

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

LABORATORIO III ESTADÍSTICA COMPUTACIONAL

3 de diciembre de 2015

Carlos Jauregui Vargas 201173089-5
Gonzalo Moya Rodriguez 201173016-k

1. Introducción

Muchos procedimientos estadísticos suponen que los datos siguen algún tipo de modelo matemático que se define mediante una ecuación, en la que se desconoce alguno de sus parámetros, siendo éstos calculados o estimados a partir de la información obtenida en un estudio bien diseñado para tal fin. Existen diferentes procedimientos para estimar los coeficientes de un modelo de regresión, o para estimar los parámetros de una distribución de probabilidad. De entre esos procedimientos probablemente el más versátil, ya que se puede aplicar en gran cantidad de situaciones, y por ello uno de los más empleado se conoce con el nombre de "método de máxima verosimilitud".

En este informe se resolverán los problemas propuestos, primeramente utilizando el método de optimización de estimación por Máxima Verosimilitud se encontrarán empíricamente los parámetros de tres distribuciones (Poisson, Exponencial, y Normal) con los cuales se obtendrán los primeros resultados (empíricos), luego finalmente los resultados anteriores se compararán con los obtenidos con los parámetros reales.

2. Desarrollo

1. Utilizando Estimación por Máxima Verosimilitud estime el parámetro $\tilde{\lambda}$ para la cantidad de personas que llegan a la tienda, y luego responda:

- Compare $\tilde{\lambda}$ con el promedio de los datos, vea si existe una relación.

Maximizando la función de Log-Verosimilitud se llega a que el estimador será

$$\tilde{\lambda} = \bar{x} = 9,949275$$

Es decir la media. Pero como las personas no llegan en fracciones, esto se aproxima siendo $\tilde{\lambda} = 10$.

Por lo que la relación directa sería que la media es el mismo estimador de la frecuencia en Poisson.

- ¿Cuántas horas o fracción de hora, los vendedores de la tienda están sin atender clientes? En otros términos se pregunta por la esperanza, la cual es $E[X] = \frac{1}{\lambda} = 0,1$ Lo cual es 6 minutos.
- ¿Qué tan probable es que lleguen más de 5 personas a la tienda en media hora? Para ello debemos llevar nuestro $\tilde{\lambda}$ de 10 clientes por hora a términos de minutos. Como media hora es la mitad de una hora entonces solo se debe dividir por 2. Es decir, ahora $\tilde{\lambda} = 5$. clientes por cada 30 minutos es la nueva representación. Lo pedido es $P(X > 5)$, lo cual no es más que $1 - P(X \leq 5)$.

$$1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,6159607 = 0,3840393$$

- Si la tienda más popular de cartas llegan en promedio 15 personas por hora, ¿Qué tan popular es nuestra tienda? Para explicarlo se podría sacar la razón de los clientes entre una y otra tienda $\frac{10}{15} = 0,6666667$, por lo que sería 0,6666667 de popular respecto a la tienda más popular. Dicho de otra forma, la tienda más popular es 1,5 veces más popular que la tienda de los ayudantes.
- Ya calculado lo requerido en los puntos anteriores, repita lo mismo utilizando los parámetros reales $\lambda = 10$ y compárelos con sus resultados. El valor estimado $\tilde{\lambda} = 10$ es igual al parámetro real $\lambda = 10$, por lo que se logra comprobar la veracidad de la Máxima verosimilitud llegando al parámetro real, por lo que además todos los cálculos nuevos que se piden coinciden con los ya obtenidos.

2. Utilizando Estimación por Máxima Verosimilitud estime el parámetro $\tilde{\beta}$ del tiempo de servicio de los clientes, y luego responda:

Maximizando la función de Log-Verosimilitud se llega a que el estimador será

$$\frac{1}{\tilde{\beta}} = \frac{1}{\bar{x}} = 0,1003538$$

- ¿Cuál es la probabilidad que se atienda a un cliente en más de 15 minutos?

$$1 - P(X \leq 15) = 1 - 0,7780508 = 0,2219492$$

- ¿Cuál es la probabilidad que se atienda a un cliente en menos de 5 minutos?

$$P(X \leq 5) = 0,3945413$$

- En el rubro se sabe que la gente vuelve a la tienda si se le atiende en menos de 5 minutos, si en este momento solo trabaja un empleado atendiendo personas en la tienda, ¿Será necesario contrar a otra persona?.

