

数理統計学2022

記号法などについては次のメモを参照:

- [Memo.md \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/Memo.md\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/Memo.md)

すべてをまとめたPDF:

- [Statistics2022.pdf \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/Statistics2022.pdf\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/Statistics2022.pdf) [[download \(https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/Statistics2022.pdf\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/Statistics2022.pdf)]

これはおまけで作っているPDFファイルなので更新は遅れる予定。以下の個別のPDFファイルの方が常に新しいバージョンになっている。

目標

- ・ 確率変数の扱い方
- ・ 大数の法則と中心極限定理
- ・ よく使われる確率分布達に関する知識
- ・ 尤度と推定と要約統計
- ・ 検定と信頼区間を表裏一体のものとして理解すること
- ・ P値函数について理解すること
- ・ **簡単な場合について具体的な数値の計算を行えるようになること(重要!)**

資料

Jupyter (<https://jupyter.org/>) notebook をオンラインで読むなら nbviewer (<https://nbviewer.org/>) 経由の閲覧がおすすめです。オフラインでも読めるようにするためには pdf ファイルをダウンロードしてください。

Julia言語 (<https://julialang.org/>)を使って数値の計算やグラフの作画を行っています。必要最小限の使い方については次の資料を見て下さい:

- 07-2 Julia言語を使った統計学の勉強の仕方 (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022-07-2%20How%20to%20use%20Julia%20language%20for%20learning%20statistics.ipynb>)

[WolframAlpha \(https://www.wolframalpha.com/\)](https://www.wolframalpha.com/)も併用しています。

明らかな誤りをまだ大量に含んでいるものと思われます。ごめんなさい。適切に訂正しながら読んでください。随時訂正更新していきます。

01 Bernoulli試行と関連確率分布

- [illegible]

定義された確率分布

- **カテゴリカル分布:** Categorical(p_1, \dots, p_n)
- 成功確率 p の **Bernoulli分布:** Bernoulli(p)
- 試行回数 n , 成功確率 p の **Bernoulli試行の分布:** Bernoulli(p) ^{n}
- 試行回数 n , 成功確率 p の **二項分布:** Binomial(n, p) (n 回のBernoulli試行での成功回数の分布)
- 成功回数 k , 成功確率 p の **負の二項分布:** NegativeBinomial(n, p) = NegBin(n, p) (Bernoulli試行をちょうど k 回成功するまで続けたときの失敗の回数の分布)

- ## 02 Gauss積分, ガンマ関数, ベータ関数

- ### 定義された確率分布

- ### 03 確率分布達の解釈

- ### 定義された確率分布

- **对数正規分布:** $\text{LogNormal}(\mu, \sigma) = \exp(\text{Normal}(\mu, \sigma))$

大数の法則の数値例 ($(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)/n$ の分布)

大数の法則が成立しない場合の数値例

ランダムウォークの数値例 $X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ の分布

中心極限定理の数値例

正規分布で近似される確率分布の数値例

適当なパラメータ領域において正規分布で近似される分布 二項分布, 負の二項分布, Poisson分布, ガンマ分布, χ^2 分布, 逆ガンマ分布, ベータ分布, t分布, ベータプライム分布, F分布, 超幾何分布, ベータ二項分布, ベータ負の二項分布

07-1 例：ベータ関数と二項分布の関係とその応用

- Jupyter notebook (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.ipynb>)]
- pdf (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.pdf>)]

07-2 Julia言語を使った統計学の勉強の仕方

- Jupyter notebook (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-2%20How%20to%20use%20Julia%20language%20for%20learning%20statistics.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-2%20How%20to%20use%20Julia%20language%20for%20learning%20statistics.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-2%20How%20to%20use%20Julia%20language%20for%20learning%20statistics.ipynb>)]
- pdf (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/07-2%20How%20to%20use%20Julia%20language%20for%20learning%20statistics.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/07-1%20Relationship%20between%20beta%20and%20binomial%20distributions.pdf>)]

