

RT-Bibel Ultra

GER

Februar 2026

Vorwort

Liebe Regelungstechniker

Dies ist mein neue Auflage der RT-Bibel für Regelungstechnik basierend auf dem Umdruck zur Vorlesung Regelungstechnik 47. Auflage. Außerdem stütze ich mich hier auf die Arbeit von Anonymer Wauwau und der originalen RT-Bibel.

Dieses Werk soll als Lernhilfe und Nachschlagewerk ergänzend zum Umdruck dienen. Hier findet ihr Lösungswege und -vorschläge zu den Themenbereichen der Klausur basierend auf Altklausuren und dem Treffpunkt. Deswegen ist der Aufbau nach den Themenbereichen des Umdrucks aufgebaut, um so Erläuterungen zu bestimmten Definitionen und Beispielen in Zusammenhang mit den Aufgabenstellungen der Altklausuren zu bringen.

Ich wünsche euch viel Erfolg beim Lernen und drücke euch allen die Daumen, dass ihr besteht!

Euer GER

Hinweise

Diese aktuelle Version ist noch **NICHT** vollständig.

Mein Ziel ist es, dieses Dokument zum ultimativen Nachschlagewerk für die Klausur zu machen. Deswegen bitte ich euch um eure Hilfe und Unterstützung dies umzusetzen.

Fügt bitte so viele Hinweise, Lösungsansätze und Korrekturen hinzu. Außerdem könnt ihr hier <https://github.com/gemurica/Regelungstechnik-Bibel-Ultra/issues> ebenfalls Fehler oder Anmerkungen machen. Der Code für dieses Dokument ist öffentlich verfügbar und wer die Möglichkeit hat, kann gerne auf GitHub Ergänzungen direkt Pushen und somit direkt in diese Datei hinzufügen.

Somit kann diese Bibel auch nach der nächsten Klausur von euch weiter verbessert werden.

- Die Inhalte ab Kapitel 15 Kalmanfilter sind noch meine aus meiner ursprünglichen Formelsammlung und dementsprechend noch nicht den richtigen Kapiteln hinzugefügt.
- Alte Bilder aus "RT-Bibel | Neues Testament" habe ich bisher auch noch nicht hinzugefügt.
- Ich werde noch alle restlichen Hinweise aus dem Umdruck hinzufügen, bisher habe ich nur die aus Kapitel 1 & 2.
- Besonders Begriffe für den Index mit Verweis auf die Seite im Umdruck sowie eine kleine Erläuterung sind wünschenswert, weil manche Begriffe im Index des Umdrucks nicht zu finden sind und somit das Lösen von Aufgaben erschweren.
- Hier <https://github.com/gemurica/Regelungstechnik-Bibel-Ultra/blob/main/main.pdf> findet ihr immer die aktuelleste Version.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	2
1 Einführung	9
1.1 Steuerung und Regelung	9
1.2 Grundstruktur des Regelkreises	9
1.2.1 Hinweis zu Vorzeichen (1.2.1)	9
1.2.2 Vorzeichenkonvention	10
1.2.3 Vorzeichenänderung im Umlauf z.B. $y = -G \cdot x$	10
1.3 Beispiele technischer Regelungen	10
1.3.1 Tiefenregelung eines Unterwasserfahrzeuges	13
1.3.2 Regelung von Windkraftanlagen	13
1.3.3 Kraftregelung beim Fräsen	13
1.3.4 Regelung eines Bioreaktors	13
1.3.5 Regelung einer Dampfmaschine	13
2 Modellbildung	14
2.1 Allgemeines	14
2.2 Einführung in Differentialgleichungen	14
2.3 Darstellung von Differentialgleichungen im Zustandsraum	15
2.4 Darstellung von Differentialgleichungen im Wirkungsplan	16
2.5 Aufstellen von Differentialgleichungen	16
2.6 Beispiele für Modellbildung	16
2.6.1 Zerlegung in Teilsysteme	16
2.6.2 Rückwirkungen	16
2.6.3 Zusammenfassen von Teilsystemen im Wirkungsplan	16
2.6.4 Modellierung von Regelungen	16
2.7 Das Gesetz der Sparsamkeit	16
2.8 Einheiten	16
3 Autonome Systeme	17
3.1 Arbeitspunkte und Ruhelagen	17
3.2 Stabilität	17
3.3 Linearisierung	17
3.3.1 Linearisierung einer Funktion	17
3.3.2 Linearisierung einer Differentialgleichung	17
3.3.3 Linearisierung im Kennlinienfeld	17
3.4 Charakteristisches Polynom	17
3.5 Linearisierungstheorem	17
3.6 Analyse im Zustandsraum	17
4 Verhalten bei allgemeiner Anregung	18
4.1 Homogene und partikuläre Lösung	18
4.2 Übergangsfunktion	18
4.3 Faltung	18
4.4 Laplace-Transformation	18

4.4.1	Laplace-Transformation von Zeitfunktionen	18
4.4.2	Laplace-Transformation von Operationen	18
4.4.3	Bestimmung des Zeitverlaufes linearer Systeme	18
4.4.4	Beispiele für Laplace Transformationen	18
4.5	Übertragungsfunktion $G(s)$	19
4.6	Grenzwertsätze	19
4.6.1	Anwenbarkeit der Grenzwertsätze	19
4.6.2	Anfangswertsatz	19
5	Verhalten bei sinusförmiger Anregung	21
5.1	Frequenzgang	21
5.1.1	Übertragung sinusförmiger Signale $u(t) = \sin(\omega t)$	21
5.2	Ortskurve	22
5.3	Bode-Diagramm	22
5.4	Fourier-Transformation	22
5.5	Filter	22
6	Verschaltungen von Systemen	23
6.1	Zusammenfassen von Teilsystemen	23
6.2	Zerlegung in einfache Elemente	23
6.2.1	Pol-Nullstellen im Bodediagramm	23
6.2.2	Lösungsweg: Frequenzgang aus Bodediagramm	23
6.2.3	TPR 5 – Ansätze	24
6.3	Zerlegung nicht-minimalphasiger Systeme	26
7	Typische Übertragungsglieder	27
7.1	Übersicht	27
7.2	Grundlegende Reglertypen	27
7.2.1	P-Element	27
7.2.2	I-Element	27
7.2.3	D-Element	27
7.2.4	PI, PD und PID	27
7.3	Verzögerungsglieder	27
7.3.1	PT_1	27
7.3.2	PT_2	27
7.3.3	PT_n	27
7.4	Kombinationen	27
7.4.1	IT_1	27
7.4.2	DT_1	27
7.4.3	PIT	27
7.4.4	PPT_1 und PDT_1	27
7.5	Nicht-minimalphasige Systeme	27
7.5.1	PA_1	27
7.5.2	PT_t, PT_1T_t	27
7.6	Nicht-parametrische Identifikation	28
7.7	Parametrische Identifikation	28
7.7.1	Überanpassung	28

7.7.2	Graphische Parameteridentifikation	28
7.7.3	Methode der kleinsten Fehlerquadrate	28
8	Identifikation linearer Regelkreisglieder	29
8.1	Allgemeines	29
9	Stabilitätsprüfung	30
9.1	Problemstellung	30
9.2	Algebraische Stabilitätskriterien	30
9.2.1	Grundidee	30
9.2.2	Stabilitätskriterien nach Routh und Hurwitz	30
9.2.3	Beispiele	31
9.3	Nyquist-Kriterium	31
9.3.1	Vollständiges Nyquist-Kriterium	32
9.3.2	Beispiele	32
9.3.3	Anwendung bei Polen am Stabilitätsrand	32
9.3.4	Vereinfachtes Nyquist-Kriterium	32
9.3.5	Amplituden- und Phasenreserve	32
9.4	Sonderfälle	32
9.4.1	Pol-Nullstellen-Kürzungen	32
9.4.2	Unstetige Polstellen	32
10	Einführung in den Reglerentwurf	33
10.1	Ziele und Lösungsansätze	33
10.1.1	Motivation	33
10.1.2	Gütemaße und Kennwerte	33
10.1.3	Ansätze des Reglerentwurfs	33
10.2	Statischer Reglerentwurf	33
10.3	Abwägungen bei der Reglerverstärkung	33
10.3.1	Vorteile hoher Verstärkungen	33
10.3.2	Nachteile hoher Verstärkungen	33
10.4	Einstellregeln	33
10.4.1	Einstellung mittels T_u-T_g -Ersatzmodell	33
10.4.2	Einstellung mittels Schwingversuch	33
11	Grundlegende modellbasierte Reglerentwurfsverfahren	34
11.1	Frequenzkennlinienverfahren	34
11.1.1	Grundidee	34
11.1.2	Hohe Verstärkung bei niedrigen Frequenzen	34
11.1.3	Übergangsbereich	34
11.1.4	Niedrige Verstärkung bei hohen Frequenzen	34
11.2	Betragskriterium und Symmetrisches Kriterium	34
11.3	Polvorgabe	34
11.3.1	Polvorgabe für Ausgangsrückführungen	34
11.3.2	Polvorgabe für Zustandsrückführungen	34
11.3.3	Steuerbarkeit	35
11.4	Beobachterentwurf	36

11.4.1 Zustandsschätzung	36
11.4.2 Luenberger-Beobachter	36
11.4.3 Beobachtbarkeit und Dualität	36
11.4.4 Beispiel	36
11.5 Wurzelortskurven	36
11.5.1 Grundidee	36
11.5.2 Konstruktionsregeln	36
11.5.3 Beispiel	36
12 Vermaschte Regelkreise	37
12.1 Erweiterung des Einfachregelkreises	37
12.2 Vorsteuerung	37
12.3 Führungsgrößenfilter	37
12.4 Störgrößenaufschaltung	37
12.5 Kaskadenregelung	37
12.6 Hilfsstellgröße	37
13 Mehrgrößenregelung	38
13.1 Zentrale vs. dezentrale Regelung	38
13.2 Eigenschaften von Mehrgrößensystemen	38
13.2.1 Verschaltungen von Mehrgrößensystemen	38
13.2.2 Querkopplungen	38
13.2.3 Polstellen von Mehrgrößensystemen	38
13.2.4 Richtungsabhängige Verstärkung	38
13.3 Verfahren der dezentralen Regelung	38
13.3.1 Relative Gain Array	38
13.3.2 MIMO-Nyquist und Diagonaldominanz	38
13.4 Verfahren der zentralen Regelung	38
13.4.1 Zentrale Regelung im Zustandsraum	38
13.4.2 Entkopplungsregler	38
14 Zeitdiskrete Systeme	39
14.1 Abtastregelungen	39
14.1.1 Definitionen	39
14.1.2 Abtaster und Halteglied	39
14.1.3 Aliasing	39
14.1.4 Verschaltung zu hybriden Systemen	40
14.2 Einführung in Differenzengleichungen	40
14.3 Autonome zeitdiskrete Systeme	40
14.4 Umrechnen von Differenzen- und Differentialgleichungen	40
14.4.1 Rückwärtsdifferenzen	40
14.4.2 Analytische Lösung	40
14.5 Quasikontinuierlicher Reglerentwurf	40
14.6 Zeitdiskreter Bildbereich	40
14.6.1 Z-Transformation	40
14.6.2 Zeitdiskrete Übertragungsfunktion	40
14.6.3 Zeitdiskreter Frequenzgang	40

