Laboratorio di Fisica 1: Esperimento 3, *Molla Elicoidale*

Andrea Vacchi

Aprile 2021

Contents

Abstract

L'esperimento dell'oscillatore armonico ha due fasi: una statica e una dinamica. Entrambe hanno lo scopo dimostrare l'attendibilità della legge di Hooke, quindi determinare la costante eleastica della molla in considerazione, e stimare l'acclerazione di gravità a Pavia.

1 Le Leggi degli oscillatori Armonici

1.1 L'oscillatore armonico ideale

L'equazione differenziale che descrive il moto di un oscillatore ideale è la seguente:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) + x_m \tag{1}$$

1.2 L'oscillatore armonico reale

Tuttavia, come nel nostro esperimento, la massa M appesa alla molla oscilla nell' aria, dobbiamo considerare il sistema come un oscillatore reale, a causa dell'effetto di smorzamento esercitato dall'aria. Dobbiamo quindi usare la legge:

$$x(t) = e^{-\gamma t} A\cos(\omega_0 t + \phi) + x_m \tag{2}$$

Eseguendo il "best fit" dei dati sperimentali attraverso l'applicazione della funzione 1, è possibile ricavare, per tutte le masse note:

- La frequenza angolare di oscillazione: $\omega_s \pm \delta\omega_s$
- Il coefficiente di smorzamento del moto: $\gamma \pm \delta\gamma$
- La posizione di equilibrio della massa: $x_M \pm \delta\ x_M$

Si riporta come esempio il grafico dell'equazione di M_0 nel caso dinamico:

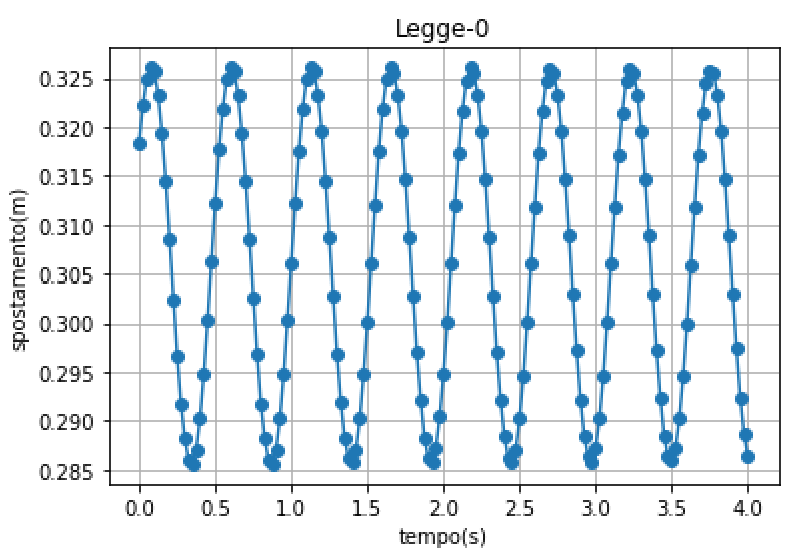


Figure 1: Legge oraria di M_0.

2 Scopo dell'esperimento

2.1 Obiettivi

Gli obiettivi dell'esperimento sono:

1. Verificare la trascurabilità dell'attrito viscoso dell'aria.
2. Verificare la legge di Hooke e determinare la costante elastica k dalla misura di M e x_{M}.
3. Verificare la legge di Hooke e determinare k e massa effettiva della molla me dalla misura di M e T_0.
4. Fornire una stima dell'accelerazione di gravità g dalla misura di x_{M} e T_0.

2.2 Materiale

Per svolgere l'esemperimento è stato utilizzato:

- Molla elicoidale.
- Metro di $30cm$.
- Sensore di movimento a $40Hz$.
- Bilancia.
- Computer, dove abbiamo usato: "" per la raccolta dati del sensore e "Google Colab" per l'analisi dei dati.

3 L'esperimento

3.1 Verifica della trascurabilità dell'attrito viscoso dell'aria

Eseguendo il fit per tutte le masse, anche per un oscillatore ideale, ricavo i seguenti valori di ω_0:

ω_0 (rad/s)	11.6909	11.1334	10.3495	9.8003	9.2777	8.8811

Sfruttando la relazione:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{\mathrm{s}}^{\mathbf{2}} - \gamma^{\mathbf{2}}} \tag{3}$$

Posso confrontarli con ω_{s} e $\delta\omega_{\mathrm{s}}$ e constatare che:

$$\omega_0 - \omega_{\mathrm{s}} \leq \delta\omega_{\mathrm{s}} \tag{4}$$

Ciò mi permette di trascurare dell'attrito viscoso dell'aria.

