

中学校での「移項」という考え方の弊害

事例1

中学校の教科書では「他方の辺に符号を変えて移す」と
教えるようになつてゐる。

Aさんが正解を解説して曰く

$$4x = -2$$

$$x = -2/4$$

$$x = -1/2$$

質問していたBさん曰く

4を右に持つていけいいんですね！

反対側に数字を動かす時には符号変わるんじゃなかつたっけ？

$$4x = -2 \rightarrow 4x = -2 \xrightarrow{-4}$$

事例 2

Cさんの答案

$$\begin{aligned}30x + 12y &= 138 \\30y + 12x &= 156 \\\downarrow \\30x + 12y &= 138 \\-12x + 30y &= 156 \\\downarrow \\&\text{以下略}\end{aligned}$$

Bさんの指摘

12x の前のマイナスが違うと思います！

Cさん曰く

=を跨がず、左辺、右辺内の移項は符号変わらないんですね。

全国的な調査結果

③ 次の(1)から(4)までの各問い合わせに答えなさい。

(1) 一次方程式 $7x = 5x + 6$ を次のように解きました。

$$\begin{aligned} 7x &= 5x + 6 \quad \cdots \textcircled{1} \\ 7x - 5x &= 6 \quad \cdots \textcircled{2} \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

上の式①から式②への変形では、 $5x$ を右辺から左辺に移項しました。移項してよい理由は、等式の性質をもとに説明できます。

$5x$ を移項してよい理由として正しいものを、下のアからエの中から1つ選びなさい。

反応率

11.9% ア 式①の両辺に $5x$ をたしても等式は成り立つから、移項してよい。

61.7% イ 式①の両辺から $5x$ をひいても等式は成り立つから、移項してよい。

16.6% ウ 式①の両辺に 5 をかけても等式は成り立つから、移項してよい。

8.4% エ 式①の両辺を -5 でわっても等式は成り立つから、移項してよい。

(2) 一次方程式 $4(x+5) = 80$ を解きなさい。

(2)の正答率は83.6%だが、そのうちの30.1%が(1)では誤答した。

平成19年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書 数学 pp. 152より

(2)の正解率は高いが、

3人に1人以上は①から②への変形で何をやっているかを何も理解していない！

この点に中学と高校で数学を教える人は十分に注意するべき！

解答類型と反応率

問題番号	解 答 類 型		反応率 (%)	正答
③ (1)	1 アと解答しているもの		11.9	
	2 イと解答しているもの		61.7	◎
	3 ウと解答しているもの		16.6	
	4 エと解答しているもの		8.4	
	9 上記以外の解答		0.0	
	0 無解答		1.3	

分析結果と課題

○移項の意味を理解することは、関係を表す式の変形や、方程式を解く際に必要である。正答率は、61.7%であり、移項の意味の理解に課題がある。

○誤答については、「 $7x = 5x + 6$ 」の $5x$ をみて、両辺に 5 をかける選択肢ウを選んだ解答類型3の反応率が、16.6%である。

○()を含む一次方程式を解く問題 ③(2)の正答率は、83.6%である。③(2)で一次方程式を解くことができた生徒のうち、30.1%の生徒が本問題で誤答である。一次方程式を解くことができていても、方程式を解く際に用いる移項の意味を理解できていない生徒がいると考えられる。

学習指導に当たって

○方程式を解く際に、移項による解き方と等式の性質による解き方を対比し、移項による解き方は、等式の性質による解き方を形式的に簡略化したものであることを理解できるようにすることが大切である。

○連立方程式や一次関数などで、移項を用いて等式の変形をする際にも、移項の根拠を問うなどして、移項と等式の性質の関係をより確実に理解できるようにすることが大切である。

平成19年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書 数学 pp. 153より

おもて

3 次の(1)から(4)までの各問い合わせに答えなさい。

(1) 一次方程式 $7x = 5x + 6$ を次のように解きました。

$$\begin{aligned} 7x &= 5x + 6 \quad \cdots \cdots ① \\ 7x - 5x &= 6 \quad \cdots \cdots ② \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

上の式①から式②への変形では、 $5x$ を右辺から左辺に移項しました。移項してよい理由は、等式の性質をもとに説明できます。

$5x$ を移項してよい理由として正しいものを、下のアからエの中から1つ選びなさい。

反応率

11.9% ア 式①の両辺に $5x$ をたしても等式は成り立つから、移項してよい。

61.7% イ 式①の両辺から $5x$ をひいても等式は成り立つから、移項してよい。

16.6% ウ 式①の両辺に 5をかけても等式は成り立つから、移項してよい。

8.4% エ 式①の両辺を -5 でわっても等式は成り立つから、移項してよい。

(2) 一次方程式 $4(x+5)=80$ を解きなさい。

(2)の正答率は83.6%だが、そのうちの30.1%が(1)では誤答した。

解答類型と反応率

問題番号		解 答 類 型	反応率 (%)	正答
③	(1)	1 ア と解答しているもの	11.9	
		2 イ と解答しているもの	61.7	◎
		3 ウ と解答しているもの	16.6	
		4 エ と解答しているもの	8.4	
		9 上記以外の解答	0.0	
		0 無解答	1.3	