14.6.4	Zeitdiskrete Modelle zeitkontinuierlicher Systeme	40
14.7	Bilineare Transformation	40
14.8	Klassischer zeitdiskreter Reglerentwurf	40
14.9	Regler mit endlicher Einstellzeit	40
14.9.1	Entwurf	40
14.9.2	Stabilität	40
14.9.3	Beispiel	40
15	Kalmanfilter	41
15.1	Allgemeines	41
15.2	Herleitung	41
15.3	Auslegung und Beispiel	41
15.4	Limitierungen und Erweiterungen	41
15.4.1	Allgemein	41
16	Informationen über Ortskurven	41
17	Informationen über Übergangsfunktionen $h(t)$	41
17.1	Stationäre Genauigkeit	41
18	Berechnung maximal zulässige Totzeit T_t	42
19	Durchtrittsfrequenz ω_d	42
19.1	Ansprechverhalten	42
20	Einstellung nach T_u-T_g (Chien, Hrones, Reswick)	42
21	Gewichts- und Übergangsfunktion aus $G_s(s)$	43
21.1	Zusammenhänge:	43
21.2	Gewichtsfunktion $g(t)$	43
21.2.1	$G(s)$ ist gegeben, Gewichtsfunktion $g(t)$ bestimmen.	43
21.3	Übergangsfunktion $h(t)$	44
22	Mathematische Grundlagen	44
22.1	PQ-Formel	44
22.2	Determinante einer 2×2 & 3×3 -Matrix	44
22.2.1	2×2	44
22.2.2	3×3	45
22.3	Integral einer Exponentialfunktion ($\lambda > 0$)	45
22.4	Betrag von $e^{-j\frac{\pi}{2}\omega}$, $e^{j\theta}$	46
22.4.1	Berechnung des Betrags	46
22.4.2	Berechnung des Betrags	46
22.5	Inverse einer Matrix	46
22.5.1	Allgemein	46
22.5.2	Inverse einer 2×2 -Matrix	47
22.6	Partialbruchzerlegung	47
22.6.1	Einführung	47

22.6.2 Beispiel: $\frac{1-s}{(s+1)^2(s^2+1)}$	47
22.7 $G(s)$ ist gegeben, Differentialgleichung bestimmen.	47
23 Stationäre Genauigkeit	48
23.1 Stationäre Genauigkeit im geschlossenen Regelkreis	48
24 Integrierender Anteil und integrierendes Verhalten	48
25 Grafische Darstellung der Übergangsfunktion $h(t)$ des IT_1 Gliedes	48
25.1 Erläuterung der Terme	48
25.2 Werte bestimmen	48
26 Korrekturtabellen und Skalierung	49
26.1 Korrekturtabelle (log/Phase)	49
26.2 Korrekturtabelle in mm	50
26.3 Skalierung (Diagramm rechts)	50

1 Einführung

1.1 Steuerung und Regelung

1.2 Grundstruktur des Regelkreises

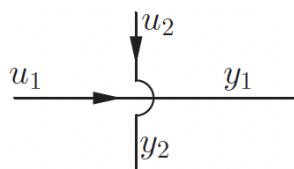
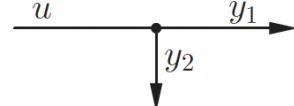
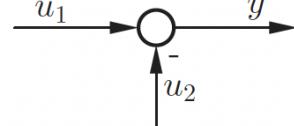
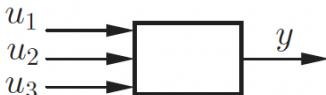
Bezeichnung	Symbol	Funktion
Wirkungslinien Signalübertragung		$y_1 = u_1$ $y_2 = u_2$
Verzweigungsstelle		$y_1 = u$ $y_2 = u$
Summenpunkt		$y = u_1 - u_2$
Übertragungsblock	 	$y = f(u)$ $y = f(u_1, u_2, u_3, \dots)$

Tabelle 1-1: Elemente des Wirkungsplans

Abbildung 1: Symbole der Grundstruktur des Regelkreises.

1.2.1 Hinweis zu Vorzeichen (1.2.1)

Falsches Vorzeichen im Wirkungsplan → 1 Punkt Abzug!

Daher ist es empfehlenswert, auch wenn keine Koeffizienten an den Übertragungsblöcken notwendig sind, die DGLs vollständig zu linearisieren, um alle Vorzeichen korrekt zu ermitteln.

Signale und Systeme

Ein Signal ist eine (physikalische) Größe, deren Wert einen Informationsgehalt besitzt. Ein Signal

heißt dynamisch, wenn sich der Wert des Signals über die Zeit ändern kann. Ein System Σ ist eine durch eine Systemgrenze von der Umgebung abgegrenzte Einheit, die über Signale mit der Umgebung Informationen austauschen kann. Ein dynamisches System nutzt dabei dynamische Signale und man unterscheidet aufgrund des Ursache-Wirkungs-Prinzips zwischen Eingangssignalen $u(t)$, die auf das System einwirken, und Ausgangssignalen $y(t)$, die die Reaktion des Systems auf die Eingangssignale darstellen.^a

^aQuelle: Umdruck S. 5

Bezeichnungen für Systeme

Die folgenden Bezeichnungen werden in der Regelungstechnik weitestgehend synonym verwendet: System, Glied, Übertragungssystem, dynamisches System, Übertragungsblock, Regelkreisglied, Übertragungsglied, Regelkreiselement, Übertragungselement.^a

^aQuelle: Umdruck S. 6

Definition der Signale und Systeme im Regelkreis

Die Regelgröße y ist die Ausgangsgröße der Regelstrecke, die auf einem Wert gehalten werden soll. Die Führungsgröße w (Sollwert) ist eine von außen zugeführte Größe. Die Stellgröße u ist die Ausgangsgröße des Reglers. Störgröße z wirkt von außen auf die Regelstrecke. Die Messgröße y_m wird vom Messglied bereitgestellt. Messrauschen n wirkt auf die Messgröße. Die Regelstrecke ist das zu regelnde System. Der Regler vergleicht Mess- und Führungsgröße. Das Messglied stellt die Messung bereit.^a

^aQuelle: Umdruck S. 8

Offener und geschlossener Regelkreis

Das Übertragungsverhalten in Bild 1-6 mit Rückführung wird als geschlossener Regelkreis bezeichnet. Das Übertragungsverhalten in Bild 1-7 ohne Rückführung wird als offener Regelkreis bezeichnet.^a

^aQuelle: Umdruck S. 9

1.2.2 Vorzeichenkonvention

Umlauf $-1 \rightarrow$ Minus an die Führungsgröße, z.B. $w = v_{soll}, t_{soll}, \text{etc.}$

Umlauf $+1 \rightarrow$ Minus an die Regelgröße (Ausgang), z.B. $y = v, t, \text{etc.}$

1.2.3 Vorzeichenänderung im Umlauf z.B. $y = -G \cdot x$

Hinter Kasten von G einen Umkehrpunkt!

1.3 Beispiele technischer Regelungen

Relevante Bilanzen und Gleichungen ausgewählter Fachgebiete

Mechanik

- Bilanzen:

- Dynamisches Kräftegleichgewicht (2. Newtonsches Gesetz):

$$M \cdot \ddot{x} = \sum F_i$$

- * M : Masse
- * x : Weg/Ort, \ddot{x} : Beschleunigung
- * F_i : Kräfte

– Drallsatz:

$$J \cdot \ddot{\Phi} = \sum M_i$$

- * J : Trägheitsmoment
- * Φ : Winkel, $\ddot{\Phi}$: Winkelbeschleunigung
- * M_i : Momente

• Bauteile:

– Hookesche Feder:

$$F_{F,\text{translatorisch}} = C \cdot X \quad M_{F,\text{rotatorisch}} = C \cdot \Phi$$

- * C : Federkonstante
- * X : Auslenkung (translatorisch), Φ : Winkel (rotatorisch)
- * F_F : Federkraft, M_F : Federmoment

– Dämpfer:

$$F_{D,\text{translatorisch}} = D \cdot \dot{x} \quad M_{D,\text{rotatorisch}} = D \cdot \dot{\Phi}$$

- * D : Dämpfungskoeffizient
- * \dot{x} : Geschwindigkeit, $\dot{\Phi}$: Winkelgeschwindigkeit
- * F_D : Dämpferkraft, M_D : Dämpfermoment

• Kinematik:

– Zusammenhang von Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung:

$$a = \dot{v} = \ddot{x} \quad \text{bzw.} \quad x = \int v \, dt = \int \left(\int a \, dt \right) dt$$

- * x : Ort, v : Geschwindigkeit, a : Beschleunigung

– Zusammenhang zwischen Winkel und Kreisfrequenz:

$$\omega = \dot{\varphi} \quad \text{bzw.} \quad \varphi = \int \omega \, dt$$

- * φ : Winkel, ω : Kreisfrequenz

• Übersetzungsverhältnis:

$$i = \frac{n_{An}}{n_{Ab}} = \frac{\omega_{An}}{\omega_{Ab}} = \frac{d_{Ab}}{d_{An}} = \frac{z_{Ab}}{z_{An}} = \frac{M_{Ab}}{M_{An}}$$

- n : Drehzahl, ω : Winkelgeschwindigkeit
- d : Durchmesser, z : Zähnezahl
- M : Moment, Indizes An/Ab : Antrieb/Abtrieb

- Leistung:

$$P = \omega \cdot M$$

- P : Leistung, ω : Winkelgeschwindigkeit, M : Moment

Thermodynamik

- Bilanz:

- Energiebilanz:

$$\frac{dU}{dt} = \sum \dot{H}_i + \sum \dot{Q}_j + \sum P_k$$

- * U : innere Energie
- * \dot{H}_i : Enthalpiestrome, \dot{Q}_j : Wärmeströme
- * P_k : Leistungen

- Stoffgesetze:

- Enthalpiestrom:

$$\dot{H} = \dot{M} \cdot c_p \cdot \Delta T$$

- * \dot{H} : Enthalpiestrom, \dot{M} : Massenstrom
- * c_p : spezifische Wärmekapazität (p), ΔT : Temperaturänderung

- Innere Energie:

$$U = M \cdot c_v \cdot \Delta T$$

- * U : innere Energie, M : Masse
- * c_v : spezifische Wärmekapazität (v), ΔT : Temperaturänderung

- Ideales Gasgesetz:

$$P \cdot V = M \cdot R \cdot T$$

- * P : Druck, V : Volumen, R : Gaskonstante, T : Temperatur

Elektrotechnik

- Bilanzen:

- Erste Kirchhoffsche Regel (Knotenregel):

$$0 = \sum I_i$$

- * I_i : Ströme

- Zweite Kirchhoffsche Regel (Maschenregel):

$$0 = \sum U_i$$

- * U_i : Spannungen

- Bauteile:

