2111033艾明旭原子物理第四次作业

4.2 计算原子处于$^2D_{3/2}$状态的磁矩μ以及投影μ_z可能值

已知：$j=\frac{3}{2}$ $2s+1=2$ $s=\frac{1}{2}$ $l=2$

则 $g_j=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{s^2-l^2}{j^2}\right)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{\frac{3}{4}-6}{\frac{15}{4}}\right)$

依据磁矩计算公式 $\mu_j=-\sqrt{j(j+1)}g_j$ ，$\mu_B=\frac{-2\sqrt{15}}{15}\mu_B$

$\mu_z=-m_j g_j \mu_B$ $m_j g_j=\pm\frac{2}{5},\pm\frac{6}{5}$

$\therefore \mu_z=\pm\frac{2}{5}\mu_B$ 或 $\pm\frac{6}{5}\mu_B$

4.10 对于激发态 $L=0, J=1, S=1$, $M=0,\pm1$ 外磁场作用下分裂

$g_1=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{S^2-L^2}{J^2}\right)=\frac{3}{2}+\left(\frac{2-0}{2}\right)=\frac{3}{2}$

$E_2'-E_1'=(E_2-E_1)+(m_2g_2-m_1g_1)\mu_B B=E_2-E_1+\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\mu_B B$, $\mu_B=\frac{e\hbar}{2m_e}$

$v'=v+\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\frac{eB}{4\pi m_e}$ $v'-v=\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\frac{eB}{4\pi m_e}=\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\cdot 14B(T)\,GHz$

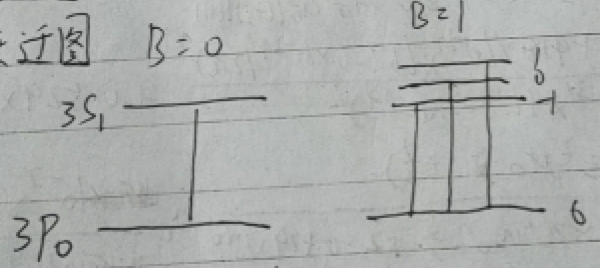
$\tilde{\nu}=\frac{v'-v}{c}=\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\frac{eB}{4\pi m_e c}=\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}\times 0.467B(T)\,cm^{-1}=(0.934, 0, -0.934)cm^{-1}$

所以原谱线在外加磁场中分裂为三条，垂直磁场可看到三条谱线 $\Delta m=0,\pm1$

分别对应π,σ^+,σ^-，虽然谱线分三条，但彼此间隔$2\mu_B B$而非$\mu_B B$

也不是激发态和基态$S=0$，所以不是正常塞曼效应

能级跃迁图 $B=0$



相邻谱线波数差 $\frac{2\mu_B B}{hc}$

12-1 进动频率 $w=\frac{Bq}{2m}$ 对电子 $w=\frac{1.602\times10^{-19}\times2.10\times10^{-5}}{2\times9.109\times10^{-31}}\approx1.757\times10^{11}\,rad/s$

对质子 $w=\frac{1.602\times10^{-19}\times2.1\times10^{-5}}{2\times1.673\times10^{-27}}\approx9.578\times10^{7}\,rad/s$

12-3 $\mu=\frac{m_e m_p}{m_e+m_p}=\frac{9.109\times10^{-31}\times1.673\times10^{-27}}{(9.109\times10^{-31}+1.673\times10^{-27})}\approx5.2918\times10^{-11}$

$a_0=\frac{\hbar^2}{\mu e^2}=\frac{(1.055\times10^{-34})^2}{5.2918\times10^{-11}\times4\pi\times10^{-7}\times(1.602\times10^{-19})^2}\approx5.292\times10^{-11}\,m$

$V=\frac{e^2}{2\mu\hbar}=\frac{(1.602\times10^{-19})^2}{5.2918\times10^{-11}\times2\times(1.055\times10^{-34})}\approx2.188\times10^{6}\,m/s$

$I=\frac{eV}{2\pi a_0}=\frac{1.602\times10^{-19}}{2\pi(5.292\times10^{-11})/(2.188\times10^{6})}\approx3.24\times10^{-7}\,A$

