目录

第二章 静电场中的导体和电介质

§1 静电场中的导体

1.1导体的静电平衡条件

一、静电平衡条件

二、静电平衡下的导体的性质

1.2 导体壳和静电屏蔽

§2 电容和电容器

一、电容

二、电容器

1平行板电容器

2 球形电容器

3 圆柱形电容器

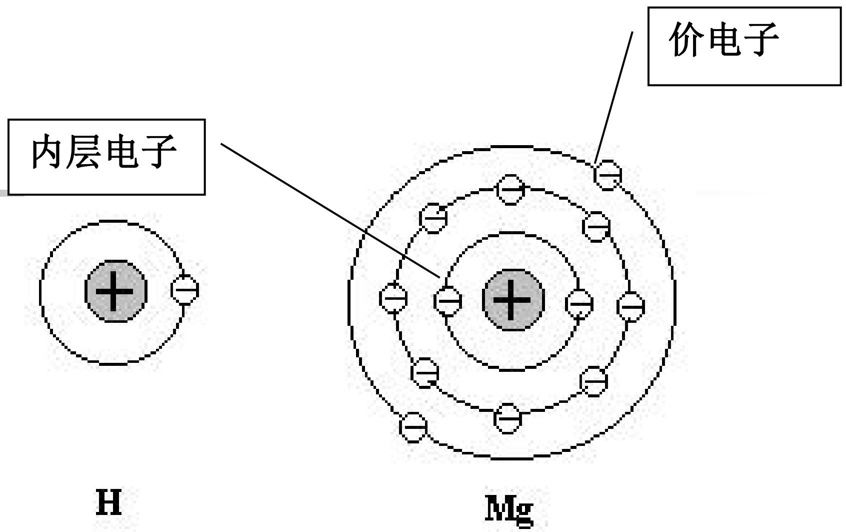
三、电介质对电容的影响、耐压问题

[例一] 两个无限大带电平面，接地与不接地的讨论

[例二] 一个带电金属球放在另一个带电球壳内，求此系统的电荷、电场以及球与球壳间的电势差。

静电场中的导体

- 物质的**电结构**
  - 单个原子的电结构



原子内部壳层的电子

受外层电子的屏蔽

一般都填满了每一个壳层

在原子中结合得比较紧

填充在最外层的电子与核的结合较弱，容易摆脱原子核的束缚——称为价电子——自由电子

导体、绝缘体和半导体

- 虽然所有固体都包含大量电子，但导电性能差异很大
  - 导体：
    - 导体中存在着大量的自由电子
    - 电子数密度很大，约为10^{22}个/cm^3
  - 绝缘体
    - 基本上没有参与导电的自由电子
  - 半导体
    - 半导体中自由电子数密度较小，
    - 约为 10^{12}～10^{19}个/cm^3

物质中的电荷在电场的作用下重新分布

互相影响场分布、

互相制约

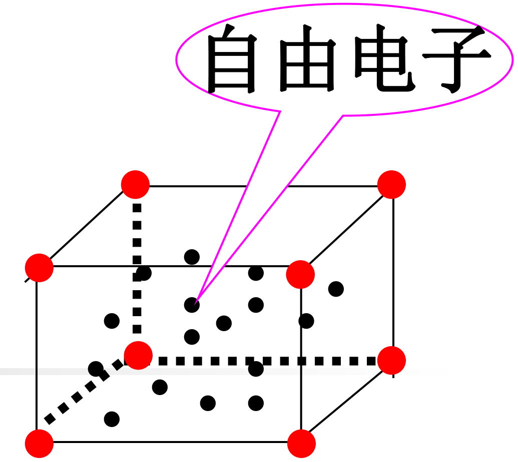
达到某种新的平衡

场分布

- 不同的物质会对电场作出不同的响应，在静电场中具有各自的特性。
- 是场与物质的相互作用问题
  - 力学：只涉及物质的机械性质，对其本身研究甚少。
  - 电磁学：较多地讨论场，而对物质本身的电磁性质也涉及得很少。
  - 物质与场是物质存在的两种形式
  - 物质性质非常复杂（要特别注意我们课程中讨论这种问题所加的限制）