- Widerstand:

$$U = R \cdot I$$

* U : Spannung, R : Widerstand, I : Strom

- Kondensator:

$$I_C = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

* I_C : Kondensatorstrom, C : Kapazität

* U : Spannung

- Spule:

$$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

* U_L : Spulenspannung, L : Induktivität

* I : Strom

- Leistung:

$$P = U \cdot I$$

- P : Leistung, U : Spannung, I : Strom

1.3.1 Tiefenregelung eines Unterwasserfahrzeuges

1.3.2 Regelung von Windkraftanlagen

1.3.3 Kraftregelung beim Fräsen

1.3.4 Regelung eines Bioreaktors

1.3.5 Regelung einer Dampfmaschine

2 Modellbildung

2.1 Allgemeines

Modell

Ein Modell ist eine Beschreibung, die nur einen Teil der Eigenschaften des Originals wiedergibt. Ein richtig gewähltes Modell zeichnet sich dadurch aus, dass es alle wichtigen Eigenschaften des Originals widerspiegelt und gleichzeitig auf überflüssige Eigenschaften verzichtet.^a

^aQuelle: Umdruck S. 20

2.2 Einführung in Differentialgleichungen

Systemordnung

Die Ordnung des Systems entspricht n und somit der höchsten Ableitung der Ausgangsgröße.^a

^aQuelle: Umdruck S. 22

Anfangsbedingungen

Die Bedingungen $y^{(n-1)}(t_0) = 0, \dots, \dot{y}(t_0) = 0, y(t_0) = 0$ heißen Anfangsbedingungen einer Differentialgleichung n -ter Ordnung zum Zeitpunkt t_0 .^a

^aQuelle: Umdruck S. 23

Zeitinvariante Systeme

Ist f nicht explizit von der Zeit abhängig, d. h. $y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), \dots, u(t))$, so heißt die Differentialgleichung und das durch die Differentialgleichung beschriebene System zeitinvariant.^a

^aQuelle: Umdruck S. 24

Lineare Systeme

Ist f eine lineare Funktion, so heißt die Differentialgleichung und das durch die Differentialgleichung beschriebene System linear. Andernfalls heißt die Differentialgleichung und das durch die Differentialgleichung beschriebene System nichtlinear.^a

^aQuelle: Umdruck S. 25

LTI-Systeme

Ist ein System linear und zeitinvariant, d. h. es kann durch eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden, so nennt man das System auch LTI-System (Linear Time Invariant).^a

^aQuelle: Umdruck S. 26

Relativer Grad

Der relative Grad eines LTI-Systems ist $r = n - m$ und beschreibt damit die Differenz zwischen höchster auftretender Ableitung der Ausgangsgröße und höchster auftauchender Ableitung der Eingangsgröße.^a

- n : höchste Ableitung der Ausgangsgröße $y(t)$
- m : höchste Ableitung der Eingangsgröße $u(t)$

- akausal sind: $r < 0$ (d. h. $m > n$), z. B.

^aQuelle: Umdruck S. 26

Kausale Systeme

Ist $r \geq 0$, d. h. die höchste auftretende Ableitung der Ausgangsgröße ist mindestens so groß wie die höchste auftretende Ableitung nach der Eingangsgröße, so heißt die Differentialgleichung und das durch die Differentialgleichung beschriebene LTI-System kausal. Andernfalls heißt es akausal.^a

- akausal sind: $r < 0$ (d. h. $m > n$), z. B.

- D-Glied: $y = K_D \dot{u}$
- PD-Glied: $y = K(u + T_v \dot{u})$
- PID-Glied: $y = K \left(u + \frac{1}{T_n} \int u dt + T_v \dot{u} \right)$

^aQuelle: Umdruck S. 27

2.3 Darstellung von Differentialgleichungen im Zustandsraum

Zustandsraumdarstellung

Die Darstellung $\dot{x} = f(x, u, t)$ und $y = g(x, u, t)$ mit $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^p$, $y \in \mathbb{R}^q$ und entsprechenden vektorwertigen Funktionen f und g heißt Zustandsraumdarstellung.^a

^aQuelle: Umdruck S. 29

SISO und MIMO

Ein System mit einer skalaren Eingangsgröße und einer skalaren Ausgangsgröße wird auch als SISO-System (Single Input Single Output) bezeichnet. Systeme mit mehreren Ein- oder Ausgangsgrößen heißen MIMO-Systeme (Multiple Input Multiple Output).^a

^aQuelle: Umdruck S. 30

Regelungsnormalform

Die Darstellungsform von Differentialgleichungen im Zustandsraum gemäß Gl. (2.25) bzw. Gl. (2.26) heißt Regelungsnormalform.^a

^aQuelle: Umdruck S. 32

2.4 Darstellung von Differentialgleichungen im Wirkungsplan

2.5 Aufstellen von Differentialgleichungen

2.6 Beispiele für Modellbildung

2.6.1 Zerlegung in Teilsysteme

2.6.2 Rückwirkungen

2.6.3 Zusammenfassen von Teilsystemen im Wirkungsplan

2.6.4 Modellierung von Regelungen

2.7 Das Gesetz der Sparsamkeit

Minimale Realisierung

Eine Differentialgleichung, die mit der minimal möglichen Ordnung auskommt, um das Übertragungsverhalten $u \mapsto y$ zu beschreiben, wird minimale Realisierung genannt.^a

^aQuelle: Umdruck S. 48

Gesetz der Sparsamkeit

Innerhalb einer Menge von wissenschaftlichen Erklärungen sollten solche Erklärungen bevorzugt werden, die mit weniger Variablen oder Elementen auskommen (lex parsimoniae).^a

^aQuelle: Umdruck S. 48

2.8 Einheiten

Zeitkonstanten und Frequenzen

In der Differentialgleichung $T\dot{y}(t) + y(t) = 0$ bezeichnet man T als Zeitkonstante des Systems. Schreibt man $\dot{y} + \omega y = 0$, so ist ω eine Frequenz, die Eckkreisfrequenz genannt wird.^a

^aQuelle: Umdruck S. 49

Notation von Absolut- und Abweichungsgrößen

Normalerweise werden alle Signale mit Kleinbuchstaben geschrieben. Treten in der Beschreibung sowohl Absolut- als auch Abweichungsgrößen auf, werden Absolutgrößen mit Großbuchstaben und Abweichungsgrößen mit Kleinbuchstaben geschrieben.^a

^aQuelle: Umdruck S. 50

3 Autonome Systeme

3.1 Arbeitspunkte und Ruhelagen

3.2 Stabilität

3.3 Linearisierung

3.3.1 Linearisierung einer Funktion

3.3.2 Linearisierung einer Differentialgleichung

3.3.3 Linearisierung im Kennlinienfeld

3.4 Charakteristisches Polynom

3.5 Linearisierungstheorem

3.6 Analyse im Zustandsraum

4 Verhalten bei allgemeiner Anregung

4.1 Homogene und partikuläre Lösung

4.2 Übergangsfunktion

4.3 Faltung

4.4 Laplace-Transformation

4.4.1 Laplace-Transformation von Zeitfunktionen

$F(s)$	$f(t)$ für $t > 0$	$f(t) = 0$ für $t \leq 0$
$\frac{1}{(s - \lambda)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{\lambda t}$	$n = 1, 2, 3, \dots$
1	$\delta(t)$ ($= u(t)$ für Gewichtsfunktion $g(t)$)	
$\frac{1}{s}$	$1(t)$ ($= u(t)$ für Übergangsfunktion $h(t)$)	
$\frac{1}{s^2}$	t	
$\frac{1}{1+sT}$	$\frac{1}{T} e^{-t/T}$	
$\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$	$\frac{\omega_0}{\sqrt{1-D^2}} e^{-D\omega_0 t} \sin(\omega_D t)$ $\omega_0^2 t e^{-D\omega_0 t}$	$ D < 1$ $ D = 1, \omega_D = \sqrt{1-D^2} \omega_0$
$\frac{1}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \right)$	$T_1 \neq T_2$
$\frac{s}{1+sT}$	$\frac{1}{T} \left(\delta(t) - \frac{1}{T} e^{-t/T} \right)$	
$\frac{s}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$\frac{1}{T_1 T_2 (T_1 - T_2)} \left(T_1 e^{-t/T_2} - T_2 e^{-t/T_1} \right)$	$T_1 \neq T_2$
$\frac{s\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$	$\omega_0^2 e^{-D\omega_0 t} \left(\cos(\omega_D t) - \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \sin(\omega_D t) \right)$	$ D < 1, \omega_D = \sqrt{1-D^2} \omega_0$
$\frac{1}{s(1+sT)}$	$1 - e^{-t/T}$	
$\frac{1}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$1 - \frac{1}{T_1 - T_2} \left(T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2} \right)$	$T_1 \neq T_2$
$\frac{\omega_0^2}{s(s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2)}$	$1 - e^{-D\omega_0 t} \left(\cos(\omega_D t) + \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \sin(\omega_D t) \right)$	$ D < 1, \omega_D = \sqrt{1-D^2} \omega_0$

4.4.2 Laplace-Transformation von Operationen

4.4.3 Bestimmung des Zeitverlaufes linearer Systeme

4.4.4 Beispiele für Laplace Transformationen

$$f(t) = t^2$$

$$t^2 = 2 \cdot \frac{1}{2!} t^2 e^{0 \cdot t} \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s) = \frac{1}{(s-0)^3}$$

4.5 Übertragungsfunktion $G(s)$

Stabilität im Bildbereich:

Die Wurzeln des charakteristischen Polynoms $p(s)$ entsprechen den Polstellen λ_i .

Für Stabilität muss gelten:

$$\Re(\lambda_i) < 0$$

Umgangssprachlich: Für Stabilität muss der Realteil der Polstellen λ_i negativ sein

ODER

Die Polstellen λ_i müssen in der linken offenen s -Halbebene liegen für Stabilität.

4.6 Grenzwertsätze

4.6.1 Anwendbarkeit der Grenzwertsätze

Die Grenzwerte sind nur dann anwendbar, wenn die zugehörigen Grenzwerte existieren (insbesondere endlich sind) und gezeigt wurde, dass der Frequenzgang bzw. die Übertragungsfunktion $G(s)$ stabil ist.

$$\lim_{t \rightarrow +0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (1)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (2)$$

Mit

$$H(s) = \frac{1}{s} G(s)$$

ergibt sich für die Übergangsfunktion $h(t)$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s), \quad (3)$$

$$\lim_{t \rightarrow +0} h(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s). \quad (4)$$

4.6.2 Anfangswertsatz

Für den Anfangswert der Übergangsfunktion $h(t)$ mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ in der Form

$$G(s) = \frac{b_0 + \dots + b_m s^m}{a_0 + \dots + a_n s^n}.$$

gilt

$$\lim_{t \rightarrow +0} h(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{b_0 + \dots + b_m s^m}{a_0 + \dots + a_n s^n} = \begin{cases} 0, & n > m \text{ (kausal)}, \\ \frac{b_m}{a_n}, & n = m \text{ (kausal)}, \\ \infty, & n < m \text{ (akausal)}. \end{cases} \quad (5)$$

Für den Anfangswert der Gewichtsfunktion $g(t) = \dot{h}(t)$ mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ gilt:

$$\lim_{t \rightarrow +0} g(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{b_0 s + \dots + b_m s^{m+1}}{a_0 + \dots + a_n s^n} = \begin{cases} 0, & n > m + 1, \\ \frac{b_m}{a_n}, & n = m + 1, \\ \infty, & n < m + 1. \end{cases} \quad (6)$$

Sprungfähigkeit, Durchgriff^a

Kurzgesagt:

- Ein System ist sprungfähig bzw. besitzt Durchgriff, wenn $r = n - m = 0$.
- Es gibt eine direkte, unverzögerte Wirkung von u auf y .
- Sprungfähigkeit im Zustandsraum, wenn Durchgangsmatrix $\mathbf{D} \neq 0$
- Wenn $r = n - m = 1$ springt die Gewichtsfunktion $g(t) = \dot{h}(t)$ in $t = 0$ auf einen endlichen Wert.

