

PROMOVIENDO LA MATEMÁTICA EMERGENTE

Eugene A. Geist, Ph.D.

Universidad de Ohio USA

La matemática emergente requiere que los maestros aprovechen el desarrollo matemático natural de los niños y el ambiente matemático con el cual el niño interactúa diariamente. Estas interacciones serán diferentes dependiendo de la edad y el nivel de desarrollo del niño, pero emerge desde el interior del niño, más que de la enseñanza directa del adulto. Muchos conceptos matemáticos básicos no pueden y no deben enseñarse directamente a los niños pequeños. Sin embargo, usando el concepto de la matemática emergente, los educadores de niños pequeños pueden hacer énfasis y animar la interacción de los niños con las personas, las experiencias, y los materiales a su alrededor como medios para promover y animar los conceptos de la matemática emergente. La lógica de los niños y el pensamiento matemático se desarrollan a través de la interacción matemática.

Sin embargo, no todo el conocimiento matemático se desarrolla de manera natural. Tampoco la matemática se aprende mejor en aislamiento. El papel del maestro en el desarrollo y aprendizaje de la matemática es muy importante. Los niños necesitan nutrirse y facilitar su aprendizaje para ayudarlos en su progreso hacia niveles matemáticos más altos. La importancia del maestro en la guía, cuestionamiento y facilitación del proceso de solución de un problema no puede ser desestimada, incluso cuando no proporcione las respuestas.

Tratando a los Niños como Matemáticos

Cuando empezamos a pensar en los niños, como matemáticos competentes, que si bien trabajan los problemas apropiados para su edad, están usando los mismos procesos y están pensando como matemáticos avanzados, cambiamos la manera de pensar sobre el desarrollo del currículo. Para hacer esto debemos conocer qué hacen los matemáticos cuando se les presenta con un problema. Podemos aplicar entonces estos principios para diseñar los currículos de matemática para los niños pequeños.

Los matemáticos trabajan a menudo durante un tiempo en un solo problema.

Pueden pasarse meses y años pensando y trabajando sobre la demostración a un problema dado. Para mejorar sus habilidades en la solución de los problemas a los estudiantes se les debe presentar una menor cantidad de problemas y ofrecerles un mayor tiempo para solucionarlos. En la realidad, a los niños se les dan a menudo muchos problemas y poco tiempo para completarlos. A los estudiantes se les debe permitir un margen amplio de tiempo para trabajar unos pocos problemas significativos (o incluso uno solo) en lugar de una hoja de cálculo de 20, 50 o incluso 100 problemas (Kamii et al., 2000).

Los matemáticos colaboran con sus colegas y estudian el trabajo de otros.

La interacción social es uno de los aspectos más importantes en un matemático. Un aula de matemáticas debe incluir muchas oportunidades para la interacción social (Kamii & la Asociación Nacional para la Educación de Niños Pequeños, 1982). Piaget sentía que el simple acto de un niño explicando la metodología utilizada en la solución del problema a otro niño, mejora su capacidad para comprender su propio proceso de pensamiento. ¿No ha tenido usted la experiencia de estar explicando alguna vez algo a alguien y comprender a mitad de la explicación que ha cometido un error? Vigotski, por otro lado sintió que la interacción social necesitaba ser más bien la del tipo de modelo tutorado. Un niño más experimentado puede ayudar a otro con menos experiencia en la resolución de un problema de manera más eficiente. Ambos puntos de vista pueden desarrollarse en la práctica real del aula, haciendo que los niños interactúen recíprocamente, defiendan y argumenten sus respuestas, y asesoren a sus iguales cuando estos necesitan ayuda. Si los niños van a ser vistos como matemáticos jóvenes, debemos permitirles colaborar, argüir, consultar, defender, preguntar, explicar, y proponer preguntas a y con otros estudiantes que usan las ideas matemáticas (Kamii, Lewis, & Jones 1991, 1993).