第二章 静电场中的导体和电介质

§1 静电场中的导体

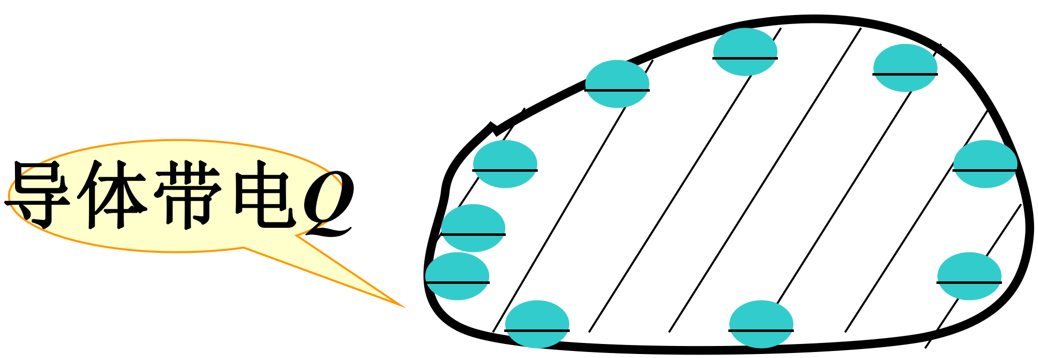


本节只限于讨论各向同性均匀金属导体(质量和温度分布均匀，不存在非静电力)，与电场的相互影响。

金属导电模型

构成导体框架其形状、大小的是那些基本不动的带正电荷的原子实，而自由电子充满整个导体属公有化。

当有外电场或给导体充电，在电场与导体的相互作用的过程中，自由电子的重新分布起决定性作用。

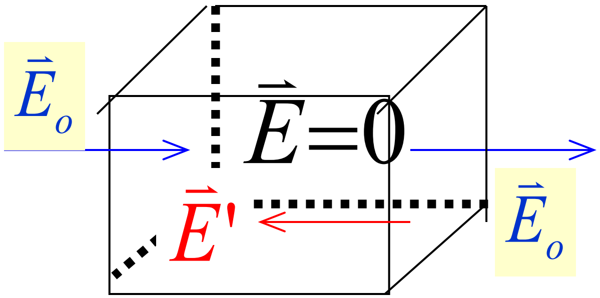


1.1 导体的静电平衡条件 *electrostatic equilibrium*

外电场与自由电荷移动后的附加场$\vec{E}'$之和为总场强

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}'$$

当导体内部和表面都无电荷定向移动的状态称为静电平衡状态。



(一) 静电平衡条件

$$\vec{E}_{inside} = \vec{E}_0 + \vec{E}'_{inside} = 0$$ 时,导体处于静电平衡状态

用反证法，若电场强度不为零，则自由电荷将定向移动。

静电平衡条件是由导体的电结构特征和静电平衡的要求所决定，与导体的形状无关。

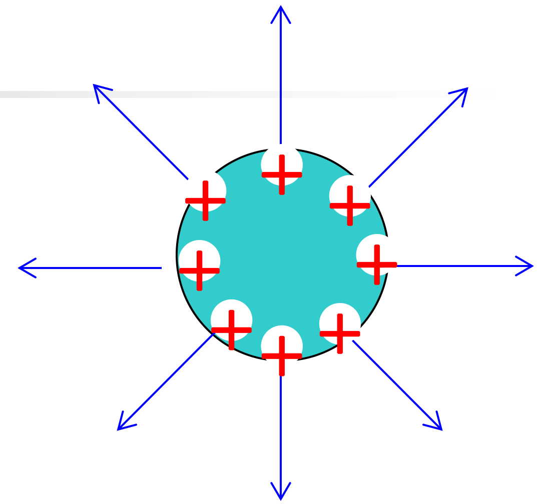
导体产生静电平衡的时间很短，约为10^{-14} - 10^{-13}s。

(二) 静电平衡下的导体的性质

1 导体内部场强处处为零 $\vec{E}_{inside}=0$

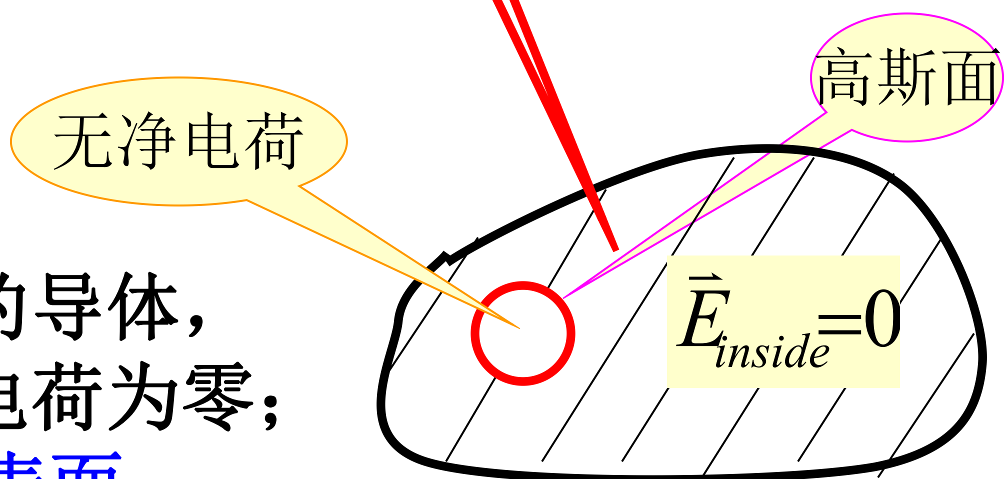
导体是一个等势体, $V=C$

导体表面是等势面



导体表面邻近处的场强必定和导体表面垂直。📖**29**

$$\vec{E}_{surface}\perp surface$$

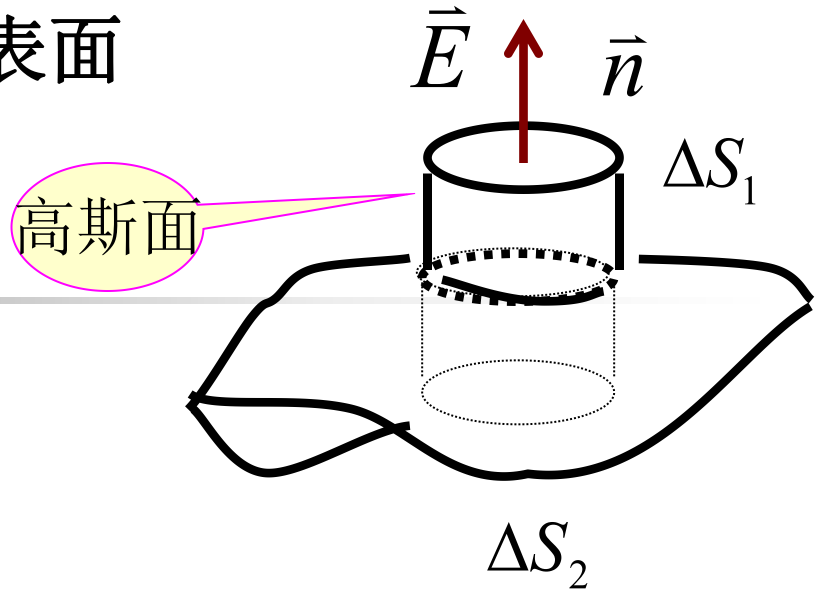


2 处于静电平衡下的导体,

其内部各处净余电荷为零;