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a_0}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times3.24\times10^{-7}}{2\pi\times5.292\times10^{-11}}\approx2.53\times10^{-5}\,T$

12.5. $\cancel{E_2=\frac{9.109\times10^{-31}\times(1.602\times10^{-19})^4}{8\times(8.85\times10^{-12})^2\times(6.626\times10^{-34})^2}\cdot\frac{1}{4}\approx-2.178\times10^{-18}\,J}$

$\cancel{E_3=\frac{4}{9}E_2\approx-0.484\times10^{-18}\,J}$

$V_{l,s}=\frac{1}{\pi}\frac{Ze^2\mu_0}{8\pi m_0^2 r^3}(s\cdot l)=\frac{Z^4 e^2\mu_0(s\cdot l)}{8\pi^2 m_0^2 a_0^3(l+\frac{1}{2})l(l+1)}=$

$a_0=\frac{4\pi\times8.854\times10^{-12}\times(6.626\times10^{-34}/2\pi)^2}{9.109\times10^{-31}\times(1.602\times10^{-19})^2}\approx0.529\times10^{-10}\,m$, $s=\pm\frac{1}{2}$

$Z=1$ $V_{l,s}=\frac{e^2\mu_0\cdot(\pm\frac{1}{2})}{8\pi^2 m_0^2\cdot\frac{3}{2}\cdot2\cdot0.529\times10^{-10}}\approx\frac{\cancel{4\pi}\times10^{-7}\times(1.602\times10^{-19})^2}{\cancel{8}4\pi\times(9.109\times10^{-31})^2\times5\times0.529\times10^{-10}}$

$=9.3\times10^{25}$

$Z=29$ $V_{l,s}=\frac{29}{(29+\frac{1}{2})\times30}\cdot\frac{\frac{1}{2}\times2}{1}V_{l,s,1}=\frac{29}{(29.5)\times6}V_{l,s,1}$

$=\frac{29}{177}\times9.3\times10^{25}\approx1.52\times10^{25}$

13.1 我们需计算势能差 $\Delta E = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

$\mu = g\cdot\sqrt{s(s+1)}\cdot\mu_B = 2\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}}\times 9.274\times10^{-24} J/T$

$\Delta E = -9.274\times10^{-24} J/T \times 10^{-1} T \approx -9.274\times10^{-25} J$

$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{-9.274\times10^{-25} J}{6.626\times10^{-34} J\cdot s} \approx -1.4\times10^{9} Hz$

反之亦然，频率相同

13.2 $4P_{1/2}$ 是 4d电子一个原子轨道构型，自旋量子数 $s=\frac{1}{2}$

角动量量子数 $I=2$。该构型自旋磁矩和轨道磁矩可沿相同或相反方向，取决于自旋量子数的正负，但由于角动量量子数 $I=2$

因此对无外加磁场，自旋—轨道相互作用不足以导致能级分裂

13.4 $\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{5895.9\times10^{-10}} \approx 3.367\times10^{-19} J$

$\Delta E_Z = g\cdot\mu_B\cdot B$ 对钠原子 (g) 为 2 $\Delta E_Z \approx 3.367\times10^{-19} J$

$B = \frac{\Delta E_Z}{g\cdot\mu_B} = \frac{3.367\times10^{-19}}{2\times9.274\times10^{-24}} \approx 18.17 T$

$\therefore 2P_{3/2}$ 与 $2P_{1/2}$ 重合，磁场强度 18.17T

(2) $\Delta\nu = \cancel{\frac{3.367\times10^{-19}}{6.626}} \frac{\Delta E_Z}{h} \approx 5.085\times10^{14} Hz$

对 $\lambda = 5889.6 Å$ $\Delta E = \frac{hc}{\lambda} \approx 3.373\times10^{-19} J \approx \Delta E_Z$

$B = \frac{\Delta E_Z}{g\cdot\mu_B} \approx 18.17 T$

3) $\Delta\nu = \frac{\Delta E_Z}{h} \approx 5.088\times10^{14} Hz$