Laboratorio di Fisica 1: Esperimento 3, *Molla Elicoidale*

Andrea Vacchi

Aprile 2021

Contents

Abstract

L'esperimento dell'oscillatore armonico ha due fasi: una statica e una dinamica. Entrambe hanno lo scopo dimostrare l'attendibilità della legge di Hooke, e quindi determinare la costante eleastica della molla in considerazione, e stimare l'acclerazione di gravità a Pavia.

1 Le Leggi degli oscillatori Armonici

1.1 L'oscillatore armonico ideale

L'equazione differenziale che descrive il moto di un oscillatore ideale è la seguente:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) + x_m \tag{1}$$

1.2 L'oscillatore armonico reale

Tuttavia, come nel nostro esperimento, la massa M appesa alla molla oscilla nell' aria, dobbiamo considerare il sistema come un oscillatore reale, a causa dell'effetto di smorzamento esercitato dall'aria. Dobbiamo quindi usare la legge:

$$x(t) = e^{-\gamma t}A\cos(\omega_0 t + \phi) + x_m \tag{2}$$

Eseguendo il "best fit" dei dati sperimentali attraverso l'applicazione della funzione 1, è possibile ricavare, per tutte le masse note:

- La frequenza angolare di oscillazione: $\omega_\mathrm{s} \pm \delta\omega_\mathrm{s}$
- Il coefficiente di smorzamento del moto: $\gamma \pm \delta\gamma$
- La posizione di equilibrio della massa: $\mathrm{x_M} \pm \delta\mathrm{x_M}$

Si riporta come esempio il grafico del fit di $\mathrm{M_0}$:

2 Scopo dell'esperimento

Gli obiettivi dell'esperimento sono:

1. Verificare la trascurabilità dell'attrito viscoso dell'aria.

2. Verificare la legge di Hooke e determinare la costante elastica k dalla misura di M e $\mathrm{x_M}$.

3. Verificare la legge di Hooke e determinare k e massa effettiva della molla me dalla misura di M e $\mathrm{T_0}$.

4. Fornire una stima dell'accelerazione di gravità g dalla misura di $\mathrm{x_M}$ e $\mathrm{T_0}$.

3 L'esperimento

3.1 Verifica della trascurabilità dell'attrito viscoso dell'aria

Eseguendo il fit per tutte le masse, anche per un oscillatore ideale, ricavo i seguenti valori di ω_0:

ω_0	1	2	3	4	5	6

Sfruttando la relazione:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_\mathrm{s}{}^{\mathbf{2}} - \gamma^{\mathbf{2}}} \tag{3}$$

Posso confrontarli con ω_s e $\delta\omega_\mathrm{s}$ e constatare che:

$$\omega_0 - \omega_\mathrm{s} \leq \delta\omega_\mathrm{s} \tag{4}$$

Ciò mi permette di trascurare dell'attrito viscoso dell'aria.

3.2 Determinazione k da M e $\mathrm{x_M}$

La legge di Hooke afferma che:

$$F = Mg = kx_\mathrm{M} \tag{5}$$

Ponendo i valori di $\mathrm{x_M}$ sulle ascisse e di F = Mg sulle ordinate, si ottiene una funzione lineare il cui coefficiente angolare è la costante elastica k della molla.

L'errore sul valore di $\mathrm{x_M}$ è stato calcolato seguendo la legge di propagazione degli errori, sommando gli errori assoluti delle singole misure, ciò che ottengo dunque è $\mathrm{x_M} = 2\delta s$ dove s è la distanza dal sensore misurata direttamente dal fit.

Analogamente, per l'errore su F considerando δg nullo:

$$\delta F_i = \frac{\delta M_i}{M_i} F_i \tag{6}$$

Possiamo quindi detterminare la costante elastica: $k \pm \delta k = (19.391 \pm 0.1021)\frac{N}{m}$

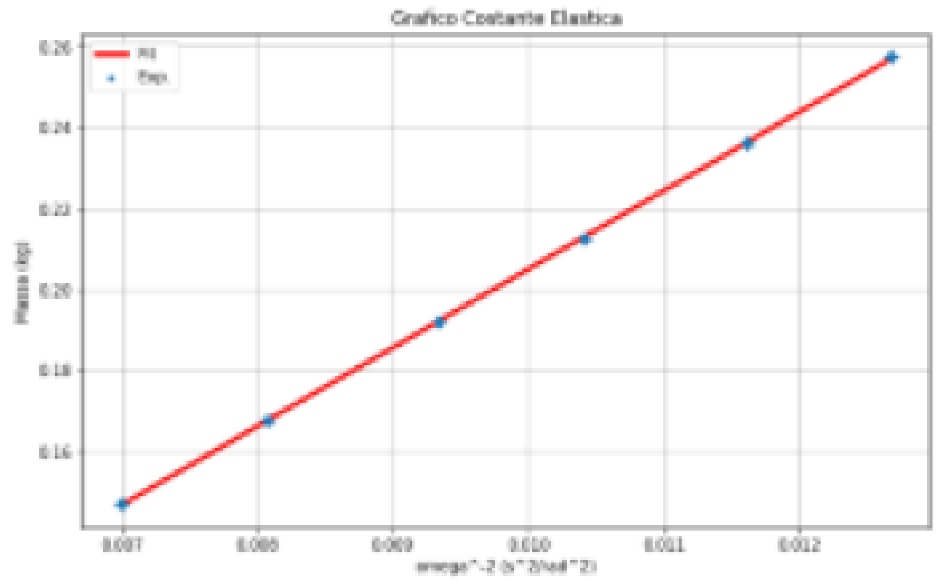

Figure 1: Grafico fit di

3.3 Determinazione k e massa effettiva della molla $\mathbf{m_e}$ da $\mathbf{M}$ e $\mathbf{T_0}$

Ricaviamo la funzione che andremo a rappresentare dalla definizione di frequenza angolare:

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M+m_e}} \\ \\ T_0 = 2\pi\omega_0 \end{cases} \tag{7}$$

E ottengo:

$$M = k\frac{T_0^2}{4\pi^2} - m_e \tag{8}$$

Sfruttando la relazione tra periodo di oscillazione reale e pulsazione, siamo in grado di trovare una funzione lineare con k come coefficiente angolare ed m_e come intercetta.

(plot)

$k \pm \delta k = (19.391 \pm 0.1021)\frac{N}{m}$

$m_{\mathrm{e}} \pm \delta m_{\mathrm{e}} = (0.0111 \pm 0.001025)kg$

3.4 Stima dell'accelerazione di gravità g da $\mathbf{x_M}$ e $\mathbf{T_0}$

Dal sistema precendente, sappiamo che:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M + m_e}{k}} \to T_0^2 = 4\pi^2\frac{M + m_e}{k} \tag{9}$$

E otteniamo una funzione di forma:

$$x_m = \frac{T_0^2}{4\pi^2}g - \frac{m_e g}{k} \tag{10}$$

Dal fit possiamo ricare g che corrisponde al coefficente angolare.
(plot)

$g \pm \delta g = (10.0073 \pm 0.5120)\frac{m}{s^2}$

4 Conclusioni

Meh speriamo bene.