分析結果と課題

○移項の意味を理解することは、関係を表す式の変形や、方程式を解く際に必要である。正答率は、61.7%であり、移項の意味の理解に課題がある。

○誤答については、「 $7x = 5x + 6$ 」の $5x$ をみて、両辺に5をかける選択肢ウを選んだ解答類型3の反応率が、16.6%である。

○()を含む一次方程式を解く問題(③(2))の正答率は、83.6%である。③(2)で一次方程式を解くことができた生徒のうち、30.1%の生徒が本問題で誤答である。一次方程式を解くことができていても、方程式を解く際に用いる移項の意味を理解できていない生徒がいると考えられる。

学習指導に当たって

○方程式を解く際に、移項による解き方と等式の性質による解き方を対比し、移項による解き方は、等式の性質による解き方を形式的に簡略化したものであることを理解できるようになることが大切である。

○連立方程式や一次関数などで、移項を用いて等式の変形をする際にも、移項の根拠を問うなどして、移項と等式の性質の関係をより確実に理解できるようにすることが大切である。

教科書での説明の仕方 1

つり合っている天びんと同じように、等式には次の性質がある。

▼

重要

等式の性質

- 等式の両辺に同じ数や式 m を加えても、等式は成り立つ。
 $A=B$ ならば、 $A+m=B+m$
- 等式の両辺から同じ数や式 m をひいても、等式は成り立つ。
 $A=B$ ならば、 $A-m=B-m$
- 等式の両辺に同じ数 m をかけても、等式は成り立つ。
 $A=B$ ならば、 $Am=Bm$
- 等式の両辺を同じ数 $m (m \neq 0)$ でわっても、等式は成り立つ。
 $A=B$ ならば、 $\frac{A}{m}=\frac{B}{m}$

注意 $m \neq 0$ は、 m は 0 でないことを表している。↑枠で囲むまでもないほど自明

また、等式の両辺を入れかえても、その等式は成り立つ。

$A=B$ ならば $B=A$ ← これは「等式の性質」ではない？

学校図書『中学校数学1』p. 99より

等式の性質を使った方程式の解き方

例 1

$$x+6 = -2$$

両辺から 6 をひくと、 $x+6-6 = -2-6$

$$x = -8$$

枠で囲まれた「等式の性質」ではなく、「等式の両辺に同じ操作を施しても等式は等式のまま保たれる」という当たり前のこととして理解すべきである。

例 1 で導いた等式 $x = -8$ は、方程式 $x+6 = -2$ の解が -8 であることを示している。

あたりまえのことを4つに分けて
あたりまえでないかのように書いてある。

$A=B$ ならば A と B に完全に
同じ操作をほどこした結果も
等しくなる； $f(A) = f(B)$ 、

$$A=B \Rightarrow f(A) = f(B).$$

$(A=B$ ならば A と B はあらゆること
について同じ条件をみたす。)

↑等式の基本性質、

$$A=B \Rightarrow A^2 = B^2.$$

教科書での説明の仕方2

・目標・ 方程式を、手際よく解く方法を考えよう。[学校図書『中学校数学1』p.101より]

見つける

〔数学的活動〕

Q 次の①, ②は、等式の性質を使って方程式を解いたものです。それぞれ、どんな等式の性質を使っているでしょうか。

① $x - 9 = 3$ ①
 $x - 9 + 9 = 3 + 9$
 $x = 3 + 9$ ②
 $x = 12$

② $2x = 6 + x$ ①
 $2x - x = 6 + x - x$
 $2x - x = 6$ ②
 $x = 6$

I 拓海さんは、Qの①で、①と②の式を比べ、右のようなことに気づきました。②では、①と②の式についてどんなことがいえるでしょうか。

次ページの「移項」の説明に続く

①では左辺に数の項 -9 があつたが、両辺に 9 を加えたために、
②では左辺から -9 が消えている。その代わりに、②では右辺に数の項 $+9$ が現れている。

これは実質的に
等式性質の①, ②, ③, ④の
番号を答へさせる問題。

これは「両辺に 9 をたす」と
考えることをやめさせて、
「左辺の -9 が右辺に $+9$ になって移動した」と考えさせることを意図している。



教科書での説明の仕方③

前ページで調べたように、等式では、一方の辺にある項を、符号を変えて他方の辺に移すことができる。

学校図書『中学校数学1』p.102より

このような操作を、移項という。

$$x - 9 = 3$$

↓
移項
 $x = 3 + 9$

$$2x = 6 + x$$

↓
移項
 $2x - x = 6$

移項を使った方程式の解き方

例 1

$$3x + 5 = -4$$

5を移項すると、

$$3x = -4 - 5$$

$$3x = -9$$

$$x = -3$$

$$3x + 5 = -4$$

↓
 $3x = -4 - 5$

項の符号を変えて移す
というやり方は効率的だ
な!



次ページへ、

このページの後では、「両辺に9をたす」とか

「両辺からxをひく」ではなく「符号を変えて移す」と教えさせされることになる。

このような教え方のせいで、3人に1人以上の中学生が数学を何もわからなく思っている。

符号を変えて移す

$$5x = 6 + 2x$$

$$5x - 2x = 6$$

$$3x = 6$$

↓ 両辺を3でわる

$$x = 2$$

両辺に同じ操作をほどこす

$$5x = 6 + 2x$$

↓ 両辺から $2x$ を引く

$$3x = 6$$

↓ 両辺を3でわる

$$x = 2$$

これを見れば、両辺に同じ操作をほどこすのと、テッティしても
計算が無用に長くなったりしないことがある。
「多项」という字のある教え方をする必要はない。