# 1　実験の目的

Na ランプと H ランプを用い, 回析格子分光計を使って, 特有なスペクトル線を観測し, その波長を求める.

# 2　実験の原理

## 2.1　スペクトル線

量子論によると, 水素原子のエネルギーはつぎのようにとびとびの値をとる.

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2}(n = 1, 2, 3, ...) \tag{1}$$

$hcR$ は定数で,$h$ はプランク定数,$c$ は真空中の高速度,$R$ はリュートベリ定数である. 量子数 $n$ で決まるエネルギーの値をエネルギー準位という. 放電により高いエネルギー準位 $n_1$ に挙げられた原子が, より低いエネルギー準位 $n_2$ へ遷移するときに光が放出され, その波長 $\nu$ と波長 $\lambda$ は次の式から導くことができる.

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} \text{ および } \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{hc}(E_{n_1} - E_{n_2}) \tag{2}$$

水素原子の可視域のスペクトル線は $n > 2$ の順位から,$n = 2$ の順位へ遷移するとき

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc}(E_{n_1} - E_{n_2}) = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)(n = 3, 4, 5, ...) \tag{3}$$

(3) から計算できる.

## 2.2　回析格子の原理

回析格子とはスリットを狭い感覚で並べたものである. 特定の波長の光線を回析格子の面に垂直に当てると, いくつかの方向に回析光が現れる. 光線から回析格子を通しまっすぐ出てくるものを 0 次, それより角度が増す方向を順番に 1 次,2 次... の回析光という. 0 次の回析光と回析光の方向のなす角を回析角という. $m$ 次回析光の回析角 $\theta_m$ は

$$\sin\theta_m = m\lambda N \quad (m = \pm1, \pm2, ...) \tag{4}$$

の式で求めることができる. (4) の $\lambda$ は光の波長, $N$ は回折格子の単位長さ当たりの格子数でありこれを格子定数と呼ぶ. この式は隣接するスリットを通る光が強め合う条件は,「光路差が波長の整数倍に等しい」であることを表す. これより回析角 $\theta$, 光の波長 $\lambda$, 光の次数 $m$ がわかれば格子定数 $N$ は

$$N = \frac{\sin\theta_m}{m\lambda} \quad (m = \pm1, \pm2, ...) \tag{5}$$

回析角 $\theta$, 光の次数 $m$, 格子定数 $N$ がわかれば光の波長 $\lambda$ は

$$\lambda = \frac{\sin\theta_m}{mN} \quad (m = \pm1, \pm2, ...) \tag{6}$$

と求められる.

# 3　実験の方法

この実験では, 角度 $1/60^\circ = 1'$ まで測れる分光器を用いた.

目からの距離が異なる 2 つの物体を見るとき, 目を動かせば相対的位置はずれて見える. このことを視差という. このずれの分スペクトル線の計測に不確かさが含まれるので, まず視差をなくす調整をした. 接眼レンズを覗いたときに見える十字線がはっきり見えるように接眼レンズを調節しピントを合わせた. 次にスリットの輪郭がはっきり見えるように接眼レンズの前にあるネジで調節した. これによってスリットの像と十字線が重なり視差がなくなった.

## 3.1　Na ランプの測定

まず Na ランプを発光させて, 二本の $D$ 線が観測できるようにスリットを調整した. $D_1$ 線,$D_2$ 線それぞれの一次回折光, 二次回折光を観測し, その位置を記録した. 右側のときの記録を $\theta_R$, 左側のときを $\theta_L$ とした. その後,$m$ 次回折光の回折角 $\theta_m$ を $\theta_m = \frac{\theta_L - \theta_R}{2}$ と求め,(5) で格子定数 $N$ を求めた.

## 3.2　H ランプの測定

まず H ランプを発光させた. 観測できる色の回折光をそれぞれ 1 次回折光, 二次回折光まで観測し, それぞれ記録した. $m$ 次回折光に対する回折角 $\theta_m$ を求めて,Na ランプの測定時に求めた $N$ を利用し,(6) の式から, それぞれの光の波長 $\lambda$ を求めた.

