物理科学学院2015-2016年第一学期《理论力学》课程期末考试（A卷）

史哥回忆版（2016年01月14日）

**祝好**

1. 填空（22分）
   1. 如图所示，一圆锥摆质量为，摆长为，摆线与竖直方向夹角为，摆线上张力= ；速度= ；摆动周期= ；有三个圆锥摆，摆长分别为,，运动角速度相图。则三个摆运动平面到悬挂点的距离,,之间的关系为 。

A、>>; B、<<;

A、==; B、>>;



* 1. 约束方程可以用来表示，一个半径为的匀质圆盘，在水平面上做无滑动滚动，圆盘垂直于水平面，选取轴固定于水平面，轴垂直于水平面，取圆盘中心坐标为，则有约束方程

①

②

其中为圆盘在面上运动轨迹中某一点的切线与轴的交角，为圆盘与水平面接触点转过的角度，约束方程①表示是 约束，约束方程②表示是 约束。对于在平面上滑行的冰刀，取冰刀在冰面接触两质点的坐标为和，约束方程为

③

④

其中为冰刀的长度，约束方程③表示是 约束，

约束方程④表示是 约束。

* 1. 某质量为的某一力学系统，在平面内圆周运动，选取平面极坐标系，为广义坐标，用和表示沿矢径方向和垂直矢径方向的受力。则系统的动能= ；广义力定义为,若取，

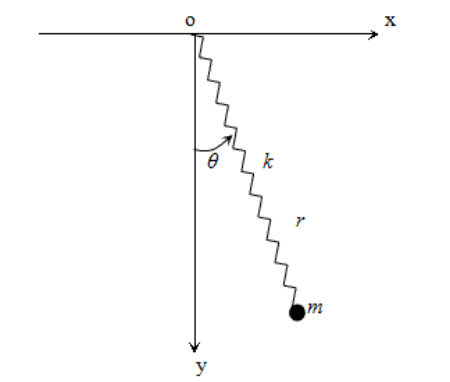
则= ; = 。

1. 证明（18分）
   1. 在直角坐标系中，*,,*分别表示角动量沿, , 轴的分量，, 应用泊松括号定义及性质，求证。
   2. 在平面直角坐标系中，电磁场中带电粒子的哈密顿函数为，其中为带电粒子的动量，为粒子所带电量，和分别为电磁场的标量势与矢量势，, ，求证.

(提示：由于，和与广动量无关，因此，)

1. 计算题（20分）

如图2所示，一弹簧摆由摆球、轻质弹簧和轻质摆线组成，已知摆球的质量为的，弹簧的原长为，劲度系数为，现使弹簧在竖直面内运动，取摆长摆角为广义坐标



* 1. 写出系统的拉格朗日函数
  2. 应用拉格朗日方程，求解系统的微分方程
  3. 求时和的表达式

1. 计算题（20分）

一个处于均匀重力场中质量为的被约束在一个光滑的球面上，球半径以变换（变化关系已知）。选球心为原点，竖直向上为轴，选取球坐标和为广义坐标，其动能，势能,（提示：为已知，不视为广义坐标）

* 1. 写出质点的哈密顿函数
  2. 应用哈密顿正则方程，求解，，，，分析证明为运动积分，并写出运动微分方程（用、及其对时间的一阶二阶导数和表示。）
  3. 判断指点的哈密顿函数是否为质点的总质量，并说明理由。

1. 计算题（20分）

某系统的动能和势能分别可以表示为，*，*，其中为广义坐标，为常量。

* 1. 由哈密顿原理求解运动微分方程。
  2. 求系统的运动周期。