解释布拉菲点阵

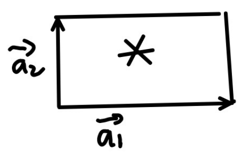
布拉菲点阵是固体物理学中描述晶体结构的基本概念之一。它描述了原子、离子或分子在晶体中的排列方式，具体而言，布拉菲点阵是一种无限延伸的周期性结构，其中每个格点（点阵中的基本单位）被同一种基本单元所占据。

布拉菲点阵由三个基本矢量所定义，通常记作 a_1、a_2 和 a_3。这三个矢量不一定是相互垂直的，但它们应该具有一定的对称性，以使整个结构呈现出周期性。通过这三个矢量的组合，可以形成不同类型的布拉菲点阵，例如简单立方、体心立方、面心立方等。

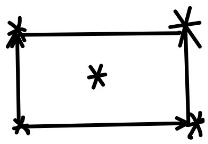
在布拉菲点阵中，晶体的周期性可以通过一个格矢的平移来重复。这个格矢是由布拉菲点阵的基本矢量线性组合而成的。

布拉菲点阵对于理解晶体的结构和性质至关重要，它不仅为晶体学提供了一个理论框架，而且还为各种物理性质的计算提供了基础。

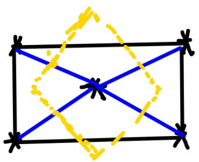
以二维有心长方晶格b=2a为例，画出原胞， 晶胞，W—S原胞,并说明它们各自的特点



其中$|\vec{a_1}|=2|\vec{a_2}|$ 原胞



晶胞



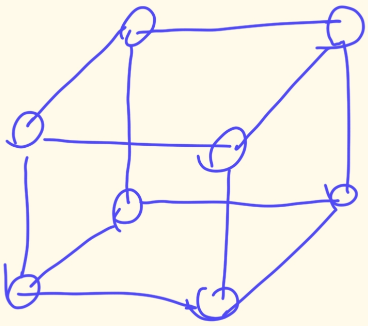
黄线所示为W-S原胞

二维有心长方晶格当中，选择原胞的顶点一般位于晶格点连线的中点处。

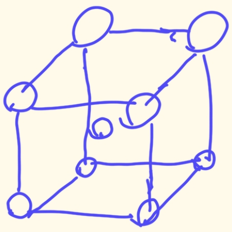
晶胞则要包含晶格点以及最近的邻近点，这里我们将晶格点位于长方体的中央，临近点位于晶胞的顶点处。

W-S原胞则是晶格点之间连线的垂直平分线的连线构成的原胞，如图的黄线所示，为w-s原胞的位置。

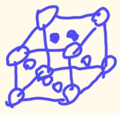
如果将等体积球分别排列下列结构，设x表示钢球所占体积与总体积之比



对于简单立方堆积，
半径 $r=\frac{a}{2}$，其中的晶格点个数
为 $8\times\frac{1}{8}=1$ 个，
所以 $x=\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{a^3}=\frac{4}{3}\times\frac{1}{8}\pi=\frac{\pi}{6}$

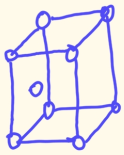


对于体心立方堆积，半径 $r=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，其中晶格点个数
为 $1+8\times\frac{1}{8}=2$ 个
所以 $x=\frac{2\times\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a\right)^3}{a^3}=\frac{8\pi}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{64}=\frac{\sqrt{3}\pi}{8}$



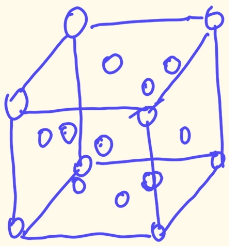
对于面心立方堆积，半径 $r=\frac{\sqrt{2}}{4}a$，有晶格点 $\frac{1}{8}\times 8+\frac{1}{2}\times 6=4$ 个

$$x=\frac{4\times\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{4}a\right)^3}{a^3}=\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$$



对于六方最密堆积，半径 $r=\frac{a}{2}$ 高 $h=\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ 有晶格点2个

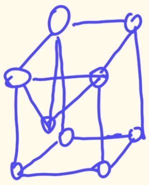
$$x=\frac{2\times\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3}{\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{2\sqrt{6}}{3}a\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$$

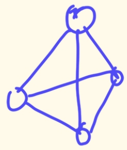


对于金刚石结构，半径 $r=\frac{\sqrt{3}}{8}a$ 有晶格点 $8\times\frac{1}{8}+6\times\frac{1}{2}+4=8$ 个

$$x=\frac{8\times\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}a}{8}\right)^3}{a^3}=\frac{\sqrt{3}\pi}{16}$$

4． 试证：六方密排堆积结构中





对于晶胞中位于内部的点，我们可以发现
其距离上方三个点的距离相等且都是 a
因此我们可以得到一个正四面体，
这个正四面体的边长为 a，
由正四面体高度公式可得 $h=\frac{\sqrt{6}}{3}a$
因此 $c=2h=\sqrt{\frac{8}{3}}\,a$