

• 吉布斯采样的每一步 涉及到将一个变量的值替换为以剩余变量的值为条件

$$z_i^{(t+1)} \sim p(z_i, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots)$$

采样序列

初始化 $\{z_i: i=1, \dots, M\}$.

对于 $t=1, \dots, T$:

$$\text{采样 } z_1^{(t+1)} \sim p(z_1 | z_2^{(t)}, z_3^{(t)}, \dots, z_m^{(t)})$$

$$\text{采样 } z_2^{(t+1)} \sim p(z_2 | z_1^{(t+1)}, z_3^{(t)}, \dots, z_m^{(t)})$$

\vdots

$$\text{采样 } z_m^{(t+1)} \sim p(z_m | z_1^{(t+1)}, z_2^{(t+1)}, \dots, z_{m-1}^{(t+1)}).$$

为什么 work

1. 为了证明这个步骤能够从所需的概率分布中采样，我们首先注意到对于吉布斯采样的每个步骤来说，概率分布 $p(z)$ 是不变的，因此对于整个马尔科夫链来说也是不变的。这是由于当我们从 $p(z_i | z_{\setminus i})$ 中采样时，边缘概率分布 $p(z_{\setminus i})$ 显然是不变的，因为 $z_{\setminus i}$ 的值是不变的。并且根据定义，对于每个步骤中来自正确条件概率分布 $p(z_i | z_{\setminus i})$ 的样本，条件概率分布都是不变的。由于条件概率分布和边缘概率分布共同确定的联合概率分布，因此我们看到联合概率分布本身是不变的。

2. 为了让吉布斯采样能够从正确的概率分布中得到样本，第二个需要满足的要求为各态历经性。各态历经性的一个充分条件是没有条件概率分布处处为零。如果这个要求满足，那么 z 空间中的任意一点都可以从其他的任意一点经过有限步骤达到，这些步骤中每次对一个变量进行更新。如果这个要求没有满足，即某些条件概率分布为零，那么在这种情况下应用吉布斯采样时，必须显式地证明各态历经性。



