

# ColabでJuliaを使うためのノートブック

このノートブックの内容については再配布・改変・部分的コピーその他すべてを自由に行って構いません。

このノートブックは[Google Colabで実行できる](https://colab.research.google.com/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-4%20Julia%20notebook%20for%20Google%20Colab.ipynb)

(<https://colab.research.google.com/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-4%20Julia%20notebook%20for%20Google%20Colab.ipynb>).

**注意警告:** すべてのセルを実行する前に少し下の方にある注意警告を参照せよ。

```
In [1]: 1 # Google Colabと自分のパソコンの両方で使えるようにするための工夫
2
3 using Pkg
4
5 """すでにPkg.add済みのパッケージのリスト"""
6 _packages_added = [sort!(readdir(Sys.STDLIB));
7   sort!([info.name for (uuid, info) in Pkg.dependencies() if info.is_direct_dep])]
8
9 """_packages_added内  にないパッケージをPkg.addする"""
10 add_pkg_if_not_added_yet(pkg) = if isnothing(Base.find_package(pkg))
11   println(stderr, "# $(pkg).jl is not added yet, so let's add it.")
12   Pkg.add(pkg)
13 end
14
15 """expr::Exprからusing内の`.`を含まないモジュール名を抽出"""
16 function find_using_pkgs(expr::Expr)
17   pkgs = String[]
18   function traverse(expr::Expr)
19     if expr.head == :using
20       for arg in expr.args
21         if arg.head == :. && length(arg.args) == 1
22           push!(pkgs, string(arg.args[1]))
23         elseif arg.head == :(::) && length(arg.args[1].args) == 1
24           push!(pkgs, string(arg.args[1].args[1]))
25         end
26       end
27     else
28       for arg in expr.args arg isa Expr && traverse(arg) end
29     end
30   end
31   traverse(expr)
32   pkgs
33 end
34
35 """必要そうなPkg.addを追加するマクロ"""
36 macro autoadd(expr)
37   pkgs = find_using_pkgs(expr)
38   :(add_pkg_if_not_added_yet.($(pkgs))); $expr
39 end
```

Out[1]: @autoadd

**注意警告:** 以下のセルの `@usingdocstringtranslation; @switchlang! :ja` をコメントアウトすると( # を行頭に追加すると)、実験的にヘルプの主要な一部分を日本語に翻訳して表示してくれる設定を無効にできる。無効にしない場合には Google Colabで約3分程度時間が取られることになる。HDD上に展開する場合にはそれを超えて大変な時間がかかる可能性がある。

```
In [2]: 1 macro usingdocstringtranslation()
2         quote
3             translationurl = "https://github.com/AtelierArith/DocStrBankExperimental.jl/releases
4             #translationurl = "https://github.com/AtelierArith/DocStrBankExperimental.jl/releases
5             scratchspaces_dir = joinpath(DEPOT_PATH[1], "scratchspaces", "d404e13b-1f8e-41a5-a26a-0b758a0c6c97")
6             translation_dir = joinpath(scratchspaces_dir, "translation")
7             if isdir(translation_dir)
8                 println(stderr, "Directory $translation_dir already exists.")
9                 println(stderr, "To download and extract translation.zip again, the directory must be deleted.")
10            else
11                println(stderr, "translation.zip to be downloaded will be extracted into $translation_dir")
12                run(`wget --no-verbose $(translationurl) -P $(scratchspaces_dir)`)
13                run(`unzip -q $(joinpath(scratchspaces_dir, "translation.zip")) -d $(scratchspaces_dir)`)
14            end
15            @autoadd using DocstringTranslation
16        end
17    end
18
19    # Google Colabで次の行の実行には3分秒程度かかる。
20    @usingdocstringtranslation; @switchlang! :ja
```

Directory D:\.julia\scratchspaces\d404e13b-1f8e-41a5-a26a-0b758a0c6c97\translation already exists.  
 To download and extract translation.zip again, the directory must be deleted.  
 Warning: The OPENAI\_API\_KEY has not been set. Please set OPENAI\_API\_KEY to the environment variable to use the translation function.  
 @ DocstringTranslation D:\.julia\packages\DocstringTranslation\0YgZP\src\switchlang.jl:26

Out[2]: "ja"