Muchas lecciones y tareas de matemática se diseñan para ser actos solitarios. No se anima a que los niños defiendan las soluciones o colaboren en la solución de los problemas. En cambio se les da hojas de trabajo práctico individuales y se les pide que las completen en silencio. Sin la interacción, los niños solamente memorizan cómo llegar a la solución correcta sin desarrollar la comprensión. Mientras esta memorización a menudo ayuda los resultados en los exámenes a corto plazo, daña la comprensión

conceptual a largo plazo.

Los matemáticos deben demostrar para si mismos que su solución es la correcta y así debe ser para los niños.

Los matemáticos deben cuestionar las asunciones y comprender la matemática detrás de sus respuestas. Ellos deben demostrarse a si mismo y a otros que sus soluciones son correctas, y por qué. Si se enseña a los estudiantes meramente a memorizar las respuestas y a confiar constantemente en sus maestros para que les confirmen si son correctas o no, entonces se le esta negando a los estudiantes ese importante proceso de demostrar una solución (Weinstein, 2002)

Muchas aulas tradicionales usan el modelo de llamada - respuesta. En un reciente estudio en vídeo tape, esto se hizo evidente en muchos países alrededor del mundo. En un aula, el maestro convocó el problema y el estudiante debería dar una respuesta. Si la misma era incorrecta, el maestro preguntaría retóricamente, "¿usted está seguro de su respuesta? " y entonces llamará a otro estudiante para que ofreciera la respuesta correcta y luego reforzar la misma, repitiéndola y comentando que era "Valida" o "Correcta." En contraste, en un aula japonesa, después de que a los estudiantes se le había dado tiempo para pensar y discutir su respuesta, se les pidió presentar y defender sus soluciones ante la clase. El maestro no les dijo si su solución era correcta o no, sino que preguntó a la clase si habían entendido cómo el estudiante había llegado a la respuesta. A los estudiantes entonces se les exigió razonar y demostrar sus respuestas.

Los problemas en los cuales trabajan los matemáticos son complejos.

Los problemas complejos promueven las habilidades de resolución de problemas. Los niños, como los matemáticos, deben sumergirse en problemas complejos, que requieren de un pensamiento numérico complejo y de resolución matemática. Los buenos problemas son aquellos que les piden a los estudiantes encontrar soluciones innovadoras sin un límite específico de tiempo fijado a su proceso de pensamiento (Kamii et al., 2000; Kamii et al., 2003; Kamii, Knigh, & Teacher, 1990). Los problemas pueden y deben incentivar la discusión e incluso la discordancia entre los estudiantes.

Esto no significa que los problemas tienen que ser demasiado complicados o rebuscados, pero deben diseñarse para incentivar el proceso de pensar de los niños, en lugar de promover simplemente la memorización y repetición. Marilyn Burns (1992) perfiló cuatro criterios a tener en cuenta a la hora de diseñar un buen problema de matemática:

- 1) debe haber una situación perpleja que el estudiante pueda entender.
- 2) el estudiante está interesado en encontrar una solución.
- 3) el estudiante es incapaz de proceder directamente hacia la solución.
- 4) la solución requiere de la aplicación de las ideas matemáticas.

Con este criterio simple, los maestros pueden desarrollar problemas de matemática que comprometan y promuevan el proceso del pensamiento matemático. El problema del "Caballo" que se le pidió que presentara antes a sus amigos, constituye un buen problema desde esta perspectiva. Mientras puede parecer que este problema es demasiado avanzado para alumnos de primer grado, debido a que hay numerosas maneras de resolverlo, ellos disfrutaban tratando de solucionarlo.

Los matemáticos reciben satisfacción del proceso de solución del problema y se enorgullecen de sus soluciones.

Los niños entenderán los conceptos y procedimientos matemáticos de manera más completa si se les permite usar su propio proceso de pensamiento para explorar la matemática más profundamente. (Kamii, Lewis, & Jones, 1993). Ello les permite hacer conexiones con el conocimiento previo y las experiencias reales de la vida. En el proceso de discutir y comparar los métodos diferentes que utilizan para alcanzar las soluciones, los niños fortalecen su comprensión de los conceptos y procedimientos.

