应用变换分布为指数分布.

$z \sim U[0,1)$. 使用变换 $y = f(z)$.

$$p(y) = p(z)\left|\frac{dz}{dy}\right| \qquad \text{此时 } p(z)=1.$$

对上式积分有 $z = h(y) = \int_{-\infty}^{y} p(\hat{y})\,d\hat{y}$.

考虑, y服从指数分布.

$$p(y) = \lambda \exp\{-\lambda y\} \qquad y \in [0,\infty)$$

此时,

$$z = h(y) = \int_0^y p(\hat{y})\,d\hat{y} \qquad \text{因为 } z \in (0,1)$$

上两式结合, 有.

$$z = h(y) = 1 - \exp\{-\lambda y\}.$$

即

若对均匀分布 z 使用 $y = -\lambda^{-1}\ln(1-z)$ 进行变换.

则.

y 服从指数分布

应用变换 分布为 柯西分布.

$$p(y) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+y^2}$$

$$p(y_1, \dots, y_M) = p(z_1, \dots, z_M)\left|\frac{\partial(z_1, \dots, z_M)}{\partial(y_1, \dots, y_M)}\right|.$$

Box-Muller 方法

- 用于生成高斯概率分布的样本.

Q 步骤 A

1. 对 $(0,1)$ 均匀分布 $z \rightarrow 2z-1$ 变换
2. 丢掉 $z_1^2+z_2^2 \leq 1$ 的外点
3. $p(z_1, z_2) = \frac{1}{\pi}$.
4.
$$\begin{cases} y_1 = z_1\left(\frac{-2\ln r^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ y_2 = z_2\left(\frac{-2\ln r^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \qquad r^2 = z_1^2+z_2^2$$

Q y_1 与 y_2 的联合分布 A.

1.
$$p(y_1, y_2) = p(z_1, z_2)\left|\frac{\partial(z_1, z_2)}{\partial(y_1, y_2)}\right|$$
$$= \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{y_1^2}{2}\right\}\right]\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{y_2^2}{2}\right\}\right].$$
2. y_1 与 y_2 独立
3. y_1 与 y_2 服从 $N(0,1)$

变换方法的特点

1. 依赖于它能够进行计算所需的概率分布,
2. 能够求所需的概率分布的不定积分的反函数.
3. 只对一些非常有限的简单的概率分布可行.