**注意:** 以下のセルを using の行のコメントアウトを全部外してからGoogle Colabで実行すると5分から6分程度かかるようである。その待ち時間に耐え切れなと感じる人は自分のパソコン上にJuliaをJupyter上で実行する環境を作ればよい。コンピュータの取り扱いの初心者の中にはその作業は非常に難しいと感じるかもしれないが、適当に検索したり、AIに質問したりすればできるはずである。

```
In [3]: 1 # 以下は黒木玄がよく使っているパッケージ達
2 # 例えばQuadGKパッケージ(数値積分のパッケージ)の使い方は
3 # QuadGK.jl をインターネットで検索すれば得られる。
4
5 ENV["LINES"], ENV["COLUMNS"] = 100, 100
6
7 @autoadd begin
8     using LinearAlgebra
9     using Printf
10    using Random
11    Random.seed!(4649373)
12    using Distributions
13    using StatsPlots
14    default(fmt=:png, legendfontsize=12, titlefontsize=12)
15    #using BenchmarkTools
16    #using Optim
17    #using QuadGK
18    #using RDatasets
19    #using Roots
20    #using StatsBase
21    #using StatsFuns
22    #using SpecialFunctions
23    #using SymPy
24    end
```

Julia言語 (<https://julialang.org/>)については以下の検索で色々学べる。

- Julia言語のドキュメント: <https://docs.julialang.org/en/v1/> (<https://docs.julialang.org/en/v1/>)
- Julia言語について検索: <https://www.google.com/search?q=Julia%E8%A8%80%E8%AA%9E> (<https://www.google.com/search?q=Julia%E8%A8%80%E8%AA%9E>)
- Distributions.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=Distributions.jl> (<https://www.google.com/search?q=Distributions.jl>)
- Plots.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=Plots.jl> (<https://www.google.com/search?q=Plots.jl>)
- StatsPlots.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=StatsPlots.jl> (<https://www.google.com/search?q=StatsPlots.jl>)
- BenchmarkTools.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=BenchmarkTools.jl> (<https://www.google.com/search?q=BenchmarkTools.jl>)
- Optim.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=Optim.jl> (<https://www.google.com/search?q=Optim.jl>)

- QuadGK.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=QuadGK.jl> (<https://www.google.com/search?q=QuadGK.jl>)
- RDatasets.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=RDatasets.jl> (<https://www.google.com/search?q=RDatasets.jl>)
- Roots.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=Roots.jl> (<https://www.google.com/search?q=Roots.jl>)
- StatsBase.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=StatsBase.jl> (<https://www.google.com/search?q=StatsBase.jl>)
- StatsFuns.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=StatsFuns.jl> (<https://www.google.com/search?q=StatsFuns.jl>)
- SpecialFunctions.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=SpecialFunctions.jl> (<https://www.google.com/search?q=SpecialFunctions.jl>)
- SymPy.jlパッケージについて検索: <https://www.google.com/search?q=SymPy.jl> (<https://www.google.com/search?q=SymPy.jl>)

## @autoadd マクロの使い方

例えば、パッケージA.jlやB.jlをインストール前(Pkg.add前)であるとき、

```
using A
using B: b1, b2
```

を実行しようするとエラーになってしまう。しかし、

```
@autoadd using A
@autoadd using B: b1, b2
```

または

```
@autoadd begin
using A
using B: b1, b2
end
```

を実行すれば、自動的にパッケージA.jlやB.jlがインストールされてから、using達が実行される。

以下のように @macroexpand を使えば具体的に何が実行されるかを確認できる。

```
In [4]: 1 (@macroexpand @autoadd using A) ▶ Base.remove_linenumbers!
```

```
Out[4]: quote
Main.add_pkg_if_not_added_yet.(["A"])
using A
end
```

```
In [5]: 1 (@macroexpand @autoadd using A, B, C) ▶ Base.remove_linenumbers!
```

```
Out[5]: quote
Main.add_pkg_if_not_added_yet.(["A", "B", "C"])
using A, B, C
end
```

```
In [6]: 1 (@macroexpand @autoadd using A: a1, a2, @a3) ▶ Base.remove_linenumbers!
```

```
Out[6]: quote
Main.add_pkg_if_not_added_yet.(["A"])
using A: a1, a2, @a3
end
```

```
In [7]: 1 (@macroexpand @autoadd begin
2 using A: a1
3 using A.B
4 using A.C: c1, c2
5 #using D
6 using E, A.F, G
7 using H: h1, h2
8 using I
9 end) ▶ Base.remove_linenums!
```

```
Out[7]: quote
Main.add_pkg_if_not_added_yet.(["A", "E", "G", "H", "I"])
begin
  using A: a1
  using A.B
  using A.C: c1, c2
  using E, A.F, G
  using H: h1, h2
  using I
end
end
```

## ランダムウォーク

期待値が  $\mu$  で標準偏差が  $\sigma$  の確率分布の独立同分布確率変数列  $X_1, X_2, X_3, \dots$  について,

$$W_n = (X_1 - \mu) + (X_2 - \mu) + \dots + (X_n - \mu), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

の様子がどうなるかを見てみよう.