^aQuelle: Umdruck S. 113.

Damit lassen sich Anfangswert und (für stabile Systeme) Endwert der Übergangsfunktion direkt bestimmen.

5 Verhalten bei sinusförmiger Anregung

5.1 Frequenzgang

5.1.1 Übertragung sinusförmiger Signale $u(t) = \sin(\omega t)$

1. Bedingungen prüfen:

- Ist das System stabil?
- Ist das System LTI?
- Ist der Eingang $u(t)$ sinusförmig?

2. Koeffizienten ermitteln: Für ein stabiles LTI-System mit dem Frequenzgang $G(j\omega)$ gilt im *eingeschwungenen Zustand*¹:

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t) \Rightarrow y(t) = |G(j\omega)| \cdot \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$$

analog:

$$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t) \Rightarrow y(t) = |G(j\omega)| \cdot \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \angle G(j\omega))$$

Hinweis:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (7)$$

$$\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(t) \quad (8)$$

2.1. ω bestimmen Im ersten Schritt ist ω aus dem Eingang $u(t)$ zu bestimmen:

1. Falls der Verlauf von $u(t)$ und $y(t)$ gegeben ist: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ mit der Periodendauer T .
2. Beispiel: $u(t) = \sin(2t) \Rightarrow \omega = 2$.

2.2. $|G(j\omega)|$ bestimmen Den Betrag $|G(j\omega)|$ beim in 14.2.1 bestimmten ω ermitteln:

1. Falls der Verlauf von $u(t)$ und $y(t)$ gegeben ist: Amplitudenverhältnis $\frac{\hat{Y}}{\hat{U}}$ berechnen.
2. Falls der Frequenzgang $G(j\omega)$ gegeben ist: direkt einsetzen. Beispiel:

$$\left| \frac{1}{j\omega + 1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \omega^2}}$$

3. Bodediagramm: Betrag aus dem *realen Verlauf* ablesen (nicht aus den Asymptoten).
4. Ortskurve: Betrag ist der Abstand vom Ursprung zum Punkt bei ω .

¹Quelle: Umdruck S. 116, 119

¹Beispiele: Altklausur H22, Aufgabe 4 (a); TPR 2, Aufgabe 1

2.3. $\angle G(j\omega)$ bestimmen Die Phasenverschiebung beim in 14.2.1 bestimmten ω ermitteln:

1. Wenn der Verlauf von $u(t)$ und $y(t)$ gegeben ist: Phasenverschiebung als Versatz zwischen $u(t)$ und $y(t)$ bestimmen.
2. Bodediagramm: Phasenverschiebung bei ω ablesen.
3. Ortskurve: Winkel bei ω messen.

5.2 Ortskurve

5.3 Bode-Diagramm

Unterschied Zeitkonstante und Periodendauer

- Zeitkonstante T im Bode-Diagramm: *Wie schnell reagiert das System?*
- Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega_D}$ mit $\omega_D = \omega_0\sqrt{1 - D^2}$: *Wie schnell schwingt das Signal?*

5.4 Fourier-Transformation

5.5 Filter

6 Verschaltungen von Systemen

6.1 Zusammenfassen von Teilsystemen

6.2 Zerlegung in einfache Elemente

6.2.1 Pol-Nullstellen im Bodediagramm

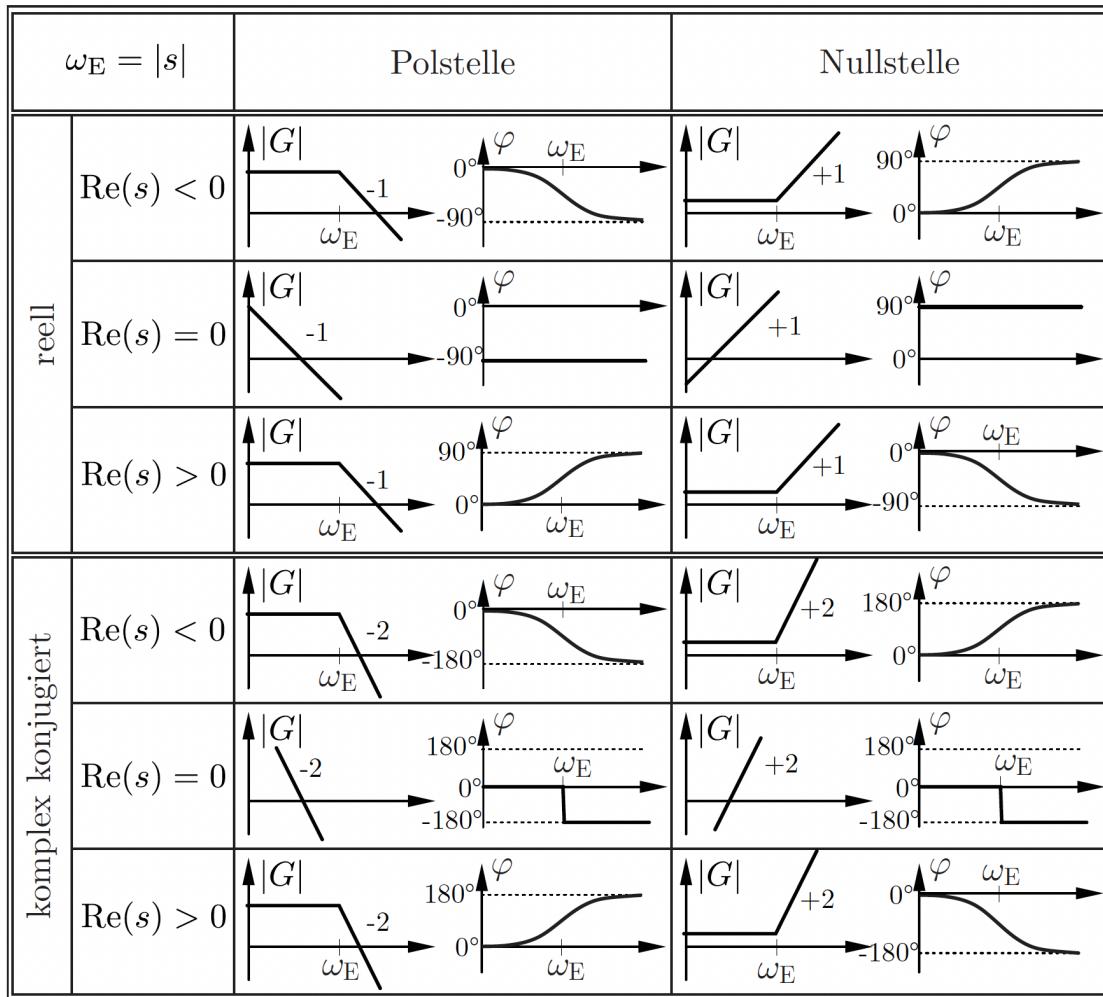


Tabelle 6-2: Bode-Diagramme in Abhängigkeit der Pol- und Nullstellen

Abbildung 2: Pol-Nullstellen im Bodediagramm.

6.2.2 Lösungsweg: Frequenzgang aus Bodediagramm

1. Knickfrequenzen und Steigungen im Bode-Diagramm ablesen.
2. Nullstellen/Polstellen als Faktoren ansetzen:

$$G_n(s) = 1 \pm \frac{1}{|s_n|} s, \quad G_p(s) = \frac{1}{1 \pm \frac{1}{|s_p|} s}$$

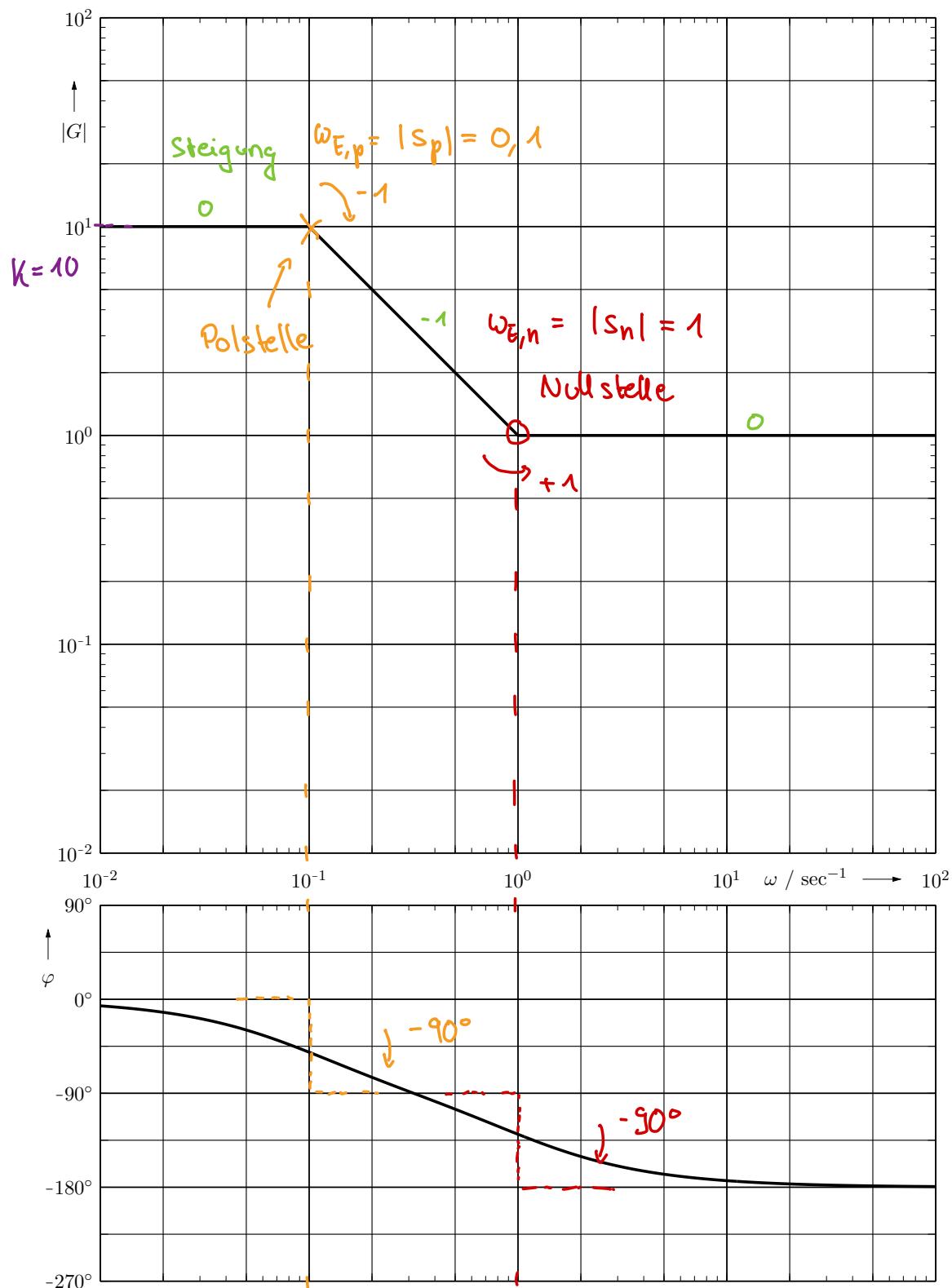
3. Vorzeichen nach Lage wählen:

