ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДИМИТРОВГРАДСКИЙ ИНТСТИТУТ ТЕХНОЛОГИЙ, УПРАВЛЕНИЯ И ДИЗАЙНА
"КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ"

КУРСОВАЯ РАБОТА ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ НА ТЕМУ: РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Выполнил студент группы ВТ-21:
Потеренко А.Г.
Проверил преподаватель:
Ракова О.А.

Димитровград 2004г.

Отчет о выполненной работе.

<u>Данный отчет включает в себя следующие пункты</u>:

Задание на курсовую работу.

Функция $y = f(x)$ задана неявно уравнением $F(x,y) = 0$. На отрезке [1,5] построить таблицу значений функции $y = f(x)$ с шагом $h = 0.5$, применяя один из методов численного решения нелинейного уравнения (с точностью $\varepsilon = 10^{-7}$). Построить график функции $y = f(x)$ на заданном отрезке.

$F(x,y)$		
$sh(y \cdot e^y - \frac{x}{20}) + acrtg(20 \cdot y \cdot e^y - x) - 0.5$	$1 \le x \le 5$	$0.1 \le x \le 1.2$

Теория к задаче.

Как правило, отыскание корней численными методами связано с несколькими задачами:

- исследование существования корней в принципе, определение их количества и примерного расположения;
- отыскание корней с заданной погрешностью TOL.

Последнее означает, что надо найти значения xo, при которых f(xo) отличается от нуля не более чем на TOL (в нашей задаче он равен 10^{-7}). Почти все встроенные функции системы MATHCAD, предназначенные для решения нелинейных алгебраических уравнений, нацелены на решение второй задачи, т. е. предполагают, что корни уже приблизительно локализованы. Чтобы решить первую задачу, можно использовать, например, графическое представление f(x).

В данной курсовой работе мной был использован метод простых итераций для построения функции f(x), заданной в неявном виде и нахождение ее значений. Метод простых итераций:

1. Выбирается начальное значение y_n=1.
2. Выбирается начальное значение ypred=y_{n-1}=0.
3. Если разность $|y_n - y_{n-1}|$<TOL (TOL=ε), значит значение y_n нам удовлетворяет, иначе считаем дальше значение y_n по итерационной формуле $y_n=T(y_{n-1})$ до тех пор, пока $|y_n - y_{n-1}|$ не станет меньше TOL-а.

Разработка программы с помощью математического пакета "MATHCAD".

Для начала преобразуем уравнение $F(x,y)=0$ к виду $y=g(x,y)$. Имеем: $sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20})=0.5-acrtg(20\cdot y\cdot e^{y}-x)$. Возьмем обе части под тангенс: $tg(sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20}))=tg(\frac{1}{2}-acrtg(20\cdot y\cdot e^{y}-x))$. Разложим тангенс в правой части как разность углов: $tg(sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20}))=\dfrac{tg\frac{1}{2}-tg(acrtg(20\cdot y\cdot e^{y}-x))}{1+tg\frac{1}{2}\cdot tg(acrtg(20\cdot y\cdot e^{y}-x))}$. Далее, из правой части можно выразить y: $y=\dfrac{x+x\cdot tg\frac{1}{2}\cdot tg(sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20}))+tg\frac{1}{2}-tg(sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20}))}{20\cdot e^{y}\cdot(1+tg\frac{1}{2}\cdot tg(sh(y\cdot e^{y}-\frac{x}{20})))}$

Применяя метод простых итераций, составим программу, с помощью которой можно вычислить значения функции $y=f(x)$ с точностью $\varepsilon=10^{-7}$.

Листинги кода программы

Возвращает вектор G значений *y*:

$\varepsilon := 10$

$$
\mathrm{PROGRAMG}(xo,\varepsilon) := \left|\begin{array}{l}
i \leftarrow 1 \\
\text{while } xo < 5.5 \\
\quad \left|\begin{array}{l}
yn \leftarrow 1 \\
ypred \leftarrow 0 \\
\text{while } |ypred - yn| > \varepsilon \\
\quad \left|\begin{array}{l}
ypred \leftarrow yn \\
yn \leftarrow \dfrac{\tan\left(\frac{1}{2}\right) - \tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right) + xo + xo\cdot\tan\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right)}{20\cdot e^{yn}\cdot\left(1 + \tan\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right)\right)}
\end{array}\right. \\
xo \leftarrow xo + 0.5 \\
G_i \leftarrow yn \\
i \leftarrow i + 1
\end{array}\right. \\
G
\end{array}\right.
$$

Возвращает вектор R значений *x*:

$$
\mathrm{PROGRAMX}(xo) := \left|\begin{array}{l}
i \leftarrow 1 \\
\text{while } xo < 5.5 \\
\quad \left|\begin{array}{l}
R_i \leftarrow xo \\
xo \leftarrow xo + 0. \\
i \leftarrow i + 1
\end{array}\right. \\
R
\end{array}\right.
$$

