

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
Facultad de Ingeniería
I. Electrónica

Nombre: _____

1. a) Demuestre que si f y g son funciones absolutamente integrables, entonces:

$$\widehat{(f * g)} = \hat{f} \cdot \hat{g}$$

b) Demuestre que si \hat{f} es la transformada de Fourier de f , entonces:

$$\widehat{[f(t) \cos(w_0 t)]} = \frac{1}{2} [\hat{f}(w + w_0) + \hat{f}(w - w_0)]$$

2. Conociendo que si $f(t) = \frac{t}{t^2 + b^2}$, entonces $\hat{f}(w) = -\frac{\pi i w}{b} e^{-bw}$, determine, en términos de la transformada de Fourier de f :

a) la transformada de Fourier de $g(t) = \frac{5t^3 - t^2 + 5t + 1}{(t^2 + 1)^2}$

b) la transformada de Fourier de $h(t) = \frac{t \sin(2\pi t/5)}{t^2 + 9}$

3 a) Demuestre que: si f es una señal de banda limitada, con ancho de banda L , y con transformada compleja de Fourier:

$$\hat{f}(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \quad \text{con} \quad c_k = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L e^{-\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \hat{f}(w) dw$$

entonces:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n\pi}{L}\right) \frac{\sin(Lt - n\pi)}{(t - n\pi)}$$

b) Resuelva la ecuación diferencial parcial:

$$y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} - y^2 u = 0$$

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
Facultad de Ingeniería
I. Electrónica

Nombre: _____

1. a) Demuestre que si f y g son funciones absolutamente integrables, entonces:

$$\widehat{(f * g)} = \hat{f} \cdot \hat{g}$$

b) Demuestre que si \hat{f} es la transformada de Fourier de f , entonces:

$$\widehat{[f(t) \sin(w_0 t)]} = \frac{i}{2} [\hat{f}(w + w_0) - \hat{f}(w - w_0)]$$

2. Conociendo que, para $a > 0$, si $f(t) = e^{-at^2}$, entonces $\hat{f}(w) = e^{\frac{w^2}{4a}}$, determine, en términos de la transformada de Fourier de f :

a) La transformada de Fourier de $g(t) = e^{-5t^2} \sin(\frac{\pi t}{3})$,

b) La transformada de Fourier de $h(t) = -6(1 - t + t^2)e^{-3t^2}$

3 a) Demuestre que: si f es una señal de banda limitada, con ancho de banda L , y con transformada compleja de Fourier:

$$\hat{f}(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \quad \text{con} \quad c_k = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L e^{-\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \hat{f}(w) dw$$

entonces:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n\pi}{L}\right) \frac{\sin(Lt - n\pi)}{(t - n\pi)}$$

b)Resuelva la ecuación diferencial parcial:

$$t^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} - t^2 u = 0$$

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
Facultad de Ingeniería
I. Electrónica

Nombre: _____

1. a) Si \widehat{f} es la transformada de Fourier de f , determine la transformada de: $\widehat{f(at - b)}$

b) Demuestre que si \widehat{f} es la transformada de Fourier de f , entonces:

$$\widehat{[f(t) \sin(w_0 t)]} = \frac{i}{2} [\widehat{f}(w + w_0) - \widehat{f}(w - w_0)]$$

2. Conociendo que si $f(t) = \frac{t}{t^2 + b^2}$, entonces $\widehat{f}(w) = -\frac{\pi i w}{b} e^{-bw}$, determine:

a) la transformada de Fourier de $g(t) = \frac{5t^3 - t^2 + 5t + 1}{(t^2 + 1)^2}$

b) la transformada de Fourier de $h(t) = \frac{t \cos(t/5)}{t^2 + 9}$

3 a) Demuestre que: si f es una señal de banda limitada, con ancho de banda L , y con transformada compleja de Fourier:

$$\widehat{f}(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \quad \text{con} \quad c_k = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L e^{-\left(\frac{k\pi w}{L}\right)i} \widehat{f}(w) dw$$

entonces:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n\pi}{L}\right) \frac{\sin(Lt - n\pi)}{(t - n\pi)}$$

b)Resuelva la ecuación diferencial parcial:

$$t^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA
Facultad de Ingeniería
I. Electrónica

Nombre: _____

1. a) Demuestre que si f y g son funciones absolutamente integrables, entonces:

$$\widehat{(f * g)} = \hat{f} \cdot \hat{g}$$

b) Demuestre que si \hat{f} es la transformada de Fourier de f , entonces:

$$\widehat{[f(t) \cos(w_0 t)]} = \frac{1}{2} [\hat{f}(w + w_0) + \hat{f}(w - w_0)]$$

2. Conociendo que si $f(t) = \frac{t}{t^2 + b^2}$, entonces $\hat{f}(w) = -\frac{\pi i w}{b} e^{-bw}$, determine, en términos de la transformada de Fourier de f :

a) la transformada de Fourier de $g(t) = \frac{5t^3 - t^2 + 5t + 1}{(t^2 + 1)^2}$

b) la transformada de Fourier de $h(t) = \frac{t \sin(2\pi t/5)}{t^2 + 9}$

3. a) Conociendo que, para $a > 0$, si $f(t) = e^{-at^2}$, entonces $\hat{f}(w) = e^{-\frac{w^2}{4a}}$, determine, en términos de la transformada de Fourier de f :

a) La transformada de Fourier de $g(t) = e^{-5t^2} \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$,

b) La transformada de Fourier de $h(t) = -6(1 - t + t^2)e^{-3t^2}$

b) Resuelva la ecuación diferencial parcial:

$$y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} - y^2 u = 0$$