- $\Re(s_n) > 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{|s_n|}s$, $\Re(s_n) < 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{|s_n|}s$
- $\Re(s_p) < 0 \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{|s_p|}s}$, $\Re(s_p) > 0 \Rightarrow \frac{1}{1 - \frac{1}{|s_p|}s}$

4. Gesamtübertragungsfunktion:

$$G(s) = K \cdot \prod \hat{G}_n \cdot \prod \hat{G}_p$$

6.2.3 TPR 5 – Ansätze

Abbildung 1: Bode-Diagramm von $G_S(j\omega)$

6.3 Zerlegung nicht-minimalphasiger Systeme

7 Typische Übertragungsglieder

7.1 Übersicht

7.2 Grundlegende Reglertypen

7.2.1 P-Element

7.2.2 I-Element

7.2.3 D-Element

7.2.4 PI, PD und PID

7.3 Verzögerungsglieder

7.3.1 PT₁

7.3.2 PT₂

7.3.3 PT_n

7.4 Kombinationen

7.4.1 IT₁

7.4.2 DT₁

7.4.3 PIT

7.4.4 PPT₁ und PDT₁

7.5 Nicht-minimalphasige Systeme

7.5.1 PA₁

7.5.2 PT_t, PT₁T_t

Totzeit T_t aus Phasengang ableiten In Abbildung 3 kann aus dem Regelkreis mit einem Totzeitglied die Eckfrequenz des Totzeitgliedes so abgelesen werden, dass wenn φ gegen -180° strebt, und die φ dann exponentiell abfällt wie üblich bei einem Totzeitglied, dann ist die Eckfrequenz dort wo das Totzeitelement ca. 57° abgefallen ist. Das Beispiel sieht man in Abbildung 3.

1. Was wäre φ ohne Totzeitglied für $\omega \rightarrow \infty$ (Asymptoten rot und orange)?
2. Wenn die Differenz $\varphi_{0,\text{ohne Totzeit}}$ und φ_0 57° ist, ω_t ablesen (lila).
3. $T_t = \frac{1}{\omega_t}$

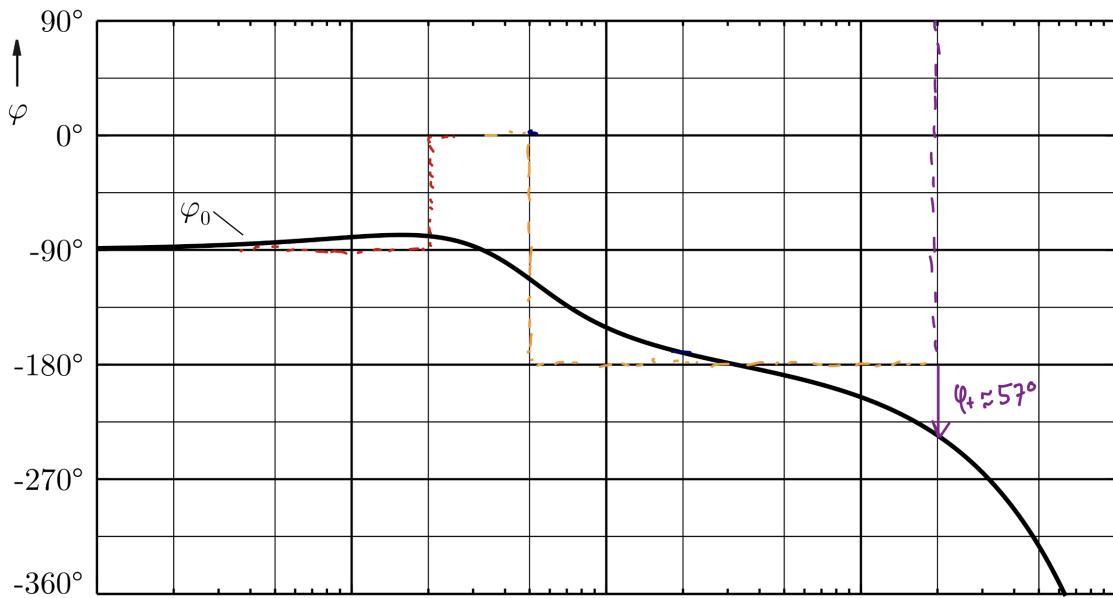


Abbildung 3: Eckfrequenz des Totzeitgliedes aus dem Phasengang ablesen.

7.6 Nicht-parametrische Identifikation

7.7 Parametrische Identifikation

7.7.1 Überanpassung

7.7.2 Graphische Parameteridentifikation

7.7.3 Methode der kleinsten Fehlerquadrate

8 Identifikation linearer Regelkreisglieder

8.1 Allgemeines

9 Stabilitätsprüfung

9.1 Problemstellung

Stabilitätskriterien

Alle Kriterien sind gleichbedeutend.

1. Wurzeln des charakteristischen Polynoms besitzen alle negativen Realteil:

$$p(\lambda) = 0 \Rightarrow \Re(\lambda_i) < 0$$

2. Eigenwerte der Systemmatrix A besitzen alle einen negativen Realteil:

$$\det(\lambda I - A) \Rightarrow p(\lambda) = 0 \text{ und } \Re(\lambda_i) < 0$$

3. Polstellen der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)}$ besitzen alle negativen Realteil:

$$p(s) = N(s) = 0 \Rightarrow \Re(s_i) < 0$$

4. Übergangsfunktion $h(t)$ konvergiert gegen einen endlichen Wert.
5. Gewichtsfunktion $g(t) = \dot{h}(t)$ konvergiert gegen null und ist für LTI-System absolut integrierbar.

9.2 Algebraische Stabilitätskriterien

9.2.1 Grundidee

Für die Bestimmung der Stabilitätseigenschaften wird nicht die genaue Position der Wurzel, bzw. der Polstelle λ_i benötigt, sondern es reicht die **Kenntnis des Vorzeichens** der Wurzel bzw. der Polstelle λ_i aus.

9.2.2 Stabilitätskriterien nach Routh und Hurwitz

1. Bedingung (hinreichend für Systeme mit Ordnung $n = 1, 2$).²

System der Ordnung n mit charakteristischem Polynom

$$p(\lambda) = a_n \lambda^n + \dots + a_1 \lambda + a_0$$

ist stabil, wenn

- alle Koeffizienten a_i vorhanden sind,
- alle Koeffizienten a_i das gleiche Vorzeichen haben,
- genauer: alle a_i positiv sind, ggf. Differentialgleichung mit -1 multiplizieren, falls alle negativ sind.

²Stabilitätskriterien für Systeme bis Ordnung $n = 3$ (S. 226).

2. Bedingung nach Hurwitz (bis Ordnung $n = 3$).

$\det(H)$ sowie alle Unterdeterminanten sind größer null (Hurwitz-Matrix Bsp. S. 217).

Für $n = 3$ (vgl. S. 219, Gl. 9.6):

$$\det(H) = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \quad (\text{S. 217})$$

2. Bedingung nach Routh.

Routhschen Probefunktionen R_i sind sämtlich größer null.

Vorlagen für Routh-Probefunktionen (bis $n = 4$). Charakteristisches Polynom für $n = 4$:

$$p(\lambda) = a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0$$

	i	R_i
Für $n = 1$	1	a_1
	0	a_0

	i	R_i	
Für $n = 2$	2	a_2	a_0
	1	a_1	-
	0	$a'_0 = a_0$	

	i	R_i	
Für $n = 3$	3	a_3	a_1
	2	a_2	a_0
	1	$a'_1 = a_1 - \frac{a_3}{a_2} a_0$	-
	0	$a'_0 = a_0$	-

	i	R_i		
Für $n = 4$	4	a_4	a_2	a_0
	3	a_3	a_1	-
	2	$a'_2 = a_2 - \frac{a_4}{a_3} a_1$	$a'_0 = a_0$	-
	1	$a'_1 = a_1 - \frac{a'_3}{a'_2} a'_0$	-	-
	0	$a'_0 = a_0$	-	-

9.2.3 Beispiele

9.3 Nyquist-Kriterium

Wird benötigt, wenn das charakteristische Polynom $p(\lambda)$ nicht gegeben oder nicht aufgestellt werden kann, z.B. bei Totzeitgliedern (vgl. $G(s) = \frac{Ts+1}{Ts+1+K_p e^{-sT_t}}$, S. 225, Gl. 9.19).

9.3.1 Vollständiges Nyquist-Kriterium

Gegeben sei ein aufgeschnittener kausaler³ Regelkreis G_0 und ein zugehöriger geschlossener Regelkreis G . Es gilt (S. 231):

$$m = n - p$$

mit

- $p = p_+(G_0)$: Anzahl der Pole des aufgeschnittenen Regelkreises G_0 in der rechten offenen s -Halbebene,
- $n = n_+(1 + G_0)$: Anzahl der Pole des geschlossenen Regelkreises G in der rechten offenen s -Halbebene,
- m : Anzahl der Umläufe der Ortskurve von $G_0(j\omega)$ (für $-\infty < \omega < \infty$) um den kritischen Punkt -1 im Uhrzeigersinn.

Damit G stabil ist, muss $n = 0$ gelten. Also folgt

$$m = -p.$$

9.3.2 Beispiele

9.3.3 Anwendung bei Polen am Stabilitätsrand

9.3.4 Vereinfachtes Nyquist-Kriterium

9.3.5 Amplituden- und Phasenreserve

9.4 Sonderfälle

9.4.1 Pol-Nullstellen-Kürzungen

9.4.2 Unstetige Polstellen

³Umdruck S. 27

10 Einführung in den Reglerentwurf

10.1 Ziele und Lösungsansätze

10.1.1 Motivation

10.1.2 Gütemaße und Kennwerte

10.1.3 Ansätze des Reglerentwurfs

10.2 Statischer Reglerentwurf

Regelfaktor

Der Regelfaktor charakterisiert die statische Leistungsfähigkeit eines Reglers gegenüber Störungen und ist als das Verhältnis

$$R = \frac{y_{\infty}^{mR}}{y_{\infty}^{oR}} = \frac{1}{1 + K_S K_R} = \frac{1}{1 + G_0(s=0)}$$

definiert. Sein konkreter Wert ist im Fall stabiler linearer Systeme unabhängig vom statischen Endwert der Störungen.^a

^aQuelle: Umdruck S. 266

- Wenn G_0 einen **integrierenden Anteil** hat wird $G_0(s=0) = \infty$ und somit $R = \frac{1}{1+\infty} = 0$
- Regelfaktor sollte bei **sinnvollen** Regelungen $R < 1$ sein.
- Für **technisch sinnvolle** Regelungen wird fast immer ein Regelfaktor $R < 0,2$ gefordert.