まずはガンマ分布の説明を見てみよう. セルの先頭に ? と書き、その後に説明してもらいたいものの名前を書けば説明が表示される.

```
In [8]: 1 ?Gamma
```

```
search: Gamma gamutmax
```

```
Out[8]: \begin{verbatim}
Gamma(α,θ)
\end{verbatim}
```

**ガンマ分布**は、形状パラメータ $\alpha$ とスケール $\theta$ を持ち、確率密度関数は次のようになります。

$$f(x; \alpha, \theta) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}}{\Gamma(\alpha)\theta^\alpha}, \quad x > 0$$

```
\begin{verbatim}
Gamma()      # 形状が単位、スケールが単位 of ガンマ分布、すなわち Gamma(1, 1)
Gamma(α)     # 形状が α、スケールが単位 of ガンマ分布、すなわち Gamma(α, 1)
Gamma(α, θ)  # 形状が α、スケールが θ of ガンマ分布

params(d)    # パラメータを取得、すなわち (α, θ)
shape(d)     # 形状パラメータを取得、すなわち α
scale(d)     # スケールパラメータを取得、すなわち θ
\end{verbatim}
```

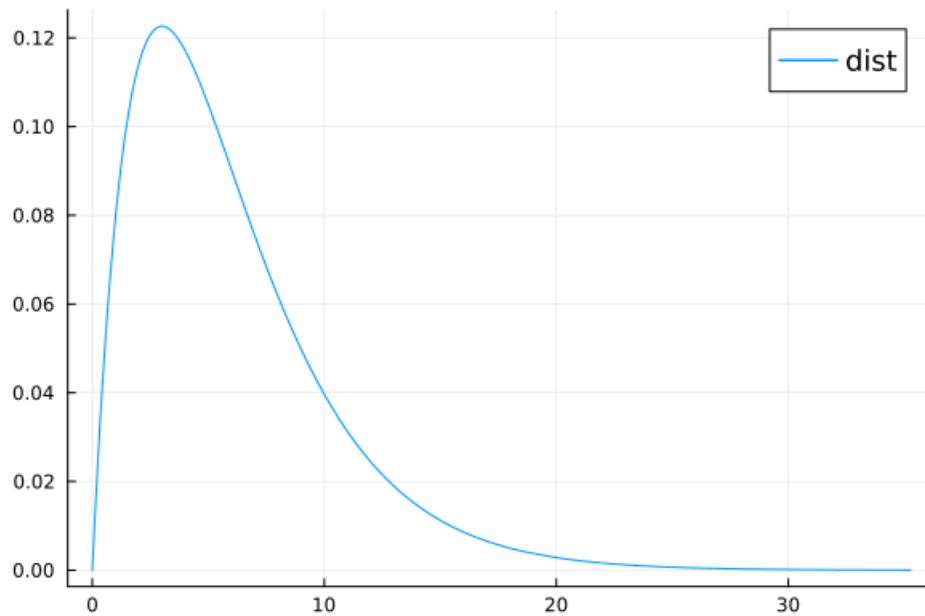
外部リンク

```
\begin{itemize}
\item \href{http://en.wikipedia.org/wiki/Gamma_distribution}{ガンマ分布 - Wikipedia}
\end{itemize}
```

```
In [9]: 1 dist = Gamma(2, 3)
2 @show mu, sigma = mean(dist), std(dist)
3 plot(dist; label="dist")
```

```
(mu, sigma) = (mean(dist), std(dist)) = (6.0, 4.242640687119285)
```

Out[9]:



```
In [10]: 1 X_minus_mu = rand(dist - mu, 10) # X_1 - mu, X_2 - mu, ..., X_10 - mu を生成
```

```
Out[10]: 10-element Vector{Float64}:
 3.0311267478769928
-1.4409032773374868
-4.693642987661233
-1.7502325815689757
10.650497896417825
-2.563141099889714
-3.189505348153571
-1.8701849265462256
-3.0119934886403863
-4.283202704007239
```

```
In [11]: 1 cumsum(X_minus_mu) # W_1, W_2, ..., W_10 を作成
```

```
Out[11]: 10-element Vector{Float64}:
 3.0311267478769928
 1.590223470539506
-3.1034195171217274
-4.853652098690703
 5.796845797727122
 3.2337046978374078
 0.044199349683836875
-1.8259855768623883
-4.837979065502775
-9.121181769510013
```

上で使った `cumsum` の説明を見てみよう。

In [12]:

1 ?cumsum

search: cumsum cumsum! sum

Out[12]:

```
\begin{verbatim}
cumsum(A; dims::Integer)
\end{verbatim}
```

次元 `\texttt{dims}` に沿った累積和。パフォーマンスのために事前に割り当てられた出力配列を使用するには、`\href{@ref}{\texttt{cumsum!}}` も参照してください。また、出力の精度を制御するためにも使用できます（例：オーバーフローを避けるため）。`\section{例}`

```
\begin{verbatim}
julia> a = [1 2 3; 4 5 6]
2×3 Matrix{Int64}:
 1 2 3
 4 5 6

julia> cumsum(a, dims=1)
2×3 Matrix{Int64}:
 1 2 3
 5 7 9

julia> cumsum(a, dims=2)
2×3 Matrix{Int64}:
 1 3 6
 4 9 15
\end{verbatim}
```

```
\begin{quote}
\textbf{note}
```