08 検定と信頼区間(1) 一般論

- Jupyter notebook (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.ipynb>)]
- pdf (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/08%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20General%20theory.pdf>)]

P値関数 の概念が最も重要である。

この一連のノートでは **信頼区間は常に対応するP値関数を使って定義される** ことになる。

関連講義動画

- 京都大学大学院医学研究科 聴講コース
臨床研究者のための生物統計学「仮説検定とP値の誤解」
佐藤 俊哉 医学研究科教授
<https://youtu.be/vz9cZnB1d1c> (<https://youtu.be/vz9cZnB1d1c>)

この講義動画は「[P値に関するASA声明](https://www.biometrics.gr.jp/news/all/ASA.pdf) (<https://www.biometrics.gr.jp/news/all/ASA.pdf>)」の考え方の非常に良い解説になっている。

09 検定と信頼区間(2) 比率

- Jupyter notebook (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.ipynb>)]
- pdf (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/09%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Proportion.pdf>)]

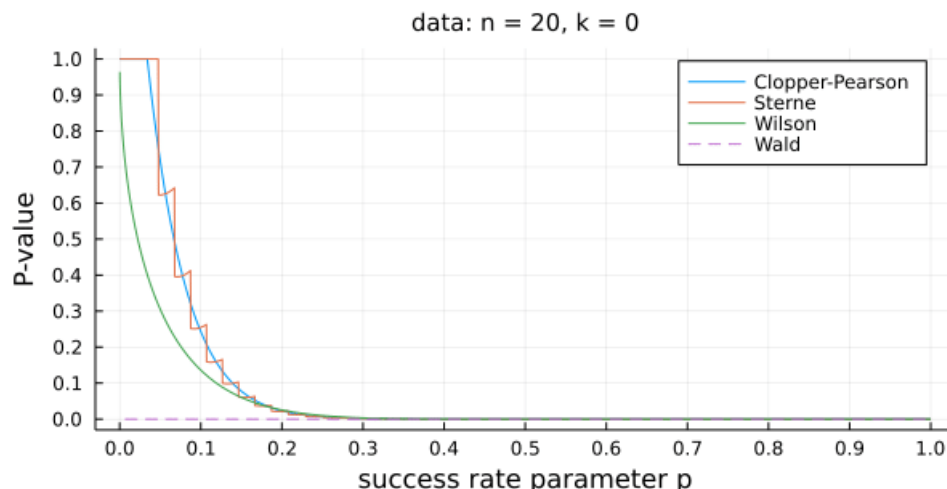
定義された信頼区間

二項検定に付随する4種の信頼区間

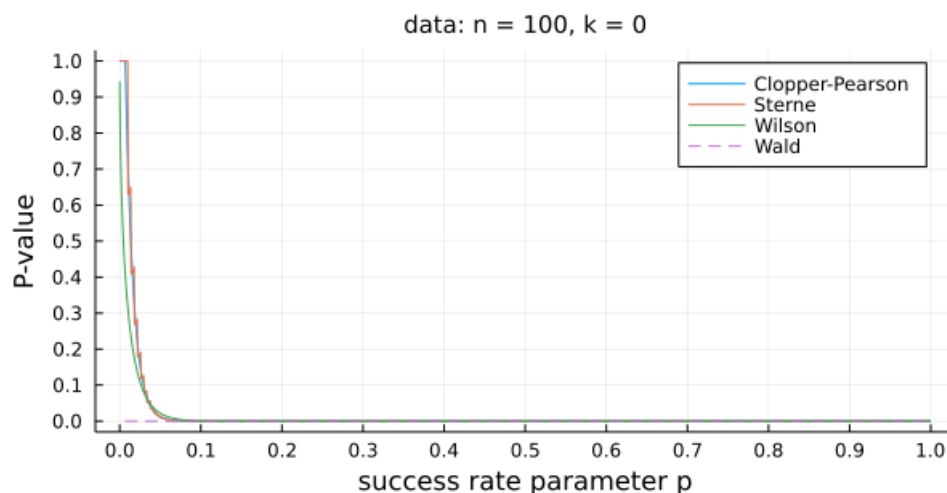
- Clopper-Pearsonの信頼区間
- Sterneの信頼区間
- Wilsonの信頼区間
- Waldの信頼区間

