

№2 Букет по 3 четным и нечетным числам.

Четные: выберем где них 3 места;  $C_6^3$  вариантов. Расставим 5 цифр

$C_6^3 \cdot 5^6$ . Нужно убрать числа, начинающиеся с 0. Тогда выберем 2

места где нечетных цифр и расставим все цифры:  $C_5^2 \cdot 5^5$

$$\text{Умнож: } C_6^3 \cdot 5^6 - C_5^2 \cdot 5^5 = 5^5 \left( \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 3} \right) = 5^5 (100 - 10) = 5^5 \cdot 90 = 281250$$

№6 Выберем 4 книги из 10, которые останутся на местах:  $C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = 210$

Для остальных 6 книг найдем количество перестановок без неподвижных точек

$$\text{по формуле: } D(6) = 6! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} \right) = 720 \left( 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120} + \frac{1}{720} \right) = 265$$

$$\text{Умнож: } 210 \cdot 265 = 55650$$

№7 Пусть  $f(x)$  непрерывна и  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ . Д-ть  $\exists m, \xi, f'(\xi) = 0$ .

1. Если  $f(x)$  постоянна, то  $f'(x) = 0 \quad \forall x$  и утв. тривиально.

2. Преположим.  $f(x)$  не пост.  $\exists c, f(c) \neq 0$

Если  $f(c) > 0 \Rightarrow$  по м. Бол.-Кох и м.к.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \quad \exists b > c, f(b) = \frac{f(c)}{2}$

По м. Ролля на  $[c; b]$   $\exists \xi \in (c, b), f'(\xi) = 0$

Аналог. где  $f(c) < 0$

№1

$$\text{а). } \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n$$

$$\text{Т.к. это разложение, то } (1+(-1))^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k \cdot C_n^k = \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$$

$$b). \sum_{2|k} C_n^k = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots + C_n^{\lfloor n/2 \rfloor}$$

$$\text{Уч. 10). } \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0, \text{ но } \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} C_n^{2k} = \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} C_n^{2k+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{2|k} C_n^k = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n C_n^k = \frac{1}{2} \cdot 2^n = 2^{n-1}$$

$$b). \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{k+1} = C_n^0 + \frac{C_n^1}{2} + \frac{C_n^2}{3} + \dots + \frac{C_n^n}{n+1} = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(k+1)!(n-k)!} = \sum_{k=0}^n \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n+1-(k+1))!} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1} =$$

$$= \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} C_{n+1}^k = \frac{1}{n+1} \left( \sum_{k=0}^{n+1} C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1) = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$$

№8 Если брать все пары групп:  $C_7^1 \cdot C_9^1$ . Если брать все пары:  $C_7^2 \cdot C_9^2$

$$\text{У нас еще по } C_7^7 \cdot C_9^7: C_7^1 \cdot C_9^1 + C_7^2 \cdot C_9^2 + C_7^3 \cdot C_9^3 + C_7^4 \cdot C_9^4 + C_7^5 \cdot C_9^5 +$$

$$+ C_7^6 \cdot C_9^6 + C_7^7 \cdot C_9^7 = \frac{7!}{6! \cdot 8!} + \frac{7! \cdot 9!}{2 \cdot 5! \cdot 2 \cdot 7!} + \frac{7! \cdot 8!}{3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 6!} + \frac{7! \cdot 8!}{4! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5!} + \frac{7! \cdot 8!}{5! \cdot 2! \cdot 5! \cdot 4!} + \frac{7! \cdot 8!}{6! \cdot 6! \cdot 3!} + \frac{7! \cdot 8!}{7! \cdot 7! \cdot 2!} =$$

$$= 7 \cdot 9 + 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 9 + 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 35 \cdot 18 \cdot 7 + 21 \cdot 42 \cdot 3 + 45 \cdot 12 + 4 \cdot 9 = 11439$$