

研究紀要第275号

算数の楽しさをすべての子どもに伝えたい！

魅力ある算数の授業づくり

小学校算数研修講座でお話してきたことや、数々の算数の研究授業に参加し、その授業の研究協議で実際にコメントさせていただいたことの中から、多くの先生方に役立つと思われる内容を精選して1冊にまとめました。

算数の指導が少し苦手な先生から、算数の指導力をさらに高めたいと思われている先生まで、幅広く活用していただければ幸いです。



算数の授業をつくる楽しさがここにある！

まえがき

平成 17 年 10 月 , 中央教育審議会から「新しい時代の義務教育を創造する」(答申)が出されました。この答申では , 学校の教育力である「学校力」を強化し , 「教師力」を強化し , それを通して子どもたちの「人間力」を豊かに育てることが改革の目標とされています。また , 目標設定とその実現のための基盤整備を国の責任で行った上で , 市区町村・学校の権限と責任を拡大する分権改革を進めるとともに , 教育の結果の検証を国の責任で行い , 義務教育の質を保証する構造に改革すべきであると示されています。入口と出口は国が責任を持ち , プロセスは各学校などに任せられることになり , 学校の責任と権限がこれまで以上に拡大します。このような大きな改革の中で , 私たち教師一人一人の資質・能力を高めていくことが求められています。

岡山県教育センターでは , 教育に関する専門的 , 技術的事項の調査研究 , 教育関係職員の研修 , 教育相談 , 教育情報の収集・蓄積・発信等の諸事業を通して , 教師の資質向上を図るとともに , 学校教育の支援を行っています。このうち , 調査研究においては , 国の教育改革の動向と本県の教育課題を踏まえ , 幾つかの研究主題を設定して共同研究と個人研究を行っています。共同研究では , 大学等の先生方の指導 , 助言のもと , 学校の先生方を協力委員として委嘱し , 複数の所員で研究に当たっています。また , 個人研究では , 所員一人一人が研究主題を設定し , 協力委員の先生方と共に研究を行っており , 所員研究成果発表会や Web ページ等により , 研究成果の提供と普及に努めているところです。

日本の授業研究は , 今 , 世界から注目を集めています。算数の授業力を向上させるためには , 授業研究は欠かすことができない大切なものです。しかし , 一方で , 公開授業後の研究協議が表面的なことに終始しているなど形骸化しているという指摘もあります。

そこで , 本研究では , 小学校算数担当の指導主事が直接各学校に出向き , 年間延べ 70 本以上の公開授業を見せていただいたことの中から , 特に多くの先生方に役立つと思われる内容を選び , 一冊にまとめました。また , 研究紀要の形式も従来のものから改め , 「算数コラム」を設けるなど , 親しみを持って読んでいただける工夫を随所に行っています。算数の指導が少し苦手な先生から , 算数の指導力をさらに高めたいと思われている先生まで , 一人でも多くの先生方に 算数の楽しさ , 授業をつくる楽しさをお伝えできることを願っています。

御高覧の上 , 御意見 , 御批判をいただくとともに , 学習指導要領の趣旨に沿う教育実践のための資料として御活用いただければ幸いです。

終わりになりましたが , この研究を進めるに当たり , 御協力をいただきました協力委員の先生方並びに関係各位に厚くお礼申し上げます。

平成 19 年 1 月

岡山県教育センター所長

岡 部 初 江

目 次

この本の内容について	1
はじめに ~本書に込めた願い~	1
算数を楽しむ教師になろう!	2
1 算数は楽しい! ~6年生が1年生をおんぶしているみたい!~	2
2 今からあなたも「算数を楽しむ教師」の仲間入り!	4
(1) 面白いと感じる心を持つ - 心にいつも「!」 -	4
(2) 当たり前に疑問を感じる - 心にいつも「?」 -	5
(3) 考えることを楽しむ	5
魅力ある算数の授業づくり	6
1 教材研究を楽しむ ~教材研究は算数の新しい発見の旅~	6
(1) 広い視野を持とう	6
(2) 算数の教科書は「宝石箱」 - 好奇心はよい教材と出会う特効薬	7
(3) 苦手な単元こそ教材研究 - 「割合」の教材研究に挑戦	8
算数コラム 元気が出るお話	9
算数コラム 「算数って結構いいかも」という感覚	11
2 算数教育の真髄を突く問いに答える ~なぜ、算数を学ぶのか~	12
(1) 算数教育が最も重視していること - 答えは、高等学校学習指導要領解説にある! -	12
(2) 本当の答えを子ども自身が見付ける授業づくりを目指したい!	13
3 創造性の基礎を培う授業づくりをする ~豊かな感性を持つ教師になろう~	14
(1) いろいろな視点から見える楽しさ - 豊かな感性と算数的センス	14
(2) 多面的にものを見る力を育成するには、まず見方の指導が必要だ!	15
(3) 論理的に考える力は、論理的に組み立てられた授業でこそ育成できる	15
4 指導内容を十分理解して授業する ~教えていても分かっているとは限らない~	16
算数コラム 子どもを見る目を鍛える一つの方法	17
5 受動から能動に変わる瞬間をつくる ~子どもの意識の流れが見える学習指導案~	18
算数コラム どんな反応をしても破綻しない授業	19
6 多くの算数の研究授業から学ぶ ~究極の指導技術は「子どもを見る温かい目」~	20
(1) どうしてそのアイデアを思い付いたのか、なぜそれでできるのかを聞く	20
算数コラム 子どもの間違いにもルールがある	21
(2) 数学的表現力を育成する - どの数学的表現を育成するか意識して指導する	22
算数コラム 問題を理解するということ	23
(3) 子どもの目線で見たり話したりする - 1年生が安心して自分の考えを言える理由	24
算数コラム 労をいとわず作る価値	25
(4) 既習事項を使えるようにする - 図形の構成と分解に着眼したまさに「逆転の発想」 -	26
算数コラム 友達ができるまで待てる優しさ	27
7 自力解決できる力を身に付ける ~考える足場をつくる算数の授業~	28
(1) 今日考えるべきことを、全員の子どもが考えているか	28
算数コラム 考える足場をつくる算数の授業の先にあるもの	29
(2) 算数授業に「考える足場」を取り入れる価値 - 最大のメリットは教師の授業力向上 -	30
おわりに ~「算数楽しく」そして、「和顔愛語」~	32
主な参考文献	33



この本の内容について

本書は、小学校算数研修講座でお話してきたことや、数々の算数の研究授業に参加し、その授業の研究協議で実際にコメントさせていただいたことの中から、多くの先生方に役立つと思われる内容を精選して一冊にまとめたものです。

本書では、九つの「算数コラム」を入れています。そこでは、実際に授業を見せていただいて感じたことや、日ごろ算数に対して思っていることをエッセイ風に書きました。算数の指導が少し苦手な先生から、算数の指導力をさらに高めたいと思われている先生まで、幅広く活用していただけることを願っています。

本書に出てくる授業は、すべて本物。この目で見たものばかりです。どのページを開いても、きっと算数の楽しさに触れていただくことができるでしょう。

2006年12月 楠 博文

はじめに ~本書に込めた願い~

「先生、今年も元気をもらいに来ました！」

小学校算数研修講座がある日の朝、こんな風に気軽に声を掛けてくださる先生方が年々増えている。年間5回実施する講座は、毎回、講座後にアンケートを書いていただいているが、その中にも、多く見られるのがこの言葉だ。

一人でも多くの先生が「算数大好き！」になってくれることを願って、一生懸命頑張ってきた自分にとって、この言葉に触ることは、疲れが「ふわっ」ととれる心地よい瞬間である。

私がこの仕事に就いたのは、平成12年4月のことである。初めて算数講座を行った日の緊張感は言葉では表現できないものだった。受講していただいた先生方からすると私が講座をする姿は、借りてきた猫のように、なんとも頼りなく見えたに違いない。でも、自分なりにこの職を与えていただけたことに感謝し、自分にできることは何かを考え始めたのもこの年である。

あれから7年。努力の甲斐あってか、小学校算数研修講座を受講してくださる先生は年々増加し、今では、年間700名を超える講座になった。

今、学校は非常に忙しい。学習指導はもちろん、生徒指導や教育相談、様々な困難を抱えた子どもたちへの対応も欠かせない。問題が複雑になり、放課後の会議が連日のようにある学校も少なくないという。そのような中、なぜこれだけ多くの先生方に受講していただけるのか？本当の答えは、受講していただいている先生方、お一人お一人に尋ねてみないと分からないけれど、私は、「元気をもらいに来ました」という言葉の中にその答えがあると思っている。

私は、小学校算数研修講座を楽しみながら実施している。私の講座は、私が算数について話している（というより「熱く語っている」という表現が自分ではぴったりだと思っている）時間がとても多い。しかし、講座をしていると、多くの先生方が、その私の姿や私の話を真剣に見て聴いてくださっているのがひしひしと伝わってくる。つまり、受講していただいている先生方は、楽しそうに（実際に楽しいのであるが）算数の話をしている私の姿を見て、「元気になる」という感想を持ってくださっているのではないだろうか。

算数の授業を魅力ある授業にするには、私は、子どもの前に立つ教師自身が「算数大好き」というオーラを出すことがとても大切だと思っている。そこで、本書は、教科書を越えた幅広い話題や内容もできる限り取り入れた。

本書が、「算数大好き！先生」になる扉を開くきっかけになれば幸いである。



算数を楽しむ教師になろう！

1 算数は楽しい！～6年生が1年生をおんぶしているみたい！～

第1学年で学習する「ちがいはいくつ」の授業でのお話である。

算数の世界では、「求差」と呼ばれる学習内容で、残りの大きさを求める「求残」と比較すると理解が難しく、1年生の子どもたちが算数の学習で出会う最初のハードルといわれている。

授業は、「どちらがおおいかな」と板書し、6年生と1年生の顔をかいた絵をはったところから始まった。

「どっちが多い？」と先生が質問すると、すぐさま「1, 2, 3, …」と黒板にはられた絵を指差しながら数えている子どもの声が教室に響く。中には「2, 4, 6, …」と2つずつ数えている子どももいて、授業を見せていただきながら、この学級は、「数に対する豊かな感覚が育ってきているな」とほほえましい気持ちになった。

6年生と1年生の数の違いが
一目で分かるようにするには
どのようにすればよいでしょうか。

「一列にならべるとすぐに分かるよ。」
この反応を聞いて、先生はすかさず絵をはり換えた。

授業記録から教師と子どもとのやり取りを再現すると、授業は、ほぼ右の枠の中に書いたように進んでいった。

この先生、実に切り返しが巧みである。例えば、6年生の絵を広めに並べて見せたのは、端をそろえると大きさが比較できるという長さの学習経験から、1対1対応で考えるのではなく、長さの違いで数の違いが見えると考える子どもがいることを事前に予想していたからできたことだ。1年生と6年生の絵の大きさが異なるため、長さの違いでは、数の違いが出ないのは当然であるが、それを子どもたちに視覚的に見せることで気付かせようとしている。

ただし、授業で用いた子どもの絵の大きさには工夫の余地が残った。間を空けずに詰めて並べると、数の多い1年生の帯が6年生のそれよりも長くなってしまう。これでは、せっかくその直前に長さで比較できないと気付かせたことが無駄になる可能性がある。本当は、数が多い1年生の帯が6年生の帯より短くなる大きさの方がよかつただろう。



どちらが おおいかな

「一列にならべるとすぐに分かるよ。」
「じゃあ、ならべるよ。」

「違うよ、先生。そうじゃないよ。1年生()は、
1年生だけならべるんだよ。」
「分かった。じゃあこれでいい？」

「違う！。違う！！つめてならべるんだよ。」
「じゃあ、こう？」

「これでいい？」
「いいよ。」
「どっちがいくつ多いかぱっとみて分かる？」
「…」
「あっ、先生。こうした方が分かりやすいと思うよ。」

「これなら、どっちがいくつ多いかすぐに分かる？」
「分かるよ。」
「計算ができる？」
「できるよ。」
「何算？」
「ひき算！」
「じゃあ、式を教えてくれる？」
「8 - 5」
「答えはいくつになる？」
「3」
「じゃあ、実際に5とてみるよ。」

6年生の5つだけを取って見せる
「いくつになったか数えるよ。」
「1, 2, 3 … 8。あれ？ 3にならないよ。」

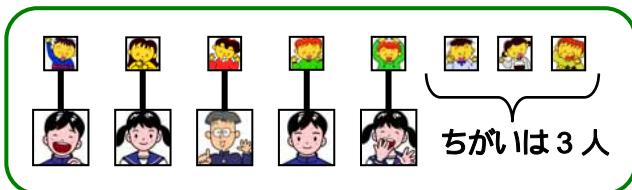
「これは何算でできそう？」

多くの子どもが一斉に手を挙げる。先生がある子どもを指名すると「ひき算！」と大きな声が返ってきた。しかし、その後、「どんな式になるか教えてくれる？」と先生が尋ねると、手を挙げる子どもはほんの数人になった。

「ひき算だと思うけど、式は・・・ $8 - 5$?」となんだか不安そうな声。いつもなら、「いいです！」と大きな声で反応する子どもたちの声も小さく、困った様子である。授業の山場ともいえるこの場面、先生は、6年生と1年生のペアを5組取るのではなく、6年生の絵だけ5つ取って見せた。

「6年生とったら $8 - 5$ じゃないよ！」

この授業では、右の図のように、6年生と1年生のペアの組を5つ引く計算であることを子どもたちに理解させなければならない。それを考えるためにとても意味あるつぶやきが生まれた瞬間である。



「 $8 - 5$ 」ではないと言った子どもは、6年生の絵を5つ取り除いたのでは、1年生の8がそのまま残ってしまい、それでは8から5を引いたことにならないと思ったのであろう。そのことを瞬時に読み取った先生は、「それでは・・・」と言って、今度は1年生の絵だけ5つ取って見せた。

このとき、今度は、別の子どもが「先生、1年生も6年生もとらんといけんのんでえ！」と大きな声で発言した。半分程度の子どもがこの意見に賛成したが、「 $8 - 5$ 」ではないと言った子どもが、今度はそれでは納得がいかない様子である。

6年生と1年生のペアを5組引いたのでは、実際には $5 + 5$ で10人を引いたことになる。引く数は「5」である。「10」引いては、「 $8 - 5$ 」にならないではないか。

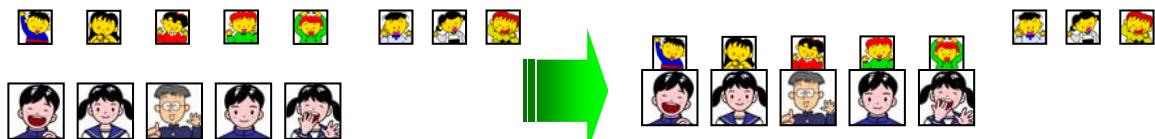
この子どもは、おそらくこのように考えたに違いない。ここが、求差が難しいといわれる所以である。どうやってこの子に求差を理解させるのか、私はその後の展開が楽しみになった。ゆえん

「今、お友達が何かいいこと言ったよ。みんな聞いた？」

自分が考えたことを声に出すことはよくできる子どもでも、まだ小学校に入学して3か月程度の1年生だ。自分の頭に浮かんだことを楽しそうに先生に伝えることはできても、ほかの子どもが何を言っているかを聞くことは難しい。当然、先生が尋ねているのは、誰の言ったことなのか分かるはずもなく、そう先生に尋ねられた瞬間、多くの子どもたちの顔がきょとんとした表情になった。