Note

戻り値の配列の `\texttt{eltype}` は、システムのワードサイズ未満の符号付き整数の場合は `\texttt{Int}`、システムのワードサイズ未満の符号

```
\begin{verbatim}
julia> cumsum(Int8[100, 28])
2-element Vector{Int64}:
 100
 128

julia> accumulate(+, Int8[100, 28])
2-element Vector{Int8}:
 100
-128
\end{verbatim}
```

前者の場合、整数はシステムのワードサイズに拡張され、その結果は `\texttt{Int64}[100, 128]` になります。後者の場合、そのような拡張

```
\end{quote}
```

---

`\rule{\textwidth}{1pt}`

```
\begin{verbatim}
cumsum(itr)
\end{verbatim}
```

イテレータの累積和。他の関数を適用するには、`\href{@ref}{\texttt{accumulate}}` を参照してください。

```
\begin{quote}
\textbf{compat}
```

Julia 1.5

非配列イテレータに対する `\texttt{cumsum}` は、少なくとも Julia 1.5 が必要です。

```
\end{quote}
```

`\section{例}`

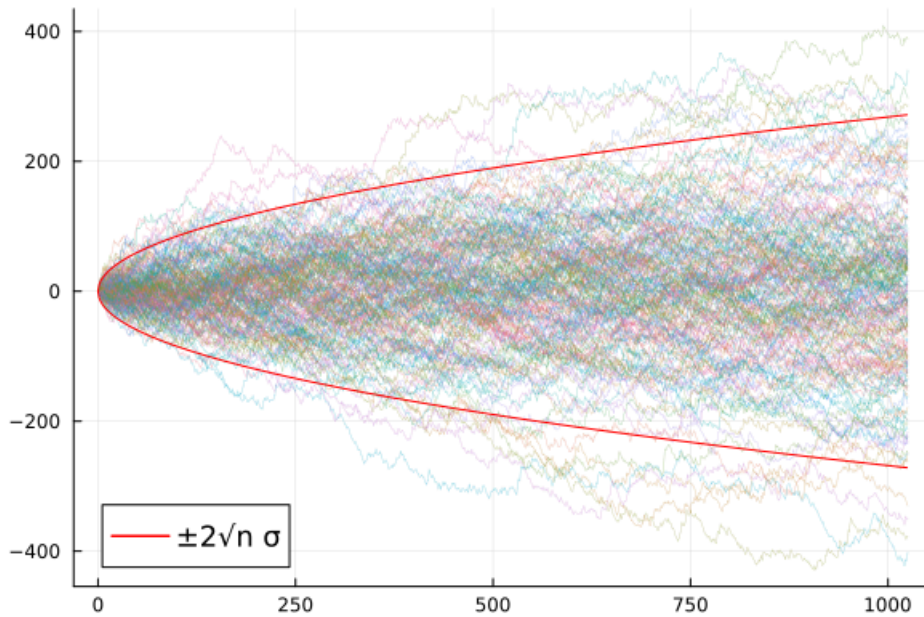
```
\begin{verbatim}
julia> cumsum(1:3)
3-element Vector{Int64}:
 1
 3
 6

julia> cumsum((true, false, true, false, true))
(1, 1, 2, 2, 3)

julia> cumsum(fill(1, 2) for i in 1:3)
3-element Vector{Vector{Int64}}:
 [1, 1]
 [2, 2]
 [3, 3]
\end{verbatim}
```

```
In [13]: 1 nmax = 2^10 # maximum sample size
2 niters = 200 # number of iterations
3 Ws = [cumsum(rand(dist - mu, nmax)) for _ in 1:niters] # [W_1, W_2, ..., W_nmax] をniters回生成
4
5 plot()
6 for W in Ws
7     plot!([0; W]; label="", lw=0.3, alpha=0.5)
8 end
9 plot!(n -> +2sqrt(n)*sigma, 0, nmax; label="+2√n σ", c=:red)
10 plot!(n -> -2sqrt(n)*sigma, 0, nmax; label="-2√n σ", c=:red)
```

Out[13]:



期待値が 0 のギャンブルを  $n$  回繰り返すと、**トータルでの勝ち負けの金額**はおおよそ  $\pm 2\sqrt{n}\sigma$  の範囲におさまる(ランダムウォークの偏差).