# 4　結果

## 4.1　Na ランプの測定結果

Na ランプによる回折角の測定は次のとおりとなった. これより、格子定数 $N$ とその不確かさ

表 1: Na ランプの測定結果

| 記号 | | $\theta_\mathrm{L}$ | $\theta_\mathrm{R}$ | $\theta = (\theta_\mathrm{L} - \theta_\mathrm{R})/2$ | $\theta_0 = (\theta_\mathrm{L} + \theta_\mathrm{R})/2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| D11 | D1 線 1 次 | $295^\circ 31'$ | $254^\circ 9'$ | $20^\circ 41'$ | $274^\circ 50'$ |
| D21 | D2 線 1 次 | $295^\circ 32'$ | $254^\circ 10'$ | $20^\circ 41'$ | $274^\circ 50'$ |
| D12 | D1 線 2 次 | $319^\circ 55'$ | $229^\circ 54'$ | $45^\circ 1'$ | $434^\circ 25'$ |
| D22 | D2 線 2 次 | $319^\circ 50'$ | $230^\circ$ | $44^\circ 55'$ | $274^\circ 55'$ |

$\Delta N$ を求めた. まず回折角の測定結果から $\mathrm{D}_i$ 線 $m$ 次に対する対する格子定数 $N_{\mathrm{D}im}$ は,(5) 式を用いて,Na の D1 線,D2 線の波長はそれぞれ $\lambda_{\mathrm{D1}} = 589.592$ nm,$\lambda_{\mathrm{D2}} = 588.995$ nm とし [1], 次のように求めた.

$$
\begin{aligned}
N_{\mathrm{D11}} &= \frac{\sin\theta_{\mathrm{D11}}}{1\cdot\lambda_{\mathrm{D1}}} = \frac{\sin(20^\circ 41')}{1\cdot 589.592\times 10^{-6}} = 597.97... \cong 598.0\,\mathrm{mm}^{-1} \\
N_{\mathrm{D21}} &= \frac{\sin\theta_{\mathrm{D21}}}{1\cdot\lambda_{\mathrm{D2}}} = \frac{\sin(20^\circ 41')}{1\cdot 588.995\times 10^{-6}} = 599.57.... \cong 599.6\,\mathrm{mm}^{-1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
N_{\mathrm{D12}} &= \frac{\sin\theta_{\mathrm{D12}}}{2\cdot\lambda_{\mathrm{D1}}} = \frac{\sin(45^\circ 1')}{2\cdot 589.592\times 10^{-6}} = 599.86...\cong 599.9\,\mathrm{mm}^{-1}\\
N_{\mathrm{D22}} &= \frac{\sin\theta_{\mathrm{D22}}}{2\cdot\lambda_{\mathrm{D2}}} = \frac{\sin(45^\circ 55')}{2\cdot 588.995\times 10^{-6}} = 609.82...\cong 609.8\,\mathrm{mm}^{-1}
\end{aligned}
$$

次に不確かさを考慮した格子定数の平均 $\bar{N}$ とその不確かさ $\Delta N$ を求める. 回折角と波長はそれぞれの最小桁に $\pm 1$ の不確かさが存在するとして $\Delta\theta = 1' = \frac{\pi}{60\cdot 180}\mathrm{rad}$、$\Delta\lambda = 0.001\,\mathrm{nm}$ とした.

$$
\begin{aligned}
\Delta N_{\mathrm{D11}} &= N_{\mathrm{D11}}\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_{\mathrm{D11}}}{\sin\theta_{\mathrm{D11}}}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\mathrm{D1}}}\right)^2}\\
&= 598.0\sqrt{\left(\frac{\cos(20^\circ 41')}{\sin(20^\circ 41')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.001}{589.592}\right)^2}\\
&= 0.46...\cong 0.5\,\mathrm{mm}^{-1}\\
\Delta N_{\mathrm{D21}} &= N_{\mathrm{D21}}\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_{\mathrm{D21}}}{\sin\theta_{\mathrm{D21}}}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\mathrm{D2}}}\right)^2}\\
&= 599.6\sqrt{\left(\frac{\cos(20^\circ 41')}{\sin(20^\circ 41')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.001}{588.995}\right)^2}\\
&= 0.46...\cong 0.5\,\mathrm{mm}^{-1}\\
\Delta N_{\mathrm{D12}} &= N_{\mathrm{D12}}\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_{\mathrm{D12}}}{\sin\theta_{\mathrm{D12}}}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\mathrm{D1}}}\right)^2}\\
&= 599.9\sqrt{\left(\frac{\cos(45^\circ 1')}{\sin(45^\circ 1')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.001}{589.592}\right)^2}\\
&= 0.17...\cong 0.2\,\mathrm{mm}^{-1}\\
\Delta N_{\mathrm{D22}} &= N_{\mathrm{D22}}\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_{\mathrm{D22}}}{\sin\theta_{\mathrm{D22}}}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\mathrm{D2}}}\right)^2}\\
&= 609.8\sqrt{\left(\frac{\cos(45^\circ 55')}{\sin(45^\circ 55')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.001}{588.995}\right)^2}\\
&= 0.17...\cong 0.2\,\mathrm{mm}^{-1}\\
\bar{N} &= \frac{\frac{N_{\mathrm{D11}}}{(\Delta N_{\mathrm{D11}})^2} + \frac{N_{\mathrm{D21}}}{(\Delta N_{\mathrm{D21}})^2} + \frac{N_{\mathrm{D12}}}{(\Delta N_{\mathrm{D12}})^2} + \frac{N_{\mathrm{D22}}}{(\Delta N_{\mathrm{D22}})^2}}{\frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D11}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D21}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D12}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D22}})^2}}\\
&= \frac{\frac{598.0}{(0.46)^2} + \frac{599.6}{(0.46)^2} + \frac{599.9}{(0.17)^2} + \frac{609.8}{(0.17)^2}}{\frac{1}{(0.46)^2} + \frac{1}{(0.46)^2} + \frac{1}{(0.17)^2} + \frac{1}{(0.17)^2}}\\
&= 604.12...\cong 604.1\,\mathrm{mm}^{-1}\\
\Delta N &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D11}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D21}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D12}})^2} + \frac{1}{(\Delta N_{\mathrm{D22}})^2}}}\\
&= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(0.46)^2} + \frac{1}{(0.46)^2} + \frac{1}{(0.17)^2} + \frac{1}{(0.17)^2}}}\\
&= 0.11...\cong 0.1\,\mathrm{mm}^{-1}
\end{aligned}
$$