En el mismo estudio del aula japonesa mencionado antes los estudiantes discutieron el problema diario con el maestro. Los estudiantes preguntaron si podían aplicar los procedimientos aprendidos a otras situaciones similares. El maestro contestó pidiéndoles que pensarán sobre eso, que probarán algunas alternativas en la casa esa noche, para ser discutidas en clase al día siguiente. En esencia, los

estudiantes desarrollaron su propia tarea y estaban entusiasmados tanto por el proceso como con el contenido del trabajo diario. Ellos demostraron un gran sentido de realización.

Los niños pueden entusiasmarse grandemente ante un problema de matemática y sentir placer en el proceso de su solución. Si a los niños se les permite pensar por si mismos, discutir y defender sus ideas, la matemática se vuelve en algo tan divertido como intentar terminar un juego de video o trabajar diligentemente en la solución de un rompecabezas.

Los matemáticos usan los esfuerzos infructuosos como el camino de piedra hacia las soluciones.

Si realmente queremos que los niños sean tratados como matemáticos, necesitamos animarlos a comprender que ellos tienen que probar muchas aproximaciones diferentes, algunas sin éxito, antes de alcanzar una solución. Necesitamos poner énfasis en el valioso pensamiento matemático que se lleva a cabo en la mente del niño, en lugar de enfatizar en la obtención de una respuesta correcta. Debe enfatizársele al niño que todo esfuerzo infructuoso y todo error cometido pueden ser las piedras del camino hacia las soluciones.

Una actitud negativa ante las respuestas puede tener consecuencias desastrosas en la forma en que los niños interactúan con la matemática. Se puede desarrollar una ansiedad para la matemática si el fracaso avergüenza al niño o si estos perciben un factor de riesgo demasiado alto (Burns, 1998; Kitchens, 1995; Stuart, 2000).

La matemática debe presentarse como un proceso dónde las respuestas erróneas son un elemento natural y recurrente, no un callejón sin salida. En lugar de solucionar "mal" un problema, los niños deben entender que se ha progresado en la búsqueda de la solución correcta, y se les debe animar a que continúen trabajando (Kamii e Instituto para el Desarrollo Educacional, 1996; Kamii et al., 2003).

Las implicaciones para la Educación Temprana

Los niños tienen un celo y curiosidad natural para la exploración y comprensión que se aplica al aprendizaje de la matemática. Si se les anima a que actúen como pequeños matemáticos y usen su habilidad natural del pensamiento para atacar y resolver los problemas, como vemos en las aulas de Japón, la matemática no se vuelve un quehacer sino un desafío atractivo para el estudiante.

La excitación para la matemática debe ser la meta de cada maestro de matemática. Este tipo de cambio filosófico no se lleva a cabo haciendo énfasis en métodos de “corta y clava” o a través de exámenes adicionales obligatorios. Si los niños han de ser vistos y tratados como pequeños matemáticos desde el principio, muchas creencias y prácticas actuales tendrán que ser cambiadas deliberadamente. Podemos cosechar las habilidades del pensamiento matemático en los niños ofreciendo materiales y experiencias que construirán una base sólida para el aprendizaje matemático en el futuro.

Reuniendo los Pedazos: El Acercamiento "3 E"

Las tres “Es” significan Entorno, Experiencia, y Educación. Para cada nivel de edad (los lactantes y párvulos, los preescolares y los de kindergarten, y los de las primarias) uno de las Es será de una importancia primordial. (Vea Fig. 1.5).

En el caso de los lactantes y los párvulos discutiremos cómo el Entorno constituye el enfoque primario en la educación de la matemática. Con estos niños pequeños, necesitamos pensar sobre la estructuración del ambiente para que ellos puedan interactuar y construir conceptos pre-numéricos importantes a través de la interacción con los objetos, las comparaciones en su entorno, y el juego sensorio-motor.