## 大数の法則

期待値が 0 で標準偏差が  $\sigma$  の確率分布の独立同分布確率変数列  $X_1, X_2, X_3, \dots$  について, サイズ  $n$  の標本平均

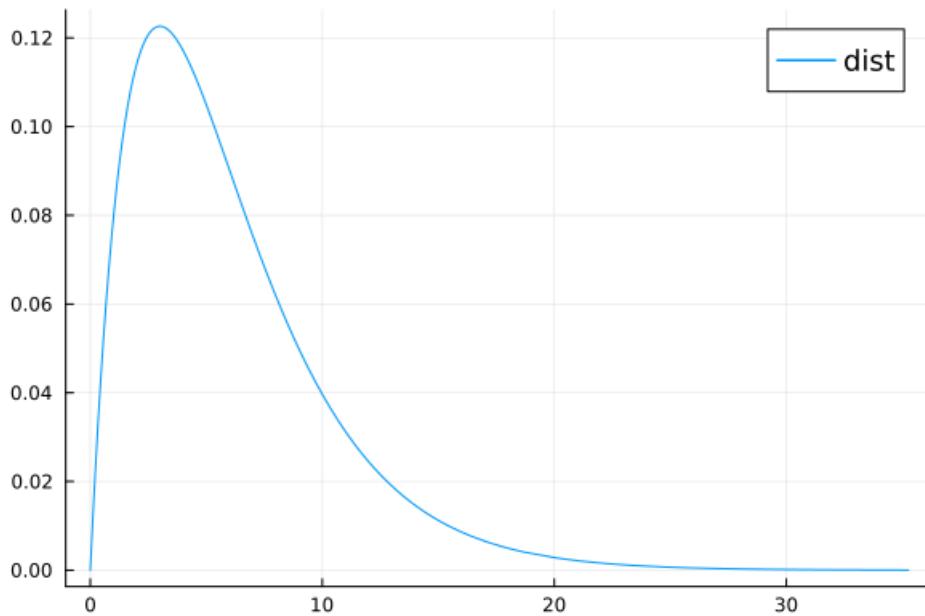
$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

の様子がどうなるかを見てみよう.

```
In [14]: 1 dist = Gamma(2, 3)
2 @show mu, sigma = mean(dist), std(dist)
3 plot(dist; label="dist")
```

(mu, sigma) = (mean(dist), std(dist)) = (6.0, 4.242640687119285)

Out[14]:



```
In [15]: 1 X = rand(dist, 10) # X_1, X_2, ..., X_10 を生成
```

Out[15]: 10-element Vector{Float64}:  
0.40805136957750254  
11.35246443572607  
1.7750298759291916  
2.871320442475634  
5.377988900748953  
1.6866822858975898  
4.050010771853904  
4.8982949336627355  
1.492397480850824  
1.1322589811898953

```
In [16]: 1 Xbar = cumsum(X) ./ (1:10) # Xbar_1, Xbar_2, ..., Xbar_10 を作成
```

Out[16]: 10-element Vector{Float64}:  
0.40805136957750254  
5.8802579026517865  
4.511848560410922  
4.101716530927099  
4.356971004891471  
3.911922885059157  
3.9316497260298355  
4.052480376983947  
3.7680267218580448  
3.5044499477912296

上の行の `./` で使っているドット記法については

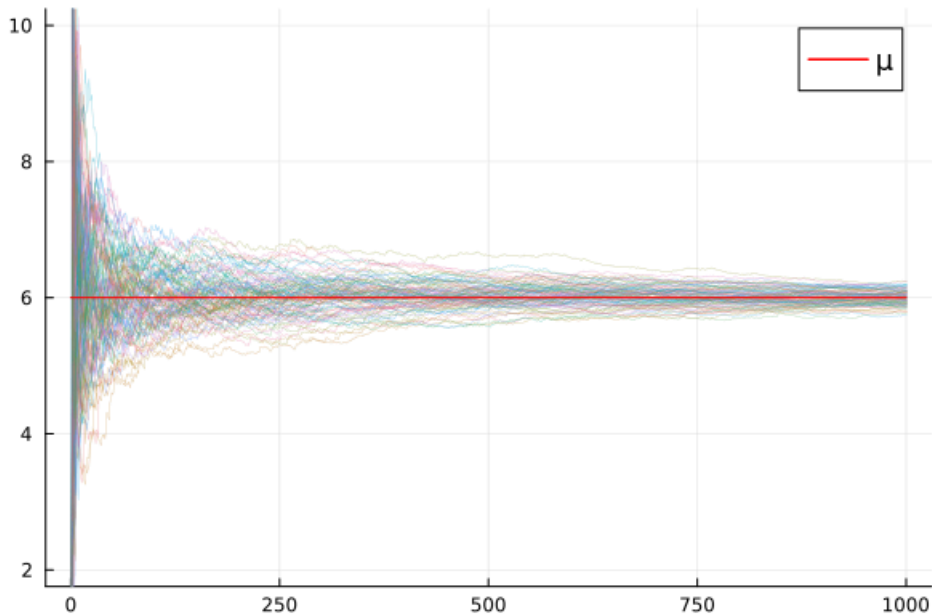
- <https://docs.julialang.org/en/v1/manual/functions/#man-vectorized> (<https://docs.julialang.org/en/v1/manual/functions/#man-vectorized>)