しばらくして、別の男の子が、「先生、ひつつけた方がよく分かると思うよ」と発言した。その声を聞いた先生は、少し安堵したような表情をしながら、その男の子を指名した。

「あのね。このままじゃあ、分かりにくいから、こうやって6年生と1年生をひつつけるの。」



そのときであった、「6年生が1年生をおんぶしてるみたい！」という声が上がったのは。

1年生らしい、なんと愛らしい言葉か。求差の問題で1対1対応している部分を、説明するには不完全な言葉ではあるが、この授業では、「おんぶ」という言葉は、この学級にいる多くの子どもたちを納得させるに十分な言葉となつた。

算数の授業は楽しい。子どもは教師の予想をはるかに超えた柔軟な発想をするものである。授業中は、子どもの反応を見逃すまいとアンテナの感度を常に最大にして、子どもの反応を楽しみながら展開できるようになりたいのだ。

2 今からあなたも「算数を楽しむ教師」の仲間入り！

研究授業に参加させていただくと、心の底から本当にこの先生は「授業がうまいな」と感じることがある。先のひき算の授業をされていた先生もそのお一人であるが、質の高い算数の授業をされている先生には、次の三つの共通点があるように感じている。

一つ目は、教師自身が算数を楽しんでいること、二つ目は、指導内容を深く理解していること、三つ目は、子どもたちがどのように考えたかを瞬時に見抜く力を持っていることだ。特に一つ目は重要で、質の高い授業ができる先生は発想が柔軟で、算数について考えることが大好きである。さらにいえば、積極的に研修に参加したり、自主的に公開授業を行ったりして、常に指導技術を磨くことを心掛けている。魅力ある授業づくりを目指すには、まず、教師自身が算数を楽しむ心を持ちたいものである。



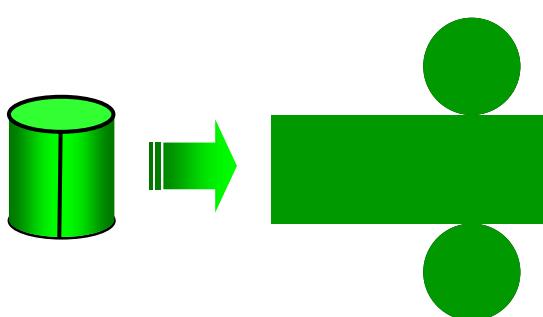
(1) 面白いと感じる心を持つ - 心にいつも「！」-

次の三つの図を見て、元の形がすぐに想像できる人は、いったいどれくらいいるだろうか。



実はこれ、すべて同じ円柱を展開してできる形である。これらの図形は、現在筑波大学附属小学校で副校長をされている坪田耕三先生がまだ教諭であったころ、実際に坪田学級の子どもたちが生み出した素敵な作品の一部である。このほかの例は、坪田先生の執筆された「算数楽しく授業術」の中にもっと詳しく紹介されているが、私は、指導主事になって2年目に、東京でお聴きした坪田先生の講演の中で実物を見せていただいた。私のお気に入りは、一番右の展開図（【参考】上下に二つずつ付いている形は、一般に「太極図」と呼ばれている）私は、最高傑作だと思う。同時に、「こんな柔軟な発想ができる子どもたちを育成できる坪田先生のように自分になりたい」と心底思った。

現行の学習指導要領では、円柱の展開図は中学校第1学年で学習することになっている。しかし、教科書には、発展問題として円柱の展開図が紹介されているし、現行の学習指導要領でも、授業で扱うことは可能である。



展開図といえば、多くの人がすぐに思い浮かべるのは、一つの長方形に円が二つ付いた左に示した形だろう。

しかし、よく考えてみると、円柱を展開するには、どうしても面を切らざるを得ないことに気付く。面の切り方は、何も底面に垂直でなくてもよいわけであるから、当然、展開図も無限に存在することになる。改めて書いてみると、これは当たり前のことなのであるが、いつの間にか我々大人

は柔軟な発想ができなくなり、円柱の展開図はこの形しかないと思い込んでいるのだ。しかし、心配はいらない。坪田学級の子どもたちが作った作品を見て、「面白い！」と感じる心を持つ先生ならば、きっと、「子どもたちが算数の楽しさを感じる授業がつくれる」と、私は信じている。

(2) 当たり前に疑問を感じる - 心にいつも「？」-

「先生、面積は9センチメートル平方です。」

第4学年の面積の学習で時々聞かれる子どもの発言である。こんな発表を子どもがしたとき、どのように子どもに返しているだろうか。

もちろん、「面積の単位は、センチメートル平方でよかったかな？もう一度教科書を見直してごらん」と、その子どもが覚え間違いをしていることに気付かせることは間違っていない。しかし、この「センチメートル平方」という言葉は、面積を表す単位ではないけれど、実際に使われているのだ。私が、この言葉を知ったのは、つい1年前のこと。インターネットであることを調べているときに偶然見付けた。

これって単位の使い方を間違っているんじゃないの？



地震などで家具が転倒するのを防止する
耐震粘着マットを・・・(中略)・・・
耐震マット「プロセブン」を設置する。
5センチメートル平方のマットの両面に
粘着性があり、タンスやパソコンの底面に
貼り付けて使う。

日本経済新聞 2004.3.3

何気なく読んだこの記事の中に、確かに「センチメートル平方」という言葉が使われている。

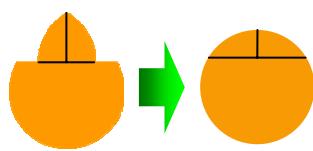
これは記事の誤植ではないかと思ったが、試しに「センチメートル平方」で検索してみると、山口市歴史民俗資料館が所蔵している木造三重小塔（国指定重要美術品）の説明や建築関係、

化学の論文など、実際に使われていることが分かった。「5センチメートル平方」のマットとは、「一辺が5cmの正方形をした」マットのことだ、これは間違いではなかったのだ。次の面積の授業で、子どもが「センチメートル平方」と間違って言ったら、「その言葉、面積の単位じゃないけど、ちゃんとあるんだよ」と話してあげようと思う。きっと子どもは興味津々で話を聞くに違いない。

(3) 考えることを楽しむ

これも、新聞記事のお話。ある新聞にパズルのような問題が載っていた。私は、この記事を見てしまったために、せっかくの日曜日を丸1日つぶしてしまった。できそうでできないところがこの問題の面白いところだ。

図のように3つに分割し、それらの図形を移動させると1つの円になります。



では、2つに分割して、同じように円にするにはどのように分けるとよいでしょうか。

パズルは結構好きな方だが、これはなかなか手ごわい問題に入ると思う。この問題は、読者からの投稿という形で紹介されていたが、これもインターネットで調べてみると数学の世界では「裁ち合せパズル」と呼ばれていることが分かった。興味を持たれた方は是非「裁ち合せパズル」で検索していただきたい。一般的の四角形を4分割して長方形を作るものや、たい焼きのような形をしたものを作り2本の直線で分割して正方形を作るなど様々な問題と出会うだろう。もちろん、日曜日がつぶれても私は責任を負うことはできないけれど。

算数科の究極の目的は「創造性の基礎を培うこと」だといわれている。言い換えれば、子どもたちが算数的活動を通して、多面的にものを見る力や論理的に考える力を身に付けることである。算数科の目標に「活動の楽しさ」という文言が入ったのは、平成10年告示の学習指導要領からである。ここでいう楽しさは、数学的に考えることの楽しさを指している。

子どもたちに考える楽しさを味わわせるためには、教師自身が考えることを楽しむ心を持つことが大切だ。そこで、本書では、算数への私の思いや研究授業から学んだことを「算数コラム」という形で紹介する。さあ、今からあなたも「算数を楽しむ教師」の仲間入りだ！

魅力ある算数の授業づくり

1 教材研究を楽しむ ~教材研究は算数の新しい発見の旅~

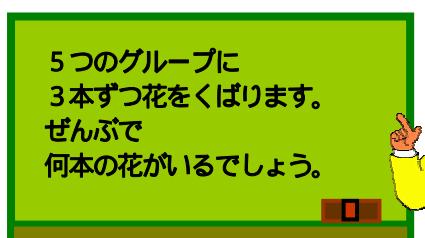
私がまだ教師になりたてのころ、先輩の先生に「教材研究をする際に、日々指導している子どもたちの顔が浮かんでくるとプロだよ」と言われたことがある。教師になって20年を過ぎた今、その先輩が教えてくれた言葉の意味がやっと分かった気がしている。先輩の先生は、私に「教材研究を楽しむ心を持つことが大切だ」ということを伝えたかったのだろうと思う。

教材研究は、本当に奥が深い。だから、時間も掛かるし大変な作業である。しかし、どうせするなら楽しんで教材研究をしたいものである。教材研究は、魅力ある算数の授業づくりの第一歩。楽しんで行えば、きっと算数の「新しい発見」があなたを待ってくれているはずだ。

(1) 広い視野を持とう

第2学年の「かけ算」の学習のことである。

「どんな式になるでしょう。」



先生は、問題をみんなで読んだ後、どんな式になるかを子どもたちに尋ねた。どこの教室でも見られる学習風景だ。

「はい！先生」と元気な声。先生の目の前にいる子どもは、手の指先まで伸びている。ぼくを当てといわんばかりだ。それを見た先生は、満身の笑みを浮かべてその子を指名した。「やった！」と声を上げながら、大きな声でその子は答えた。

「はい。5×3です！」

しかし、子どもの答えを聞いて、にっこりしていた先生の表情は瞬間に曇った。自信を持って発表したその子は、先生のその表情を見ると一気に元気がなくなってしまった。

「3×5」と「5×3」どちらが正しいの？

この問題の場合、全体の本数は「3本の5つ分」であるから、「3×5」が正しい式である。しかし、これは日本でのお話。実は、英語圏では、「3本の5つ分」を「5×3」と書くのだ。

子どもは、問題に出てくる順番に式を立てやすい。したがって、この子も素直に問題に出てくる順番に式を考えたのだろう。

子どもたちは、第2学年で初めてかけ算に出会う。 2×3 の計算は、「 $2+2+2$ 」で計算できる（【参考】算数の世界では、「同数累加」という）。教科書では、同数累加で計算できるものをかけ算と定義している。したがって、この場合、子どもが「 5×3 」と答えたとしても、「3の5つ分」と理解しているなら、これは正しい解答である。大切なことは、「 3×5 」と「 5×3 」のいずれが正しいということではなく、「3の5つ分」ということが理解できているかどうかを教師が子どもに確認することだ。

この授業、もしこの先生が、「3本の5つ分」を「 3×5 」と書くのは、単に日本語の順に従っただけということを知っていたならば、少なくともこの子どもの自信をなくすこととはなかっただろう。それどころか、その子の発言をきっかけに外国でのかけ算の話ができれば、その先生は、子どもたちから尊敬のまなざしで見られるに違いない！

Sarah has 5 groups of 3 flowers. How many flowers does she have all together?

Multiply:

5 groups × 3 in each group = 15 flowers

(2) 算数の教科書は「宝石箱」 - 好奇心はよい教材と出会う特効薬 -

「正四面体の任意の展開図は、平面充填图形である」

これは、東海大学教育開発研究所教授の秋山仁先生が、2005年11月に中国で開かれた離散幾何学・組み合わせ論・グラフ理論の国際会議で発表した「正四面体タイル化定理」である。この論文は、アメリカ数学会の論文誌に採録が決まり、編集委員からは、「これはGem(宝石)である」という最高級の賛辞を贈られたそうだ。

世界的なレベルでも認められている秋山先生の講演を、今年の夏、東京学芸大学で聴く機会があった。講演の中で紹介された「正四面体タイル化定理」も大変興味を持ったが、最も私の心に残ったのは、講演の最後にお話された言葉だった。

小学校の九九の中に、面白いことが、いっぱいあるんです。実は、2,3日前に、九九の中にすごい面白いのがあって、昨日は興奮して寝られなかつた。

そのくらい面白いものが、小学校や中学校のところにいっぱいあるんです。

そういうものを伝えることが、今(あなた方教師に)求められているんだと私は思います。

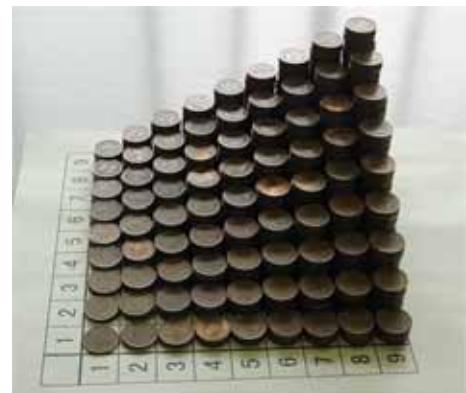


第88回全国算数・数学教育研究(東京)大会 2006.7.30(於)東京学芸大学

私は、秋山先生のこのお話を聞いて、「我々が日々使っている小学校の算数の教科書は、それこそ算数の楽しさがいっぱい詰まった宝石箱かもしれない」と思った。

平成17年度使用教科書から教科書にも発展的な学習が盛り込まれるようになった。同時に、5年、6年の教科書サイズもA4判に拡大され、子どものころ「お正月特大付録！」という言葉についひかれて思わず購入した雑誌とまではいかないけれど、教科書の巻末には、切り取れば授業ですぐに算数的活動ができるような付録まで備えている。色もカラフル、写真もいっぱい、しかも巻末に付録とくれば、見ているだけでも楽しいのが今の教科書である。しかし、これを授業でもっと魅力的に使うには、教科書に載っている教材に教師自身が好奇心を持って、直接かかわっていくことが大切だ。そうすれば、その教材が持つ面白さをきっと発見できるだろう。

九九表には、たくさんのきまりがある。数の並びにあるきまりは、関数の式で表現できる。これは、言い換えれば、数の並びに「美しさ」があるということだ。子どもたちに数や式の美しさを理解させることは並大抵のことではないが、数の並びの美しさを形に置き換えると、1年生の子どもでも感じ取ることができる。私は、九九表の数どおり10円玉を積み重ねたことがある。すると、とても美しい立体になるのだ。一番高い塔は「 9×9 」81枚の10円玉が重なってできた塔だ。この塔の頂上から、最も高さの低い「1×1」のたった1枚でできたかわいらしき塔を見下ろすと、九九表全体が、美しい曲面を描いていることが分かる。しかも、それはシンメトリックな美しさも兼ね備えているのだ。これを写真ではなく、実物を子どもたちに見せると、「わあー」と歓声を上げながら「九九表って面白い！」ときつと思うに違いない。きまり発見は、子どもの気持ちが九九表に向いてから行っても決して遅くはないのだ。



この話を読んで、すぐに銀行に行こうと思ったあなたは、好奇心いっぱいの先生である。そんな先生は、教科書からわくわくするような面白さを発見し、必ず魅力ある授業がつくれるだろう。

(3) 苦手な単元こそ教材研究 - 「割合」の教材研究に挑戦 -

多くの先生が、「割合」の指導は難しいと言う。算数の研究授業はかなりの数をしてきたつもりだが、私もできれば公開授業は避けたい単元の一つだった。これまで私が研究授業の単元に選ばなかったのは、指導が難しいというより、自分自身が「割合」を十分に理解できていないことを知っていたからだ。しかし、これはどうも私だけのことではないらしい。

小学校算数では、「割合」「百分率」「比」「単位量あたり」などを指導することになっている。ところが、第5学年で指導する「割合」と第6学年で指導する「単位量あたり」は同じ考え方なのか、また、「割合」と「比」とはどういう関係にあるのかなど、明確に説明できる教師は少ないと思う。実際、これらの指導時期になると決まって「先生、単位量あたりと割合ってどう違うのでしょうか?」といった質問を受けることが多い。「Pを割合、Aを割合に当たる大きさ、Bを基準にする大きさとした場合、比の第3用法を表す式は?」と聞かれたら、「 $B = A \div P$ 」と瞬時に答えられる教師はそう多くないだろう。