电荷只能分布在表面。

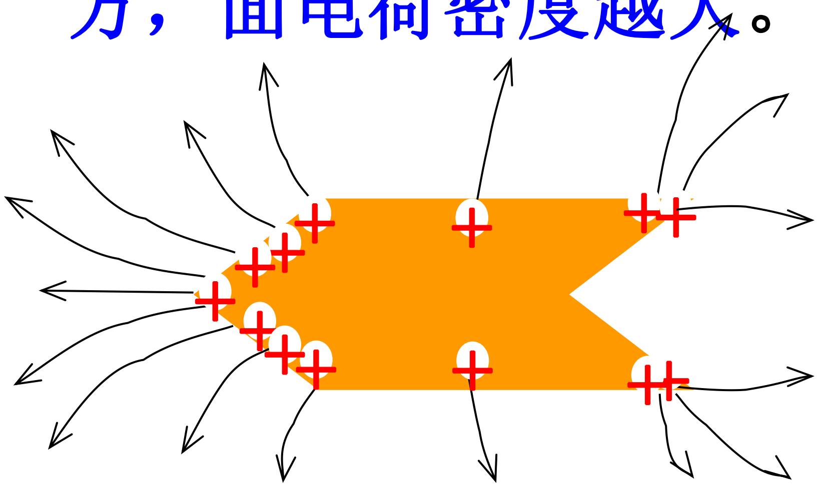
3 导体表面电荷面密度与表面邻近处的场强成正比。



$$\because E\Delta S_1 = \sigma_e \Delta S_1 / \varepsilon_0$$

$$\therefore E = \sigma_e / \varepsilon_0$$

4 孤立导体处于静电平衡时，它的表面各处的面电荷密度与各处表面的曲率有关，曲率越大的地方，面电荷密度越大。

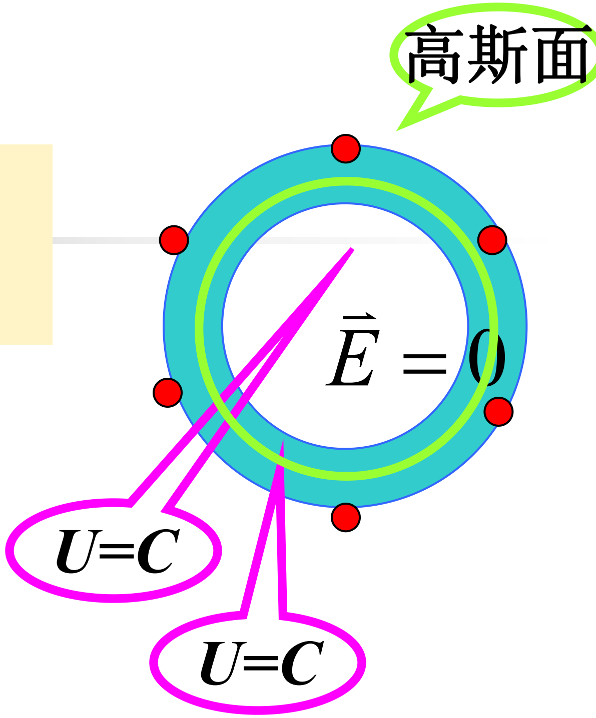


尖端放电(***point charge***)就与面电荷密度、场强有关。

×粗的高压输电线
✓场离子显微镜
✓避雷针

1.2导体壳(静电平衡下空腔导体)的性质和静电屏蔽

electrostatic shielding



(一) 第一类空腔

（金属空腔导体内部无带电体）

1 空腔内表面不带任何电荷。

用高斯定理、等势体证明。

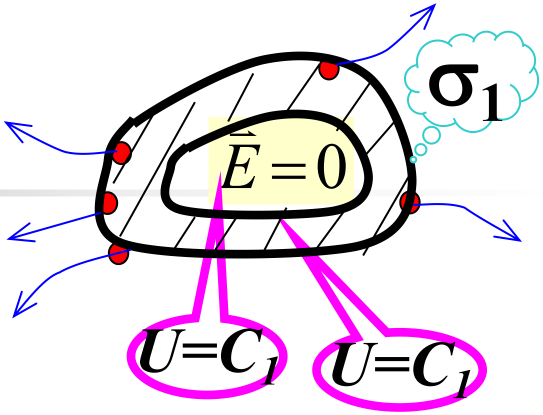
在导体内做一高斯面，根据静电平衡导体内部场强处处为零，所以导体内表面电荷的代数和为零。如内表面某处$\sigma_e>0$,则必有另一处$\sigma_e<0$， 两者之间就必有电力线相连，就有电势差存在这与导体是等势体相矛盾、与导体内场强为零相矛盾。所以导体内表面处处$\sigma_e=0$

2 空腔内部及导体内部电场强度处处为零，即它们等电势。

总结第一类空腔（金属空腔导体内部无带电体）

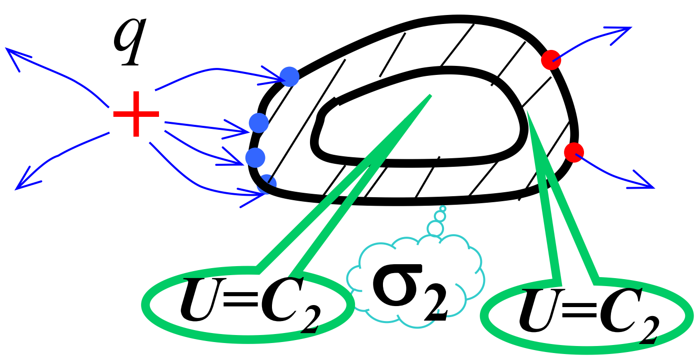
★空腔内表面不带任何电荷。

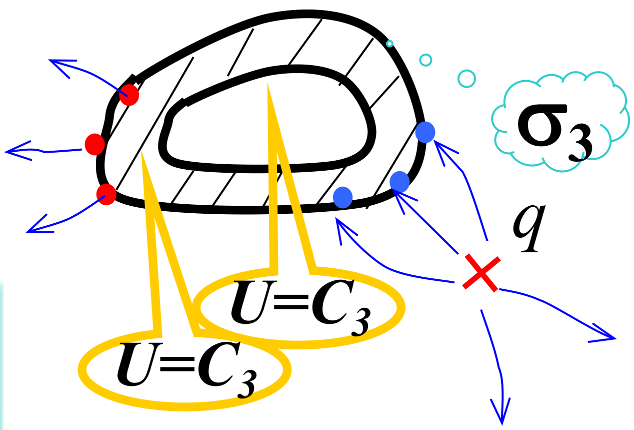
★空腔内部及导体内部电场强度处处为零，即它们是等势体。



这些结论不受腔外带电体的影响，

腔外带电体与腔外表面电荷在腔内场强总贡献为零

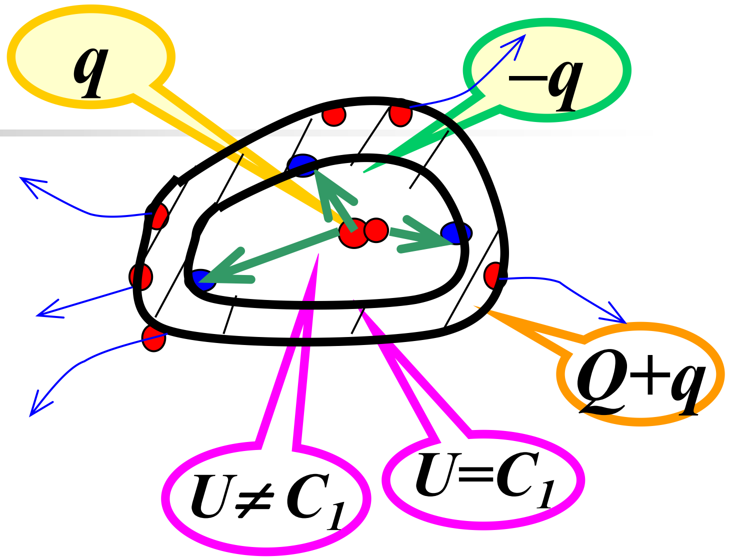




这是静电屏蔽的一种含义。

(二) 第二类空腔（金属空腔导体内部有带电体）

1 空腔内表面有感应电荷。用高斯定理可证，内表面所带总电量与空腔内带电体的电量相等、符号相反。空腔导体是等势体，腔内场强不为零，不等电位。



2 空腔外表面上的感应电荷的电量与内表面上的电量之和，要遵守电荷守恒定律。

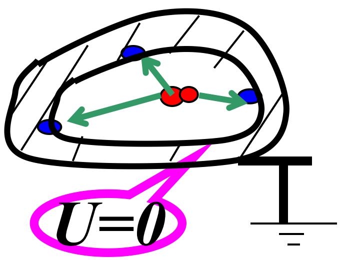
3 空腔外表面上的电荷分布与腔内带电体的位置无关，只取决于导体外表面的形状。

$$\therefore (q,-q,\ q+Q) \Rightarrow E_{\text{导体内}} = 0 \Rightarrow (q,-q)_{\text{外}} = (q+Q)_{\text{内}} = 0$$

