СОДЕРЖАНИЕ

1 Электро(статика/динамика), теория поля

1.1 Электростатика

1.1.1 Теорема Гаусса

Поток вектора $\overrightarrow{E}$ через произвольную замкнутую поверхность зависит только от суммы зарядов, находящихся внутри этой поверхности.

$$\oint_S \overrightarrow{E} d\overrightarrow{S} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \tag{1}$$

Разделим правую и левую часть уравнения (1) на объем V и устремим его к 0.

$$\lim_{V->0} \frac{1}{V} \oint_S \overrightarrow{E} d\overrightarrow{S} = \frac{<p>}{\epsilon_0} \tag{2}$$

Согласно определению, отношение потока через замкнутую поверхность к объему этой поверхности при стремлении объёма к нулю есть дивергенция вектора поля.

$$div\overrightarrow{E} = \lim_{V->0} \frac{1}{V} \oint_S \overrightarrow{E} d\overrightarrow{S} \tag{3}$$

Таким образом:

$$div\overrightarrow{E} = \frac{p}{\epsilon_0} \tag{4}$$

или

$$\nabla \cdot \overrightarrow{E} = \frac{p}{\epsilon_0} \tag{5}$$

, где p - плотность заряда в точке
$\nabla = \overrightarrow{i}\frac{\partial}{\partial x} + \overrightarrow{j}\frac{\partial}{\partial y} + \overrightarrow{k}\frac{\partial}{\partial z}$
Уравнение (5) есть запись уравнения Гаусса в дифференциальной форме.

1.1.2 Потенциал

Из механики известно, что любое поле центральных сил я является консервативным, т.е. работа силы при перемещении по замкнутому контуру равняется нулю.

Из этого следует теорема о циркуляции:

Циркуляция вектора $\overrightarrow{E}$ по любому замкнутому контуру равняется нулю.

$$\oint \overrightarrow{E} d\bar{l} = 0 \tag{6}$$

Поле, обладающее данным свойством, называют потенциальным. Любое электростатическое поле является потенциальным.

Потенциал - это величина, численно равная энергии частицы с единичным положительным зарядом в данной точке поля.

$$\int_1^2 \overrightarrow{E} d\bar{l} = \phi_1 - \phi_2 \tag{7}$$

Пусть проекция приращение расстояние dl на ось X есть $\bar{i}dx$. Тогда

$$E_x W = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

отсюда:

$$\overline{E} = -\nabla \phi \quad (8)$$

1.1.3 Диполь

Диполь - система одинаковых по модулю, разноименных точечных зарядов, находящихся на некотором расстоянии l друг от друга. Предполагается, что расстояние между зарядами много меньше, чем до некоторых, интересующих нас точек.

Поле диполя обладает осевой симметрией.

Потенциал поля:

$$\phi = \frac{ql\cos(\gamma)}{4\pi\epsilon_o r^2} \quad (9)$$

Где γ - угол между осью диполя и прямой, соединяющей точки и геометрический центр диполя.

$$p = ql$$

- электрический момент диполя.

Модуль напряженности поля, создаваемого диполем можно определить по формуле:

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\gamma^2} \quad (10)$$

Где

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$E_\gamma = -\frac{\partial \phi}{r\partial \gamma}$$

Сила, действующая на заряд диполя равняется разности напряженности поля в точке положительного и отрицательного зарядов. Таким образом, так как расстояние между зарядами мало, то

$$\overline{F} = ql\frac{\partial \overline{E}}{\partial l} = p\frac{\partial \overline{E}}{\partial l} \quad (11)$$

Где $\frac{\partial \overline{E}}{\partial l}$ - производная по направлению l.

Момент сил, действующих на диполь:

$$M = [\overline{p}, \overline{E}] \quad (12)$$

Энергия диполя:

$$W = -\overline{p}\overline{E} \quad (13)$$