私は、秋山仁先生の講演があった夏の研修会で、割合の研究を20年以上も続けているという田端輝彦先生(宮城教育大学教育学部助教授)の講演も聴く機会があった。割合は、この田端先生をしても指導が難しいと言わしめるほどの指導内容である。講演を聴いていて、「これはよほど覚悟して教材研究をしないととんでもないことになるな」と冷や汗が出た。

しかし、我々はプロの教師である。「割合の指導は難しい」とばかり言つてはおれないのだ。割合の教材研究は難しそうだが、やってみればきっと新しい発見があるに違いない。

まずは、学習指導要領で「割合」の指導内容の確認



「割合」は、4領域の「数量関係」の学習内容である。学習指導要領には、「百分率の意味について理解し、それを用いることができるようとする」と示されている。ここでは、目的に応じて資料を分類整理し、それを円グラフ、帯グラフを用いて表すことができるようになることもこの学年の重要な指導内容だ。しかし、これだけでは、いったいどのように指導すればいいのかよく分からない。

そこで、国立教育政策研究所が出した「評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料」の割合に関する部分を読んでみることにする。この資料は、国立教育政策研究所のWebページからダウンロード可能であるが、文部科学省が2002年に発行した「個に応じた指導に関する指導資料 発展的な学習や補充的な学習の推進(小学校算数編)」の巻末に掲載されているので、購入した方が早いだろう。これを読むと、割合をどうとらえればよいかが見えてくる。

では、実際に、割合に関連する部分の評価規準を探してみよう。

【数学的な考え方】

- ・百分率に関する基本的な計算について、小数の乗法及び除法の計算を用いて考える。
- ・資料について、全体と部分、部分と部分の間の関係を調べ、特徴をとらえることを考える。

【数量や図形についての知識・理解】

- ・全体と部分、部分と部分の関係を、割合を用いて表すことを理解している。
- ・百分率の意味について理解している。

いずれの評価規準にも、「全体と部分、部分と部分の関係」という記述があることに気付く。すなわち、「割合」は、比較する2量の「関係」を表すものと解釈できそうである。そこで、私は、「それなら授業では、まず、何と何の関係を調べようとしているのかを、子どもに意識させることが重要だな」と考えた。

評価規準の参考資料は、指導案の目標を考える際に参考にする先生が多い。しかし、教材解釈をする際にも活用すれば、さらに新しい発見があるだろう。

教科書を比較する



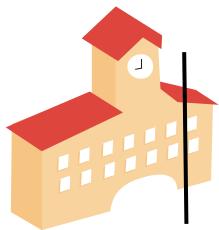
日々の指導をする際には、自分の学校で使っている教科書以外の教科書を見ることはあまりないと思う。しかし、教材研究を深めようとするならば、是非6社すべての教科書を比較することをお勧めする。同じ単元でも導入の仕方が異なっていたり、扱う数量が微妙に異なっていたりすることや、教科書全体では、1年間に指導する内容は同じでも、指導の順序が違うことに気付くだろう。自分の使っている教科書の流れが唯一絶対では決してないのだ。

では、さっそく6社の教科書を開いて、「割合」がどのように説明されているか見てみよう。

割合の説明の部分を見ると、4社の教科書が「何倍にあたる数」と明記していることから「割合」は、既習の整数倍、小数倍、分数倍で学習した「何倍」の考え方と同じであることが分かる。

例えば、高さ20mの建物と身長40mのウルトラマンを比較した場合、比べ方には二つの方法がある。一つは「差」で、もう一つは「率」で比べる方法である。

高さの違いは？



(C) 円谷プロ

比べる量が、もとにする量の何倍にあたるかを表した数を、割合といいます。

(5年下 p.60)【大日本図書】

もとにする量を1として、くらべられる量がいくつに当たるかを表した数を割合といいます。

(5年下 p.58)【学校図書】

ある量をもとにして、くらべる量がもとにする量の何倍にあたるかを表した数を、割合といいます。

(5年下 p.40)【啓林館】

比べられる量がもとにする量の何倍にあたるかを表す数を、割合といいます。

(5年下 p.38)【教育出版】

くらべる量がもとにする量の何倍にあたるかを表した数を、割合といいます。

(5年下 p.49)【大阪書籍】

比べられる量が、もとにする量のどれだけにあたるかを表した数を「割合」といいます。

(5年下 p.41)【東京書籍】

ウルトラマンの身長は、建物の高さより20m高いというのは「差」による比較。ウルトラマンは、建物の高さの2倍、あるいは、建物の高さはウルトラマンの $1/2$ というのは「率」による比較である。割合は、「率」による比較である。だから、教科書に「何倍にあたる数」と説明されているのだ。しかし、比較量と基準量から何倍を求めるだけでよいのであれば、割合がこれほど子どもたちにとって（教師にとっても）難しいはずがない。もう少し、教材研究を進めてみよう。

「ウルトラマン」という名称と写真は、円谷プロダクションから許諾を得て使用しています。



元気が出るお話・・・

「坪田先生は、どうしてみんなに授業のアイデアを思い付くことができるのですか？」

「本当にオリジナルの授業は、1年に1本か、せいぜい2本考えられればいいほうだよ。」

これは、今年の夏、私の担当する小学校算数研修講座に坪田先生をお招きしたときに、私が直接、坪田先生にお尋ねしたお話である。

年間、何本もの授業を公開し、たくさんの本を書かれ、今や日本の算数教育のカリスマ的存在の坪田先生から返ってきたこの言葉、私には意外な回答だった。

でも、その言葉を聴いて、雲の上の存在であった坪田先生が、ちょっと身近に感じられた。と同時に、「坪田先生といえども、教材研究し続けているからこそ、みんなに素敵な魅力ある授業ができるんだな」と改めて思った。



小学校算数研修講座 2006.8.16

教師用指導書を熟読する



教師用指導書は、結構いいことが書いてある。是非とも、熟読して授業に臨みたい。
さっそく、「割合」のところを読んでみると、「本単元で、学習する割合という見方は、二つの数量があるとき、一方を1とすると他方はどれくらいかという見方である」と説明されている。私は、「割合」は、比較する2量の「関係」を表すものと解釈したが、教師用指導書には、割合は「見方」であると書いてあるのだ。

前ページの建物の高さとウルトラマンの身長の比較の例で考えると、教師用指導書の解釈に従えば、「建物の高さを1と見ると、ウルトラマンの身長は2に当たる」という見方が「割合」ということになる。しかし、「建物の高さとウルトラマンの身長は、1:2の関係にある」と言っても間違いはないはずだ。したがって、割合を、「2量の関係を示すもの」と解釈するか、「2量を比較する際に、一方を1と見て比較する見方」と解釈するかだけでも、指導の目標が微妙に変わってきそうだ。割合の指導の難しさは、割合の「解釈の多様性」からくるものなのかもしれない。

さて、もう少し教師用指導書を読み進めてみよう。

次は、「全体と部分の割合」と「部分と部分の割合」が持つ性質についての説明だ。

碁石のとが次のように並んでいるとき、これを割合でみると大きくは次の二つの見方ができる。

A 全体と部分の割合

例えば、

碁石全体を基にして、の割合を求める
 $4 \div 10 = 0.4$

したがって、

碁石全体に対するの割合は0.4。

B 部分と部分の割合

例えば、

の碁石を基にして、の割合を求める
 $4 \div 6 = 0.66 \cdots$

したがって、

に対するの割合は約0.67。

一つ目は、全体と部分の割合が持つ性質。これは、「和が1」という性質である。

教師用指導書には、「このような関係の2量の割合を、包含関係にある2量の割合、または、全体と部分の関係にある2量の割合という。また、部分の割合は1を越えることはない」と説明されている。

左の例で説明すると、

(碁石全体に対するの割合)

$$+ (\text{碁石全体に対するの割合}) = 1$$

ということだ。

4個と6個の場合、全体は10個であるので、割合の合計は、「 $0.4 + 0.6 = 1$ 」で、確かに和が1になる。

二つ目は、部分と部分の割合が持つ「積が1」という性質だ。これも、同様に碁石で説明すると、

$$(\text{に対するの割合}) \times (\text{に対するの割合}) = 1$$

ということで、上の例で計算すると「 $4/6 \times 6/4 = 1$ 」で、確かに「積が1」となることが分かる。

「和が1」「積が1」という全体と部分、部分と部分の割合が持つ性質は、図や式を見れば明らかのことではあるが、私は、この説明を読んで、改めて面白いと思った。特に、部分と部分の割合が持つ性質の「積が1」というのは、子どもたちが発見すれば相当興味を持つに違いない。

このように、教師用指導書には、「割合」に限らず、すべての単元についてかなり詳しい解説が載っている。何度も担当したことがある学年だとしても、これまでの「感覚」で授業をするのではなく、初心に帰って教師用指導書を読んでみよう。何度も読み返していると、初めて読んだときには分からなかったことが今度はよく意味が分かったり、新しい発見をしたりすることがきっとあるはずだ。教科書が宝石箱なら、教師用指導書は、その宝石を磨く上質のクロスなのである。

算数・数学関連の雑誌を読む



日々の授業は、教師用指導書を読めばだいたいのことは分かるし、必要な情報もかなり手に入る。しかし、もっと教材研究を深めたいなら、算数・数学関連の雑誌や論文を読みたい。最新の情報は、今やインターネットが一番のような気がするが、あまりにも情報が多いため、活用する際には、その情報の真偽を見極める目が必要だ。その点でいえば、書籍や雑誌の方がちょっと安心かもしれない。特に、算数・数学関連の雑誌は、いろいろな実践が紹介されていて、私も研究授業のときなど、導入の仕方や教具などを考えるときに、よくそのアイデアを参考にしたものだ。でも、私が最近、そのような雑誌を見るときに一番真剣に読むのは、大学の先生など研究者がその授業についてコメントしている部分だ。その欄を書いているのは、算数研究のプロフェッショナル。したがって、その切り口がその授業の中心（重要ポイント）であることが多い。これは、とても勉強になると思う。

さて、その雑誌。かなり古い雑誌を見ているときに目に飛び込んできた言葉があった。

気温が 10 度から 20 度に変化したとき、「2 倍」暖かくなった。

この文章に目が留まったのは、ぱっと見て「何か変な感じ」と思ったからだ。気温は、暖かさや寒さを表すものの、気温 [] が 2 倍になったからといって、気体の持つエネルギーは 2 倍にならないし、そもそも暖かさが「2 倍」ということ自体、定義が難しい。つまり、この文章に違和感をいだくのは、気温と暖かさの間に比例関係が考えられないことに原因があるのだ。

「割合」の意味を含む言葉を挙げてみると、「倍、比、単位量あたりの大きさ、比例、百分率、歩合、率、比率、縮尺、倍率、確率」などたくさんある。例えば、スーパーマーケットの「割引」という割引札、「イチロー選手、夢の打率 4 割実現か！」といった野球の打率などはすぐに思い浮かぶだろう。また、コピー機の「% に拡大、縮小」というのも「割合」である。これらの割合を見たり使ったりしても違和感がないのは、「そこで比較しようとしている 2 量の間には比例関係がある」ということを認めているからなのである。

割合の導入問題に、シュートが入った数を扱うことがあるが、割合の学習は、シュートの入り方にはいつも比例関係が存在することを前提として初めて成り立つ。例えば、問題に「太郎君は、5 回投げて 3 回シュートが決まりました」とあれば、この後太郎君は、何回目に失敗するかは分からないけれど、「5 回投げて 3 回入る状態は、永遠に続く」ということを子どもが認めなければ、割合の学習を進めることは極めて困難になるだろう。

「割合の指導では、比例関係を子どもに意識させることが大前提！」

これは、今回の教材研究で得られた最大の収穫である。さて、そろそろ指導案を考えるか・・・。



「算数って結構いいかも」という感覚 - 黄金比 -

数年前、ルーブル美術館に行く機会があった。モナ・リザやミロのヴィーナスをこの目で直接見ることができた感動は、今でも忘れられない。さて、このミロのヴィーナス、体のあちらこちらが「1 : 1.6」という比率でできているというのは有名な話である。

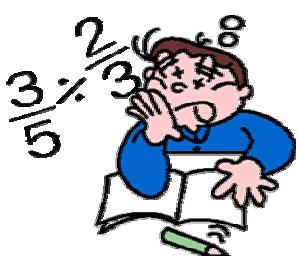
この比は、「黄金比」と呼ばれ、そのバランスの美しさは、今でも多くの人々を魅了し続けている。古代ギリシャの彫刻家の多くが数学を学んでいたというが定説であるから、計算しながら彫像したのかもしれないが、私は、美しさを追究した結果、自然にこの比が作品の中に存在することになったのではないかと思う。



小学生が難しい数式を理解できないのは当然だが、数式が理解できなくても、数の美しさを感じることはできるはずだ。どの国よりも算数嫌いが多い日本、その「感性」に働き掛ける授業が、今、求められている。

2 算数教育の真髄を突く問いに答える ~なぜ、算数を学ぶのか~

「先生、なんでこんなわけ分からんこと勉強せんといけんの？」



6年生の担任を初めてしたときのこと。あれは、確か「分数÷分数」の授業が終わった直後だったと思う。私は、血相を変えて私のところに走って来る一人の男の子に気付いた。その子は、いつもならバスケットボールのコートを確保するために誰よりも先に運動場に飛び出す子どもだ。でも、今日は、私のところに一番に詰め寄ってきたのだ。

半分怒ったような感じで言ってきたのがこの言葉。このときの私は、まだこの子を納得させるだけの説明ができなかった。

同じような質問をされても、たし算やひき算を学習している1年生であれば、「お店に行ってお買い物をするときに計算できると便利だね」とか言えば、なんとかその場を繕うことはできるかもしれないが（もちろん、そんな回答をしているような教師であってはいけない）、6年生の「分数÷分数」ともなると、日常生活で使うことは皆無と言っていいだろうし、そもそも教科書に出てくる問題自体、通常では使わない表現である（【参考】例えば、「水道のじゃ口をきっちりしめなかつたので、1/6時間で2/15の水がむだになりました。1時間では、何むだになるでしょう。」）。しかし、今思えば、この子の質問は、「算数はなぜ勉強する必要があるのか」という算数教育の目的そのものの真髄を突く問い掛けである。教師である以上、この子の質問に真摯に答えたい。

しかし、この質問。いざ回答しようと思うと結構難しい。ここではその答えを考えてみようと思う。

(1) 算数教育が最も重視していること - 答えは、高等学校学習指導要領解説にある！ -

「算数をなぜ学ぶのか」という質問に答えるためには、算数教育が何を目指しているかを知らなければならない。こういうときに頼りになるのはやっぱり「学習指導要領解説」。現行の学習指導要領解説は、これまで文部科学省（文部省）から出された「指導書」の中でも、一番分かりやすい言葉で書かれていると私は思う。余談になるが、もっと深く算数のことについて勉強したければ、昭和40年ごろから60年ごろまでに文部省が出した指導資料や指導書もお勧めしたい。例えば、小学校算数指導資料「関数の考え方の指導」（昭和49年文部省発行）は、全149ページのどこを開いても「関数の考え方」一色。これだけ詳しい解説書が、たったの125円で買える日本は恵まれていると思う。そういえば、2002年に出版された「個に応じた指導に関する指導資料 発展的な学習や補充的な学習の推進（小学校算数編）」も定価は210円（指導資料は、本当に安い！）。この本は、既に5万部以上売れているらしく、算数の教科調査官の吉川成夫先生は、文部省始まって以来の「ベストセラー」と言っておられた。