を参照せよ。例えば長さ  $n$  の配列  $A$  について  $A ./ (1:n)$  の結果は  $A$  の第  $k$  成分を  $k$  で割って得られる配列になる。ドット記法は各成分ごとに演算子や関数を作用させるために使われる。



```
In [17]: 1 nmax = 1000 # maximum sample size
2 niters = 100 # number of iterations
3 Xbars = [cumsum(rand(dist, nmax)) ./ (1:nmax) for _ in 1:niters] # [Xbar_1, ..., Xbar_n]
4
5 plot()
6 for Xbar in Xbars
7     plot!([0; Xbar]; label="", lw=0.3, alpha=0.5)
8 end
9 plot!(x → mu, 0, nmax; label="μ", c=:red)
10 plot!(ylim=(mu-sigma, mu+sigma))
```

Out[17]:



期待値が 0 のギャンブルを  $n$  回繰り返すと、1回ごとの勝ち負けの平均値は  $\mu$  に近づく(大数の法則).

ランダムウォーク(トータルでの勝ち負けの金額の話)と大数の法則(トータルの勝ち負けの金額を繰り返した回数の  $n$  で割って得られる1回ごとの平均値の話)を混同するとひどい目にあうだろう!

## 中心極限定理の素朴な確認の仕方

期待値が  $\mu$  で標準偏差が  $\sigma$  の確率分布の独立同分布確率変数列  $X_1, X_2, X_3, \dots$  について、標本平均  $\bar{X}_n = (X_1 + \dots + X_n)/n$  が従う分布は  $n$  が大きくなると、期待値  $\mu$  と標準偏差  $\sigma/\sqrt{n}$  を持つ正規分布で近似される. すなわち、

$$Y_n = \sqrt{n} (\bar{X} - \mu) = \frac{(X_1 - \mu) + \dots + (X_n - \mu)}{\sqrt{n}}$$

が従う分布は、 $n$  が大きいとき、期待値 0 と標準偏差  $\sigma$  を持つ正規分布で近似され、

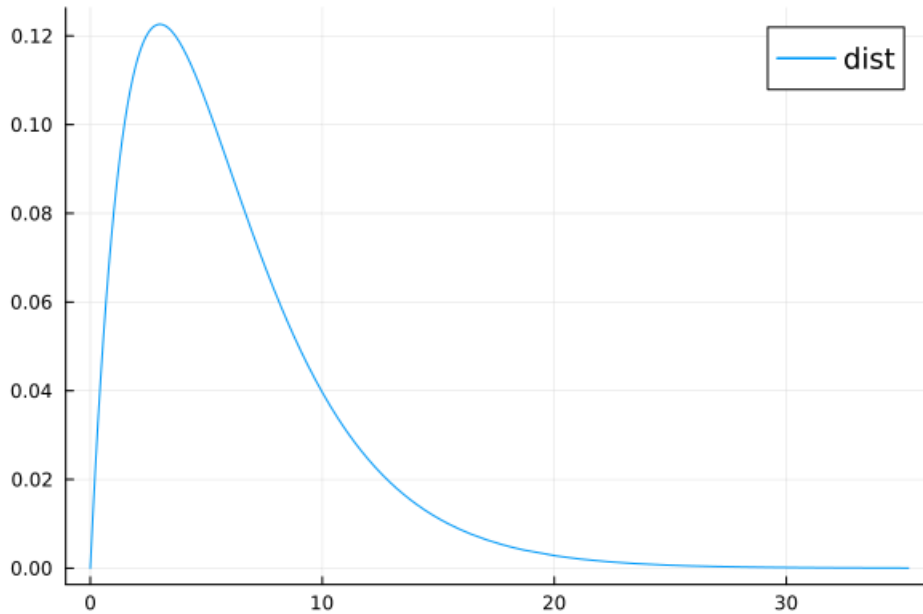
$$Z_n = \frac{\sqrt{n} (\bar{X} - \mu)}{\sigma} = \frac{(X_1 - \mu) + \dots + (X_n - \mu)}{\sqrt{n} \sigma}$$

が従う分布は、 $n$  が大きいとき、標準正規分布で近似される.

```
In [18]: 1 dist = Gamma(2, 3)
2 @show mu, sigma = mean(dist), std(dist)
3 plot(dist; label="dist")
```

```
(mu, sigma) = (mean(dist), std(dist)) = (6.0, 4.242640687119285)
```