作成された動画

[n=20の二項分布モデルのP値関数 \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/pvaluefunction20.gif\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/pvaluefunction20.gif)



[n=100の二項分布モデルのP値関数 \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/pvaluefunction100.gif\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/pvaluefunction100.gif)



10 検定と信頼区間(3) 平均

- [Jupyter notebook](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.ipynb)
(<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.ipynb)
(<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.ipynb>)]
- [pdf](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.pdf)
(<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.pdf)
(<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/10%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Mean.pdf>)]

定義された信頼区間

平均の信頼区間

- 標準正規分布を使って計算される信頼区間
- t分布を使って計算される信頼区間

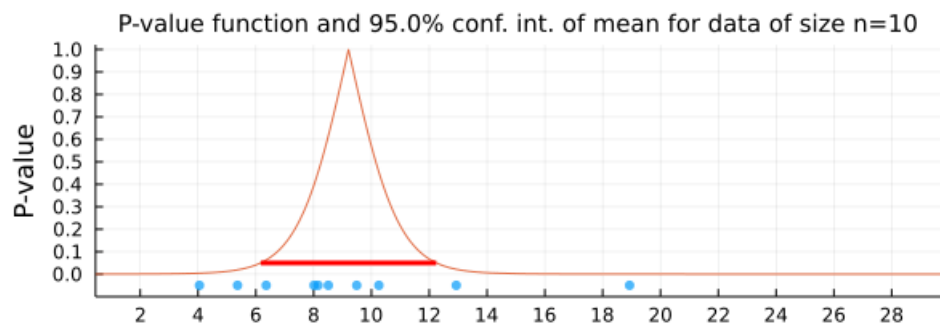
後者のみを使用する.

定義された確率分布

- 自由度 ν の χ 分布: $\text{Chi}(\nu) = \sqrt{\text{Chisq}(\nu)}$

作成された動画

[n → ∞ でのP値関数と信頼区間の挙動 \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/confint_of_mean.gif\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/confint_of_mean.gif)



11 検定と信頼区間(4) 比率の違い

- [Jupyter notebook](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb)
[\[https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb\]](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb) [\[nbviewer https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb\]](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb)
- [pdf](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.pdf)
[\[https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.pdf\]](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.pdf) [\[download https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.pdf\]](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.pdf)

定義された信頼区間

オッズ比の信頼区間

- Wald型の信頼区間
- Pearsonの χ^2 検定に付随する信頼区間
- Fisher検定に付随する信頼区間
 - Sterne型
 - Clopper-Pearson型

リスク比の信頼区間

- Wald型の信頼区間
- Pearsonの χ^2 検定に付随する信頼区間

比率の差の信頼区間

- Wald型の信頼区間

定義された確率分布

- Fisherの非心超幾何分布: $\text{FisherNoncentralHypergeometric}(m, n, r, \omega)$

関連講義動画

- 聴講コース 臨床研究者のための生物統計学 (<https://ocw.kyoto-u.ac.jp/course/328/>)
 - 佐藤俊哉, ランダム化ができないとき, 2018/10/25, 長さ 1:02:31) [<https://youtu.be/tUkyjZXU1vc>]
[\[https://youtu.be/tUkyjZXU1vc\]](https://youtu.be/tUkyjZXU1vc)
 - 佐藤俊哉, 交絡とその調整, 2018/12/20, 長さ 1:00:52) [<https://youtu.be/ybdkQFEEdCPM>] (<https://youtu.be/ybdkQFEEdCPM>)
 - 佐藤俊哉, 回帰モデルと傾向スコア, 2019/02/21, 長さ 1:04:44) [<https://youtu.be/cOHN444kBlo>]
[\[https://youtu.be/cOHN444kBlo\]](https://youtu.be/cOHN444kBlo)