脱線ついでに、もう少しあ薦めの指導資料を紹介すると、「指導計画の作成と低学年の指導」（昭和55年）、「図形の指導」（昭和57年）、「数と計算の指導」（昭和63年）などがある。これらの本の執筆者のページには、数学的な考え方の第一人者である片桐重男先生や、杉山吉茂先生、中島健三先生、伊藤説朗先生など現在も算数教育を第一線で引っ張っておられる先生方のお名前が並んでいる。算数研究に興味を持っておられる先生方なら、すぐにピンとくる先生方ばかりだろう。今では、古本屋さんにでも行かないと手に入らないかも知れないが、学校の中に一人や二人はお持ちの先生がいらっしゃると思うので、是非、周りの先生に尋ねてみてほしい。

さて、「算数教育が何をねらっているのか」という話に戻ろう。

現在の算数・数学が最も重視しているのは一言でいえば、「創造性の基礎を培うこと」である。これは、小学校学習指導要領解説をじっくり読めば分かるのだが、実は、このことが一番詳しく書かれているのは、高等学校学習指導要領解説（数学編理数編）である。



(2) 本当の答えを子ども自身が見付ける授業づくりを目指したい！

創造性の基礎を培うこととはどういうことなのだろうか。さっそく、高等学校学習指導要領解説（数学編理数編）を読んでみよう。

実は、この「創造性の基礎を培う」という文言が目標に入ったのは、現行の学習指導要領が最初である。ちょっと話が堅くなるけれど、このきっかけとなったのは、中央教育審議会第一次答申（平成8年7月19日）や教育課程審議会「中間のまとめ」（平成9年11月17日）の中で「自ら学び自ら考える力」と並んで「創造性の基礎となる力」の育成が提言されたことにある。同解説書によると、高等学校数学の目標の中にある「数学的活動を通して創造性の基礎を培う」という文言は、小学校算数及び中学校数学の目標では、それぞれ「（算数的）活動の楽しさ（に気付き）」、「数学的活動の楽しさ（を知り）」（いずれも下線部分）に当たると説明している。

小学校

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

中学校

数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

高等学校

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。

学ぶことの「楽しさ」と「充実感」を感じることは算数の本質であるといわれる。高等学校学習指導要領解説では、創造性の基礎を培うことは、小学校算数の目標の「算数的活動の楽しさに気付く」とことと同意だという。このことからも、算数教育が最も重視しているのは、一言でいえば「創造性の基礎を培うこと」であるということは間違いないだろう。

創造性の基礎とは何かを知るために、解説書を読み進めていく中で、私はとても印象的な文章を発見した。

創造性の基礎として、基礎的・基本的な知識・技能の習得を基にして多面的にものを見る力や論理的に考える力などを例示している。（中略）このほかにも創造性の基礎として重要なことが幾つかある。学習に興味をもち、数学的に考察・処理する力もその一つである。（中略）さらにまた、数学的な表現・処理の美しさや数学的な見方や考え方のよさを認識する豊かな感性なども創造性の基礎として重要である。

この文章を読んだとき、私の頭の中では、数ページ前で紹介した「そういうもの（算数・数学の面白いこと）を伝えるのが（あなた方教師に）今求められている」という秋山仁先生の言葉とピタッと音を立てて重なったような気がした。創造性の基礎を培うことは、多面的にものを見る力と論理的に考える力を育成すること言い換ても大きくは間違いないことは確かである。しかし、創造性の基礎の育成の中には、「将来、子どもたちが創造性を開花させるための態度を身に付けさせること」も忘れてはならないのだ。

さて、質問してきた子どもへの答えだけれど、「わる数をひっくり返して計算できるということを知ることはもちろん大切なんだが、例えば、わり算のきまり（わられる数とわる数の両方に同じ数をかけても答えは同じ）を使って除数を1に変えるなど、習ったことを使って計算の仕方を考えたり、根拠を持ってそれを説明できたりする力を鍛えるために学習しているのだよ」と分かりやすく話すといいだろう。でも、本当は、教材研究をいっぱいして教師が算数の楽しさを発見し、この質問の答えを子ども自身が見付けられる授業づくりを目指すことが一番大切だと私は思う。

3 創造性の基礎を培う授業づくりをする ~豊かな感性を持つ教師になろう~

日本は資源の少ない国である。だからこそ、日本には諸外国以上に科学技術の発展が重要である。中央教育審議会第一次答申（平成8年7月19日）の言葉を借りるならば、日本は、「人間の知的創造力が最大の資源」の国なのである。算数・数学教育で最も「創造性の基礎を培うこと」が重視されているのは、日本の未来は子どもたちの知的創造力にかかっているからだ。

創造性の基礎を培う授業は、大きくは「多面的にものを見る力」と「論理的に考える力」を育成する授業であり、同時に「算数の美しさやよさに気付く豊かな感性」を育成する授業である。特に、子どもたちの豊かな感性を育てるためには、まず、教師自身が豊かな感性を持つことである。

(1) いろいろな視点から見える楽しさ - 豊かな感性と算数的センス -

円柱を机の上に立てて置くと、真上から見ると「円」に見えるし、真横から見ると「長方形」に見える。最近では、お手軽ティーバッグ全盛の世の中なので、円柱の茶筒が食卓に並んでいる家庭はそんなに多くないだろうが、少なくとも昭和30年代もしくはそれ以前に生まれた先生ならきっと手元に茶筒がなくてもイメージできるだろう。でも、サイコロ（立方体）を頂点のところから見た形がすぐに想像できる人は、相当、算数的センスがある人だと私は思う。

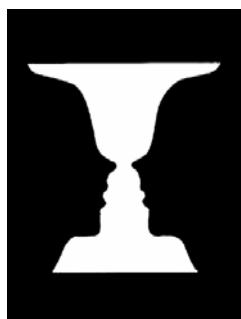
立方体は、頂点のところから見るとどう見えるか。実は、なんと「正六角形」に見えるのだ。



この話を読んで、さっそく机の引き出しの奥にサイコロはないかと探している先生は、かなり「算数大好き先生」になってきている方だ。そう、そのとおり！ こういうときこそ坪田耕三先生の「ハンズオン・マス」精神が大切。自分でさわって、見てみるのが一番だ。

私が頂点から見ると正六角形に見えることを初めて知ったのは、算数の雑誌か何かだったと思うが、答えを先に知っていても、実際に自分でサイコロを頂点から見て正六角形が見えたときには、「へえー。本当に見えるんだなあ」と、思わず独り言が口から出たのを覚えている。6年生で立方体と直方体の体積を学習するけれど、その際に使う 1cm^3 の立方体なら学校にたくさんあるだろうから、是非、子どもたちにも何かのついでに話してあげるといいと思う。きっと、私と同じ反応をする子どもを何人も見ることができるだろう。算数の楽しさを伝えている先生の学級では、今度は教室にある様々なものをいろいろな角度から見ようとするかもしれない。予想もしなかった形が発見されたときの子どもたちの歓声と笑顔。想像しただけでも楽しい。

ちょっとここで、面白い絵をご覧に入れよう。心理学を学んだ人なら一度や二度は見たことがある絵だと思う。左は「ルビンの盃」(E.J.Rubin 1921)，右は「娘と義母（別名「美女と魔女」）」だ。



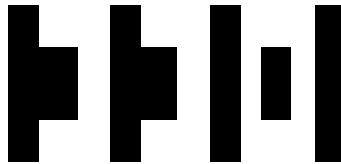
いずれも、一つの絵で二つの意味を持つので「多義図形」と呼ばれている。「杯と向かい合った女性」、「向こうを向いた娘とちょっと意地悪そうなおばあさん」。あなたには、どちらの絵も両方とも見えるだろうか。

初めて見たのにすぐ見えたあなた！ 既に相当「豊かな感性」を持っている人なのかもしれない。



(2) 多面的にものを見る力を育成するには、まず見方の指導が必要だ！

さっきの「娘と義母（美女と魔女）」の絵。美女は見えても、魔女はなかなか見えなかった先生も多かったかもしれない。そこで、見えなかった人にもう一度チャレンジする機会を差し上げよう。今度は、幾何学図形。さて、何を表している絵なのか、あなたには分かるだろうか。

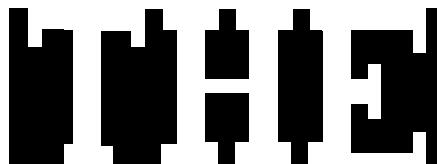


この絵は、小学校算数研修講座の中でも紹介したことがあるので、「ああ、あのときの絵だ」と思い出された先生も多いと思う。でも、思い出していただきたいのは、この絵ではなく、「この絵の見方を教えてもらうと、同じような絵なら自分で見えるようになった」という体験の記憶だ。講座を受けていない先生には、何のことかさっぱり分からぬと思うので、もう少し説明しよう。

この図形、黒いところにばかり目がいくと思うが、ちょっと視点を変えて黒い柱のような図形と図形の間の白いところに目を向けて見よう。「ココロ（心）」という文字が見えてこないだろうか。ここまで書いても見えない人のために、上下に一本ずつ線を引いた図も示しておこう。



「ココロ」が最初から見えた人は、この「見えない直線」が見えていたのだ。では、ここで、次の図形を見てほしい。



不思議なことに、さっきの図形は、答えを読むまで見えなかつた人も、今度はすぐに「THE」の文字が見えただろう。講座では、この体験をしていただいた。すなわち、私はこのとき「多面的な見方も、最初は指導が必要である」ということをこの図形を使って伝えたかったのだ。

(3) 論理的に考える力は、論理的に組み立てられた授業でこそ育成できる

論理的に考えるとは、筋道を立てて考えることであり、それは根拠を持って考えるということだ。子どもが根拠を持って考えているかどうかを知るには、子どもたちが算数的活動をしている場面や、自分の考えを説明している場面、ノートやワークシートの記述などから推測するしか方法はない。したがって、子どもたちに論理的に考える力を育成するためには、教師は子どもがどのように考えているかを瞬時に見抜く目を持たなければならない。でも、もっと重要なことは、授業そのものが論理的に組み立てられていることだ。すなわち、「この問題では、この問い合わせすると、子どもたちはこんな考えをしてくるだろう。そこで、これとこれの考え方を使って本時のねらいに迫ろう」とか「この考え方を引き出すためには、ワークシートはこうしよう」など、毎時間、子どもたちにどのような思考を経験させ、どのような考え方を身に付けさせたいのかを教師が事前に明確に持っていることが大切である。もっとも「そんなことを言われても・・・」と思われた算数指導がちょっと苦手な先生。どうしても「やり方を説明して、後は練習」のような授業になりがちな先生は、子どもが考える時間を少しでも入れてみよう。すべては、そこからスタートするのだ。

4 指導内容を十分に理解して授業する ~教えていても分かっているとは限らない~

創造性の基礎を育成するためには、基礎的・基本的な知識・技能の習得は欠かせない。高等学校学習指導要領解説（数学編理数編）の説明を借りれば、その理由は「知識の習得と技能の習熟を図り、それらが備わってこそより新しいものを創造することができる」と考えられるからだ。これを実現するためには、当然、教師は指導内容を十分理解しておく必要がある。こう書くと、どこからか「小学生に指導する内容なのに、よく理解しておくようにとははなはだ失礼な話だ！」とお叱りを受けそうだが、小学生が学習する内容ではあるけれど、本当にすべてを理解して指導することは案外難しいことなのだ。

「先生、これも四角形なのかなあ？」

第2学年では、「三角形と四角形」の学習をする。授業の前半では、「動物が逃げないように、おうちをつくりましょう」とか言って、教科書に載っているキリン、パンダ、ライオンなどを直線で囲み（【参考】K社の教科書では、動物の周りに点がかいりてあり、それを結ぶと、その間に学習すべき三角形と四角形ができるようになっている）三角形と四角形をつくり、それを仲間分けする。後半では、仲間分けした理由（観点）について話し合い、三角形と四角形の定義を知らせるのが一般的な授業の流れだ。

その授業の最後、子どもがこんな図形を黒板に描いて質問してきたら、すべての先生が「四角形だよ」と自信を持って答えられるだろうか。



2年生の教科書には、「4本の直線でかこまれた形を四角形といいます」と書かれている。授業でもそれを黒板にまとめているはずだ。でも、教科書には出てこないこの図形を急に見せられたら、ちょっと迷ってしまう先生も何人かいいるだろう。実際、小学校算数研修講座の中で、会場の先生にお尋ねしたら、予想以上に迷っていた先生が多かった。小学生、しかも2年生の学習内容である。自分が黒板に「4本の直線でかこまれた形を四角形といいます」と板書しているのに、答えられないことが本にあるのだ。蛇足になるが、このくぼんだ四角形も、平面を敷き詰めることができる。こんな質問がでたら、そのついでに子どもたちに考えさせてみるといいだろう。一見どう考えてみても敷き詰められそうにないこの形が敷き詰められることが分かったら、今日学習した「四角形」という図形により興味を持つに違いない。

さて、もう一つ、分かっているようで本当はよく分かっていない例をご紹介しよう。

整数の四則計算の学習が完結するのは第4学年だ。ここでは、「たし算やひき算よりかけ算やわり算を先に計算する」とか、式の中に括弧がある場合は「括弧の中を先に計算する」などの計算のきまりについても学習することになっている。では、もし、子どもに「きまりがあるのは分かったけど、なぜ、かけ算、わり算や括弧の中を先に計算するの？」と質問されたら答えられる先生が何人いるだろうか。



2005年1月25日及び2月17日、国立教育政策研究所は「特定の課題における調査」を実施した。この調査結果は、既に2006年7月15日に発表されているが、この中に、計算のきまりが身に付いていないという結果が示されている（【参考】問題は「 $3+2\times 4$ 」。調査対象は小4から中1。正解者は「小4（73.6%）、小5（66%）、小6（58.1%）、中1（81.1%）」という結果だった）。ちなみに、岡山県が県内すべての中学校1年生に実施した調査（平成18年4月実施）でも同様な結果が出ている（【参考】岡山県の調査では、問題は「 $5+2\times(7-3)$ 」。正解者はなんと全体の50.9%だった）。

なぜ、乗除優先（かけ算とわり算をたし算とひき算より先に計算）なのか。国の調査問題「 $3+2\times 4$ 」を例に説明しよう。実は、「 2×4 」は、一つの数を示しているのだ。したがって、「 $3+2$ 」より「 2×4 」を先に計算するのは当然で、かけ算を優先する「きまり」は、かけ算の意味から必然的に生まれたことだったのだ。このことは、小学校指導要領解説算数編のp.124にも明確に説明されている。知っているつもりで知らないことは多い。我々教師は、まず、そのことを認める謙虚さを持つ必要があると思う。素直な先生は必ず伸びるのだ！

あれ？ そういえば「なぜ、わり算の筆算だけ、位の大きいところから計算するんだろう？」



子どもを見る目を鍛える一つの方法 - 撮った映像を使って研究協議 -

県内の小学校の校内研修では、算数を研究教科に取り上げている学校が多い。平成18年度は、延べ43研修会から声を掛けいただき（2006年12月現在）、連日算数研究を楽しみながら仕事をさせていただいている。夏の研修会は、私が「算数を熱く語る」講演形式の研修が主だけれど、授業日の研修は、学校を会場にした算数授業研究が中心だ。ありがたいことに本年度は、既に70名以上の先生方の授業を見せていただき、公開されたその授業を基にした授業研究会を実施することができた。