El enfoque para aprender la matemática en Preescolar y Kindergarten estará en las *Experiencias*. Estos niños construyen los conceptos matemáticos a través de la experiencia cotidiana, contando, utilizando números y objetos de diferentes formas en su juego y actividades escolares. Los maestros necesitarán asegurarse de que cuando diseñen experiencias para los niños de esta edad, las experiencias matemáticas sean ampliamente consideradas. En la primaria nos enfocaremos en la *Educación*. Aquí es

donde la instrucción matemática, aún en cierto grado dirigida por el maestro pero todavía centrada en el niño, tiene lugar. Aquí es también donde las normas tienen especial importancia. Cuando usted diseña programas educativos de adición, sustracción, multiplicación, división, etc., para los niños de primaria, siempre necesitará tener presente en la mente los principios y las normas. Aunque discutiremos en detalle estas normas en la parte II, aquí van algunos puntos claves para recordar.

- Las normas son una meta y usted puede desarrollar pasos para lograrlas. Usted no tiene que lograr el indicador de una sola vez.
- Cada Estado tiene normas diferentes. Conozca las normas de su Estado.
- Tenga presente los 6 principios de la NCTM al elaborar el currículo. Ellos son tan importantes como las normas y los indicadores.
- Las Normas no dictan cómo deben enseñarse, por tanto sea creativo. Use un acercamiento centrado en el niño y constructivista.
- Recuerde que cada niño y cada nivel de edad es diferente no sólo en lo que saben, sino también en cómo lo aprenden. Las normas son las mismas para todos los niños, pero no así la forma en que cada niño llega a esas normas.
- Sea flexible. Los libros de texto son a menudo muy prescriptivos y de alcance amplio. Use el libro de texto para ayudarle alcanzar las normas exigidas en su Estado. No use el libro de texto simplemente de portada a portada.

Un currículo centrado en el niño es aquel que se construye, se lleva a cabo y se informa en función de los intereses de los niños y su desarrollo (Helm & Katz, 2001; L. Katz & Chard, 2000). Ello no significa que el maestro simplemente haga todo lo que los niños quieren hacer y les permita que pasen el tiempo corriendo de un lado a otro como pequeños diablillos. Significa que el maestro conoce las habilidades de cada niño, su nivel de desarrollo, e intereses y construye un currículo alrededor de ese conocimiento. En un currículo centrado en el niño, el planeamiento comienza con las ideas y preguntas del niño y ahí nos movemos hacia el contenido. En otros términos, el currículo se diseña para ajustarse al niño, no al revés.

La enseñanza no tiene que ser la de un maestro delante de una clase taladrando hechos en el cerebro del estudiante. Un acercamiento centrado en el niño

funcionará tan bien como éste, si no mejor y hará que sus estudiantes disfruten el proceso de aprendizaje (Helm & Beneke, 2003,; Helm & Katz, 2001,; L. el Katz & Chard, 2000). Aún así muchos maestros tienen una lista de razones por las cuales no pueden llevar a cabo un currículo centrado en el niño en sus aulas. Usted puede oír algunos de estos argumentos incluso en los laboratorios, durante las observaciones de campo, la enseñanza de estudiantes o las prácticas.

Un acercamiento centrado en el niño para la matemática le exige a los maestros que piensen en el niño como un ser activo, pensante, en lugar de simplemente como un vaso vacío que debe ser llenado por pedazos de conocimiento matemático aislado (Helm & Beneke, 2003,; L. el Katz & Chard, 2000,; L. L. el Katz et al., 1981). Las asunciones que están debajo de este acercamiento nos llevan a la discusión de cómo tratar a todos los niños como si fueran matemáticos pequeños:

1. Cuando los niños actúan como los facilitadores del proceso de aprendizaje, pueden construir la matemática de una manera más beneficiosa.
2. El proceso de solución del problema es tan importante como saber conseguir la respuesta correcta.
3. Darle a los niños la palabra en el proceso de aprendizaje y escuchar sus ideas sobre matemática, pueden guiar el proceso de desarrollo del currículo de estudios de matemática.
4. No hay una sola manera de resolver cualquier problema particular y permitiendo que el niño lo resuelva en la forma que él lo entienda, en lugar de imponerle que use determinado método, lleva a una comprensión conceptual más profunda de la matemática.