「検定と信頼区間(4) 比率の違い」のノートブックの内容をJulia言語で直接実行するためのヒント

「検定と信頼区間(4) 比率の違い」のノートブック

[\[https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb\]](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/11%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20proportions.ipynb) の中の

```

a, b, c, d = 49, 965, 26, 854
@show a, b, c, d
 $\chi^2 = (a+b+c+d)*(a*d-b*c)^2/((a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d))$ 
@show  $\chi^2$ 
pvalue = ccdf(Chisq(1),  $\chi^2$ )
 $\alpha = 0.05$ 
@show  $\alpha$ 
confint = find_zeros(0.5, 3.0) do  $\omega$ 
    A, B, C = 1- $\omega$ , a+d+ $\omega*(b+c)$ , a*d- $\omega*b*c$ 
     $\delta = 2C/(B + \sqrt{B^2 - 4A*C})$ 
     $\chi^2 = \delta^2 * (1/(a-\delta) + 1/(b+\delta) + 1/(c+\delta) + 1/(d-\delta))$ 
    ccdf(Chisq(1),  $\chi^2$ ) -  $\alpha$ 
end
@show confint;

```

```

(a, b, c, d) = (49, 965, 26, 854)
 $\chi^2 = 4.368235947209686$ 
pvalue = ccdf(Chisq(1),  $\chi^2$ ) = 0.03661487827607113
 $\alpha = 0.05$ 
confint = [1.031778110800563, 2.6957054358850328]

```

の部分を直接 Julia ([download \(https://julialang.org/downloads/\)](https://julialang.org/downloads/))で実行するためには以下のようにすればよい。

```

MSYS2 MINGW64 Shell

Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "]?" for Pkg help.
Version 1.7.3 (2022-05-06)
Official https://julialang.org/ release

julia> using Distributions, Roots

julia> a, b, c, d = 49, 965, 26, 854
(49, 965, 26, 854)

julia>  $\chi^2 = (a+b+c+d)*(a*d-b*c)^2/((a+b)*(c+d)*(a+c)*(b+d))$ 
4.368235947209686

julia> pvalue = ccdf(Chisq(1),  $\chi^2$ )
0.03661487827607113

julia>  $\alpha = 0.05$ 
0.05

julia> confint = find_zeros(0.5, 3.0) do  $\omega$ 
    A, B, C = 1- $\omega$ , a+d+ $\omega*(b+c)$ , a*d- $\omega*b*c$ 
     $\delta = 2C/(B + \sqrt{B^2 - 4A*C})$ 
     $\chi^2 = \delta^2 * (1/(a-\delta) + 1/(b+\delta) + 1/(c+\delta) + 1/(d-\delta))$ 
    ccdf(Chisq(1),  $\chi^2$ ) -  $\alpha$ 
end;

julia> @show confint;
confint = [1.031778110800563, 2.6957054358850328]

help?>  $\chi^2$ 
" $\chi^2$ " can be typed by \chi<tab>^2<tab>

search:  $\chi^2$ 

```


注意すべきポイントは using Distributions, Roots を忘れないことである。

しかし、どのくらい前もって using しておけばよいのか分かり難いので、上のノートブックの上の方にある using 達をすべて前持って実行しておくという手もある。using には少し時間が取られるので、そのようにしたJuliaの窓をそのまま閉じずに放置しておき、超高級電卓として利用し続けると便利だと思われる。

χ^2 などの入力の仕方は、プロンプト julia> で ? と入力して、ヘルプモードのプロンプト help?> を表示させて、 χ^2 を貼り付けてエンターキーを押せばよい。その結果

```
"χ²" can be typed by \chi<tab>\^2<tab>
```

と表示されている。すなわち、\chi と入力してタブキーを押し、さらに \^2 と入力してタブキーを押せば χ^2 と入力できる。

12 検定と信頼区間(5) 平均の差

- [Jupyter notebook](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.ipynb) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.ipynb>)]
- [pdf](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.pdf>) [[download](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.pdf) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/12%20Hypothesis%20testing%20and%20confidence%20interval%20-%20Two%20means.pdf>)]