さて、子どもを見る目を鍛える方法だが、デジタルカメラを活用した研究協議を紹介しよう。

最近のデジタルカメラは、軽量で小型なのに写真だけでなく、十分視聴に堪えうる動画も撮影できるので、私は、授業後の研究協議の際には、実際の授業の場面を動画で切り出して、それを見ながら研究協議をするスタイルをとっている（右の写真）

これが、授業研究会に参加された先生には結構好評なのだ。

もっとも、授業者はいいところも悪いところもそのものばらりのシーンを見せられるので、少々きついかもしれないが、私自身、このスタイルをとるようになって、これまでに経験した印象論だけで終わりがちな研究協議と比べると、かなり本質に迫った議論ができると感じている。蛇足になるが、研究会に参加されている先生には、私がいつも簡単に必要な場面を切り出しているように見えるかもしれないが、初めて出会った子どもたちの学習を見て、すぐ後の協議の柱になる映像を切り出すのは至難の業なのだ。撮影しているときの集中力は相当なもので、授業をされている先生と同じくらいのエネルギーが必要だ。



少し前のページで、「創造性の基礎を培う授業をするには、子どもたちが算数的活動をする中でどう考えているのかを瞬時に見る力を教師は持つ必要がある」と書いた。考えてみれば、年間70本もの授業をその場で切り出す経験をすることで、毎回、私は、授業を見る目を鍛える訓練の場を与えてもらっているようなもので、一番勉強させていただいているのは、実はこの私ではないかと思う。やってみると想像以上に大変なことなのだが、本当にありがたいことだ。

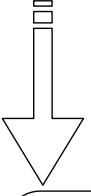
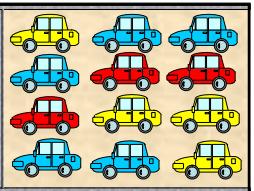
後の協議に使えるシーンを切り取るためにには、授業者と同様に授業のねらいを明確に持って授業を見ることが大前提で、後は、子どもの動きを見逃さないようにアンテナの感度を最大にしておくことだ。

算数校内授業研究会に参加させていただいたいたい幾つかの学校では、既に、デジカメで動画を撮って研究授業に使ってみることをお勧めしている。最初はなかなか思うようなシーンが撮影できないだろうが、カメラの担当になった先生は、とても勉強になるので、是非とも交替でその係をやってみるといいと思う。多くの先生が、研究協議の深まりを実感できるはずだ。

5 受動から能動に変わる瞬間をつくる ~子どもの意識の流れが見える学習指導案~

小学校では、算数を校内研究の教科にしている学校が多く、研究授業の多い秋口になると私のところにも毎日のように指導案が送られてくる。正式に数えたことはないが、どう少なく見積もっても、私は、年間100を越える学習指導案を見せていただいていると思う。うれしい悲鳴だ。

そこで、一つお勧めの学習指導案（本時案）を紹介しよう。単元は、第3学年「ぼうグラフと表」である。特徴は、「児童の意識と変容」の欄が設けられていることだ。特に、ここでは、どうやって「受動から能動に変わる瞬間」をつくるか考えている点に注目したい。

ねらい	全体を見ることができないような資料を分類整理するときは、「正」の字を使うと便利（記録の速さ、数えやすさ）なことに気付き、「正」の字を使って分類整理することができる。（表・処）	
学習活動	児童の意識と変容	教師の支援
1 問題場面を知る。 駐車場に止まっている自動車の数は赤、青、黄色それぞれ何台でしょう。	<p>【受動】</p> <ul style="list-style-type: none"> 1つずつ押さえながら数えれば簡単だ。  <p>動いている。 消えてしまうので、数えられない。 困ったな。</p> 	<p>駐車場に入って来る自動車（赤色、黄色、青色）の様子をプレゼンで提示し、資料の全体が見える場合は、画面上で1つずつ押さえながら数えれば、落ちや重なりがないように整理できることを確認する。</p> 
通り過ぎる自動車の数は赤、青、黄色それぞれ何台でしょう。		<p>通過していく自動車の様子をプレゼンで提示した後、「通過した自動車は何台？」と問題を投げ掛け、最後までただ見ていただけでは分からぬ困難な状況をつくるようにする。（「無理難題」）</p> 
2 自らの問い合わせを持つ。 全体が見えない場合を工夫して数えよう。	<p>【能動】</p> <ul style="list-style-type: none"> 何とかして数えたい。 消えても（見えなくなっても）いいように記録に残せないかな。 	<p>資料の全体が見えないことから、消えてしまっても何とか台数を数える方法を考えようという自らの問い合わせができるようになる。</p> <p>各自で考えた方法で記録整理できるようにする。</p>
3 方法を考え、車の台数を数える。	<ul style="list-style-type: none"> 記録に残す方法を工夫して、車の数を数えよう。 	<p>予想される児童の考え方 通過する順番に（言葉、記号、色鉛筆等で）メモし、後で数える。</p> <p>赤 青 赤 黄 赤 黄 青 赤 ..</p> <p>答え 赤11台、青8台 黄色13台</p>

学習指導案の「教師の支援」の欄に、「無理難題」という言葉が書いてあるのに気付かれただろうか。これは、「受動から能動に変わる授業」を提唱されている元筑波大学附属小学校の正木孝昌先生が使われている言葉だ（【参考】詳しくは、正木先生の著書が一番だが、岡山県教育センター研究紀要第257号「確かな学力を伸ばす算数科における問題解決の授業と習熟度別指導の在り方」も是非一読いただきたい）。

この授業の「無理難題」とは何か。実際の授業で説明しよう。

写真は、授業の最初で駐車場に止まっている車の数を子どもが数えているところだ。この車、先生がコンピュータで自作したもので、赤、青、黄色で色分けがしてある（赤色3台、青色5台、黄色4台）。すべて映し出されているので、全部で12台止まっていることも、色別の車の台数を数えることも可能である。そのことを確認した後、1台ずつ車が走っていく様子を見せた。この時、先生は何も発問せずに、「では、次にいきます」と言っただけだったが、機転の利く子は、先生がこの後尋ねる質問を予想して、全体もしくはある色の車の数を数えだした。用意したすべての車が通り過ぎたところで先生は子どもたちに尋ねた。



「青い車は何台通ったでしょう。」

この「あらかじめ何の色の車の数を尋ねるかを、子どもたちに伝えずに質問する」というところが、この授業の「無理難題」だ。

全体の台数を先生は聞いてくるだろうと指を折りながら数えていた男の子は「えーっ」と声を上げた。青い車ではない色を数えている子どもも同じだ。何人かたまたま青い車の数だけを数えていた子どもは「6台」と答えたが、「8台通った」という意見も出て、「実際には何台通り過ぎたのだろう？」という気持ちが子どもたちの間に広がった。



「何とかすべての色の車の台数を一度見ただけで数えるうまい方法はないのか」多くの子どもたちがそう思ったに違いない。子どもたちは、この瞬間「受動から能動」に変わったのだ。

学習指導案を作成する際には、この瞬間を、どの「場面」で、どういう「教材や問題」で、または、「発問」で生み出すかを考えたい。授業は、この瞬間をつくることが教師の最大の仕事なのだ。



どんな反応をしても破綻しない授業 - 学習指導案に「板書計画」を入れる価値 -

「学習指導案どおりに進む授業にろくな授業はない」と言われるが、これは本当なのだろうか？

研究授業ともなると、何か月も前から学習指導案を作ることは決して珍しいことではない。私も、初めて研究授業をするときは、そうだった。教師用指導書を何度も読み直し、やっと学習指導案らしきものができたと思って、学年主任や同じ学年団の先生方に見ていただいたら、それこそ真っ赤になって返されたものだ。

半泣きながら何度も書き直し、やっと完成した指導案。しかし・・・

あんなに苦労して指導案を作ったのに、授業はぜんぜん指導案どおりに流れないのだ。「授業は生もの」とは本当によく言ったものだ。ところが、力量の高い先生は、指導案どおりの流れにならなくとも、最後はちゃんと本時のねらいに授業が収まっていく。写真は、そんな先生のお一人。私は3年間で何度もこの先生の授業を拝見したが、いつも感心するばかりだった。

指導案のように流れなくても、なぜ、授業が破綻しないのか。

それは、どうも「板書計画」にあるのではないかと私は思っている。板書計画を書くには、本時のまとめをどうするかを必ず考えなければならない。つまり、この先生。板書計画を学習指導案に入れることで、授業のゴールが明確に頭に入っていたのだ。

板書計画は、すべてが凝縮された学習指導案そのものなのである。



6 多くの算数の研究授業から学ぶ ~究極の指導技術は「子どもを見る温かい目」~

多くの学校で行われている算数の研究授業。昔から、「人の振り見て我が振り直せ」ということわざがあるが、人の授業を見ることは、とてもいい勉強になるものだ。もっとも、いくら授業を見てても、見る人が「見る観点」を決めていなければ、何にも見えないのだけれども。

幸いなことに、私は、今年も多くの算数授業を見せていただいた。その中から、ここでは、私がこれはいいなと思った授業を幾つか紹介しよう。

これから取り上げる授業は、指導技術的に見ても真似をしてみたいと思うところが多くあるが、授業を拝見して一番印象的だったのは、これらの授業をしている先生に共通する「子どもを見る目の温かさ」だ。授業の中のちょっとした声掛けや動作に、その先生の優しさを垣間見ることができる。子ども一人一人を大切にしようとする先生の心が、そこで学んでいる子どもたちに、やわらかな光が降り注ぐように伝わり、子どもたちは安心して学習ができているのだ。例えば、学級の友達が一見おかしな解答をしたとしても、それを笑うことなく、その子がどう考えたのかをいっしょに考えていくうとする雰囲気がそこにはある。これは、小手先の指導技術のように、一朝一夕に身に付くものではないが、日々努力して、そんな先生に一步でも近づいていきたいのだ。

(1) どうしてそのアイデアを思い付いたのか、なぜそれでできるのかを問う

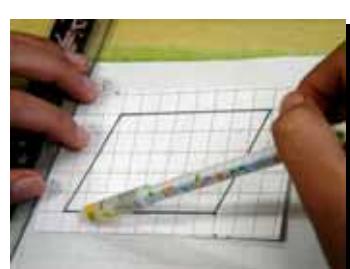
算数の授業でよく見る風景がある。代表児童が、自分の考えを説明した後、必ずといつていれば見られる風景がこれだ。



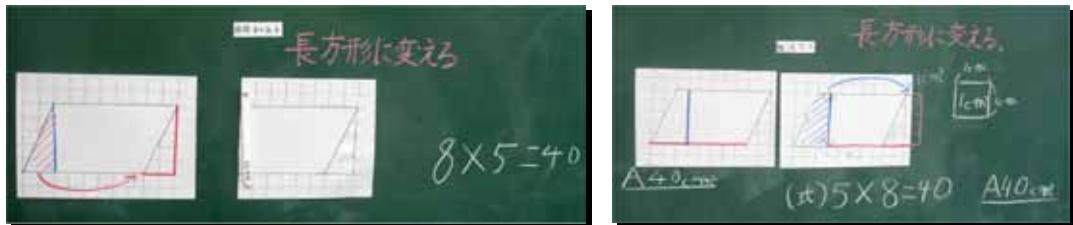
ところが、先日、算数の研究会でこれとは違った展開を見ることができた。授業は、第5学年「平行四辺形の面積」だ。先生から配られたプリントは、 1cm^2 の方眼用紙の上に、底辺が8cm、高さが5cmの平行四辺形がかかっている（【注】平行四辺形の中には、マス目は引かれていない）。

自力解決が始まって3分経ってもまったく手がつかない子どもには、「考えに困っているようですね。じゃあ、このプリントを見て考えてごらん」という言葉を添えながら、写真的平行四辺形の中にもマス目が引かれたプリントがそっと配られた。

ヒントカードを用意するのはよいが、何も声掛けなしにどんどん配っていく先生がいる。ヒントカードは、本時のねらいを達成するために必要な考え方を促す言葉や教師の働き掛けを加えて子どもに渡さなければ、意味を持たないことが多い。この先生は、それがよく理解できているのだ。もっとも、このカードをさらに有効に使うには、本時のねらいが「既習の長方形に直すことで公式を導き出すこと」にあるので、「面積は、 1cm^2 のマスが何個あるか数えればできるんだったよね？1回のかけ算で数えられるところを囲んでごらん」と声を掛ける方がよかった。これなら、自ずと平行四辺形の両脇に飛び出た二つの三角形が浮かび上がってきて、本時がねらう思考を促しやすい。支援と称して、時間を掛けてマスの数を一つずつ数えさせておきながら、授業の後半で「これは、面倒だね」とぱっさり切り捨てる無情な授業は、絶対にやってはならない。



自力解決が終わって、いよいよ練り上げの時間。授業では、二通りの面積を変えないで既習の長方形に直す方法（【参考】算数の世界では、「等積変形」という）が取り上げられた。



「ぼくは、ここの三角形を切ってこっちに移動して考えました。移動したら、長方形になったので、 8×5 で 40cm^2 になりました。どうですか？」

発表が終わると、数人の子どもから「いいです」という声が挙がり、間髪を入れずにどこからともなく「パチパチパチ！」という拍手が起こった。「この授業も、よくある授業と同じかあ・・・」と、思わずため息をついてしまった次の瞬間、先生は、子どもたちに尋ねた。

「なぜ、その三角形を移動すると、平行四辺形の面積が求められるのですか？」

私には、この先生の言葉で、子どもたちの目が一瞬に「考える目」になったように見えた。特に、発表が終わったら拍手をするものだと、知らず知らずに訓練（と言ったら言葉が悪いが）された何人もの子どもが、その瞬間「はっ」とした表情をしたのだ。「いいです」と反応することも、友達の発表が終わって拍手をすることも別に悪いことではない。怖いのは、多くの子どもが声をそろえて「いいです！」と元気よく答えたのを聞いて、教師が学級のすべての子どもたちが理解したと錯覚して授業を進めてしまうことだ。

この後、授業は、なぜ三角形を移動すれば求めることができるのかについて意見が交わされた。多くの子どもたちが理解したことを確認した後、先生はさらに尋ねた。

「どうして、三角形を移動するというアイデアを思い付いたのですか？」

先生は初めてこの質問をされたのか、問われた子どもは、なんと答えてよいか分からないという困った表情をしてしまった。しかし、この授業。もう少し子どもが答えるまで待てば、例えば、算数的ひらめき（直観力）で思い付いた子どもの中には、「うまく説明できないんだけど、この平行四辺形を見ていて、なんなくこっちの飛び出ている三角形がここにぴったり入りそうだと思ったから」と答えることができる子どもが必ずいたはずだ。

授業（ましてや研究授業）では、たった1分でも待つことが難しい。しかし、こういうときこそ教師はぐっと我慢して、子どもの思いを話させたいものだ。これを繰り返していくうちに、教師は、必ずその中に「子どもの数学的な発想のよさ」や「既習事項を活用しようとする態度」を見取ることができるはずだ。授業では、そこをしっかりとほめることができたのだ。



子どもの間違いにもルールがある - 分析的に見る目を持つ -

計算指導で最も大切なことは、演算決定能力を身に付けさせることだ。しかし、せいぜい3桁くらいの筆算は確実に計算できるようにしたい。表現・処理にかかる部分の指導で重要なことは、繰り上がりでつまずいているのか、空位の0があるときに間違うのかなど、教師が子どもの反応を細かく分析的に見る目を持つことが大切だ。具体的な例で説明しよう。写真は、私が授業で実際に見付けた同じ子どもの反応だ。