总结第二类空腔（金属空腔导体内部有带电体）

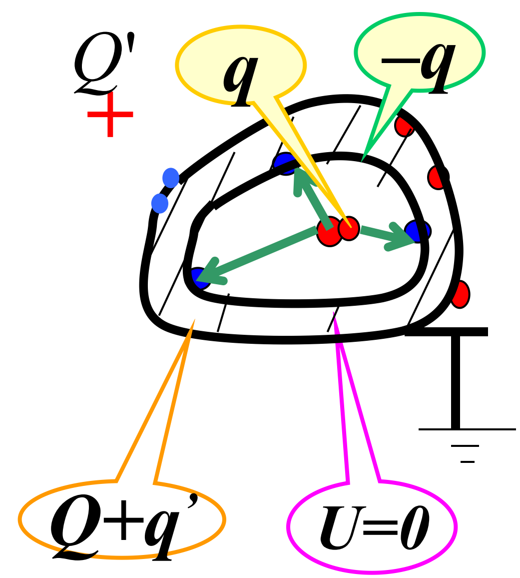
腔内q与内表面的感应电荷$-q$，对外部场的贡献恒为零(无电力线穿出）这是第二类空腔静电屏蔽的含义。

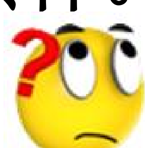
$$(q,-q) \Rightarrow E_{导体外} = 0$$



•若第二类空腔导体接地时，外表面上的感应电荷被大地电荷中和，所以不带电荷。金属空腔是零等势体。

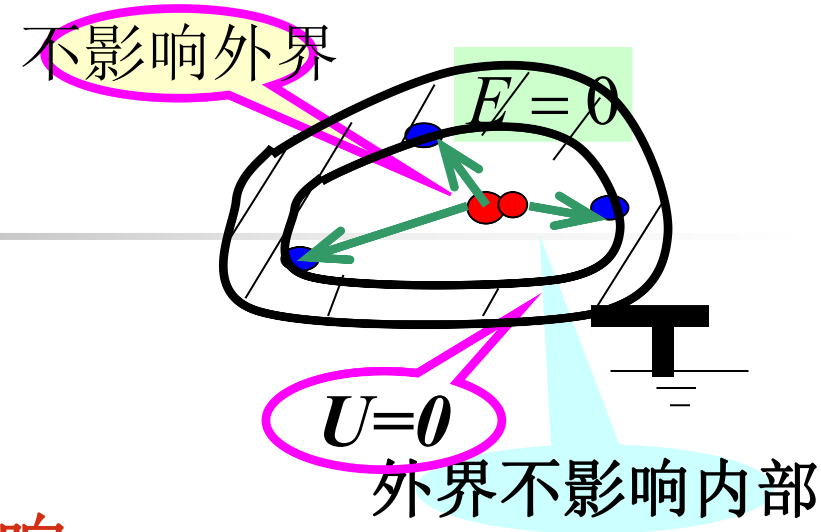
•若第二类空腔导体接地，并且腔外有带电体时，外表面上的感应电荷被大地电荷部分中和，所带电荷的多少必须保证腔内、腔内表面、腔外表面以及腔外电荷在导体内产生的场强为零，即满足静电平衡条件。金属空腔是零电位。



