2017/6/10 Mathtodon



所謂汎函数微分の話

特に物理の本なんかを見ると

$$rac{\delta S[q]}{\delta q(t)} = rac{\partial L}{\partial q} - rac{d}{dt} rac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

のような式が書いてありますが、これの「非公式の定義」は

$$\left.rac{\delta S[q]}{\delta q(t)} = rac{\partial}{\partial arepsilon}
ight|_{arepsilon = 0}\!\! S[q(\cdot) + arepsilon \delta(\cdot - t)]$$

です。

q(s) を s=t の一瞬だけ微小に摂動したときの汎函数 S[q] の挙動を見ている。

続く

2017年06月04日 17:27 · Web · 😝 0 · ★ 1 · Webで開く



黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki たとえば Sunday at 5:28pm

$$S[q] = \int_{a}^{b} L(q(t), \dot{q}\left(t
ight)) \, dt$$

のとき

$$egin{aligned} rac{\delta S[q]}{\delta q(t)} \ &= rac{\partial}{\partial arepsilon}igg|_{arepsilon=0} \int_{a}^{b}L(q(t')+arepsilon\delta(t'-t),\dot{q}\left(t'
ight)+arepsilon\delta'(t'-t)
ight)dt' \end{aligned}$$

続く



黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki 続き

Sunday at 5:30pm

2017/6/10 Mathtodo

$$\begin{split} &= \int_{a}^{b} \left[\frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial q} \delta(t' - t) + \frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial \dot{q}} \delta'(t' - t) \right] dt' \\ &= \int_{a}^{b} \left[\frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q(t'), \dot{q}(t'))}{\partial \dot{q}} \right] \delta(t' - t) dt' \\ &= \frac{\partial L(q(t), \dot{q}(t))}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(q(t), \dot{q}(t))}{\partial \dot{q}} \end{split}$$

下から2番目の等号でデルタ函数の導函数について部分積分を行っています。

mathtod.online powered by Mastodon