ON THE MEROMORPHY OF LOCAL ZETA FUNCTIONS

野瀬 敏洋 (九州産業大学)

f を $\mathbb{R}^n$ の原点の近傍 U 上定義される C^∞ 級実数値関数とする．このとき, 複素数 s に対して次の積分を考える:

$$Z(s) = \int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|^s \varphi(x) dx.$$

ここで, φ は $\mathbb{R}^n$ 上定義される C^∞ 級実数値関数でその台がコンパクトかつ U に含まれるとする．この積分は $\mathrm{Re}(s) > 0$ のときに収束し, 特に, 領域 $\mathrm{Re}(s) > 0$ における正則関数となる．このとき $Z(s)$ を局所ゼータ関数と呼ぶ．局所ゼータ関数は, いくつかの場合に, 複素平面上のより広い領域へ有理型関数として解析接続されることが知られている．

本講演では, 局所ゼータ関数の有理型関数としての解析接続について論じる．また, Demailly-Kollár によって提出された, 多重劣調和関数に対する openness conjecture (Berndtsson によって 2013 年に肯定的に解決) との関連についても述べる．本研究は神本丈氏との共同研究によるものである．

References

[1] M. F. Atiyah: Resolution of singularities and division of distributions, Comm. Pure Appl. Math. **23** (1970), 145–150.

[2] B. Berndtsson: The openness conjecture for plurisubharmonic functions, arXiv:1305.5781.

[3] I. N. Bernstein and S. I. Gel'fand: Meromorphy of the function P^λ, Funktsional. Anal. Prilozhen. **3** (1969), 84–85.

[4] J.-P. Demailly and J. Kollár: Semi-continuity of complex singularity exponents and Kähler-Einstein metrics on Fano orbifolds, Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (4) **34** (2001), 525–556.

[5] I. M. Gel'fand and G. E. Shilov: *Generalized Functions I.* Academic Press, New York, 1964.

[6] J. Igusa: Forms of higher degree. Tata Institute of Fundamental Research Lectures on Mathematics and Physics, 59. New Delhi, 1978.

[7] J. Kamimoto and T. Nose: Meromorphic continuation of local zeta functions, Complex Analysis and Geometry, Springer Proc. Math. Stat. **144** (2015), 187–195

[8] ______: Newton polyhedra and weighted oscillatory integrals with smooth phases, to appear in Trans. Amer. Math. Soc., arXiv:1406.4325.

[9] ______: Toric resolution of singularities in a certain class of C^∞ functions and asymptotic analysis of oscillatory integrals, to appear in J. Math. Sci. Univ. Tokyo, arXiv:1208.3924.

[10] B. Malgrange: Intégrales asymptotiques et monodromie. Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 7 (1974), 405–430.

[11] A. N. Varchenko: Newton polyhedra and estimation of oscillating integrals, Functional Anal. Appl., **10-3** (1976), 175–196.