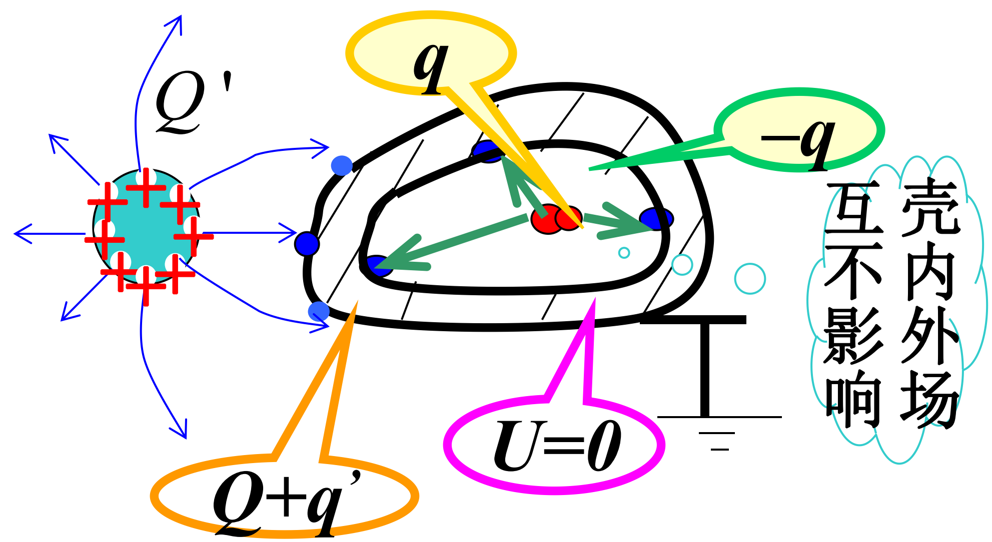


外表面红点接地后完全消失

根据上面分析可知当第二类空腔导体接地时金属空腔是零等势体，由静电场边值问题的唯一性定理可以证明：此时壳内的任何电场都不影响外界，也不受外界影响。



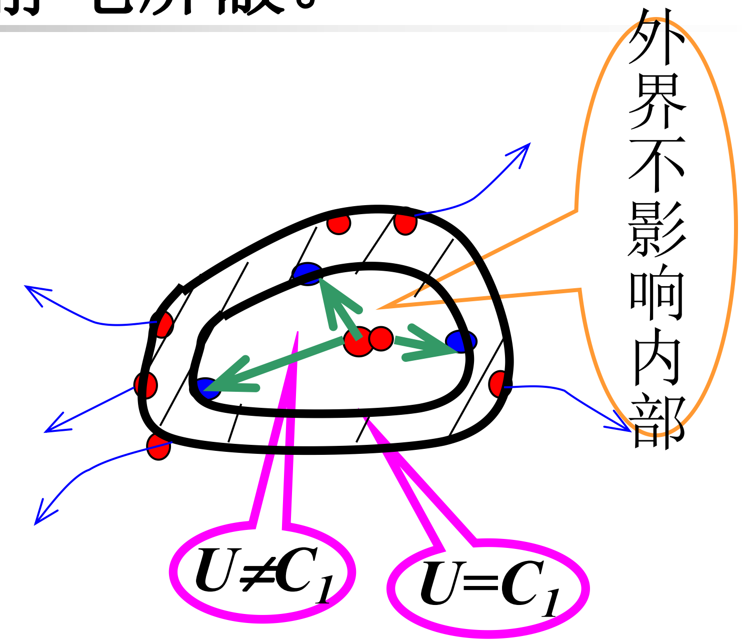
例如高压设备都用金属导体壳接地做保护，它起静电屏蔽作用，内外互不影响。

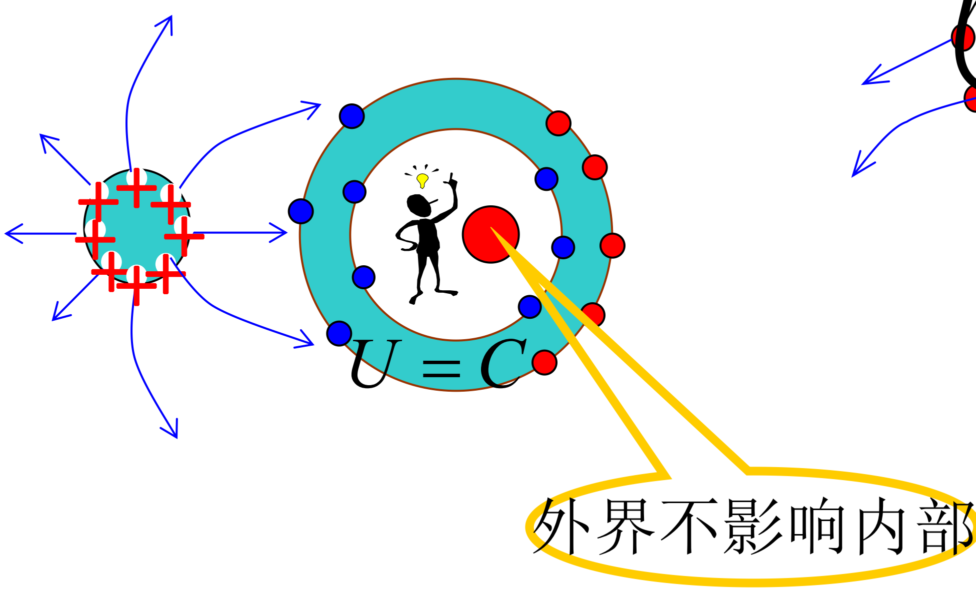


空腔导体壳接地与否，外界均对壳内电场无任何影响

例如在电子仪器、或传输微弱信号的导线中都常用金属壳或金属网作静电屏蔽。

腔外表面的电荷分布不影响腔内电场分布



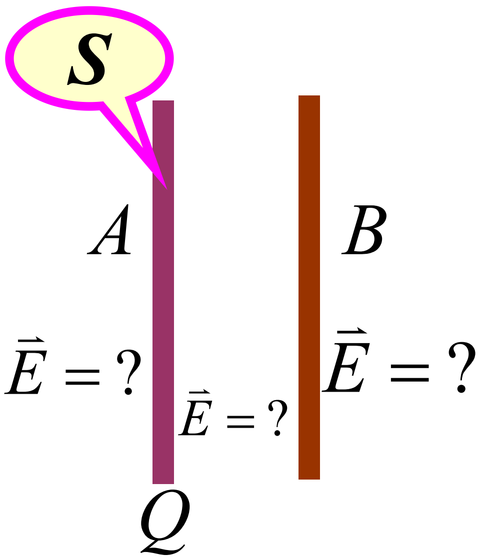


但是腔内有无电荷对腔外有不同的影响。
接地可消除这种影响

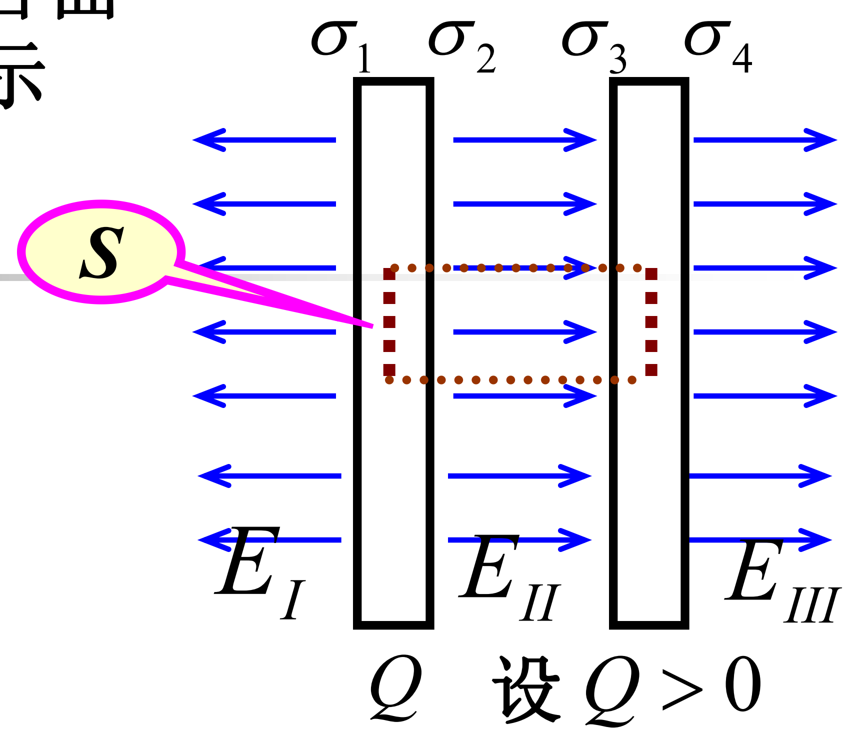
演示静电场中的导体

[例一] 两个无限大带电平面，接地与不接地的讨论。

面积为 S，带电量 Q 的一个金属
板，与另一不带电的金属平板平行放置。求静电平衡时，板上电荷分布及周围电场分布；若第二板接地，情况又怎样？



设静电平衡后，金属板各面所带电荷面密度如图所示



由已知条件（电荷守恒定律）：

$$(\sigma_1+\sigma_2)S=Q$$

$$\sigma_3+\sigma_4=0$$

由静电平衡条件和高斯定理，做如图所示高斯面可得：

$$\sigma_2+\sigma_3=0$$

金属板内任一点的场强为零，由叠加原理得：$E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0$$

以上四个方程联立可求出：

$$\sigma_1=\frac{Q}{2S} \qquad \sigma_2=\frac{Q}{2S} \qquad \sigma_3=-\frac{Q}{2S} \qquad \sigma_4=\frac{Q}{2S}$$

内侧等量异号，外侧等量同号

由各板上的电荷面密度、金属板内场强为零和高斯定理可得各区间的场强：

$$\sigma_1=\frac{Q}{2S}\qquad \sigma_2=\frac{Q}{2S}$$

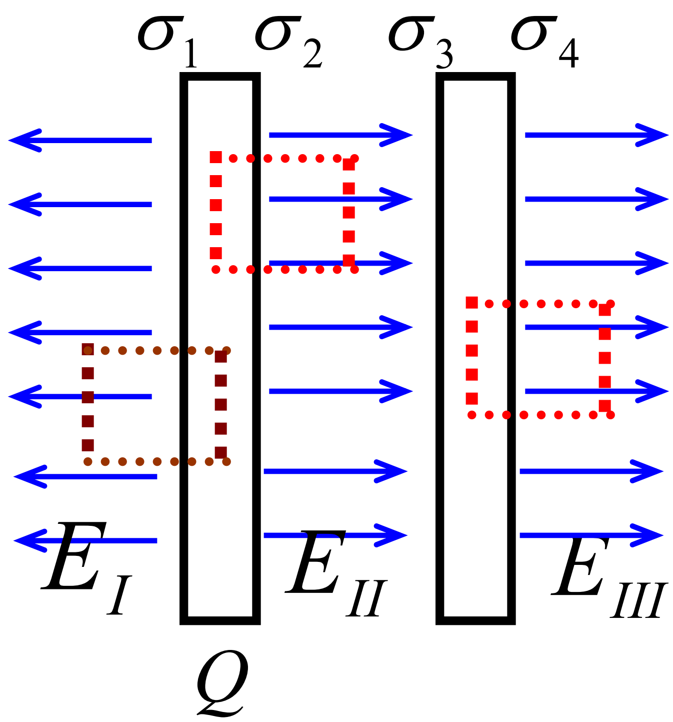
$$\sigma_3=-\frac{Q}{2S}\qquad \sigma_4=\frac{Q}{2S}$$