10.3 Abwägungen bei der Reglerverstärkung

10.3.1 Vorteile hoher Verstärkungen

10.3.2 Nachteile hoher Verstärkungen

10.4 Einstellregeln

10.4.1 Einstellung mittels T_u-T_g -Ersatzmodell

10.4.2 Einstellung mittels Schwingversuch

11 Grundlegende modellbasierte Reglerentwurfsverfahren

11.1 Frequenzkennlinienverfahren

11.1.1 Grundidee

11.1.2 Hohe Verstärkung bei niedrigen Frequenzen

11.1.3 Übergangsbereich

Empfohlene Bereiche für Amplituden- und Phasenreserve^a

Für **Festwertregelungen** wird als allgemeine Entwurfsregel

$$1,5 < A_R < 3,0 ; \quad 20^\circ < \alpha_R < 70^\circ$$

empfohlen; für **Folgeregelungen** lauten die empfohlenen Bereiche

$$4 < A_R < 10 ; \quad 40^\circ < \alpha_R < 60^\circ.$$

^aQuelle: Umdruck S. 284

11.1.4 Niedrige Verstärkung bei hohen Frequenzen

11.2 Betragskriterium und Symmetrisches Kriterium

11.3 Polvorgabe

11.3.1 Polvorgabe für Ausgangsrückführungen

11.3.2 Polvorgabe für Zustandsrückführungen

Idee der Polvorgabe Mithilfe der Zustandsrückführung kann man die Polstellen der geschlossenen Regelkreises beliebig vorgeben. In Abbildung 4 ist eine Zustandsregelung mit Proportionalgliedern zu sehen.

Zu sehen ist, dass alle Zustände $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ über ein Proportionalglied in der Form $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ zurückgeführt werden.

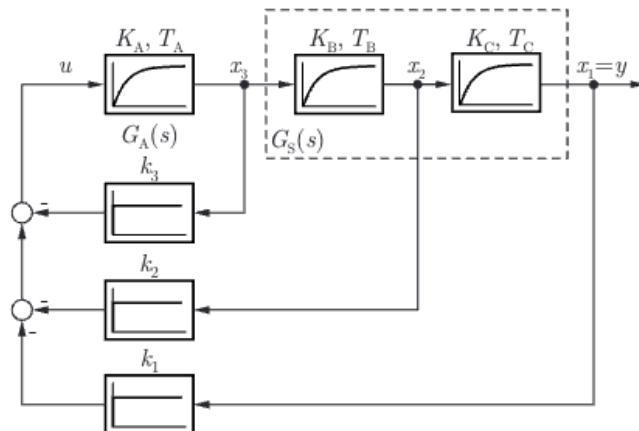


Abbildung 4: Zustandsregelung mit $k^T = (k_1, k_2, k_3)$

Hinweis: Polvorgabe ist nur möglich, wenn das Paar \mathbf{A}, \mathbf{B} steuerbar ist (siehe: Steuerbarkeit 11.3.3)!

Zustandsregler $\mathbf{k}^T = [k_1 \ k_2]$ bestimmen. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \lambda_i$

1. \mathbf{A}_k bestimmen.

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K} \quad \text{oder} \quad \mathbf{A}_k = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} - b_1 k_1 & a_{12} - b_1 k_2 \\ a_{21} - b_2 k_1 & a_{22} - b_2 k_2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

2. Matrix für Determinante aufstellen.

$$\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}_k) = \begin{vmatrix} \lambda - (a_{11} - b_1 k_1) & -(a_{12} - b_1 k_2) \\ -(a_{21} - b_2 k_1) & \lambda - (a_{22} - b_2 k_2) \end{vmatrix}. \quad (10)$$

3. Determinante ausrechnen und $p(\lambda)$ aufstellen.

4. Koeffizientenvergleich mit vorgegebenen Polstellen.

$$\underbrace{\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}_k)}_{\text{Eigenwerte der Systemmatrix } \mathbf{A}_k} = \underbrace{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \cdots (\lambda - \lambda_n)}_{\text{vorgegebene Polstellen}} \quad (11)$$

11.3.3 Steuerbarkeit

Steuerbarkeitskriterium von Kalman

Das Paar (\mathbf{A}, \mathbf{B}) ist genau dann steuerbar, wenn die sogenannte Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_S = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \cdots \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

vollen Rang besitzt^a.

^aQuelle: Umdruck S. 304

Falls \mathbf{Q}_S quadratisch ist (z.B. SISO), gilt: *nicht steuerbar* $\Leftrightarrow \det(\mathbf{Q}_S) = 0$.

Hinweis: Es ist sinnvoll, beim Rechnen konsequent *Matrix · Vektor* zu multiplizieren, also z.B. $\mathbf{A}(\mathbf{AB})$ statt $(\mathbf{AA})\mathbf{B}$.

11.4 Beobachterentwurf

11.4.1 Zustandsschätzung

11.4.2 Luenberger-Beobachter

11.4.3 Beobachtbarkeit und Dualität

11.4.4 Beispiel

11.5 Wurzelortskurven

11.5.1 Grundidee

11.5.2 Konstruktionsregeln

11.5.3 Beispiel

12 Vermischte Regelkreise

12.1 Erweiterung des Einfachregelkreises

12.2 Vorsteuerung

12.3 Führungsgrößenfilter

12.4 Störgrößenaufschaltung

12.5 Kaskadenregelung

12.6 Hilfsstellgröße

13 Mehrgrößenregelung

13.1 Zentrale vs. dezentrale Regelung

13.2 Eigenschaften von Mehrgrößensystemen

13.2.1 Verschaltungen von Mehrgrößensystemen

13.2.2 Querkopplungen

13.2.3 Polstellen von Mehrgrößensystemen

13.2.4 Richtungsabhängige Verstärkung

13.3 Verfahren der dezentralen Regelung

13.3.1 Relative Gain Array

13.3.2 MIMO-Nyquist und Diagonaldominanz

13.4 Verfahren der zentralen Regelung

13.4.1 Zentrale Regelung im Zustandsraum

13.4.2 Entkopplungsregler

14 Zeitdiskrete Systeme

14.1 Abtastregelungen

14.1.1 Definitionen

14.1.2 Abtaster und Halteglied

Aufbau einer einfachen Abtastregelung⁴ googoogogog

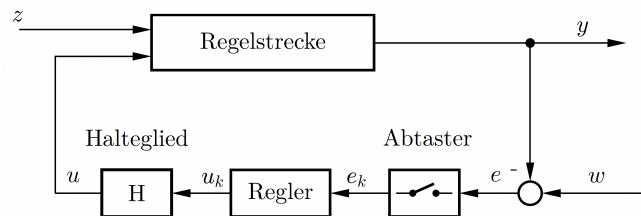


Abbildung 5: Einfache Abtastregelung.

Stabilität einer Abtastregelung Die Abtastregelung wirkt näherungsweise wie eine zusätzliche Totzeit $T_t \approx T/2$ (Phasenverzug), wodurch die Stabilitätsreserven typischerweise kleiner werden. Stabilität muss entsprechend erneut geprüft werden.

14.1.3 Aliasing

Shannon-/Nyquist-Abtasttheorem (für T_{\min}) Für die höchste in dieser Funktion enthaltene Frequenz ω_{\max} und die Abtastfrequenz ω_s gilt:⁵

$$\begin{aligned}
 2\omega_{\max} &< \omega_s \\
 \omega_s = \frac{2\pi}{T}, \quad \omega_{\max} &= \frac{2\pi}{T_{\min}} \\
 2 \cdot \frac{2\pi}{T_{\min}} &< \frac{2\pi}{T} \\
 \frac{2}{T_{\min}} &< \frac{1}{T} \\
 T &< \frac{T_{\min}}{2}
 \end{aligned}$$

⁴Quelle: Umdruck S. 377

⁵Umdruck S. 380.

14.1.4 Verschaltung zu hybriden Systemen

14.2 Einführung in Differenzengleichungen

14.3 Autonome zeitdiskrete Systeme

14.4 Umrechnen von Differenzen- und Differentialgleichungen

14.4.1 Rückwärtsdifferenzen

1. Es dürfen nur Terme wie x_k, y_k, u_k hinzugefügt werden.
2. Es dürfen KEINE! Terme wie $x_{k-1}, y_{k-2}, u_{k-1}$ hinzugefügt werden.
3. $y(t) \approx y_k$
4. $\dot{y}(t) \approx \frac{y_k - y_{k-1}}{T}$
5. $\ddot{y}(t) \approx \frac{y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2}}{T^2}$
6. $y(t - T_t) \approx y_{k-d}$ mit $d = \frac{T_t}{T}$.

Hinweis: In den meisten Fällen wird der Term y_{k-d} als Totzeitglied angenommen. Besonders ist bei einem Koeffizientenvergleich darauf zu achten, ob ein Totzeitglied in der vorgegebenen Gleichung vorhanden ist.

Wenn ein Totzeitglied $K e^{-sT_t}$ vorhanden ist, dann y_{k-d} als Totzeitglied annehmen.

Wenn kein Totzeitglied vorhanden ist, dann in den meisten Fällen $\dot{y}(t)$ oder selten $\ddot{y}(t)$.

14.4.2 Analytische Lösung

14.5 Quasikontinuierlicher Reglerentwurf

14.6 Zeitdiskreter Bildbereich

14.6.1 Z-Transformation

14.6.2 Zeitdiskrete Übertragungsfunktion

14.6.3 Zeitdiskreter Frequenzgang

14.6.4 Zeitdiskrete Modelle zeitkontinuierlicher Systeme

14.7 Bilineare Transformation

14.8 Klassischer zeitdiskreter Reglerentwurf

14.9 Regler mit endlicher Einstellzeit

14.9.1 Entwurf

14.9.2 Stabilität

14.9.3 Beispiel

15 Kalmanfilter

15.1 Allgemeines

15.2 Herleitung

15.3 Auslegung und Beispiel

15.4 Limitierungen und Erweiterungen

15.4.1 Allgemein

16 Informationen über Ortskurven

Ortskurven für den aufgeschnittenen Regelkreis G_0 .

1. Phase ϕ der Ortskurve läuft für $\omega \rightarrow \infty$ gegen $-\infty$
→ G_0 enthält Totzeit. (S. 13, I)
2. Ortskurve startet mit einer Phase $\phi = -90^\circ$ im Unendlichen, also $\lim_{\omega \rightarrow 0} |G_0(j\omega)| = \infty$
→ G_0 hat integrierendes Verhalten. (S. 13, II)
3. Ortskurve startet im Ursprung, also $\lim_{\omega \rightarrow 0} |G_0(j\omega)| = 0$
→ G_0 hat differenzierendes Verhalten. (S. 13, III)
4. Betrag der Ortskurve steigt und sinkt.
→ G_0 enthält ein Verzögerungsglied mit Resonanzüberhöhung (z.B. PT_2). (S. 13, IV)

17 Informationen über Übergangsfunktionen $h(t)$ des geschlossenen Regelkreises

Für die Übergangsfunktion $h(t)$ ist der Eingang $u(t) = 1(t)$. Stationäre Genauigkeit gilt dann, weil $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$. Wenn $u_0 = 1(t)$, dann ist die Sprungantwort $y(t)$ gleich der Übertragungsfunktion $h(t)$.

17.1 Stationäre Genauigkeit

Damit ein Regelkreis stationär genau arbeitet, muss der Ausgang genau der Referenz folgen. Dies bedeutet, dass der Führungsgrößenfilter so ausgelegt werden muss, dass der stationäre Endwert des geschlossenen Regelkreises genau 1 ist.