La respuesta es si deberían, ya que actualmente el valor esperado es de 9,964753 minutos por lo que en la tienda se suele atender cada esa cantidad de tiempo. Aumentar la cantidad de vendedores disminuiría este tiempo si es que la atención se realiza bajo las mismas premisas.

- Ya calculado lo requerido en los puntos anteriores, repita lo mismo utilizando los parámetros reales $\beta = 0,1$ (1 cliente cada 10 minutos) y compárelos con sus resultados.

El estimador utilizado es aproximadamente 0,1 por lo que no habrían mayores variaciones de utilizar el nuevo entregado. Confirmando que la estimación de parámetros a través de la función Log-Verosimilitud es acertada.

3. Utilizando Estimacion por Maxima Verosimilitud estime los parametros $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ de las ventas diarias de la tienda, y luego responda:

Primero, bajo los supuestos realizados, tenemos que las ventas diarias se distribuyen de forma **Normal** representada por:

$$X \sim \text{Norm}(\mu, \sigma^2)$$

Maximizando la funcion de Log-Verosimilitud se llega a que los estimadores para la media y desviacion son:

$$\hat{\mu} = 30198,92$$

$$\hat{\sigma} = 10003,76$$

- Esta relacionado $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}^2$ con la media y varianza de la muestra?

Si, son muy parecidos, los valores de la media y varianza de la muestra son 30198,92 y $10085,14^2 = 101709983$ respectivamente.

Mientras que los valores obtenidos con la Estimacion por Maxima Verosimilitud:

$$\hat{\mu} = 30198,92$$

$$\hat{\sigma}^2 = 10003,76^2 = 100075214$$

- Cual es la probabilidad de que se venda mas de \$50.000 en un dia

$$P(X \geq 50000)$$

Estandarizamos:

$$P\left(\frac{X - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \geq \frac{50000 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) = P\left(Z \geq \frac{50000 - 30198,92}{10003,76}\right) = P(Z \geq 1,979364)$$

Utilizando la tabla de probabilidad para distribucion normal estandar

$$P(Z \geq 1,979364) = 0,0244$$

- En que rango de ventas se encuentra el 90 % de las ventas.

$$P(0 \leq X \leq x_1) = 0,9$$

Primero buscamos entre que rangos la variable normal estandarizada acumula el 90 % de los datos.

$$P(0 \leq Z \leq z_1) = 0,9$$

Utilizando la tabla:

$$P(0 \leq Z \leq 1,2) = 0,9015$$

Luego

$$z_1 = \frac{x_1 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \Rightarrow 1,2 = \frac{x_1 - 30198,92}{10003,76} \Rightarrow x_1 = 42203,43$$

Por lo tanto el rango donde podemos encontrar el 90 % de ventas:

$$P(0 \leq X \leq 42203,43) = 0,9$$

- Ya calculado lo requerido en los puntos anteriores, repita lo mismo utilizando los parámetros reales $\hat{\mu} = 30000$, $\hat{\sigma} = 10000$ y compárelos con sus resultados.

- Cual es la probabilidad de que se venda más de \$50.000 en un día

$$P(X \geq 50000)$$

Estandarizamos:

$$P\left(\frac{X - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \geq \frac{50000 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) = P\left(Z \geq \frac{50000 - 30000}{10000}\right) = P(Z \geq 2)$$

Utilizando la tabla de probabilidad para distribución normal estándar

$$P(Z \geq 2) = 0,0228$$

Comparando con el resultado estimado en el punto anterior

$$P(Z \geq 2) = 0,0228$$

$$P(Z \geq 1,979364) = 0,0244$$

$$|0,0228 - 0,0244| = 0,0016$$

- En qué rango de ventas se encuentra el 90 % de las ventas.

$$P(0 \leq X \leq x_1) = 0,9$$

Primero buscamos entre qué rangos la variable normal estandarizada acumula el 90 % de los datos.

$$P(0 \leq Z \leq z_1) = 0,9$$

Utilizando la tabla:

$$P(0 \leq Z \leq 1,2) = 0,9015$$

Luego

$$z_1 = \frac{x_1 - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \Rightarrow 1,2 = \frac{x_1 - 30000}{10000} \Rightarrow x_1 = 42000$$

Por lo tanto el rango donde podemos encontrar el 90 % de ventas:

$$P(0 \leq X \leq 42000) = 0,9$$

Comparando con el resultado estimado en el punto anterior

$$P(0 \leq X \leq 42000) = 0,9$$

$$P(0 \leq X \leq 42203,43) = 0,9$$

$$|42000 - 42203,43| = 203,43$$

4. Con los resultados obtenidos anteriormente, Como encuentra usted que esta el emprendimiento?, Sera necesario tomar medidas para mejorar la cantidad de personas que llega a la tienda, el servicio o las ganancias? Si es asi, Cuales medidas tomaria usted?.