Out[18]:



以下で使う `stephist` の説明を見てみよう。

```
In [19]: 1 ?stephist
```

```
search: stephist stephist! scatterhist testhist scatterhist! testhist! barhist
```

Out[19]:

```
\begin{verbatim}
stephist(x)
stephist!(x)
\end{verbatim}
```

ヒストグラムステッププロットを作成します（ビンのカウントはバーの代わりに水平線で表されます）。  
`\texttt{histogram}`を参照してください。

`stephist` は縦線が表示されないヒストグラムを表示してくれる。

In [20]: 1 ?histogram

search: histogram histogram! histogram2d ea\_histogram histogram2d! ea\_histogram!

Out[20]:

```
\begin{verbatim}
histogram(x)
histogram!(x)
\end{verbatim}
```

ヒストグラムをプロットします。 \section{引数}

```
\begin{itemize}
```

\item \texttt{x}: ビンに分ける値の AbstractVector

\item \texttt{bins::Union{Integer, Symbol, Tuple{Integer, Integer}}, AbstractVector{}}: デフォルトは :auto (Freedman-Diaconis ルール

\item \texttt{weights}: \texttt{x} の値に対する重みのベクトル、重み付きビンカウント用

\item \texttt{normalize::Union{Bool, Symbol}}: ヒストグラムの正規化モード。可能な値は: false/:none (正規化なし、デフォルト)、true/:

\item \texttt{bar\_position::Symbol}: \texttt{overlay} (デフォルト) または \texttt{stack} から選択します。(警告: 部分的にのみ実装されてい

\item \texttt{bar\_width::Real}: データ座標におけるバーの幅。 \texttt{nothing} の場合、 \texttt{x} (または \texttt{orientation = :h} の場合は \texttt{

\item \texttt{bar\_edges::Bool}: バーをエッジ (true) に揃えるか、センター (デフォルト) に揃えるか？。

\item \texttt{permute::Tuple{Symbol, Symbol}}: タプルで与えられた軸のデータと軸のプロパティを入れ替えます。例: (:x, :y)。エイリア

```
\end{itemize}
```

\section{例}

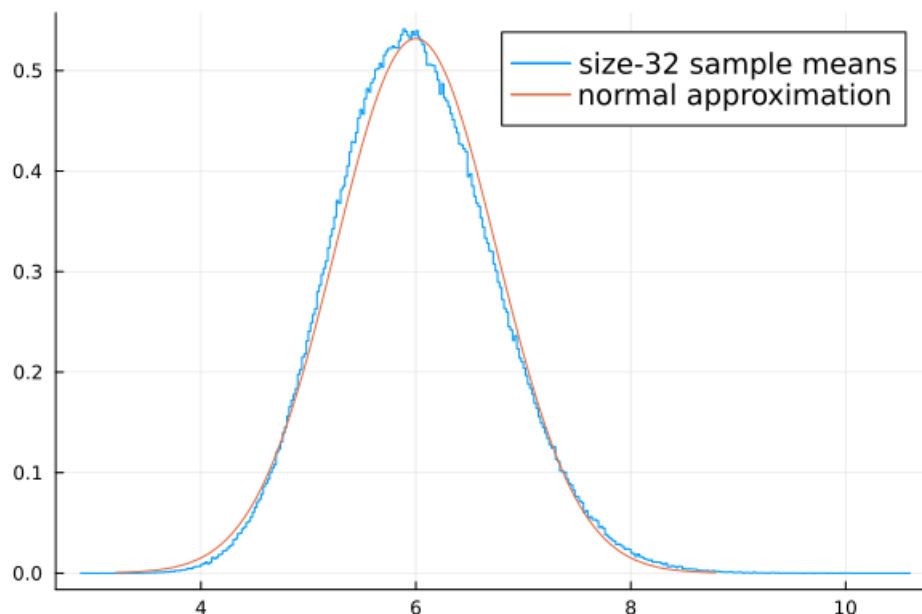
```
\begin{verbatim}
julia> histogram([1,2,1,1,4,3,8],bins=0:8)
julia> histogram([1,2,1,1,4,3,8],bins=0:8,weights=weights([4,7,3,9,12,2,6]))
\end{verbatim}
```

stephist や histogram では normalize=true もしくは norm=true と設定して使う習慣しておく、統計学の学習時に便利である。そのようにしておく、確率密度関数のスケールでヒストグラムをプロットしてくれる。

In [21]:

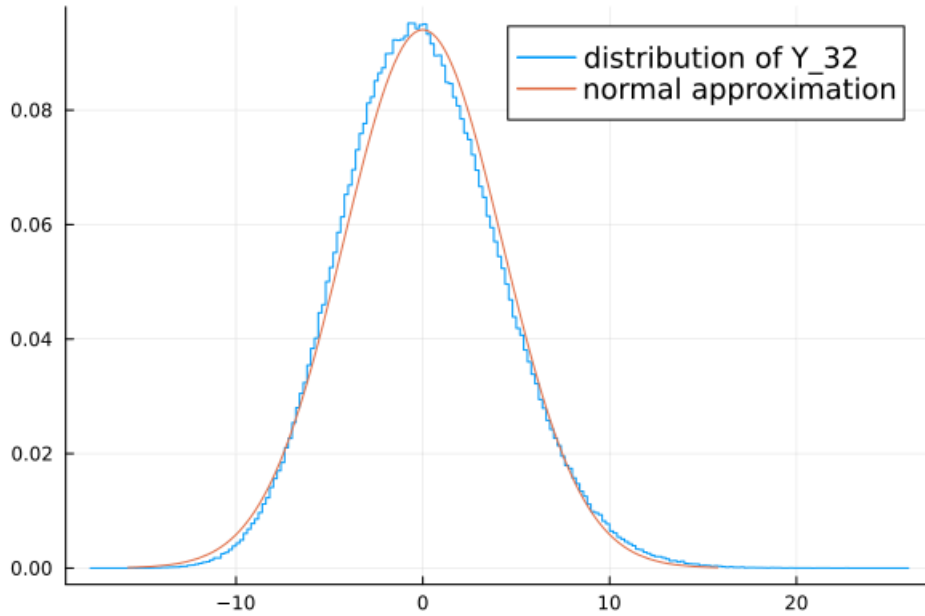
```
1 n = 2^5 # sample size
2 niters = 10^6 # number of iterations
3 Xbars = [mean(rand(dist, n)) for _ in 1:niters] # niters個の標本平均を計算
4
5 stephist(Xbars; norm=true, label="size-$n sample means")
6 plot!(Normal(mu, sigma/sqrt(n)); label="normal approximation")
```

Out[21]:



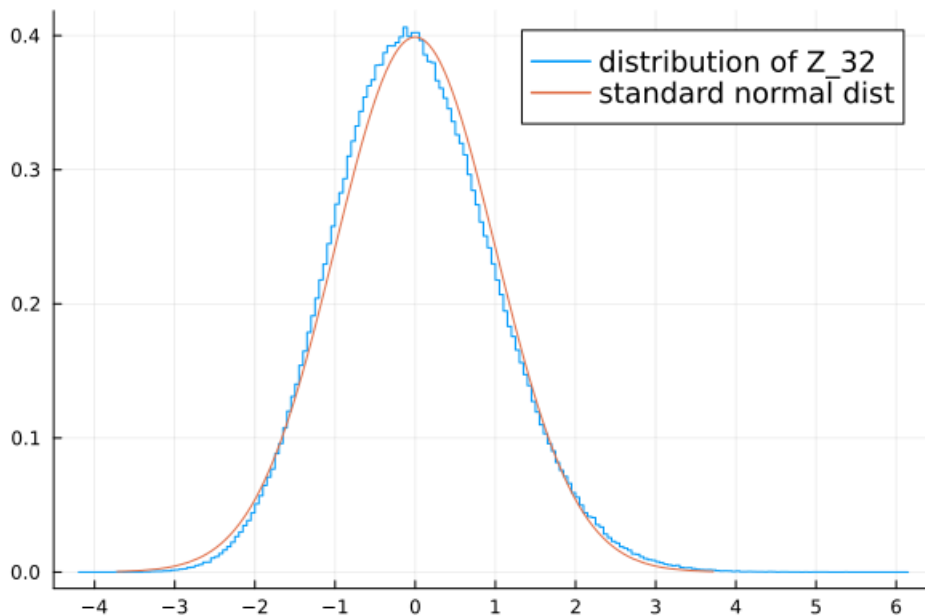
```
In [22]: 1 n = 2^5 # sample size
2 Yns = [sqrt(n) * (Xbar - mu) for Xbar in Xbars] # Z_nを繰り返し計算
3
4 stephist(Yns; norm=true, label="distribution of Y_$n")
5 plot!(Normal(0, sigma); label="normal approximation")
```

Out[22]:



```
In [23]: 1 n = 2^5 # sample size
2 Zns = [sqrt(n) * (Xbar - mu) / sigma for Xbar in Xbars] # Z_nを繰り返し計算
3
4 stephist(Zns; norm=true, label="distribution of Z_$n")
5 plot!(Normal(); label="standard normal dist")
6 plot!(xtick=-10:10)
```

Out[23]:



以下は自由に使って下さい

In [ ]: 1

In [ ]: 1

In [ ]: 1

In [ ]: 1