Außerdem gilt:

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{\lim_{s \rightarrow 0} Y(s)}{\lim_{s \rightarrow 0} U(s)} = 1$$

Daraus ergibt sich:

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{G_F \cdot G_R \cdot G_{PT2}}{1 + G_R \cdot G_{PT2}} \right) = 1$$

1. $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 0$, siehe Grenzwertsätze (S. 112)
 $\rightarrow G$ hat differenzierendes Verhalten und eine Nullstelle im Ursprung.
 $\rightarrow G_0$ hat die selben Nullstellen wie G . G_0 hat also auch differenzierendes Verhalten.
2. $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 1$, siehe Grenzwertsätze (S. 112)
 \rightarrow Sprungantwort $y(t)$ besitzt keine Regelabweichung (S. 165).
 $\rightarrow G(s)$ arbeitet stationär genau (S. 165).

18 Berechnung maximal zulässige Totzeit T_t

Die von der Totzeit hervorgerufene Phasenverschiebung ϕ_t darf maximal der Phasenreserve α_R von $G'_0(j\omega)$ entsprechen, um die Stabilität nicht zu gefährden.

1. Durchtrittsfrequenz ω_d von $G'_0(j\omega)$ ermitteln.
2. Phase $\phi'_0(\omega_d)$ ablesen.
3. Phasenreserve $\alpha_R = 180^\circ + \phi'_0(\omega_d)$.
4. Phasenverschiebung Totzeitglied $\phi_t = -\omega \cdot T_t \stackrel{!}{=} -\alpha_R$
5. Totzeit $T_t = \frac{\alpha_R}{\omega_d} = \frac{180^\circ}{\omega_d} \cdot \frac{\pi}{\alpha_R}$

19 Durchtrittsfrequenz ω_d

19.1 Ansprechverhalten

Ein gutes Ansprechverhalten und kurze Anschwingzeiten werden durch große ω_d erreicht. Da aus Stabilitätsgründen $\omega_d < \omega_\pi$ gelten muss, ist der Frequenzbereich, in dem große Reglerverstärkungen möglich sind, beim I-Regler stark limitiert.

Durch große K bei einem P -Glied wird der Verlauf des PT_2 -Gliedes im Bodediagramm nach oben verschoben. Dadurch wird ω_d nach rechts verschoben und somit größer. Weil $\omega_\pi = \infty$ in dem Fall, ist die Ungleichung $\omega_d < \omega_\pi$ erfüllt.

20 Einstellung nach T_u-T_g (Chien, Hrones, Reswick)

- Nicht schwingungsfähig \rightarrow aperiodischer Regelverlauf.⁶
- Ohne bleibende Regelabweichung \rightarrow am besten PI-Regler.⁷

⁶Quelle: Altklausur H23, Aufgabe 4(c) & 4(d).

⁷Quelle: Altklausur H23, Aufgabe 4(c) & 4(d).

21 Gewichts- und Übergangsfunktion aus $G_s(s)$

Gegeben sei:

$$Y(s) = G_s(s) U(s) \quad (12)$$

21.1 Zusammenhänge:

Übergangsfunktion $h(t)$ ⁸:

$$h(t) = \frac{y_{\text{Sprung}}(t)}{u_0} = \frac{\text{Sprungantwort}}{\text{Sprunghöhe}} \quad (13)$$

Gewichtsfunktion $g(t)$:

$$g(t) = \frac{y_{\text{Impuls}}(t)}{\int u dt} = \frac{\text{Impulsantwort}}{\text{Impulsfläche}} \quad (14)$$

Zusammenhang $g(t)$ und $h(t)$ ⁹:

$$g(t) = \dot{h}(t) = \frac{d}{dt} h(t) \quad (15)$$

21.2 Gewichtsfunktion $g(t)$

Für die Gewichtsfunktion gilt $u(t) = \delta(t)$, also:

$$U(s) = \mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1 \quad (16)$$

Damit folgt:

$$Y(s) = G_s(s) U(s) = G_s(s) \quad (17)$$

und somit:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G_s(s)\} \quad (18)$$

21.2.1 $G(s)$ ist gegeben, Gewichtsfunktion $g(t)$ bestimmen.

Gewichtsfunktion $g(t)$ durch inverse Laplace-Transformation von $G(s) = \frac{K}{(1+Ts)^2}$.

$$1. C \frac{1}{(s - s_p)^n}.$$

$$2. \text{ Gewichtsfunktion } g(t) \rightarrow U(s) = 1$$

$$3. G(s) = \frac{K}{(1+Ts)^2} = \frac{K}{T^2 \left(s + \frac{1}{T}\right)^2}.$$

$$4. Y(s) = G(s)U(s)$$

⁸Quelle: Umdruck S. 89

⁹Quelle: Umdruck S. 91

$$5. \ g(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\left(s + \frac{1}{T}\right)^2} \right\}.$$

$$6. \ s_p = -\frac{1}{T}, n = 2, C = \frac{K}{T^2}$$

$$7. \ g(t) = \frac{K}{T^2} t e^{-\frac{1}{T}t}$$

21.3 Übergangsfunktion $h(t)$

Für die Übergangsfunktion gilt $u(t) = 1(t)$, also:

$$U(s) = \mathcal{L}\{1(t)\} = \frac{1}{s} \quad (19)$$

Damit folgt:

$$Y(s) = G_s(s) U(s) = \frac{G_s(s)}{s} \quad (20)$$

und somit:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_s(s)}{s} \right\} \quad (21)$$

22 Mathematische Grundlagen

22.1 PQ-Formel

Gegeben sei die quadratische Gleichung

$$f(x) = x^2 + p x + q = 0.$$

Dann lauten die Lösungen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

22.2 Determinante einer 2x2 & 3x3-Matrix

22.2.1 2x2

Die Formel für die Determinante einer 2x2-Matrix $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ lautet:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

22.2.2 3x3

Die Formel für die Determinante einer 3x3-Matrix $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ lautet:

$$\begin{aligned} \det(A) &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ &= a_{11} (a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12} (a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13} (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}). \end{aligned}$$

22.3 Integral einer Exponentialfunktion ($\lambda > 0$)

$$\int_{0^-}^R e^{-\lambda\tau} d\tau = \int_{0^-}^R \frac{d}{d\tau} \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \right) d\tau \stackrel{\text{HDI}}{=} -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \Big|_{\tau=0^-}^R = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda R}.$$

Somit gilt für den Limes

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{0^-}^R e^{-\lambda\tau} d\tau = \lim_{R \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda R} \right) = \frac{1}{\lambda}.$$

Analog folgt mittels partieller Integration (PI)

$$\begin{aligned} \int_{0^-}^R \tau e^{-\lambda\tau} d\tau &= \int_{0^-}^R \tau \frac{d}{d\tau} \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \right) d\tau \stackrel{\text{PI}}{=} - \int_{0^-}^R \frac{d}{d\tau}(\tau) \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} d\tau + \tau \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \right) \Big|_{\tau=0^-}^R \\ &= \frac{1}{\lambda} \int_{0^-}^R e^{-\lambda\tau} d\tau - \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda R}. \end{aligned}$$

Der Übergang zum Limes liefert nun

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{0^-}^R \tau e^{-\lambda\tau} d\tau = \lim_{R \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\lambda} \int_{0^-}^R e^{-\lambda\tau} d\tau - \frac{R}{\lambda} e^{-\lambda R} \right) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

2. Integral mit linearem Faktor t (partielle Integration)

Wähle $u(t) = t$ und $v'(t) = e^{-\lambda t}$ mit $\lambda > 0$. Dann gilt $u'(t) = 1$ und $v(t) = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t}$.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt &= \lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^R t e^{-\lambda t} dt = \lim_{R \rightarrow \infty} \left(\left[t \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right) \right]_0^R - \int_0^R \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right) dt \right) \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \left(-\frac{R}{\lambda} e^{-\lambda R} + \frac{1}{\lambda} \int_0^R e^{-\lambda t} dt \right). \end{aligned}$$

Da $Re^{-\lambda R} \rightarrow 0$ für $R \rightarrow \infty$ und $\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$, folgt

$$\int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda^2}.$$

3. Allgemeine Definition der partiellen Integration

$$\int u dv = u v - \int v du.$$

Äquivalent dazu ist die Produktregel

$$\frac{d}{dt}(uv) = u'v + uv',$$

die als Grundlage für die Herleitung der partiellen Integration dient.

22.4 Betrag von $e^{-j\frac{\pi}{2}\omega}$, $e^{j\theta}$

22.4.1 Berechnung des Betrags

Der Ausdruck $e^{\pm j\theta}$ kann mit Euler'scher Formel beschrieben werden:

$$e^{\pm j\theta} = \cos(\theta) \pm j \sin(\theta)$$

22.4.2 Berechnung des Betrags

Der Ausdruck $e^{-j\frac{\pi}{2}\omega}$ kann mit Euler'scher Formel beschrieben werden:

$$e^{-j\frac{\pi}{2}\omega} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\omega\right) - j \sin\left(\frac{\pi}{2}\omega\right)$$

Der Betrag einer komplexen Zahl $z = x + jy$ ist gegeben durch:

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Für $e^{-j\frac{\pi}{2}\omega}$ gilt:

$$|e^{-j\frac{\pi}{2}\omega}| = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\omega\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\omega\right)} = \sqrt{1} = 1$$

Der Betrag ist somit immer 1, unabhängig von ω .

22.5 Inverse einer Matrix

22.5.1 Allgemein

Eine quadratische Matrix A ist genau dann invertierbar, wenn

$$\det(A) \neq 0$$

Dann gilt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$$

wobei $\text{adj}(A)$ die adjungierte Matrix ist.

22.5.2 Inverse einer 2×2 -Matrix

Gegeben sei:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Determinante:

$$\det(A) = ad - bc$$

Inverse:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad \text{für } ad - bc \neq 0$$

22.6 Partialbruchzerlegung

22.6.1 Einführung

Die Partialbruchzerlegung ist eine Methode, um rationale Funktionen, wie $\frac{1-s}{(s+1)(s^2+1)}$, in einfachere Bruchterme zu zerlegen, die leichter zu integrieren oder zu analysieren sind. Dies ist besonders nützlich in der Signalverarbeitung, Regelungstechnik und bei der Lösung von Differentialgleichungen.

22.6.2 Beispiel: $\frac{1-s}{(s+1)^2(s^2+1)}$

Wir zerlegen den Ausdruck $\frac{1-s}{(s+1)(s^2+1)}$ in Partialbrüche. Der Nenner besteht aus einem linearen Faktor $s + 1$ und einem quadratischen Faktor $s^2 + 1$. Die allgemeine Form der Partialbruchzerlegung lautet:

$$\frac{1-s}{(s+1)^2(s^2+1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{(s+1)^2} + \frac{Cs+D}{s^2+1}$$

wobei A , B und C Konstanten sind, die wir bestimmen müssen.

22.7 $G(s)$ ist gegeben, Differentialgleichung bestimmen.

DGL durch inverse Laplace-Transformation von $G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K_1}{1 + T_1 s + K_R K_1} e^{-sT_t}$.