设 $Q>0$

$$E_I=\frac{Q}{2\varepsilon_o S}$$ 方向向左

$$E_{II}=\frac{Q}{2\varepsilon_o S}$$ 方向向右

$$E_{III}=\frac{Q}{2\varepsilon_o S}$$ 方向向右



接地后：

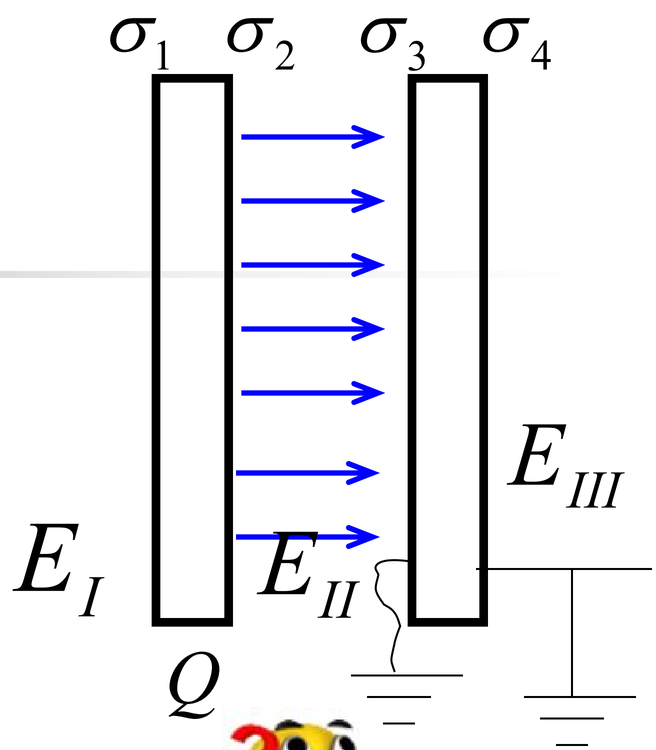
$$\sigma_4 = 0$$

电荷守恒 $(\sigma_1 + \sigma_2)S = Q$

由高斯定理得：$\sigma_2 + \sigma_3 = 0$

金属板内场强为零得：

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$



联立解出：

$\sigma_4 = 0$　　$\sigma_1 = 0$

$E_I = 0$　　$E_{III} = 0$

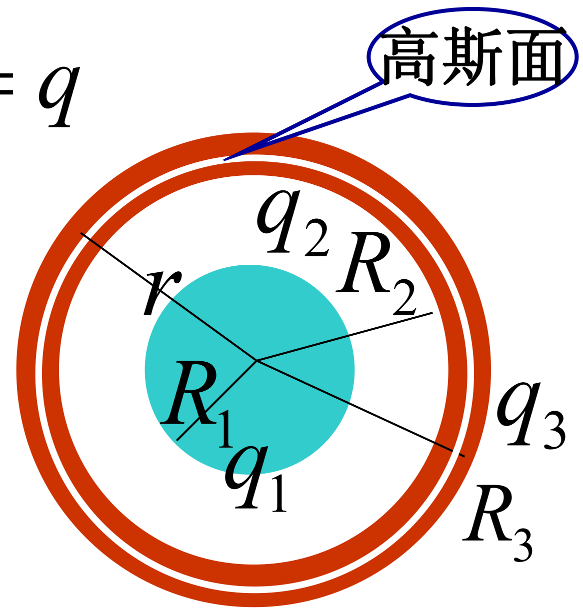
$$\sigma_2 = \frac{Q}{S} \qquad \sigma_3 = -\frac{Q}{S}$$

$$E_{II} = \frac{Q}{\varepsilon_o S}$$ 方向向右

[例二] 一个带电金属球半径R_1，带电量q，放在另一个带电球壳内，其内外半径分别为R_2、R_3，球壳带电量为 Q 。试求此系统的电荷、电场分布以及球与球壳间的电势差。如果用导线将球壳和球接一下又将如何？

利用高斯定理、电荷守恒、静电平衡条件、带电体相接后等电势的概念。

设球壳内外表面电量：q_2, q_3； $q_1 = q$



由高斯定理 $q_1 + q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = -q$

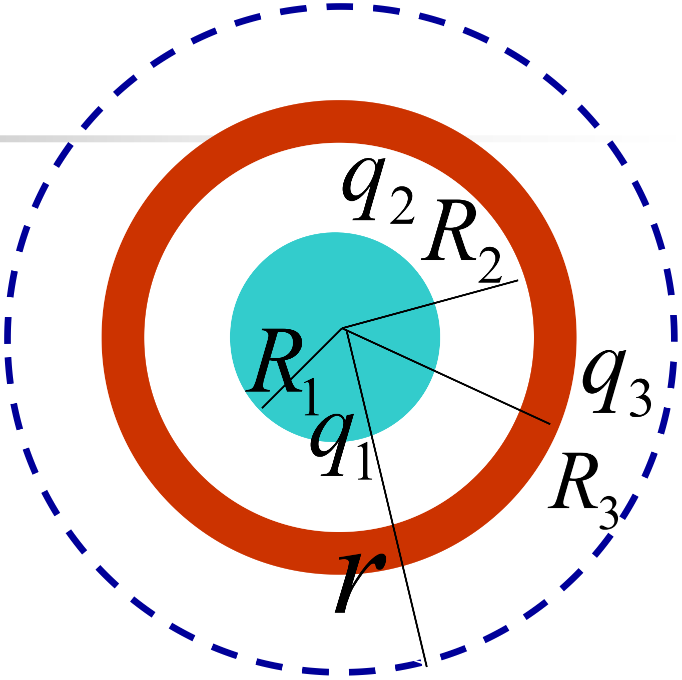
由电荷守恒 $q_2 + q_3 = Q \Rightarrow q_3 = q + Q$

再由电荷分布和高斯定理及对称性

$$\because E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad R_1 < r < R_2$$