4	9	1
+ 3	6	8
<u>9 3 9</u>		

左の写真は、百の位の計算を間違っているが、が付いている。TTの授業で教室に2人の教師の目があったのに、見落としてしまったのだ。案の定、授業最後の練習問題（右）も、同じ計算部分（ $4+3+1$ ）で間違っている。子どもの間違いには、ルールがあるのだ。我々は、これを瞬時に見抜く目を鍛えていきたい。

2	2	4	9	1
+ 5	3	1	6	8
<u>7 9 3 9</u>				

(2) 数学的表現力を育成する - どの数学的表現を育成するか意識して指導する -

考える力の育成と同時に、表現力を育成する必要があるといわれている。表現力といっても、はきはき発表するとか、長く発表できるとかではなく、具体物、操作、図、言葉、式を用いた数学的表現を使って、考えたことを論理的に表現する力を育成することが求められているのだ。

これから紹介するのは、第3学年「わり算」の授業の3時間目。この時間は、一つの式から等分除と包含除に当たる2種類の問題を作る活動を通して、わり算の意味をより深めていくうつものだ。

授業は、この2種類のわり算があったことの復習から始まった。

「 $10 \div 5 = 2$ 」になる問題が文章で2種類黒板に書かれている。それぞれ答えの「2」がどんな意味を示しているのか、一人の女の子が指名され、黒板の前で発表した。

「10個のみかんがあって、1人に5個ずつ配るので、 $10 \div 5$ で、答えは2人です。」

最初に発表した子どもは、黒板に書かれている問題の中の文章を使って「言葉」だけで説明した。「どうですか？」と尋ねたものの、よく分かったと手を挙げた子どもは3,4人。説明というより、問題を読んだだけのような感じだったので、この結果も仕方あるまい。そこで、先生は、「磁石を使って（説明し直して）ごらん」と黒板に10個の黄色の磁石をはり付けた。しかし、その子は、磁石をどう使って説明すればよいか困った表情をした。これを察知した先生は、すぐさまもう一人指名し、二人で説明の仕方を相談するように指示した。

二人の相談が始まった。時間にして5分程度だったんだろうか。驚いたのは、この若い先生、二人の相談の様子を目で追いながら、同時にこのわずかな時間にも、机間指導をしているのだ。この先生の動きを見ていて、私は、「なかなかいいな」と感心した。

5分ほど経ったとき、代表の子どもは、説明を始めた。今度は、何も声に出さず、その磁石を問題の意味に合うように操作するだけだ。しかし、言葉で説明するよりはるかにその問題の意味がよく説明できていた。



先生は、すかさずその子の代わりに「分かった人？」と、子どもたちに挙手を求めて、聞いている子どもが理解できたかどうかを確かめた。今度は、多くの子どもが既習事項を思い出したようで、挙手した子どもも多くなった。ここでさらに感心したのは、この先生、その挙手が増えたことをこの二人に見させたのだ。ただ、ここで、この二人に掛けた言葉が惜しかった。先生は、「二人で相談したから、よく分かったという人が増えたね」と声を掛けてしまった。ここで、私は「はっ」とした。この一連の流れは、数学的表現力の育成を考えた場合、とても参考になることが多い。しかし、この先生は、これを数学的表現力の育成とは意識せずにやっているのだ。もし、意識しているなら、最後の部分できっと「磁石を動かして説明したから、みんなによく分かってもらえたんだね」と声を掛けていたはずだ。

ここで紹介した授業は、結果的に表現力を育成するヒントが多く垣間見られた。この授業で発表した子どもは、「言語的表現」を「操作的表現」に置き換えることを指示されることで、「操作」だけでも説明できることを知った。また、「分かった」という挙手が増えたことを自分の目で確認することで、自分の説明はほかの人に分かる説明だったことを実感しただろう。授業では、このような経験をする場を繰り返し組み込むことが大切だ。しかし、もっと重要なことは、算数の表現力を伸ばすのであれば、教師が、その時間にどの数学的表現を用いる力を育てようとしているのかを明確に持つことだ。授業は、「感覚」ができるほど生易しいものではない。

それにしても、この先生。算数の指導のセンスはなかなかなものである。授業研究会に参加して、若い先生が伸びていく姿を見るのは、先輩教師としてもうれしいことだ。



問題を理解するということ - 「青い線と赤い線」のわな -

算数が嫌いな子どもの多くは、「文章問題」が苦手だ。問題が5行以上にわたって書いてあるのを見ただけでも問題を解こうとする意欲がなくなるのだ。そこで、いまだに研究授業でお目にかかるのが「青い線と赤い線」だ。ここまで読んだだけで気付く先生は、一度はこれを授業で用いたことがある方か、算数が好きで、しっかり研究をされている方かのどちらかだろう。

「分かっていることと尋ねられていることに線を引かせることに意味はあるのか？」

ここで、紹介する授業は、第3学年で学習する「かくれた数はいくつ」(K社)だ。授業は、一見わり算の問題に見えるが、答えはかけ算で解く逆思考の問題を扱う。問題を正しく解決するためには、子どもたちに「表面上の語句に惑わされず演算を決める力」が要求される。この単元は、演算決定能力を養うために設定されている特設単元である。

授業は、プリントが配られるところから始まった。問題が配られたとたん机の引き出しからのりを取り出し、あっという間にノートにはる子どもたち。私は、それを見て、「日ごろも、算数の授業の問題は、先生がプリントに印刷して配っているんだろうな」と思った(私は、できるだけ問題は板書するのがいいと思っている)。

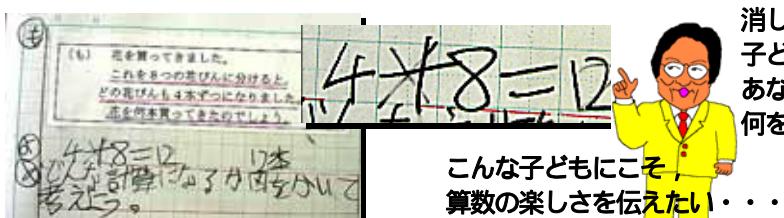
先生は、全員がノートに問題をはり終わったことを確認した後、黒板にも問題をはった。一斉に問題が読まれる。研究授業ということもあって、子どもたちもはりきっているのが、声の大きさからよく伝わってきた。私は、学芸会でもないんだからそこまで大きな声を出させる必要はないと思ったが、ここはまあよしとしよう。さて、いよいよ問題把握。先生は、その子どもたちの声に負けないくらいはっきりした口調で発問された。

「分かっていることに青い線、尋ねられているところに赤い線を引きましょう。」

先生の机間指導の邪魔にならないように気を付けながら、私も子どもたちを見て回った。ほとんどの子どもが、分かっていることと尋ねられているところに色を分けて正しく線が引けている。一人、問題の2行目以降すべての文章に青い線と赤い線を引いてしまっている子どもを見付けた。先生もその子が正しく線が引いていないことに気付いていた。なぜなら、線を全員に引かせた後、「分かっていることは何ですか？どこに青い線を引きましたか？」とその子を一番に指名したからだ。

答える声は、非常に小さくたどたどしかったが、その子は、問題の2行目と3行目だけを答えた。間髪を入れず「よくできましたね」と、教師の声。この子とのやり取りはここで完結してしまった。

本当に、これで問題が把握できたといえるのだろうか？



分かっていることや尋ねられていることに線が引けることと、問題を把握することは、まったく異なる話なのだ。線が引けたことを見て、子どもが問題把握できたと教師が思ってしまう。これが、青い線と赤い線の「わな」である。

このことは、この子のノートに残っている「書いては消した鉛筆の跡」が雄弁に物語っている。

ノートの跡から推測すれば、問題文に「分ける」とあるが、一番に「かけ算」の式を書いていることから、どうもわり算ではないことは、なんとなく気が付いていたのだろう。「 $8 \div 4 = 2$ 」では2本となってしまうし、逆に「 $4 \div 8$ 」はできないし、いろいろ考えたに違いない。分けて4本だから、それより答えは大きいはずで、たどり着いたのが「たし算」だったのだ。線が引いても(分かっていることが正しく答えられても),明確に必要な数値が抽出できていないために、この問題の構造が理解できなかった。だから、立式を誤ったのだ。

線を引かせて答えさせることで見えるのは、文章が疑問形になっていると「尋ねられている文」ということが分かっているかどうか程度のことには過ぎない。問題把握の場面での教師の仕事は、数値が書いてある文章や疑問形になっている文章を選び出す力ではなく、問題を解くために必要な数量を問題から抜き出すことができる力を育てることだ。この問題の場合、「買った花の本数」が、問題を解決するために必要な数値であるという理解をさせることができ、まず必要なのである。疑問形になっている文章が、尋ねられている文章であることが分からない子どもには、算数の問題を解かせる以前の別の指導が必要だ。

(3) 子どもの目線で見たり話したりする - 1年生が安心して自分の考えを言える理由 -

第1学年「ながさくらべ」の授業のこと。指導者は、教師経験3年目。この先生、1年生の無邪気な元気さに負けないくらいの元気さと明るさを持っている。

私が教室に入ったのは、授業が始まる5分くらい前。先生と28人の子どもたちが何やら楽しそうに話しているのが目に入ってきた。

あまりに印象的だったので思わず撮ったのが右の写真である。研究授業直前なので、もう子どもたちはちゃんと席についていたが少し緊張しながらも、笑顔で子どもたちに話し掛けている先生が動くたびに、子どもたちの目が先生の姿を追っているのがよく分かる。子どもたちの先生を見つめる目は「先生、大好き！」という気持ちがとてもよく表れていて、どの子どもにとっても、この教室と先生の存在が「安心できる場」になっていることを感じ、私はとてもうれしかった。



この素敵な「空気」をつくることができているのは、この先生の子どもに向き合うときの真摯な姿勢だと思う。それは、入り口に最も近い男の子に話し掛けている姿にもよく表れている。この写真は、授業直前とはいえ、まだ授業中ではないのだ。子どもの目線で、助言をしたり子どもの考えを聞いたりすることは、授業中にはできても、それ以外のところではできない先生が多い。この先生は、それがもう3年目にして身に付いているのだ。経験年数は少ない先生だが、私には、これから展開される授業が温かい雰囲気の中で行われることは容易に想像できた。ちなみに、写真の真ん中あたりに写っているのはこの学校の校長先生。この校長先生の子どもを見るまなざしが、なんともまた優しいのだ。

授業のうまい先生は多くいるが、何も言葉を言わなくても、特別な小道具を準備しなくても、子どもの前に立っただけで、子どもたちの視線を集めることができる先生はそうたくさんはない。その不思議な「魅力」を教師なら誰もが持ちたいと思うだろうが、残念ながらこれは努力しても身に付けることはなかなか難しい。しかし、子どもたちを一人の人間としてその存在自体を大切に思い、真摯な態度で接することは、教師の心構えの問題で、努力すれば身に付けることが可能である。これは、教師ならば常に心掛けるべき忘れてはならないことで、意識しなくてもできるようになるまでは、授業する自分の姿を何度もVTRに撮って振り返ってみるなど、客観的に自分の姿を見る機会ができるだけ多く持つことが大切だ。

第1学年の「量と測定」領域の目標は、「ものの長さを比較することなどの活動を通して、量とその測定についての理解の基礎となる経験を豊かにする」であり、特に「量の大きさについての感覚を豊かにすること」は、学習した知識や技能を確実に定着させるためには重要な指導内容だ。このことが大切であることは、学習指導案にも明記されており、初めてこの指導案を読ませてもらったとき、「この先生はなかなかよく勉強しているな」と感心した。

実際、授業でも、子どもたちに豊かな感覚が育ってきていると感じた場面が幾つもあった。紙面の関係で、ここでは一つだけ紹介しよう。

長さについての豊かな感覚の一つは、鉛筆を見て「長さはここからここまで」というように、太さなどに紛らわされずに長さという大きさがとらえられることだ。授業の最初、先生は、長さの違う2本の鉛筆を用意し、一方の端が見えないように手で持って子どもに見せた。「どちらが長い？」と先生が尋ねると、すぐさま「先生、ちゃんと全部見せて！」の声が響いたのだ。このつぶやきが、長さについての豊かな感覚が身に付いていることを示す一つの発言だ。全部見せてと言った子どもは、鉛筆の端から端までを「長さ」ととらえることができているからこそ言えるのだ。

さて、話を元に戻そう。子どもの目線で子どもの考え方を聞く姿勢は、授業中にも随所に見られた。写真は、代表の子どもが発表しているときに写したものだが（先生の表情はこの写真には写っていないけれど）この先生の温かいまなざしが感じられると思う。



授業の中身は問題がなかったわけではない。むしろ、少し厳しい言い方をすれば、めあての言葉はまだ詰めが甘いし、教材の吟味も必要だ。しかし、これは、今後、授業研究を重ねれば、いくらでもできるようになることだし、この先生なら吸收も早いだろう。まだ3年目。これからがますます楽しみだ。

この授業を拝見することが決まって、私も一つ勉強したことがある。実は、1年生の教科書を6社すべて調べてみると、5社が「どちらがながいでしょう」という問い合わせになっていて、「どちらがどれだけながいでしょう」と書いてあるのは1社だけなのだ。「どれだけ」という言葉が入るか入らないかの違いであるが、授業の展開に大きく影響する。任意単位の幾つ分で比較する必要性は、長さの違いを数で表すところにあるのであるから、授業では、どちらを使えばよいかは明白だ。



労をいとわず作る価値 - 次元数が高い量を扱う授業こそ教具が必要 -

第6学年「体積」の研究授業で見付けた教具のお話。

授業は、習熟度別指導の発展コース。既習の複合図形（L字型、U字型をした立体）、直方体、立方体に共通する公式を考えるのが本時の学習の中心だ。三つの立体の公式を統合的に見ることで、「底面積×高さ」で体積が求められることを発見させたいのだが、この見方は小学生では難しい（積分の概念がないと理解できない）。しかし、現行の学習指導要領では発展的な扱いとはいえ、扱えるのは、底面の部分に並ぶ 1cm^3 の立方体の数を考えて、それが高さで示されている数だけ倍すると体積が求まりそうだという見方であれば、直方体や立方体の体積の考え方と共通した見方でとらえることも可能と考えられるからだ。平成元年度以前の学習指導要領には、「底面積×高さ」が示されているが、これも積分の概念で理解させることを期待しているものではなく、例えば、直方体だと「縦×横×高さ」の「縦×横」は、「底面の面積（底面積）」と見ることもできるね」程度の扱いを考えるべきである。蛇足になるが、第4学年で学習する長方形の面積の公式も、縦と横の長さをかけているのではなく、基本となる面積の単位 1cm^2 が省略されているのであって、「長方形の面積=縦×横」は、「長方形の面積= $1\text{cm}^2 \times$ （縦×横）」なのである。

さて、話が少し難しくなってきたので、授業で見付けたこの教具の話に戻そう。

授業では、「底面積×高さ」が一般化された式であることをより示すために、授業終盤に「三角柱の体積」が取り上げられた。



そこで、教師が説明に使ったのがこの教具。教具を作るプロが作ったと思えるくらいの仕上がりで、実際、底面に並ぶ 1cm^3 がよく見える。

本当は、扱う三角柱の底面が直角三角形でない方がより一般的なのであるが、この場合、底面積が整数にならない限り製作は難しい。長さより広さ、広さより体積という具合に、次元数が高くなればなるほど量感は身に付きにくいといわれている。だからこそ、次元数が高い量を扱う授業になればなるほど、より子どもたちが直接見たり触れたりすることができる教具や教材の準備が必要だ。