Estas asunciones deben ayudar a ampliar su comprensión de lo que debe y puede ser la enseñanza. Aplicando estas asunciones, sobre cómo los niños aprenden la matemática, a escala de las normas nacionales y estatales se abren las oportunidades para un currículo de matemática centrado en el niño que se individualiza para satisfacer las necesidades de cada estudiante. Esto es importante porque no todos sus estudiantes estarán en el mismo nivel de competencia en las matemáticas. Por ejemplo, si dos estudiantes trabajan en un problema de matemática y llegan a la misma respuesta, no podemos asumir que simplemente porque lograron realizar la

misma tarea y consiguieron la misma respuesta, los dos estaban pensando de la misma forma e incluso al mismo nivel cognoscitivo.

Un buen ejemplo de un currículo centrado en el niño y constructivista puede encontrarse en el vídeo "Alumnos de primer grado dividiendo 62 entre 5" (Kamii, Clark, Housman, & Maestros, 2000). La maestra, Leslie Baker Houseman, les pone el siguiente problema a los niños.

Joe tiene 62 centavos. Las gomas de borrar en la tienda escolar cuestan 5 centavos cada una. ¿Cuántas gomas de borrar puede comprar Joe?

Luego Leslie deja que los niños trabajen individualmente en sus asientos el problema en cuestión. Mientras esto ocurre la maestra va realizando cuatro cosas importantes que hacen que esta actividad sea centrada en el niño y constructivista. Primero, ella hace que los niños le expliquen cómo ellos están resolviendo el problema haciéndoles preguntas. Segundo, ella no le está diciéndoles a los niños si lo están haciendo bien o mal; no está haciendo ningún comentario que juzgue o guíe los métodos utilizados por los niños. Tercero, ella anima a que los niños discutan sus respuestas y métodos entre sí e incluso para que argumenten, hasta que se convenzan que un método es mejor que el otro.

La cuarta cosa que ella hace es explorar el fondo contextual y cultural de los niños. Los niños saben sobre gomas de borrar y sobre como comprarlas en la tienda escolar. Éste es un acto que ellos han tenido la oportunidad de realizar diariamente. Esto hace que el proceso entero sea relevante para los estudiantes y por consiguiente más atractivo. Ayuda a que entiendan las razones por la que deben aprender matemática.

Después de que los niños han tenido el tiempo suficiente para pensar y discutir sus respuestas, Leslie reúne la clase en un grupo grande delante de la pizarra y le pide a cada niño que dé su solución. Nuevamente, ella no juzga la "certeza" de la respuesta, sino que les pregunta a los niños si están de acuerdo o discrepan con la respuesta y el método usado. Lo que queda claro, rápidamente, es que aunque los niños pueden

estar dando la misma respuesta de 12 gomas con 2 centavos de vuelto, sus métodos muestran un gran rango de habilidades cognitivas.

Un niño dibujó 62 marcas, para luego hacer círculos alrededor de grupos de a 5. Luego contó cuantos círculos había hecho para llegar al resultado de 12. Otro niño contó hasta 60 de 5 en 5, escribiendo el número cinco tantas veces como sigue:

5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 2

A medida que escribía cada numero cinco, decía "cinco" "diez" "quince" etc... hasta que él alcanzó 60 entonces, luego escribió el 2 y concluyó que tenía 2 centavos de vuelto. Otro niño comentó que diez veces cinco eran 50 y dos cinco más eran 10 más y eso equivalía a 12. Algunos niños en la clase parecieron tener problemas en comprender este método, pero es obvio que este niño se haya en un nivel un poco más adelantado que los otros.