3.2 Determinazione k da M e x_M

La legge di Hooke afferma che:

$$F = Mg = kx_M \tag{5}$$

Ponendo i valori di x_M sulle ascisse e di $F = Mg$ sulle ordinate, si ottiene una funzione lineare il cui coefficiente angolare è la costante elastica k della molla.

Per l'errore su F considerando δg nullo:

$$\delta F_i = \frac{\delta M_i}{M_i} F_i \tag{6}$$

Possiamo quindi determinare la costante elastica come il coefficiente angolare della funzione.

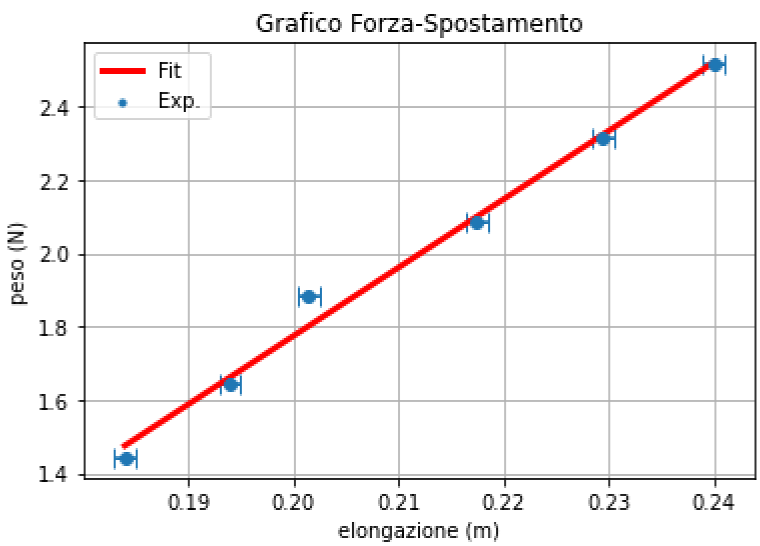


Figure 2: Grafico fit Peso-Allungamento.

$k \pm \delta k = (18.682 \pm 0.952) \frac{N}{m}$

3.3 Determinazione $\boldsymbol{k}$ e massa effettiva della molla $\mathrm{m_e}$ da $\boldsymbol{M}$ e T_0

Ricaviamo la funzione che andremo a rappresentare dalla definizione di frequenza angolare:

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M+m_e}} \\ \\ T_0 = 2\pi\omega_0 \end{cases} \tag{7}$$

E ottengo:

$$M = k\frac{T_0^2}{4\pi^2} - m_e \tag{8}$$

Sfruttando la relazione tra periodo di oscillazione reale e pulsazione, siamo in grado di trovare una funzione lineare con k come coefficiente angolare ed m_e come intercetta.

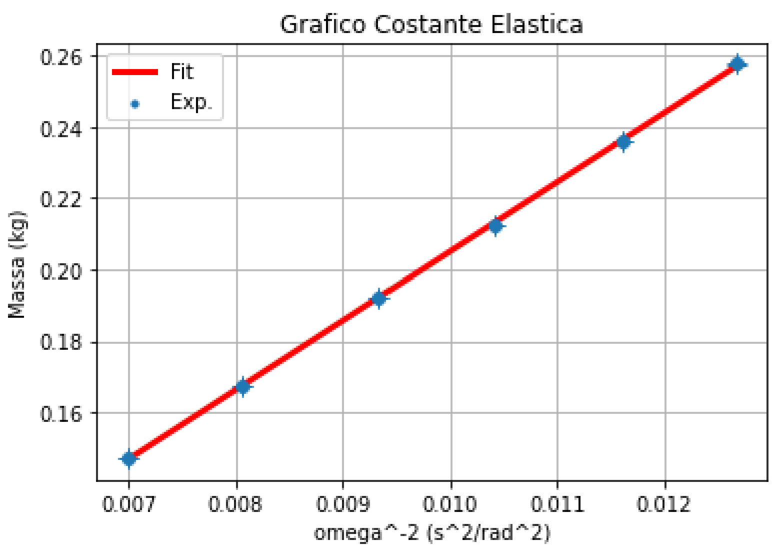


Figure 3: Grafico fit di Massa-Periodo.