## 4.2 H ランプの測定結果

H ランプによる観測できた色の 1 次,2 次回折光は次のようになった．これより、(6) 式から各光

表 2: H ランプの測定結果

| 色 | 次数 | $\theta_{\mathrm{R}}$ | $\theta_{\mathrm{L}}$ | $\theta = (\theta_{\mathrm{L}} - \theta_{\mathrm{R}})/2$ | $\theta_0 = (\theta_{\mathrm{L}} + \theta_{\mathrm{R}})/2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 青 | 1 | $257°50'$ | $291°57'$ | $17°03'$ | $274°53'$ |
| 青 | 2 | $241°$ | $306°10'$ | $32°35'$ | $273°35'$ |
| 水 | 1 | $257°55'$ | $292°45'$ | $17°35'$ | $275°20'$ |
| 水 | 2 | $259°19'$ | $310°33'$ | $25°37'$ | $284°56'$ |
| 橙 | 1 | $254°07'$ | $295°33'$ | $29°50'$ | $275°10'$ |
| 橙 | 2 | $229°58'$ | $319°51'$ | $45°3'$ | $274°54'$ |
| 赤 | 1 | $251°40'$ | $298°$ | $28°20'$ | $274°50'$ |
| 赤 | 2 | $223°4'$ | $326°57'$ | $51°56'$ | $275°$ |

の波長 $\lambda$, 及びその不確かさ $\Delta\lambda$ を次のように求めた. なお, それぞれの回折角と波長を (2) の上から順番に $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8$ と $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8$ とする.