しかし、実際に教具を作って見れば一目瞭然なのだが、次元数が増えれば増えるほど、教具を作る労力も急激に増えていくのだ。そこで、私は、実際にこれを作った感想を、直接、授業者に尋ねてみた。

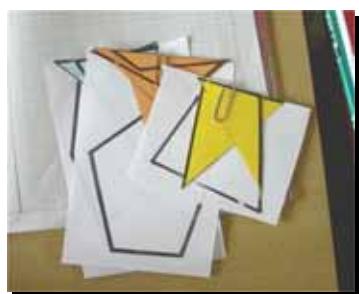
「確かに、この教具を作るのは大変でした。でも、自分でもなかなかいいものができたと思う！」

授業の最後で、これを見せたときの子どもの「うお～っ！」というどよめきにも似た声と興味津々の顔。きっとその反応に、先生は手ごたえを感じたに違いない。時間がかかるても、これだけの教具を作って授業に臨んだこと、さらには、教具作りを楽しもうとする先生の姿勢が素晴らしい。是非、見習いたいものだ。

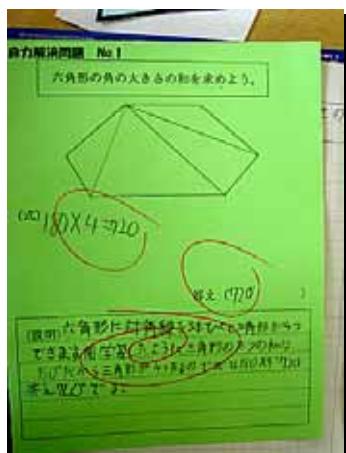
(4) 既習事項を使えるようにする - 図形の構成と分解に着眼したまさに「逆転の発想」 -

第5学年では、基本的な図形の性質について学習する。ここでは、三角形の内角の和が 180° であることを基に、四角形や五角形などの多角形の場合についても発展的に考えていくことが求められている。既習事項を使って新しいことを考える力が身に付いている子どもにとって、五角形の内角の和を求めるることは比較的たやすいことであるが、算数が苦手な子どもにとっては大人が考えるほど簡単なことではない。例えば、五角形の内角の和を求める学習をする場合、授業の初めに既習事項の三角形や四角形の内角の和が何度だったかの復習から授業を始めることが多い。しかし、このような子どもは、今日は、五角形の内角の和を求めるのに、なぜ、「三角形の内角の和が何度だったのか」と先生が尋ねるのかその理由が分からぬのだ。つまり、毎時間の学習がつながっているという意識は子どもたちではなく、三角形の内角の和の学習は、それを扱う時間の中だけで完結しているのだ。五角形の内角の和を求めるときに、三角形や四角形の内角の和が使えることを子どもたち自身に気付かせる方法はないものだろうか。

五角形の内角の和を求めるには、その図形の中の「見えない対角線」が見える力（図形を対角線で分解して見る力）が必要だ。これを、図形を構成する活動を取り入れることで引き出せないかと考えたのだ。まさに逆転の発想だが、図形の構成と分解は表裏一体であるから理にかなっている。

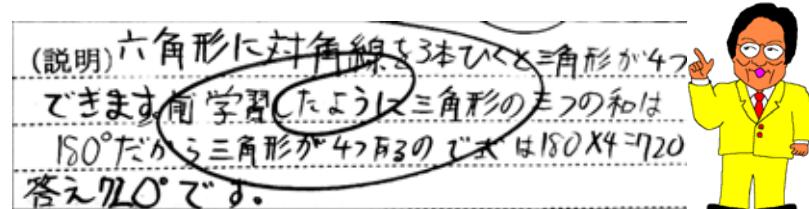


授業は、パズル遊びから始まった。写真は、その時にすべての子どもに配られたものだ。四角形、五角形、六角形と、それぞれの図形を敷き詰めることができる三角形がセットになってクリップでとめられている。三角形は、敷き詰める図形によって色が変えられており、万が一、すべてのクリップを同時にはずして三角形が混在しても、すぐに分かるように工夫がしてある。もちろん、三角形の色をすべて同じにすると、より子どもに思考力を問う問題となるが、この授業が対象としているのは、自力解決ができない子どもたちである。ちょっとヒントを与え過ぎの感じもするが、授業はこれでよかった。それは、この活動のねらいが、三角形を敷き詰めて、四角形、五角形、六角形を作る（図形を構成する）活動をすることで、逆に、対角線を引いていない多角形を見たとき、その図形の中に対角線が見えるようになること、すなわち、図形が三角形に分解できることに気付かせることにあるからだ。もちろん、図形をその構成要素（辺、角、直角、対角線など）で見る力を育成することが目的であれば、このパズル遊びを自由にさせる方がよい。これは、パターンブロックを用いた授業実践の書物からもその効果は容易に想像できる。



さて、このパズル遊び、既習事項を想起させるのに効果はあったのだろうか。

写真は、授業の最後の学習プリント。すべての子どもが自力で既習の三角形に分割して内角の和を求めることができたのだ。プリントの説明の部分には、「前学習したように」の言葉がある。パズルだけの効果とはいえないが、逆転の発想は生きた形となった。





友達ができるまで待てる優しさ - 究極は「学級経営」 -

先ほどの「内角の和」を求める授業だが、とても印象的なことがあった。それは、授業の最初、逆転の発想で取り入れたパズル遊びをしているときのことだった。

自力解決コースで学習した子どもは、確か16名。四角形、五角形を作るパズル遊びはすぐにできたが、元の形が六角形になると、できるまでに時間が掛かる子どもが増えた。

六角形を作り始めて約5分。

ほぼ全員ができたのを確認したところで、先生は、六角形を自分の力で作ることができた子どもを一人ずつ指名し、順番に確かめさせた。初めに指名された女の子は、六角形の一番上の辺を一辺に持つ三角形をはった。2人目の子どもは、その続きの三角形をはった。続いて3人目。まだ自分の力でできていない子どもは、それをちらちら見ながら、六角形を作っていたが、その子が三角形をはったときに、「できた！」とうれしそうなつぶやきも聞かれ、ほぼ全員の子どもが六角形を作ることができたように見えた。先生も、「最後に1枚、さんしめてもらいましょう」と、最後の一人を指名して、黒板の六角形は完成した。

ところが・・・

次々に黒板に正解がはらしていくのに、一人どうしても黒板と同じように三角形を置くことができない子どもがいた。それもそのはず、この子は、黒板の六角形と異なる向きで六角形を置いていたために、黒板で示されたよう三角形を並べるうまく敷き詰められないのだ。公開授業、多くの先生が周りにいて、ずいぶんと緊張もしていたのだろう。最後1枚を黒板にはった男の子が帰ろうとしたとき、先生は、まだ1枚もうまく並べることができずにいたこの子に気付いた。すぐさま、男の子を呼びとめ、もう一度それを(4枚とも)はがして1枚だけ三角形をはるように指示した。

「ヒントだよ。最初の1枚をこれと同じように置いてごらん。」

私はこれを見て、「この先生、机間指導でよく子どもが見えているな」と思った。なぜなら、六角形のところでつまずいたこの子は、時間はかかったが、五角形は自分の力で作ることができていたからだ。この先生は、この子がどこまでできてどこでつまずいたかを机間指導の中で見て記憶していたのだ。

しかし、自分の六角形の向きが黒板とは異なることになかなか気付かないこの子は、黒板と同じように最初の三角形が置けない。



「焦らなくていいよ。黒板の(六角形)と自分の向きを見てごらん。」

声を掛けられた次の瞬間、この子は、「あっ」という表情をしながら、向きを直し、一つ目の三角形を無事置くことができた。ここからこの子が四つの三角形を組み合わせて六角形を完成させるまでに、約3分は掛かっただろうか。先生は、温かいまなざしでこの子ができるまで待ったのだ。

頭の中では、相当焦っていたんだろう。後の時間配分を考えると、1秒でも早く本時の中心の課題に入りたかったはずだ。でも、先生はこの子ができるまで待つことを選んだ。

待ったのは、先生だけではなかった。そう、その子の周りの子どもたちも、この先生と同じような優しい気持ちでこの子を待っていたのだ。

算数では、早くできたら次にすることを自分で考える力を持った子どもに育てたい。一つの解決が終わったらよい姿勢で待つように指導するより、次に何ができるか指導することが大切だ。このことに異論はないが、私は、算数が苦手な子どもが自分の力でできるまで待つ姿を見せることは、それを見ているほかの子どもたちへの大切な指導だと思う。

小さなことかもしれないが、その積み重ねが優しい心を持った集団をつくる。優しい心を持った集団は、学級に心地よい「空気」を生み出す。

授業は、子どもが安心して学習できる環境があってこそ、最高の学習効果を生むのだ。

授業で実際に3分待つことは難しい。しかし、大切なのは待つ時間ではなく、一人一人の子どもを心の底から大切にしようとする気持ちだ。



写真の児童は、文中の子どもと異なります。

7 自力解決できる力を身に付ける ~考える足場をつくる算数の授業~

授業が、教師と数人の子どもだけで行われてはいないだろうか。練り上げのときに、二つ三つの代表例を取り上げ、発表はさせているが、単なる発表会になってしまい、とても練り上げるという感じにならずに困ってはいないだろうか。

「現在の問題解決の授業は、すべての子どもたちの考える力を育成できていないのではないか」ということに対する一つの具体的な解決策が、横浜国立大学の石田淳一先生が提唱している「考える足場をつくる算数の授業」だ。これは、形骸化している問題解決の授業を改善する特効薬となるのだろうか。ここでは、この授業方法を導入する価値について考えてみたい。

(1) 今日考えるべきことを、全員の子どもが考えているか

今日考える問題が黒板に提示され、問題の読み取りも終わり、いよいよ自力解決が始まった。先生は、個別指導をするために机間指導を始めた。自力解決には15分から20分くらい時間をあてている場合が多いが、どの授業でも、早い子は3分もすると解決が終わってしまう。



これは、子どもが問題を解いているときに、教師がよく使う声掛けの一つだ。実際、私が見せていただいた算数の授業でも、多くの先生がこの趣旨の声掛けをしていた。しかし、そんな先生に、「なぜ、多様に考えることを子どもたちに求めるの？」と尋ねると、理由なんか考えたことがないという顔をされることが多い。

実は、多様に考えることは、自分の解決の正しさを確かめたり、よりよいものに練り上げたりしようとする「必然」として生まれることなのだ。よりよいものとは、算数の数理的処理のよさのこと、簡潔性、単純性、明瞭性、適確性、正確性、合理性、能率性、審美性、整合性、発展性、一般性、拡張性、統合性などを挙げることができる。これらのよさは、複数の解決をしてみて初めて分かることで、子どもたちに多様な考え方で解決することを求める理由は、この点にあるのだ。

そう考えると、初めの声掛けは、例えば、「自分の力で解けたね。でも、この答えは絶対に正しいといえるかな？」「自分の力で解けたね。この方法が一番手際のいい方法か考えてごらん」「この考えは、いつでも使える考え方かな？」などと声掛けをした方がよいだろう。

多様に考える意味を知らない先生は、多様に考えさせること自体が目的になっているのだ。そうなると、「何でもいいからいろいろ考えて」となり、さらには、先生が「たくさんの方で考えられたね」とほめるものだから、子どもたちも多様に考えることが目的だと思い込んでしまう。何でもいいからいろいろ考えることと、算数の授業で多様な考え方を認めるというのは、大きく意味が違うのだ。

例えば、1年生のひき算の授業で、その時間の目的が「減加法」の理解と習熟にあるのに、算数が苦手だからといって、数図ブロックをただ「数え引き」させているだけでは、算数の授業とは呼べないだろう。減加法のよさを子どもたちに理解させるという意図を持って指導するなら、算数が苦手な子どもだけでなく、すべての子どもたちに数え引きを経験させるべきだ。

ところが、この例の場合、数え引きをするように助言された子どもは、自力解決の大半の時間を数えることだけで終わり、授業の後半を迎えることになる。授業の後半は、減加法の理解と習熟に当たられるわけだから、この子にとっては、まったく新しい考え方を授業の半分の時間で理解しなければならなくなり、ますます算数が分からなくなるだろう。教師は、その子の理解や習熟の度合いを判断して、よしとして与えた助言であり、指示であったはずだが、結果的にその子の学習を困難にしている場合もあるのだ。

これは、特別な授業ではなく、現在行われている問題解決の授業でしばしば見られる。問題解決の練り上げでは、その時間に身に付けさせたい考え方について全員に考えさせることが大切だ。算数の授業は、基本的に問題解決の授業であるべきだと私も考えるが、今ままの問題解決の授業は、「一部の子どもたちだけで行われている」と指摘されても反論ができない先生も多いのではないかと思う。「今日考えるべきことを、全員が考える授業」それが、考える足場をつくる算数の授業だ。



授業後の黒板例。「足場」「主問題」「練習問題」の三つの場面に分かれているのが特徴だ。



考える足場をつくる算数の授業の先にあるもの - 石田淳一先生の講演から思うこと -

私がこの授業の存在を知ったのは、新しい算数研究（2005年5月号）という算数教育雑誌が最初だ。ちょうど、その年の8月、長野で開かれた第87回全国算数・数学教育研究大会で石田先生の講演があり、そこで、青森と京都だったと思うが、考える足場をつくる算数の授業の実際もVTRではあったが目にすることことができた。

「どうすれば、すべての子どもたちに考える力を身に付けさせることができるのか？」

算数講座をしながら、いつも考えていることだが、石田先生の講演を聴いて、「考える足場をつくる算数の授業は、問題解決の授業を改善する一つの方法になるかもしれない」と感じた。それは、「子どもたちに考えなさい」といっても、考える方法を知らない子どもたちは考えようがない」という点に共感したからだ。しかし、私はこの考え方方に注目したのであって、この授業スタイルが唯一絶対のものだとは考えていない。導入する場合、最初は黒板の書き方や授業の構成の仕方など、先進校の授業を真似してみるとよいが、将来は、この授業を全校すべての子どもに一律に実施するのではなく、例えば、習熟度別指導の自力解決コースにのみ用いるとか、10時間ある単元であれば、その単元で指導する場面が多い時間に導入するなどの工夫改善が必要と考えている。

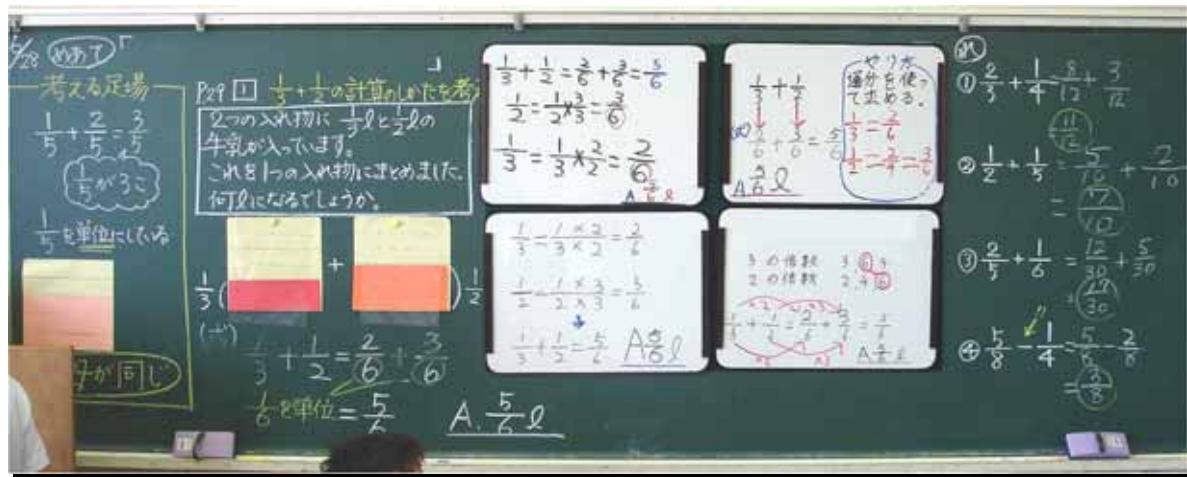
なぜなら、考える足場をつくる算数の授業の先にあるものは、今、私たちが目指している「すべての子どもが考える力を身に付けることができる真の問題解決の授業」と考えるからだ。提唱者である石田淳一先生は、京都市立桃山東小学校での講演で次のような言葉を残している。

