

网络游戏的玩家策略与公司设计

某策略型网络游戏设置有三种原料矿藏 I, II, III 和三种功能建筑A, B, C。矿藏和建筑有1~10 共10 个等级。初始时所有玩家各矿藏和建筑的等级均为1，矿藏和建筑升级所需原料种类和数量如表1所示，升级过程可在瞬时完成。各等级的三种矿藏在每小时末可产生的原料数量如表2所示。

1. 若希望在最短时间内将 A, B, C 三种建筑分别升级至*i, j, k* 级，其中 $2 \leq i, j, k \leq 10$ ，玩家应采取怎样的升级策略。
2. 每个玩家在每小时末由系统随机匹配一个对手，进行一次对战。对战获胜的玩家将获得积分，对战失败的玩家积分不会变化。建筑B 为*j* 级时，对战获胜将获得数量为 $1+(j-1)\beta$ 的积分。建筑 C 为*k* 级时，对战获胜的概率为 $0.5+(k-1)\gamma$ 。游戏每经过*T* 天结算一次，积分最高的玩家将获得奖励。对给定的参数 $\beta=0.1, \gamma=0.05$ ，试给出*T* 取不同值时玩家应采取的策略。当参数变化时，玩家的策略应如何变化。
3. 若游戏进一步设定对战失败的玩家会损失部分原料。建筑A 的作用在于保护部分己方已产生但未使用的原料，建筑A 为1 级时，它可保护的I, II, III 三种原料的数量分别为480, 720, 1200。建筑A 每提升1 级，可保护的原料数量是升级前的 $\alpha=2$ 倍。对战失败的玩家损失的原料数量为己方已产生但未获保护的原料数量的 $\theta=0.1$ 倍。此时玩家应如何根据对战结果动态调整策略，参数的不同取值对此又有何影响。
4. 据第三方调查，该游戏在国内约有3000万稳定用户，部分用户直接购买原料是游戏的盈利模式之一。游戏公司掌握所有玩家的矿藏、建筑等级和原料数量的实时数据。公司应如何利用这些数据，设计游戏参数及三种原料价格，以提升游戏的盈利能力。

表 1：矿藏和建筑升级所需原料种类和数量

	I, II, III	A	B	C
种类	I	I	II	III
2	830	660	960	2300
3	1630	1320	2880	6900
4	4900	2600	5760	13800
5	14700	5200	8640	27650
6	51300	9200	17280	51840
7	97100	16900	51840	89800
8	194200	38000	86500	137100
9	388000	76000	173000	274000
10	776000	228000	519000	810000

表2：矿藏每小时产生的原料数量

等级	I, II, III
1	60
2	120
3	180

4	240
5	300
6	360
7	420
8	480
9	540
10	600

注: 本题选自第十五届浙江大学大学生数学建模竞赛 B 题。