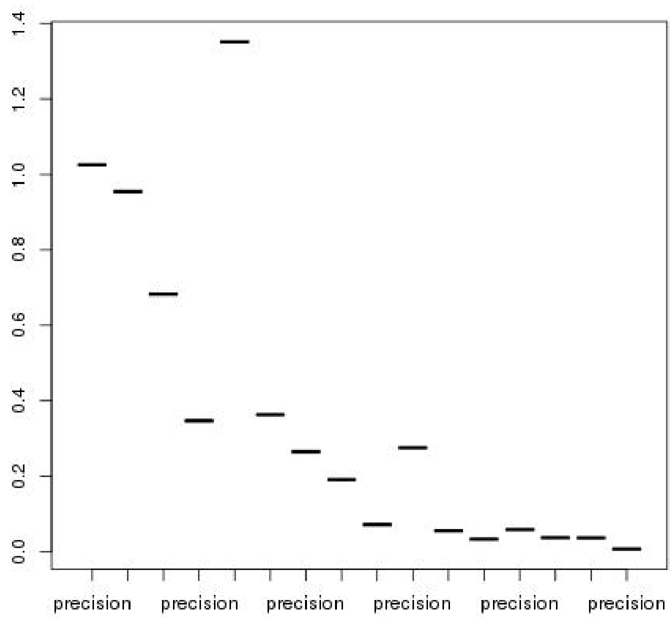


Figure 16: Boxplot de los errores puntuales a medida que se aumenta el tamaño de la muestra

Donde la diferencia se obtiene para $n = 100000$.
Para detallar lo anterior se construye una tabla para mostrar el error para cada n:

n	error
10	1.025721
20	0.9544134
30	0.6825494
40	0.3473851
50	1.351208
100	0.3634327
200	0.2651737
300	0.1910359
400	0.07210407
500	0.2754461
1000	0.05544603
1500	0.03382561
2000	0.05880897
5000	0.03764551
10000	0.03716417
100000	0.007556121

2.7 Pregunta 7

3 Conclusiones