「子どもが自立した問題解決ができるように育てるプロセスをたどろうとすると、最初はやはり導く段階が必要だ。それを教師が意図的に設定するのが考える足場をつくる算数の授業である。」

「考える足場をつくる算数の授業」は、目指す算数授業の最終形ではないのだ。現在の問題解決の授業が持つ問題点を解決する方法として考えられたこの授業方法も、形だけが学校に広まる意味はない。

(2) 算数の授業に「考える足場」を取り入れる価値 - 最大のメリットは教師の授業力向上 -

授業は、第6学年「異分母分数のたし算」だ。まずは、授業全体の流れをつかんでいただくために、授業後の板書を紹介しよう。



前ページで紹介した第6学年「単位量あたり」の板書と同じように、左に「考える足場」、中央に「主問題」、右に「練習問題」となっている。考える足場をつくる授業の板書の基本的な形だ。

授業の最初は、全員で考える足場づくりを行う場面だ。先生は、「考える足場」と黄色のチョークで板書し、第5学年で学習した「 $1/5 + 2/5$ 」の式を書いた。答えは $3/5$ で、すべての子どもが正しく計算できた。そこで、先生は「なぜ、計算できるのか」を子どもたちに問い合わせ、単位が $1/5$ にそろっているから計算できるということを思い出させた。板書にもその跡を見ることができる。特徴は、足場となる考えを黒板に短い言葉で明記していることだ。

考える足場を共通理解した後、先生は、「めあて」と板書し、その後、空欄のかぎ括弧を書いた。



写真は、その時の様子を撮ったものだが、実は、「めあて」ではなく、授業後に今日の授業を振り返って、この授業にふさわしい「タイトル（テーマ）」を子どもたちに考えてもらおうという意図があったのだ。これは、NHK番組の「わくわく授業」で取り上げられていた滝井章先生（東京都世田谷区立八幡小学校教諭）の授業で実際に行われていた手法で、私がこの番組を見たときに、面白いと思って取り入れていただいた。ここに書かれた言葉を後で教師が見ることは（授業の最後に子どもたちに発表してもらってもいいだろう）、その日の授業のねらいに子どもたち自身がどの程度迫っていたかを判断する一つの機会となり、授業に対する教師の自己評価にも役立つ。

この授業では、授業後、子どもたちのノートも実際に見せていただいた。そこには、「分母が違うたし算の仕方を考えよう」や「公式と通分を理解し深めよう」などの文字が並び、子どもたちは、学習のめあてを確実に持って学習できていたことがうかがえた。

次は、本時の主問題の登場だ。先生は、問題をゆっくりと読みながら板書した。子どもたちは、先生の声を聞いてノートに問題を書いている。日々、この先生は問題をノートに自分で書かせているようで、先生が板書し終わったと同時に、ほぼ全員の子どもが問題を書き終えているのだ。これは是非、見習いたいことだ。

研究授業では、時間短縮の名目で、事前に教師が模造紙などに問題を書いたものを用意することが多い。しかし、問題把握する時間も含めて考えれば、実際に時間短縮になるのは、問題を書かせる方だ。問題が配られそれを目で読むのと、耳で聞き、自分の手で書き、その文字を目で見るのを比較すれば、どちらが問題の構造や内容を理解するのによいかはすぐに分かることだ。

問題を書き終わったところで、先生は、まず全員に式がどうなるかを考えさせた。子どもたちは、すぐに「 $1/3 + 1/2$ 」と立式することができたが、先生は、異分母分数のたし算は、この時間が初めてなので、分母が異なる分数でもたし算でよいと考える理由も尋ねた。ずっと先に進んでしまいがちなところであるが、重要なところはきちんと押さえていてなかなかいい。「式と計算」領域の学習は、どうしても計算の仕方を教えた後はひたすら計算練習というイメージがあるが、実は、この領域で最も大切なことは、この「演算決定能力」を育成することなのだ。

立式ができた後は、答えがどうなるかより、どう考えれば答えを出すことができるかを考えさせたい。そこで、このことを明確にするために、先生は、黒板に黄色のチョークで「 $1/3 + 1/2$ の計算の仕方を考えよう」と板書した。

先生がノートを書きなさいと指示しなくても、この学級の子どもたちはどんどんノートを書いていく。これは、一日や二日で身に付く学習態度ではない。この先生は日々ノート指導も大切にしているのだ。実際、私は、自力解決の時間に先生が個別指導をしている様子をその中に入って見せていただいたが、子どもたちがしっかり学習の跡をノートに残しているだけでなく、新しい問題を考えるときに自分のノートを振り返ることができるようになってきているのだ。



「これまでの学習は、今日の学習とつながっている。」

算数が楽しいと感じる子どもは、新しい問題に直面したときでも、これまで学習した知識や技能を使えば、自分の力で解決できることをよく知っている。既習事項を使って自分で解決できる子どもを育成することは、算数がねらっている子どもの姿そのものだ。この学級は、その意識が子どもたちの中に、着実に育ってきているのだ。これは、日々の指導の大きな成果だ。

この後、子どもたちが考えを発表し合い、通常の問題解決で見られる練り上げが行われる。授業では、グループごと六つの考えが取り上げられた。練り上げをするには明らかに数が多過ぎるが、その理由が説明する子どもたちを見て分かった。どのグループも、説明をしながら自分たちが主張したいところに線を引いたり、その場で書き加えたりしながら説明するのだ。多くの考えを取り上げたのは、相手に理解してもらうための説明の仕方を身に付けるため、一人でも多くの子どもに説明の機会を与えるためだったのだ。教師の意図がはっきりしているのでこれはいいだろう。

最後は、練習問題。先生は、四つの問題を板書した。ここでも、考える足場をつくる算数の授業の特徴がある。それは、未習問題を練習問題に入れる点だ。この授業の場合、「 $5/8 - 1/4$ 」が4番目の問題として出されている。授業は、「異分母分数のたし算が、単位をそろえると計算できるなら、引き算も同じ考え方でできる」と考えられるまで子どもを高めたいのだ。実際、この学級の子どもたちは、ほとんどの子どもたちが未習の引き算の問題も解くことができた。

練習問題も終わり、授業のまとめの時間となった。子どもたちは、今日の授業を振り返って授業のタイトルを考えている。その数分後、子どもも教師も充実感を持って授業の終了を告げるチャイムを聞いた。

$$\text{④ } \frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

↓

たし算と同じ考え方でやる。
たし算っぽい算にかえただけ

あれから半年、先生は「子どもたちが確実に力を付けてきている」という。考える足場をつくるためには、本時がどの既習事項や数学的な考え方と関連しているのかを事前に考える必要に迫られる。その結果、指導者が既習事項との関連を意識して授業できるようになり、それがよい結果を生み出していると考えられる。考える足場を授業に取り入れる最大のメリットは、ここにあるのだ。

おわりに ~「算数楽しく」そして、「和顔愛語」~

本書のタイトル「算数の楽しさをすべての子どもに伝えたい！魅力ある算数の授業づくり」は、私が考える小学校算数研修講座のコンセプトであり、算数授業への私の思いそのものを表現している。2006年の夏、私の担当している小学校算数研修講座に、かねてから念願だった筑波大学附属小学校の坪田耕三先生をお招きすることができた。坪田耕三先生の算数の授業は、坪田先生ご自身が書かれた数々の書物で知ることができるが、どの本を読んでみても、坪田先生の子どもを見るときの優しさに触れることができる。いつの間にか坪田先生は、私が理想とする教師となり、私もいつかは坪田先生のような授業ができる教師になりたいと強く思うようになった。

そんな坪田耕三先生から、私はとても素敵な言葉をいただいた。



「和顔愛語（わげんあいご）」。教育の世界で翻訳すると、「どのような子どもにも分け隔てなく、満身の笑みで接しよう」という意味になることを、坪田先生から教えていただいた。このとき、私は、坪田先生の授業そのものを表現している言葉だと思った。

日本で行われている算数の授業は、世界から注目されているといわれる。先生方が日々行われている授業は、世界でトップクラスの授業だという。それを支えているのは、日本の小学校の文化として根付いている校内研修で行われる授業研究だと私は思う。私は、指導主事という立場をいただくことで、微力ながらその授業研究のお手伝いができるることをとても幸せに感じている。

本書は、これまで私が小学校算数研修講座のコンセプトとしている「算数の楽しさ」のエッセンスを詰め込んだ、いわば私が7年間掛けてつくった宝箱のつもりで書かせていただいたものだ。もちろん、宝箱の中で輝いているのは、実際に拝見した数々の先生方の授業。私は、その授業とその授業をつくりだした先生方から「授業を見る目」を鍛えていただいた。

授業から学ばせていただいたことは、たった30ページほどで書ききれるものではないが、どの授業も共通しているのは、先生方の子どもを見る温かい目だ。どれだけそれを表現できたか不安ではあるが、本書を発行することで、私が先生方の授業から学んだことを多くの先生方にお伝えし、授業を見せていただいた先生方へのお礼となることを願っている。また、本書をまとめるに当たり、協力委員の皆様には貴重な資料やご意見をいただいた。本書で紹介することができなかった貴重な資料は、今後の算数研修講座や学校支援の中で使わせていただきたい。

算数は楽しい。本当に楽しい。先生方の授業を幾つも見せていただきながら、今、私は、それを心から実感している。本書が一人でも多くの先生方の目に留まり、「算数、大好き先生」になる扉を開くきっかけになればと思う。多くの先生方に読んでいただき、忌憚のないご意見や感想をお寄せいただければ幸いである。



主な参考文献

- ・ 佐伯胖：すぐれた授業とはなにか 授業の認知科学，東京大学出版会，1995
- ・ 中原忠男：算数・数学教育における構成的アプローチの研究，聖文社，1995
- ・ 坪田耕三，杉山吉茂：追究を楽しむ算数の授業，教育出版，1996
- ・ 正木孝昌：授業者の風景 - 椿の色はつばき色 - ，東洋館出版社，1999
- ・ 文部省：高等学校学習指導要領解説 数学編理数編，実教出版，1999
- ・ 坪田耕三，滝井章ほか：算数のセンスを磨く おもしろ算数玉手箱，東洋館出版社，2000
- ・ 正木孝昌：算数授業に子どもたちの生きる姿を見た，学校図書，2002
- ・ 伊藤説朗：基礎・基本の徹底と創造性を培う算数教育，明治図書，2002
- ・ ジェームズ・W・スティグラー，ジェームズ・ヒーバート／湊三郎 訳：日本の算数・数学教育に学べ - 米国が注目する jugyou kenkyuu - ，教育出版，2002
- ・ 橋本吉彦，坪田耕三，池田敏和：今，なぜ授業研究か，東洋館出版社，2003
- ・ 坪田耕三：算数楽しく 授業術，教育出版，2003
- ・ 坪田耕三：教科書を豊かに発展させる授業 算数科 不思議と驚きで学びを深める，学事出版，2003
- ・ 全国算数授業研究会：本当の問題解決の授業を目指して，東洋館出版社，2003
- ・ 片桐重男：数学的な考え方の具体化と指導，明治図書，2004
- ・ 秋山仁：知性の織りなす数学美 定理づくりの実況中継，中公新書，2004
- ・ 市川伸一：学ぶ意欲とスキルを育てる いま求められる学力向上策，小学館，2004
- ・ 坪田耕三：算数楽しく ハンズオン・マス，教育出版，2004
- ・ 全国算数授業研究会：今，算数の授業で何が大切か，東洋館出版社，2004
- ・ 矢部敏昭：授業の質を高める新しい算数の学習，明治図書，2004
- ・ 坪田耕三：素敵な学級づくり 楽しく・優しく
- 子どもたちのための担任術 - ，教育出版，2005
- ・ 矢部敏昭：「一人学び」をめざす新しい算数の学習 授業研究のすすめ，明治図書，2005
- ・ ウィリアム・パウンドストーン／松浦俊輔 訳：ビル・ゲイツの面接試験，青土社，2005
- ・ 清水静海，磯田正美ほか：図でみる日本の算数・数学授業研究，明治図書，2005
- ・ 国立教育政策研究所：TIMSS2003 算数・数学教育の国際比較，ぎょうせい，2005
- ・ 日本数学教育学会：新しい時代の算数・数学教育を目指して，日本数学教育学会，2006
- ・ 本田恵子：脳科学を活かした授業をつくる，C.S.L.学習評価研究所，2006
- ・ 全国算数授業研究会：考える力が伸びる教材開発，東洋館出版社，2006
- ・ 坪田耕三：算数のなぞ，草土文化，2006

本書を書くに当たり、主に参考にした文献です。
このほか、算数関連雑誌も多く参考にさせていただきました。





FAX用紙（所員研究係行き）

岡山県教育センター研究紀要をお読みください、ありがとうございました。皆様の御意見を、今後の所員研究や学校支援の改善のための参考とさせていただきますので、次のアンケートに御協力ください。

岡山県教育センター研究紀要に関するアンケート

算数の楽しさをすべての子どもに伝えたい! 魅力ある算数の授業づくり

研究紀要第275号

1 あなたの所属はどちらですか。

県内：小学校、中学校、高校、盲・聾・養護学校、大学、教育機関、その他()
県外：小学校、中学校、高校、盲・聾・養護学校、大学、教育機関、その他()

2 本書を何で知りましたか。

- (a) 岡山県教育センターからの送付 (b) 岡山県教育センターの所報
(c) 岡山県教育センターのWebページ (d) 岡山県教育センターの研修講座
(e) 岡山県教育センター所員研究成果発表会 (f) 他の先生等からの紹介
(g) その他()

3 本書の内容についての御意見・御感想をお聞かせください。

(1) よかった点、教育実践に役立つと思われる点について記述してください。

(2) 工夫、改善すべき点について記述してください。

4 小学校算数に関する研究に、今後どのような内容を取り上げてほしいですか。



御協力ありがとうございました。
このページの写しをファクシミリで下記までお送りください。
FAX 086-272-1207 岡山県教育センター所員研究係

平成 17・18 年度岡山県教育センター個人研究

小学校算数協力委員会

協力委員

佐藤 良行	笠岡市立笠岡小学校教諭（平成 17・18 年度）
磯田 宙也	井原市立荏原小学校教諭（平成 17・18 年度）
内田香代子	津山市立弥生小学校教諭（平成 17 年度）
森安 功一	津山市立弥生小学校教諭（平成 18 年度）

なお、岡山県教育センターでは、次の者が本研究に当たった。

楠 博文 教育経営部指導主事（主任）

平成 19 年 1 月発行

研究紀要第 275 号

**算数の楽しさをすべての子どもに伝えたい！
魅力ある算数の授業づくり**

編集兼発行所 岡山県教育センター

〒703-8278 岡山市古京町二丁目 2 番 14 号

TEL (086) 272-1205 FAX (086) 272-1207

URL <http://www.edu-c.pref.okayama.jp/>

E-Mail kyoikuse@pref.okayama.jp