Возвращает вектор S при подстановке в уравнение $F(x,y)$ найденного вектора G значений y для самопроверки:

$$
\mathrm{PROGRAMPROVERKA}(xo,\varepsilon) :=
\begin{array}{|l}
i \leftarrow 1 \\
\text{while } xo < 5.5 \\
\quad \begin{array}{|l}
yn \leftarrow 1 \\
ypred \leftarrow 0 \\
\text{while } |ypred - yn| > \varepsilon \\
\quad \begin{array}{|l}
ypred \leftarrow yn \\
yn \leftarrow \dfrac{\tan\left(\frac{1}{2}\right) - \tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right) + xo + xo\cdot\tan\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right)}{20\cdot e^{yn}\cdot\left(1 + \tan\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\tan\left(\sinh\left(yn\cdot e^{yn} - \frac{xo}{20}\right)\right)\right)}
\end{array} \\
G_i \leftarrow yn \\
S_i \leftarrow \sinh\left(G_i\cdot e^{G_i} - \frac{xo}{20}\right) + \operatorname{atan}\left(20 G_i\cdot e^{G_i} - xo\right) - 0.5 \\
i \leftarrow i + 1 \\
xo \leftarrow xo + 0.5
\end{array} \\
S
\end{array}
$$

Результаты работы.

Так как x∈ [1,5], то начальное xo=1. Значение шага xo равно *h*=0.5. Как видно из результатов работы программы, она возвращает вектор G значений функций y при каждом значении xo из интервала [1,5]:

$PROGRAMG\left(1, 10^{-7}\right) =$

	0
0	0
1	0.0705186
2	0.0918375
3	0.1123196
4	0.1320346
5	0.1510437
6	0.1694006
7	0.1871528
8	0.2043427
9	0.2210082

Вектор R значений *x*:

$PROGRAMX(1) =$

	0
0	0
1	1
2	1.5
3	2
4	2.5
5	3
6	3.5
7	4
8	4.5
9	5

Вектор S:

$PROGRAMPROVERKA\left(1, 10^{-7}\right) =$

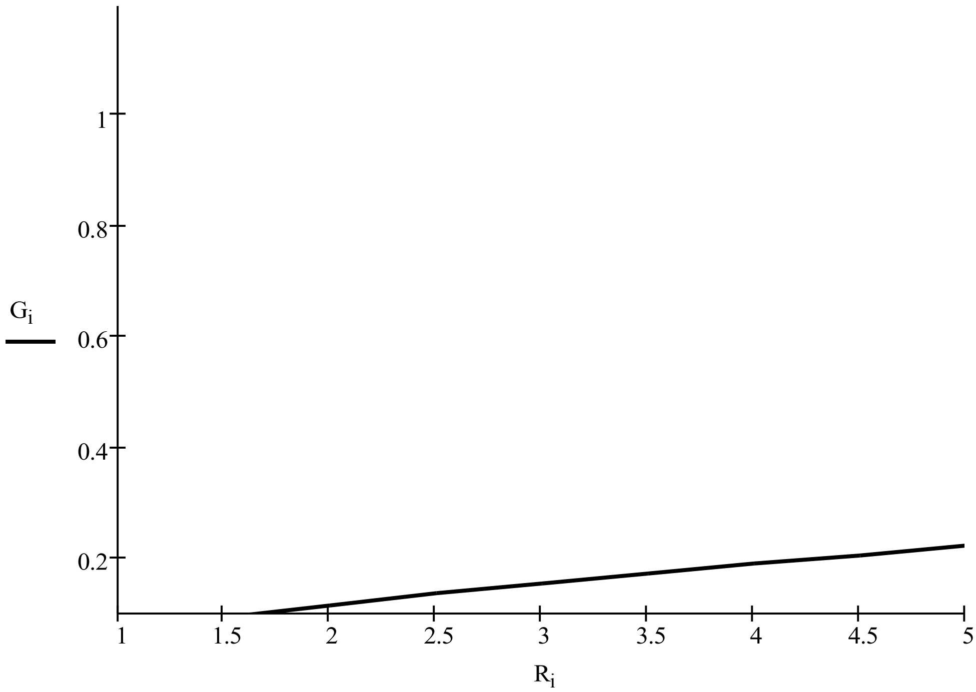
	0
0	0
1	-0.0000002
2	0.0000001
3	-0.0000001
4	-0.0000002
5	0.0000001
6	0.0000004
7	-0.0000003
8	0.0000002
9	0.0000004

Как видно из результата работы программы для проверки, значение функции y=f(x) до 7-го знака не отличается от нуля, таким образом, программа работает верно.

График функции на заданном отрезке:

$R := \mathrm{PROGRAMX}(1)$

$G := \mathrm{PROGRAMG}\left(1, 10^{-7}\right)$



Используемая литература.

При выполнении данной курсовой работы мной была использована литература следующего автора: ***Кирьянов Д. В. Самоучитель MATHCAD 11. – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. – 560 с.: ил. ISBN 5-94157-348.0***