1. Umstellen nach $X(s)(1 + T_1 s + K_R K_1) = U(s)K_1 e^{-sT_t}$.
2. $\mathcal{L}^{-1}\{X(s)(1 + K_R K_1)\} = x(t)(1 + K_R K_1)$.
3. $\mathcal{L}^{-1}\{X(s)T_1 s\} = T_1 \dot{x}(t)$.
4. $\mathcal{L}^{-1}\{K_1 e^{-sT_t}\} = K_1 \tilde{u}(t) = K_1 u(t - T_t)$.
5. $x(t)(1 + K_R K_1) + T_1 \dot{x}(t) = K_1 \tilde{u}(t)$

23 Stationäre Genauigkeit

23.1 Stationäre Genauigkeit im geschlossenen Regelkreis

Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Standard-Regelkreises ist genau dann stationär genau, wenn¹⁰

1. der geschlossene Regelkreis stabil ist und
2. der aufgeschnittene Regelkreis G_0 einen integrierenden Anteil besitzt.

24 Integrierender Anteil und integrierendes Verhalten

Ein LTI-System besitzt genau dann einen integrierenden Anteil, wenn es eine Polstelle in $s = 0$ besitzt.¹¹ Haben zusätzlich alle weiteren Polstellen des Systems einen negativen Realteil, so gilt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \text{konstant} \neq 0 \quad (22)$$

und das System besitzt integrierendes Verhalten.

25 Grafische Darstellung der Übergangsfunktion $h(t)$ des IT_1 Gliedes

Beispiel:¹² $y(t) = m(t - n) + a e^{-\lambda t}$ (hier: $m = 0.5$, $n = 1$, $a = \frac{1}{2}$, $\lambda = 1$).

25.1 Erläuterung der Terme

Addition aus einer Geraden $m(t - n)$ und Exponentialfunktion $a e^{-\lambda t}$.

- m : Steigung der Geraden
- n : x -Achsenverschiebung
- a : Vorfaktor der Exponentialfunktion

25.2 Werte bestimmen

- Steigung m der Asymptote.
- x -Achsenverschiebung der Geraden: $y(t = 1) = 0 = m(1 - n) \Rightarrow n = 1$.
- a und λ können mit $y(t = 0) = 0$ und $y'(t = 0) = 0$ bestimmt werden.

¹⁰Quelle: Umdruck S. 167

¹¹Quelle: Umdruck S. 166

¹²Quelle: TPR 1, Aufgabe 2(a).

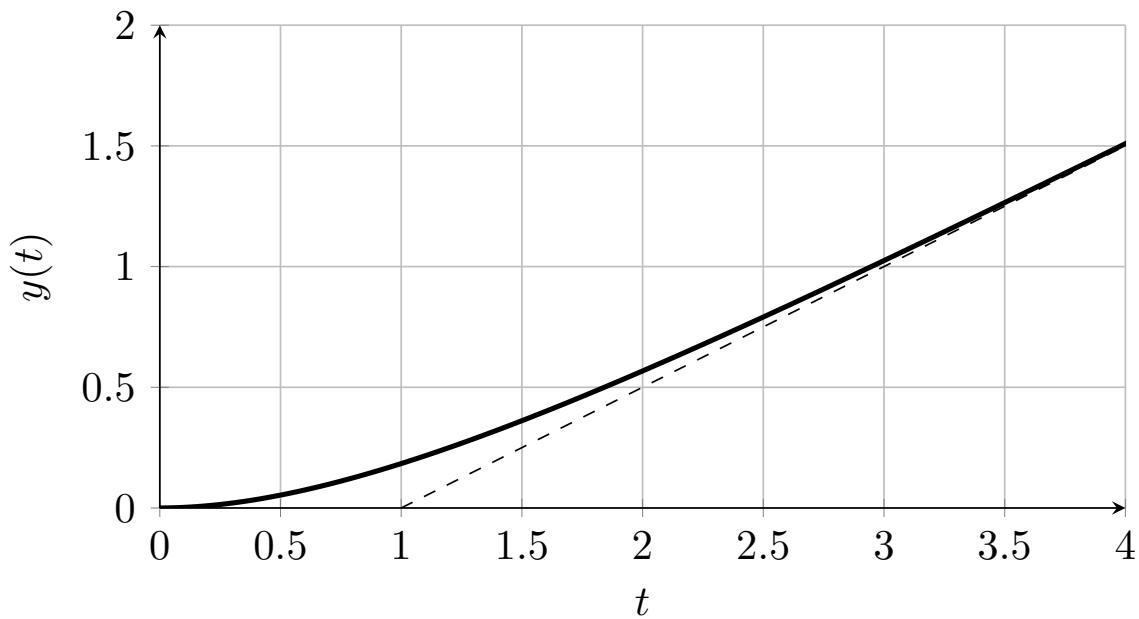


Abbildung 6: Plot der Beispiel-Funktion.

26 Korrekturtabellen und Skalierung

26.1 Korrekturtabelle (log/Phase)

$\frac{\omega}{\omega_E}$ bzw. $\frac{\omega_E}{\omega}$	$ \lg G - \lg \text{Asymptote} $				$ \varphi - \varphi_{\text{Asymptote}} $				
	0,1	0,5	0,8	1	0,1	0,5	0,8	1	
PT_1	-0,002	-0,048	-0,107	-0,151	5,7	26,6	38,7	45,0	
PT_2	$D = 1$	-0,004	-0,097	-0,215	-0,301	11,4	53,1	77,3	90,0
	$D = 0,707$	0,000	-0,013	-0,075	-0,151	8,1	43,4	72,3	90,0
	$D = 0,5$	0,002	0,045	0,057	0,000	5,8	33,7	65,8	90,0
	$D = 0,4$	0,003	0,071	0,134	0,097	4,6	28,1	60,6	90,0
	$D = 0,3$	0,004	0,093	0,222	0,222	3,5	21,8	53,1	90,0
	$D = 0,2$	0,004	0,110	0,317	0,398	2,3	14,9	41,6	90,0
	$D = 0,1$	0,004	0,121	0,405	0,699	1,2	7,6	24,0	90,0
	$D = 0,05$	0,004	0,124	0,433	1,000	0,6	3,8	12,5	90,0

26.2 Korrekturtabelle in mm

$\frac{\omega}{\omega_E}$ bzw. $\frac{\omega_E}{\omega}$		Abstand von $ G $ und Asymptote in mm				Abstand von φ und $\varphi_{\text{Asymptote}}$ in mm			
		0,1	0,5	0,8	1	0,1	0,5	0,8	1
PT_1		-0,1	-1,9	-4,3	-6,0	1,1	5,3	7,7	9,0
PT_2	$D = 1$	-0,2	-3,9	-8,6	-12,0	2,3	10,6	15,5	18,0
	$D = 0,707$	0	-0,5	-3,0	-6,0	1,6	8,7	14,5	18,0
	$D = 0,5$	0,1	1,8	2,3	0,0	1,2	6,7	13,2	18,0
	$D = 0,4$	0,1	2,8	5,4	3,9	0,9	5,6	12,1	18,0
	$D = 0,3$	0,2	3,7	8,9	8,9	0,7	4,4	10,6	18,0
	$D = 0,2$	0,2	4,4	12,7	15,9	0,5	3,0	8,3	18,0
	$D = 0,1$	0,2	4,8	16,2	28,0	0,2	1,5	4,8	18,0
	$D = 0,05$	0,2	5,0	17,3	40,0	0,1	0,8	2,5	18,0

26.3 Skalierung (Diagramm rechts)

1 lg-Einheit = 40 mm

360° = 72 mm

Index

- Absolutgrößen, 16
Abtaster, 39
 Stabilität, 39
 Abtasttheorem nach Shannon, 39
Abtasttheorem nach Shannon, *siehe* Abtaster
Abweichungsgrößen, 16
akausale Systeme, 15
Amplitudenreserve A_R
 Empfohlener Bereich, 34
Anfangsbedingungen, 14
Anfangswertsatz, 19
Ansprechverhalten, 42
 Abhängigkeit von ω_d , 42
Bezeichnungen für Systeme, 10
Bodediagramm, 22, 42

Chien, Hrones, Reswick (CHR), 42
crossover frequency, *siehe* Durchtrittsfrequenz
 Umdruck (S. 240, 248, 270, 273, 286, 363), 42

 $\delta(t)$, 43
Durchgangsfrequenz, *siehe* Durchtrittsfrequenz
Durchtrittsfrequenz
 Umdruck (S. 240, 248, 270, 273, 286, 363), 42
 ω_d , 42

Eckkreisfrequenz, 16
Einstellung mittels T_u-T_g Ersatzmodell
 Umdruck (S. 276), 42
Endwertsatz, 19

 $G(j\omega)$, 21

Geschlossener Regelkreis, 10
Gesetz der Sparsamkeit, 16
Gewichtsfunktion, 43
 $g(t)$, 43
Grenzwertsätze, 19
 Anwendbarkeit, 19

Halteglied
 Wirkungsplan, 39

 $y(t)$, 43

Kalman, 35

Kausale Systeme, 15
Kreisfrequenz ω , 22

Lineare Systeme, 14
LTI-System, 14

MIMO-System, 15
Minimale Realisierung, 16
Modell, 14

Nyquist-Abtasttheorem, *siehe* Abtaster

Offener Regelkreis, 10

P-Glied, 42
Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 22
 $\angle G(j\omega)$, 21
Phasenreserve α_R
 Empfohlener Bereich, 34
Polvorgabe, 34
 für Ausgangsrückführung, 34
 für Zustandsrückführung, 34
PT₂-Glied, 42

 Q_s Steuerbarkeitsmatrix, *siehe* Steuerbarkeit

Regelabweichung, 42
 Umdruck (S. 165), 42
Regelfaktor, 33
 sinnvoll, 33
 technisch Sinnvoll, 33
Regelungsnormalform, 15
Relativer Grad, 10, 14
 Umdruck (S. 26), 10
Routh / Hurwitz Stabilitätskriterium, 30

Shannontheorem, *siehe* Abtaster
Signale und Systeme, 9
Signale und Systeme im Regelkreis, 10
Sinusförmige Signale, 21
 Umdruck (S. 119), 21
SISO-System, 15
 $y(t)$, 43
 $1(t)$, 43
Sprungfähigkeit, 20
 im Zustandsraum, 20

in Abhängigkeit von rel. Grad r , 20
Sprungfähigkeit im Zustandsraum, 20
Stabilität
 Abtaster-Halteglied, 39
 Algebraische Stabilitätskriterien, 30
 Allgemeine Stabilitätskriterien, 30
 Routh / Hurwitz Stabilität, 30
stationary accuracy, *siehe* Stationäre Genauigkeit
 Umdruck (S. 164, 167, 260, 348, 552, 569), 42
Stationäre Genauigkeit, 41, 42
 Umdruck (S. 164, 167, 260, 348, 552, 569), 42
Steuerbarkeit, 35
 Kriterium von Kalman, 35
Systemantwort, 21
Systemordnung, 14
 $T_u - T_g$, 42
 Umdruck (S. 207), 42
 $u(t) = \sin(\omega t)$, 21
Vorzeichenkonvention, 10, *siehe* Umdruck (S.123)
Zeitinvariante Systeme, 14
Zeitkonstante, 16
Zeitkonstante T , 22
Zustandsraumdarstellung, 15
Übergangsfunktion, 43
 $h(t)$, 43