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad R_1<r<R_2$$

$$E=\frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad r>R_3$$

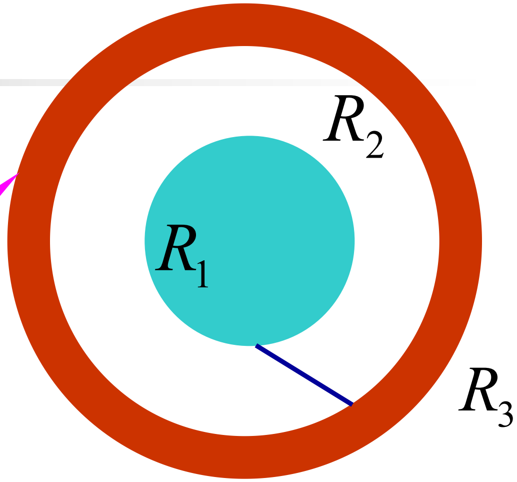


高斯面

所以金属球A与金属壳B之间的电势差为:

$$U_{AB}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

如果用导线将球和球壳接一下，则金属球壳B的内表面和金属球A球表面的电荷会完全中和，重新达到静电平衡，二者之间的场强和电势差均为零。



$$q_1 = 0, \qquad q_2 = 0, \qquad q_3 = q + Q$$

球壳外表面仍保持有 $q+Q$ 的电量，而且均匀分布，它外面的电场仍为：

$$E = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \qquad r > R_3$$

$$E = 0 \qquad else$$

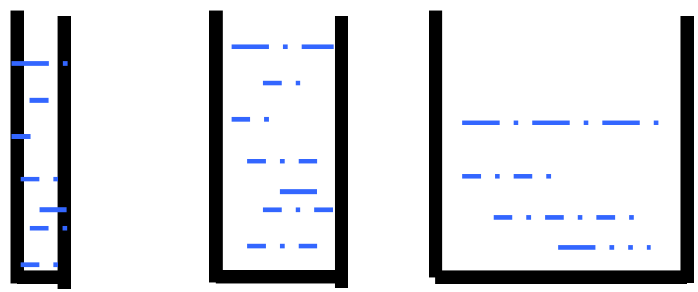
§ 2 电容器和电容

(一) 电容

升高单位电压所需的电量为该导体的电容。

定义：$C = \dfrac{q}{U}$

孤立导体是指附近无其它带电体或导体。若有，也足够远，忽略影响



水容器的容量

升高单位高度的水量

单位：[库仑/伏特] [C/V]

称作法拉或记为***F*** 。

$10^{-6}F = 1\mu F$微法　　$10^{-12}F = 1pF$ 微微法

f	10^{-15}
p	10^{-12}
n	10^{-9}
μ	10^{-6}
m	10^{-3}
1	10^{0}
k	10^{3}
M	10^{6}
G	10^{9}
T	10^{12}

地球作为孤立导体，电容有多大?

孤立导体的电容与导体的形状和尺寸有关，与其带电量和电位无关。

通常采用静电屏蔽或使场集中从而不受外界（其它导体）干扰。 📖30

(二) 电容器的电容

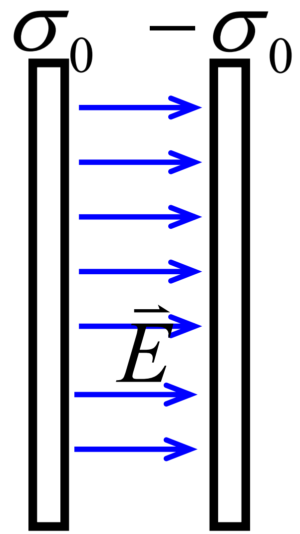
若两个导体分别带有等量异号的电荷q，周围没有其它导体带电(电力线在两极间)；其间电位差U_{AB}，它们组成电容器的电容：

$$C \overset{def}{\equiv} \frac{q}{U_{AB}}$$

电容器的电容与两极板的尺寸、相对位置、内部介质有关，而与q和U无关。

1 平行板电容器 $S >> d^2$

平行板电容器间无电介质时：



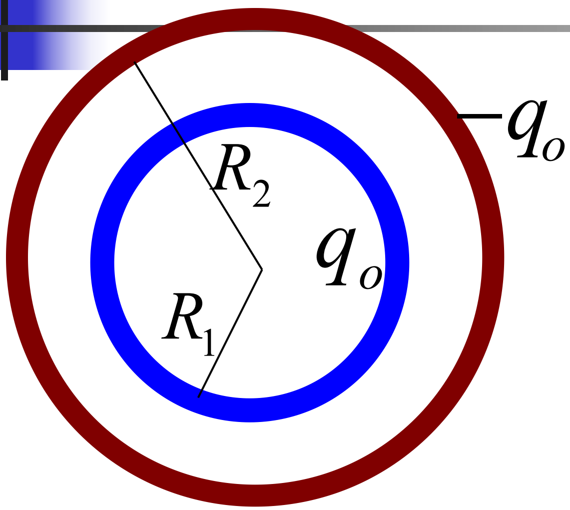
$$q = \sigma_0 \cdot S$$

$$\because E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{q/S}{\varepsilon_0} \qquad \because U_{AB} = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$\therefore C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

2 球形电容器

两个同心的金属球壳带有等量异号电荷 q_0



$$\vec{E} = 0 \qquad r \le R_1$$

$$\vec{E} = 0 \qquad r \ge R_2$$

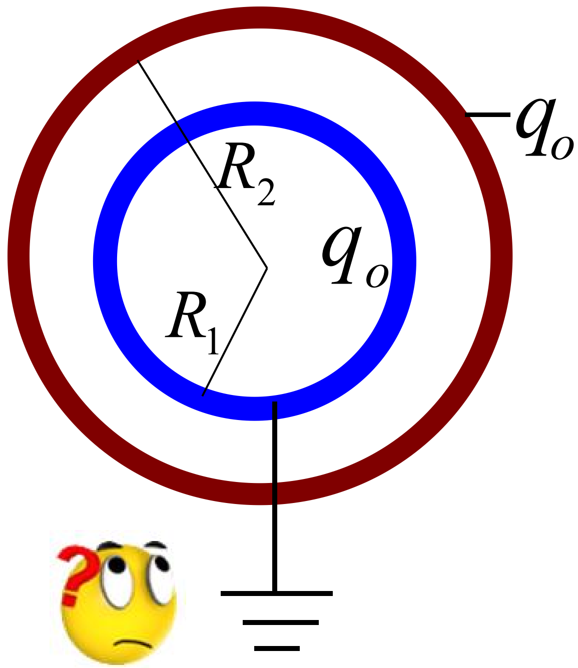
$$\because \vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad R_1 \le r \le R_2$$

$$U_{12} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\because C = \frac{q_0}{U_1 - U_2}$$

$$\because C = \frac{q_0}{U_1 - U_2}$$

$$\therefore C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



特别是当

$\because R_2 \to \infty \qquad \therefore C = 4\pi\varepsilon_0 R_1$

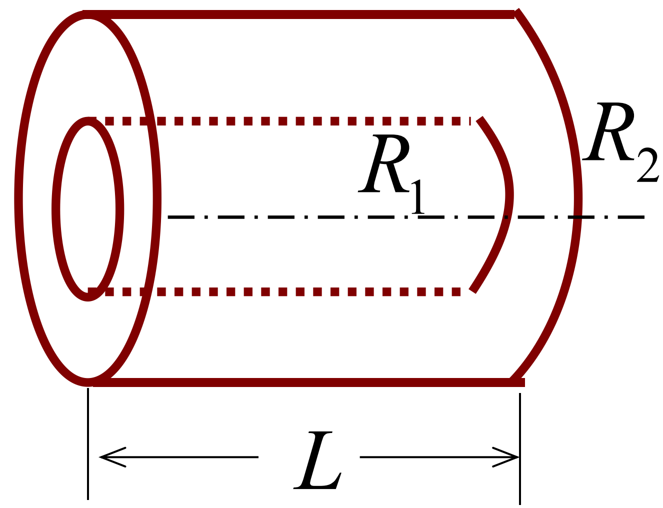
这就是孤立导体球的电容。

地球的电容（半径**6400**公里）

$$C = 4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \times 6.4 \times 10^{6} F \approx 710 \mu F$$