定義された信頼区間

2群の平均の差の信頼区間

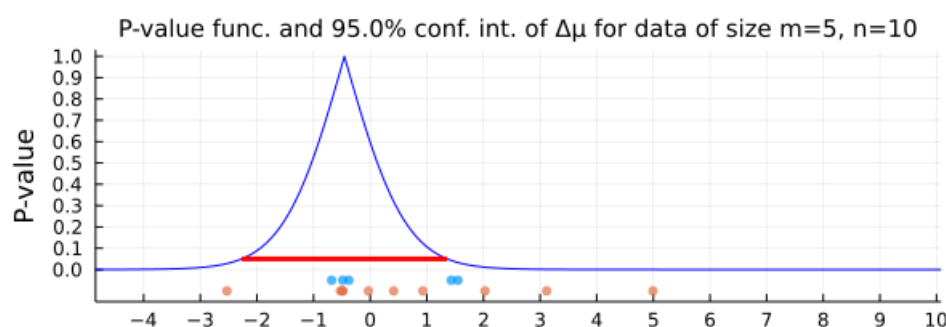
- Welchのt検定に付随する信頼区間

Studentのt検定は使用しない。

作成された動画

[データサイズを大きくしたときのP値関数と信頼区間の挙動](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/confint_of_diffmeans.gif)

(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/confint_of_diffmeans.gif)



13 誤用を避けるための注意

- [Jupyter notebook](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/13%20How%20to%20avoid%20misuse.ipynb) (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/13%20How%20to%20avoid%20misuse.ipynb>) [[nbviewer](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/13%20How%20to%20avoid%20misuse.ipynb) (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/13%20How%20to%20avoid%20misuse.ipynb>)]
- [pdf](#) ([download](#) ([https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/13%20How%20to%20avoid%20misuse.pdf](#)))

P値に関する誤用を避けるために最初に読むべき基本文献は

- [統計的有意性とP値に関するASA声明](https://www.biometrics.gr.jp/news/all/ASA.pdf) (<https://www.biometrics.gr.jp/news/all/ASA.pdf>)

である。ただし、以下の部分の「データ」は「統計モデル内でランダムに生成された仮想的なデータ」の意味であると解釈する必要がある。(「現実で得た観察データ」であると解釈してはいけない。)

2. P 値とは?

おおざっぱにいうと、P 値とは特定の統計モデルのもとで、データの統計的要約（たとえば、2 グループ比較での標本平均の差）が観察された値と等しいか、それよりも極端な値をとる確率である。

一連の講義では、通常の統計学入門の教科書とは違って、「統計モデル」という用語を多用した。このP値の定義の具体例については他のノートで詳しく説明した。

14 回帰

- Jupyter notebook (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/14%20Regression.ipynb>) [nbviewer (<https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/14%20Regression.ipynb>)]
- pdf (<https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/14%20Regression.pdf>) [download (<https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/14%20Regression.pdf>)]

定義された信頼推定

線形回帰の場合:

- 回帰関数の値の信頼区間
- 回帰関数 + 残差の予測区間

線形回帰の場合:

- $t_* = \beta_0 + \beta_1 x_*$ の信頼区間
- $p_* = \text{logistic}(\beta_0 + \beta_1 x_*)$ の信頼区間
- $x_* = 0$ の場合から β_0 の信頼区間が得られる.
- β_1 の信頼区間