Sin lugar a dudas es buen emprendimiento, tal vez como recomendación a largo plazo se podría pensar en mover el local a un lugar más cercano a la Universidad ya que es conocido que los sansanos son aficionados a este tipo de diversión.

Teniendo en cuenta las características del negocio.

- Lo primero es intentar acercarse en popularidad a la tienda más popular, lo que lo que también con lleva un aumento en la cantidad de clientes por día. Alguna posible mejora podría ser realizar mini torneos o contratar a algún jugador (como Rolando) que pueda servir para atraer retadores. Otra opción es que suponiendo que no se venden otros articulos es incluir la de algunos insumos como bebidas por ejemplo para aumentar la cantidad de tiempo que pueden pasar los clientes en la tienda y así motivarlos a que realicen más de una compra en una misma visita.
- En cuanto al tiempo de servicio, es claro que se debe invertir para disminuir el tiempo a menos de 5 minutos, suponiendo que existe 1 entonces bastaría con agregar otro vendedor solamente si es que la atención de este nuevo se comporta igual del que ya existe.
- Gracias al trabajo realizado por Alex Simmons sabemos que las ventas diarias presentan un comportamiento normal, con media \$30.000 y desviacion estandar \$10.000, si bien podemos saber el cual es el promedio de las ventas diarias y su dispercion, no conocemos en detalle cuales son los productos mas vendidos ni sus precios, tampoco las preferencias de los clientes, etc. Por ejemplo, en el analisis podriamos estimar cuanto se vende por persona, pero aun asi no sabriamos cuales son los productos y preferencias (una persona podria gastar \$30.000 en 30 cartas de \$1.000 como tambien en un dado "no-honesto" de \$30.000)

De todas maneras es posible aumentar las ventas diarias con los dos puntos planteados anteriormente, por otro lado consideramos que es siempre valioso tener un registro de ventas ya que esto permitira saber si estas la empresa esta creciendo o no y cuáles estrategias funcionan y cuales no.

Tres tips finales relacionados con las medidas propuestas:

- *Conoce a tus clientes: Preocúpate por saber quiénes son, qué los motivo a ir a tu negocio, dónde viven, qué les gusta, etc. Cualquier dato puedes ser muy valioso para tus estrategias.*
- *¿Con quién estas compitiendo? Identifica y analiza la competencia. Descubre cuáles son sus puntos fuertes y sus puntos débiles. Si lo consideras conveniente puedes hacer alianzas con ellos que generen beneficios para ambos.*
- *Capacita a tus vendedores para que aprendan técnicas y estrategias de ventas que les permitan ser más efectivos en cada oportunidad. Aquí puedes encontrar gran cantidad de material para aprender sobre ventas.*

3. Conclusiones

3.1. Conclusiones generales

Luego de haber realizado el Laboratorio es posible relacionar distintos tipos de fenómenos generales con una correspondiente distribución de probabilidad como lo pueden ser:

- El tiempo de atención en colas puede ser modelado por Exponencial.
- La llegada de personas o eventos puede ser modelado por Poisson.
- Muchos fenómenos de la naturaleza se comportan de forma Normal.

Es así como entendiendo el comportamiento de fenómenos se puede encontrar una forma de describirlos que ya fue pensada, facilitando el análisis del tema en cuestión.

3.2. Conclusiones relacionadas con el objetivo

A partir de la experiencia se han adquirido conocimientos en la estimación de parámetros por Máxima verosimilitud, o bien por Máxima Log-Verosimilitud. Por medio de las muestras entregadas para realizar el laboratorio se pudo estimar empíricamente los parámetros que utilizaban las distribuciones en cuestión, y por medio de esta labor se pudo llegar a que en muchos casos la media de la muestra era un estimador acertado para el caso.