3 圆柱形电容器（同轴电缆）

两个长为 L 的圆柱面，圆柱面上带有等量异号的电荷，其间距离 $R_2-R_1 \ll L$，线电荷密度为 η_e。



解: $\because 2\pi r L E = \eta_e L / \varepsilon_0 \qquad R_2 < r < R_1$

$$\therefore E = \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\therefore U = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$$

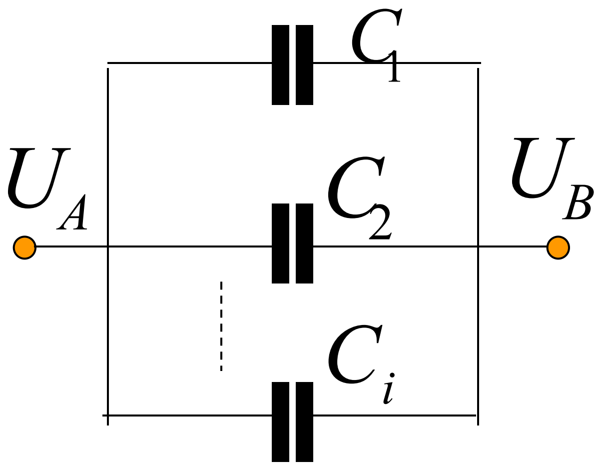
$$= \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{\eta_e L}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

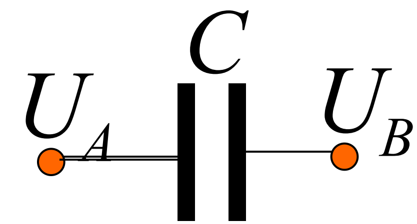
(三) 电容器的串联和并联

并联电容器的电容等于各个电容器电容的和。

- 并联电容器的电容 $C=\sum_i C_i$



等效



令 $U=U_A-U_B$

$$q_1=C_1U$$

$$q_2=C_2U$$

$$q_i=C_iU$$

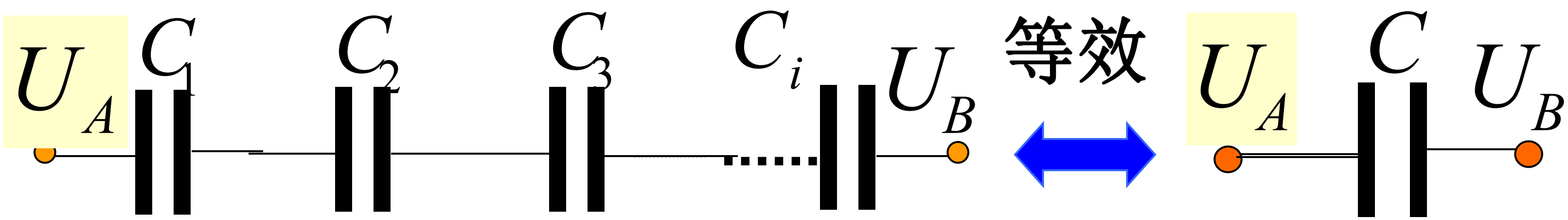
$$\because C=\frac{q_1+q_2+\cdots q_i}{U}$$

$$\therefore C=C_1+C_2+\cdots+C_i$$

• 串联电容器的电容

串联电容器总电容的倒数等于各串联电容倒数之和。

$$\frac{1}{C}=\sum_i \frac{1}{C_i}$$



令 $U=U_A-U_B$　　$U=U_1+U_2+U_3\cdots+U_i$

$C_1=\dfrac{q}{U_1}$　　$C_2=\dfrac{q}{U_2}$ …………… $C_i=\dfrac{q}{U_i}$

$$\because C=\frac{q}{U}=\frac{q}{U_1+U_2+\cdots+U_i} \quad \therefore \frac{1}{C}=\frac{U_1}{q}+\frac{U_2}{q}+\cdots+\frac{U_i}{q}$$

并联电容器的电容等于各个电容器电容的和。

$$C = \sum_i C_i$$

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

串联电容器总电容的倒数等于各串联电容倒数之和。

当电容器的耐压能力或容量不被满足时，常用串并联来改善。

如：并联使用可以提高容量。

串联使用提高耐压能力，可用在稍高的电压中。

(四) 电介质对电容的影响、耐压问题

实验证明：当电容器充满某种均匀介质时，电容器的电容将增大。如果真空中电容器用C_0表示，充满介质后电容用C表示，实验表明其比值

$$\frac{C}{C_0} = \varepsilon_r \geq 1$$

ε_r叫做电介质的相对电容率或相对介电常数，是个纯数，它只与电介质的性质有关。

有介质后电容增大 $C = \varepsilon_r C_0$

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$叫做电介质的电容率或称为介电常量。

平行板电容器间有电介质时，它的电容变为：

$$C = \varepsilon_r C_0 \qquad \therefore C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d}$$

充满电介质的球形电容器(两球壳间有电介质)时的电容

$$\therefore C = C_0 \varepsilon_r = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

充满电介质的圆柱形电容器 (两圆柱间有电介质)时的电容

$$C = C_0 \varepsilon_r = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r L}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}}$$

电容器是个储能元件，电容和耐压是它的两个主要指标。

耐压是指电容器允许加在极板上的最高电压。

极板上电压超出耐压时，极板间的场强会击穿电介质，而损坏电容器。

电介质的绝缘性能遭到破坏，称为击穿(*breakdown*)，

电介质所能承受的不被击穿的最大场强叫做击穿场强 (*breakdown field strength*)，或介电强度 (*dielectric strength*)。

如电容器上标有100μF25V,即允许的最高电压25V。

目录

第二章 静电场中的导体和电介质

§1 静电场中的导体

1.1导体的静电平衡条件

一、静电平衡条件

二、静电平衡下的导体的性质

1.2 导体壳和静电屏蔽

§2 电容和电容器

一、电容

二、电容器

1平行板电容器

2 球形电容器

3 圆柱形电容器

三、电介质对电容的影响、耐压问题

[例一] 两个无限大带电平面，接地与不接地的讨论

[例二] 一个带电金属球放在另一个带电球壳内，求此系统的电荷、电场以及球与球壳间的电势差。