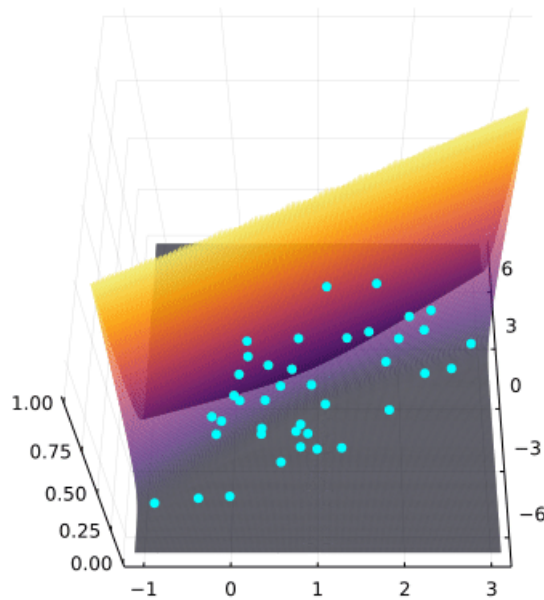
定義された確率分布

- 多変量正規分布: $\text{MvNormal}(\mu, \Sigma)$
- ロジスティックモデル: $\text{LogisticModel}(x, \beta)$

作成された動画

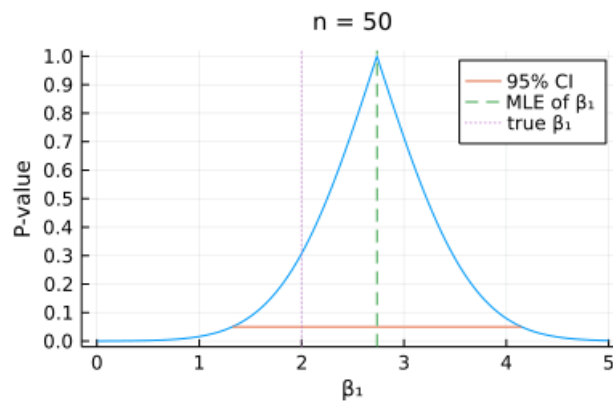
[線形回帰の信頼区間に対応するP値関数](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/anim_linreg_confint_pvalfunc_3d.gif)

(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/anim_linreg_confint_pvalfunc_3d.gif) (x軸は-2から2まで)



[ロジスティック回帰の \$\beta_1\$ の信頼区間に対応するP値関数](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/anim_logisticreg_beta1_confint_pvalfunc.gif)

(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/images/anim_logisticreg_beta1_confint_pvalfunc.gif)



15 まとめ

- [Jupyter notebook \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.ipynb\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.ipynb) [[nbviewer \(https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.ipynb\)](https://nbviewer.org/github/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.ipynb)]
- [pdf \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.pdf\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/2022/15%20Summary.pdf) [[download \(https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/15%20Summary.pdf\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/raw/master/2022/15%20Summary.pdf)]

1. 二項分布モデルでのClopper-Pearsonの信頼区間
2. P値関数について
3. Welchの t 検定について
4. 数学的な補足: 大数の法則と中心極限定理について

参考資料

以上で解説できなかったことに関するノート

- Kullback-Leibler情報量とSanovの定理 (2016-2018) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/20160616KullbackLeibler.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/20160616KullbackLeibler.pdf)]
- ガンマ分布の中心極限定理とStirlingの公式 (2016-2018) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/20160501StirlingFormula.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/20160501StirlingFormula.pdf)]
- 一般化されたLaplaceの方法 (2016) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/20161014GeneralizedLaplace.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/20161014GeneralizedLaplace.pdf)]
- 最尤法とカイ二乗検定の基礎 (2017-2020) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/IntroMLE.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/IntroMLE.pdf)]
- 確率論入門 (2017) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/IntroProbability.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/IntroProbability.pdf)]
- ベイズ統計入門 (手書きのノート, 2019) [[pdf \(https://genkuroki.github.io/documents/2019-09-03_BayesianStatistics.pdf\)](https://genkuroki.github.io/documents/2019-09-03_BayesianStatistics.pdf)]
- ベイズ統計の枠組みと解釈について (2019) [[Jupyter notebook \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/Introduction%20to%20Bayesian%20Statistics.ipynb\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/Introduction%20to%20Bayesian%20Statistics.ipynb)]
- Kullback-Leibler情報量と記述統計 (2019-2020) [[Jupyter notebook \(https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/KL%20information%20and%20descriptive%20statistics.ipynb\)](https://github.com/genkuroki/Statistics/blob/master/KL%20information%20and%20descriptive%20statistics.ipynb)]