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{\sin\theta_1}{1\cdot N} = \frac{\sin(17°03)}{1\cdot 604.1} = 485.36... \cong 485.3\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_1 &= \lambda_1\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_1}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 485.3\sqrt{\left(\frac{\cos(17°03')}{\cos(17°03')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.46... \cong 0.5\,\mathrm{nm} \\
\lambda_2 &= \frac{\sin\theta_2}{2\cdot N} = \frac{\sin(32°35')}{2\cdot 604.1} = 445.68... \cong 445.6\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_2 &= \lambda_2\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_2}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 445.6\sqrt{\left(\frac{\cos(32°35')}{\cos(32°35')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.21... \cong 0.2\,\mathrm{nm} \\
\lambda_3 &= \frac{\sin\theta_3}{1\cdot N} = \frac{\sin(17°35')}{1\cdot 604.1} = 499.97... \cong 500.0\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_3 &= \lambda_3\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_3}{\cos\theta_3}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 500.0\sqrt{\left(\frac{\cos(17°35')}{\cos(17°35')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.46... \cong 0.5\,\mathrm{nm} \\
\lambda_4 &= \frac{\sin\theta_4}{2\cdot N} = \frac{\sin(25°37')}{2\cdot 604.1} = 357.88... \cong 357.9\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_4 &= \lambda_4\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_4}{\cos\theta_4}\cdot\Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 357.9\sqrt{\left(\frac{\cos(25°37')}{\cos(25°37')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2+\left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.22... \cong 0.2\,\mathrm{nm} \\
\lambda_5 &= \frac{\sin\theta_5}{1\cdot N}=\frac{\sin(29°50')}{1\cdot 604.1}=823.42...\cong 823.4\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_5 &= \lambda_4\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_5}{\cos\theta_5}\cdot\Delta\theta\right)^2+\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 823.4\sqrt{\left(\frac{\cos(29°50')}{\cos(29°50')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2+\left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.43... \cong 0.4\,\mathrm{nm} \\
\lambda_6 &= \frac{\sin\theta_6}{2\cdot N}=\frac{\sin(45°3')}{2\cdot 604.1}=585.76...\cong 585.8\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_6 &= \lambda_4\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_6}{\cos\theta_6}\cdot\Delta\theta\right)^2+\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 585.8\sqrt{\left(\frac{\cos(45°3')}{\cos(45°3')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2+\left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.19... \cong 0.2\,\mathrm{nm} \\
\lambda_7 &= \frac{\sin\theta_7}{1\cdot N}=\frac{\sin(28°20')}{1\cdot 604.1}=785.54...\cong 785.5\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_7 &= \lambda_4\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_7}{\cos\theta_7}\cdot\Delta\theta\right)^2+\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 785.5\sqrt{\left(\frac{\cos(28°20')}{\cos(28°20')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2+\left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.44... \cong 0.4\,\mathrm{nm} \\
\lambda_8 &= \frac{\sin\theta_8}{2\cdot N}=\frac{\sin(51°56')}{2\cdot 604.1}=651.59...\cong 651.6\,\mathrm{nm} \\
\Delta\lambda_8 &= \lambda_4\sqrt{\left(\frac{\cos\theta_8}{\cos\theta_8}\cdot\Delta\theta\right)^2+\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \\
&= 651.6\sqrt{\left(\frac{\cos(51°56')}{\cos(51°56')}\cdot\frac{\pi}{60\cdot 180}\right)^2+\left(\frac{0.1}{604.1}\right)^2} \\
&= 0.18... \cong 0.2\,\mathrm{nm}
\end{aligned}
$$

理科年表 [2] を見たところ H の青色の波長は 410.1734 nm, 水色と思われる波長は 486.1286949 nm, 赤色と思われる波長は 656.285175 nm となっている.

この値を参考にして表から青の二次回折光 445.6±0.2 nm, 水色の一次回折光 500.0±0.5 nm, 赤色のの二次回折光 651.6±0.2 nm の値に対して (3) の式で n の値がどうなるか調べる. 青色の二次回折光の $\lambda$ を $4.458 \times 10^-7$ m とし代入し結果は $n=\sqrt{21.968...}$ となりおおよそ 4 と 5 の間となった. 水色の二次回折光の $\lambda$ を $4.458 \times 10^-7$ m とし代入し結果は $n=\sqrt{14.814...}$ となりおおよそ 3 と 4 の間となった. 赤色の二次回折光の $\lambda$ を $6.518 \times 10^-7$ m とし代入し結果は $n=\sqrt{9.078...}$ となりおおよそ 3 となった.

## 5 考察

まず Na ランプを用いた実験で求めた格子定数 $N$ について考察する. 今回利用した回析格子は $N$=600 と定義されているものであり, 実際に計測した結果は 604.1±0.1 となり, 定義より少し本数が多いという結果になった.

加えて H ランプを用いた実験で求めた観測できた色の波長は青が一次回折光が誤差が +74.62 nm, 二次回折光が誤差が +35.23 nm, 水色が一次回折光が誤差が +13.37 nm, 二次回折光が誤差が −128.03 nm, 赤色が一次回折光が誤差が +128.31 nm, 二次回折光が誤差が −4.49 nm となった. 結果として最も文献値と離れたものは赤色の一次回折光であった. これらのずれの原因として多くのことが考えられるが,Na ランプがそこまで大きくはずれた値を出していないのに対し,H ランプの結果が大きくハズレたものがあることから, ランプを Na から H に変えたときに, 視差による誤差が出ないようにする調整が甘かったと考えれる. またランプ交換時に H ランプでは $\theta_0$ となる場所に設置するのにかなり手こずり,$\theta_0$ の値がずれていたと考えられる.

## 参考文献


[1] 電気通信大学『基礎科学実験 A』2021 年,p52∼58

[2] 国立天文台『理科年表』2022 年 `https://www.rikanenpyo.jp/member/?module=Member&action=Contents&page=allPSx11x1010_2022_1.html`