Aunque los niños llegan a la misma respuesta, no significa que están todos en el mismo nivel de comprensión. El núcleo de una instrucción centrada en el niño es diseñar actividades que les permiten a éstos usar su habilidad natural e innata de pensar y solucionar problemas. Los maestros deben permitirles a los estudiantes tanto como sea posible usar estos procesos (Kamii & Chameketa, 1982,; El Kamii et al., 2000).

Estaremos ofreciendo elementos de un currículo de este tipo a lo largo de la Parte II. El llevar a cabo esta aproximación puede ser demandar mucho de un maestro de matemática, requiriendo de flexibilidad, espontaneidad, y creer en uno mismo. Todos estos rasgos son evidentes en un concepto clave al currículo centrado en el: el momento de la enseñanza

Los momentos de la enseñanza.

El tiempo utilizado durante la preparación raramente es tiempo perdido. Muchos maestros tienen problemas simplemente porque no planifican y preparan. Otros planean tan rígidamente que hay poco espacio para la espontaneidad y flexibilidad. El

truco es encontrar un equilibrio en la planificación y preparación que todavía permita la flexibilidad y la habilidad para sacar provecho de los momentos de la enseñanza.

Los momentos de la enseñanza son aquellos momentos especiales cuando todas las estrellas y planetas están correctamente alineadas y algo mágico ocurre en su aula: un niño pregunta algo de lo que usted está enseñando porque está verdaderamente interesado en la lección. Éstas son las oportunidades para ayudar al estudiante a hacer una conexión entre un nuevo concepto y su propia vida. Podría parecer como una digresión de la lección planificada, pero un momento de éste tipo llega al núcleo del currículo centrado en el niño porque el interés de su estudiante guía tanto su instrucción y como el contenido matemático que usted está cubriendo. Hay requisitos que deben cumplir los maestros cuando ocurre un momento de la enseñanza. Primero, usted tiene que reconocer que ese momento ha llegado. Muchos maestros no siempre valoran lo que los niños tienen que decir en sus aulas, y por consiguiente pierden la oportunidad cuando un comentario de un niño pudiera llevar a un momento de la enseñanza. Escuchar a sus estudiantes y tomar sus comentarios y preguntas es vital para reconocer estos momentos de enseñanza.

Segundo, los maestros deben estar propensos a consagrar tiempo a los comentarios y preguntas del niño. A menudo ello significa abandonar lo que usted había planeado y seguir un nuevo curso. Esto es a menudo difícil porque los maestros están bajo la presión de cubrir una gran cantidad de material en determinado espacio de tiempo. Sin embargo, los momentos de la enseñanza ofrecen muchas oportunidades de darle profundidad al currículo. La flexibilidad es tan importante como la habilidad del maestro para pensar y actuar rápidamente.

Tercero, algunos maestros no se sienten lo bastante seguros alrededor de ciertos temas y, por consiguiente, incómodos en llevar la lección hacia aguas desconocidas. A los maestros les gusta tener la respuesta para cada pregunta, pero con estos momentos de enseñanza, ello no siempre es posible. A menudo, lo más difícil para un maestro es decir "Yo no sé." Esto se convierte en algo muy distinto si el maestro dice, "Yo no sé. ¿Alguno de ustedes tiene alguna idea de cómo podemos encontrar la respuesta? ¿Recuerda a Leslie Baker Houseman y los niños dividiendo 62 por 5? Ella utilizó el cuestionamiento para guiar el pensamiento de los niños, en lugar

de como una vía para decirles si tenían o no razón. Ésta es la habilidad que necesitamos desarrollar como maestros.

Finalmente, los maestros deben valorar y animar este intercambio intelectual. Muchos maestros no ven la utilidad de los momentos de enseñanza en el esquema más amplio de las cosas. Sin embargo, en un aula centrada en el niño, el maestro es un facilitador del conocimiento; tanto los niños y como el maestro son aprendices. Los niños en este modelo se vuelven más capacitados para hacer las preguntas y buscar ellos mismos sus respuestas.