$k \pm \delta k = (19.391 \pm 0.102)\frac{N}{m}$

$m_\mathrm{e} \pm \delta m_\mathrm{e} = (0.0111 \pm 0.001025) kg$

3.4 Stima dell'accelerazione di gravità g da x_M e $\mathbf{T_0}$

Dal sistema precendente, sappiamo che:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M+m_e}{k}} \rightarrow T_0^2 = 4\pi^2\frac{M+m_e}{k} \tag{9}$$

E otteniamo una funzione di forma:

$$x_m = \frac{T_0^2}{4\pi^2}g - \frac{m_e g}{k} \tag{10}$$

Dal fit possiamo ricare g che corrisponde al coefficente angolare.

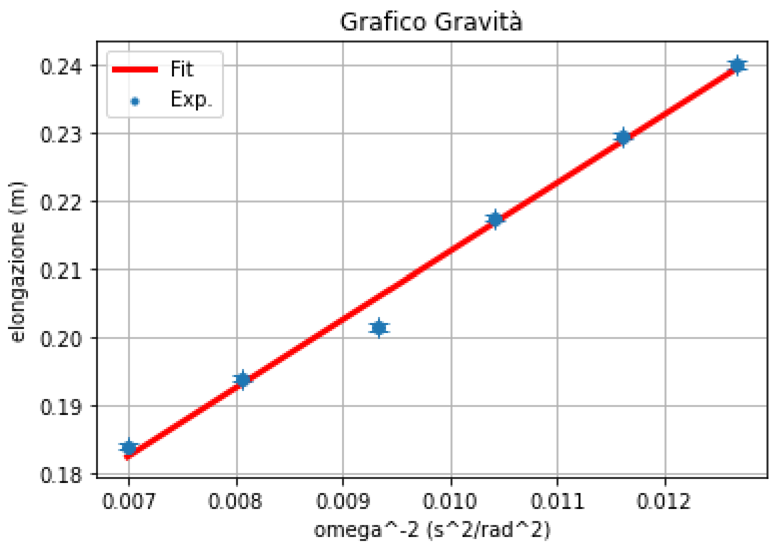


Figure 4: Grafico fit di Allungamento-Periodo.

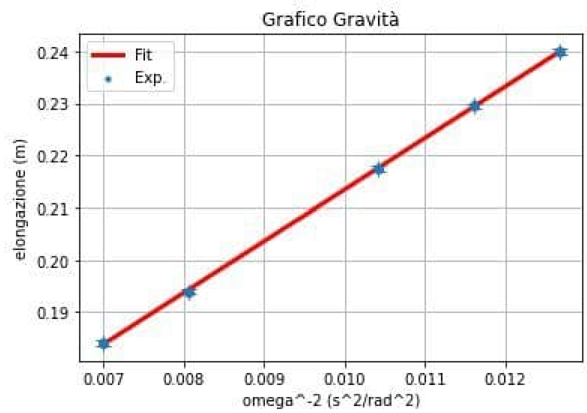
$g \pm \delta g = (10.0073 \pm 0.5120)\frac{m}{s^2}$

4 Conclusioni

Tutti gli obiettivi dell'esperimento sono stati raggiunti. In particolare, i due valori della costante elastica della molla, ricavati da funzioni diverse, sono tra di loro confrontabili e la loro differenza è minore dell'errore massimo.

Deludente è il risultato dell'accelerazione di gravità g, che ha un errore troppo grande e si discosta di $0.2025m/s^2$ dal suo valore effettivo a Pavia ($9,80481m/s^2$), questo significa che la misura non è né precisa né accurata. Sarebbe stato possibile migliorare la stima prendendo più misurazioni e correggere il terzo punto del Grafico 4 che è notevolmente lontano dalla "best-fit".

A tal proposito, proponiamo la stima di g escludendo il dato incriminato:



Da cui estrapolo che: $g \pm \delta g = (9.8870 \pm 0.0571)$ Questo valore è nettamente più preciso e accurato. Ciò significa che con un set di dati più grande e con misurazioni più precise avremmo ottenuto un risultato più soddisfacente.

Si deduce che l'errore che affligge il trezo dato è sistemato e casuale.