

電気電子計算工学及演習 課題 4

三軒家 佑将 (さんげんや ゆうすけ)

3 回生

1026-26-5817

a0146089

1 プログラムの説明

1.1 概要

本レポートにおいては、プログラム言語として Haskell を採用した。行列演算ライブラリとしては、hmatrix(<https://hackage.haskell.org/package/hmatrix>) を用いた。

また、グラフを描画する際には、Jupyter notebook および IRuby kernel を用いた。

プログラムを実行する手順は、以下のとおりである。

```
> cd haskell
> stack build
> stack exec one-power # 課題 4.1.1
> stack exec one-jacobi # 課題 4.1.2
> stack exec two # 課題 4.2
> stack exec three-trapezoidal # 課題 4.3
> stack exec three-simpsons # 課題 4.3
```

1.2 各機能・関数の説明

プログラムを作成するにあたって、見通しを良くするために、プログラムを複数のファイルに分割している。ここでは、各ファイルごとに、そのファイルの担う機能と、そのファイル内にある関数の機能などについて簡単に説明する。

各関数の詳しい使用方法などは、プログラム内のコメントにて示したので、そちらを参照されたい。

app/OnePower.hs

課題 4.1.1 を解くプログラム。固有ベクトルと、収束判定に用いたスカラ値の値を出力する。

app/OneJacobi.hs

課題 4.1.2 を解くプログラム。 UU^T と UAU^T を出力する。

app/Two.hs

課題 4.2.1、課題 4.2.2 を解くプログラム。

- k
- 複合台形公式による積分結果
- 複合シンプソン公式による積分結果

を CSV にして標準出力に出力する。

app/ThreeTrapezoidal.hs

課題 4.3 を解くプログラム。各定義式から π を求めるが、そのとき複合台形公式を用いる。

以下の内容が CSV 形式で標準出力に出力される。

- k
- 問の定義式 1 による π の計算結果
- 問の定義式 2 による π の計算結果
- 問の定義式 3 による π の計算結果
- 問の定義式 4 による π の計算結果

app/ThreeSimpsons.hs

課題 4.3 を解くプログラム。app/Threetrapezoidal.hs と同様のことを行なうが、その際、複合台形公式ではなく、複合シンプソン公式を用いる。

src/Types.hs

本プログラムにて使用する型シノニムを定義したファイル。

src/Integrator/Default.hs

複合台形公式によって積分計算を行なう関数 (compositTrapezoidalRule) と、複合シンプソン公式によって積分計算を行なう関数 (compositSimpsonsRule) を定義したファイル。

src/Three.hs

calc 関数を export しており、課題 4.3 を解くのに使われる。

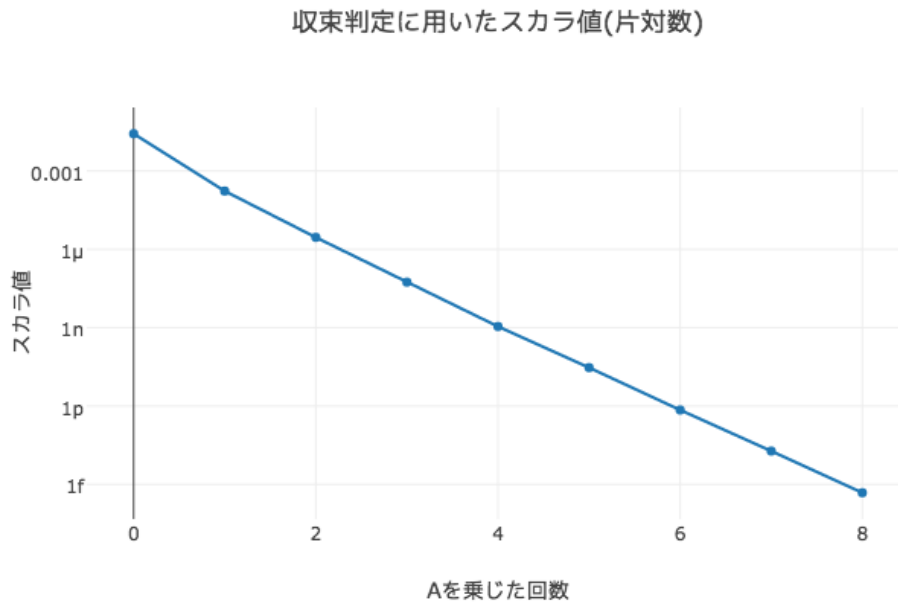


図 1 収束判定に用いたスカラ値

src/Integrator/Recursive.hs

src/Integrator/Default.hs と同様の関数を export しているが、その際のアルゴリズムが、Default.hs のそれとは異なる。詳細は考察にて述べる。

app/TwoExtra.hs

考察に用いるプログラム。詳細は考察にて述べる。

2 課題 4.1.1

べき乗法によって、固有ベクトル u_1 を計算した。このとき、収束条件は、テキスト 6.3 節に記載されたものを使用し、また、 $\epsilon = 10^{-15}$ とした。

2.1 結果

収束判定に用いたスカラ値 ($|\gamma_{max} - \gamma_{min}|$) と、行列 A を初期値 rmu_0 に乗じた回数の関係を片対数グラフに描いたのが図 1 である。

A を乗じるとに、指数的に u_1 へと収束していることがわかる。

3 課題 4.1.2

ヤコビ法によって、固有値行列 Λ と、固有ベクトル行列 U を求めた。

3.1 結果

UU^T と $U\Lambda U^T$ を出力した結果、以下のようになった。

$$UU^T = \begin{pmatrix} 1.00e+00 & -2.43e-16 & 8.33e-17 & 2.50e-16 & 8.33e-17 & -4.30e-16 \\ -2.43e-16 & 1.00e+00 & 2.91e-16 & 3.33e-16 & -1.39e-16 & -2.22e-16 \\ 8.33e-17 & 2.91e-16 & 1.00e+00 & -1.94e-16 & -5.55e-17 & -1.39e-16 \\ 2.50e-16 & 3.33e-16 & -1.94e-16 & 1.00e+00 & -1.94e-16 & -2.78e-17 \\ 8.33e-17 & -1.39e-16 & -5.55e-17 & -1.94e-16 & 1.00e+00 & -5.55e-17 \\ -4.30e-16 & -2.22e-16 & -1.39e-16 & -2.78e-17 & -5.55e-17 & 1.00e+00 \end{pmatrix}$$
$$U\Lambda U^T = \begin{pmatrix} 2.00 & 3.00 & 4.00 & 5.00 & 6.00 & 7.00 \\ 3.00 & 8.00 & 9.00 & 10.00 & 11.00 & 12.00 \\ 4.00 & 9.00 & 13.00 & 14.00 & 15.00 & 16.00 \\ 5.00 & 10.00 & 14.00 & 17.00 & 18.00 & 19.00 \\ 6.00 & 11.00 & 15.00 & 18.00 & 20.00 & 21.00 \\ 7.00 & 12.00 & 16.00 & 19.00 & 21.00 & 22.00 \end{pmatrix}$$

UU^T は単位行列とほとんど等しい値に、 $U\Lambda U^T$ は A とほとんど等しい値となっていることがわかる、

4 課題 4.2

積分 $\int_0^1 x^{19} dx$ を、分割数 $n = 2^k$ の複合台形公式と複合シンプソン公式を用いて求め、真の値との相対誤差の対数を求めた。

4.1 結果

k と相対誤差の対数の関係をグラフに描いたのが図 2 である。

複合台形公式でも複合シンプソン公式でも、 k に対して指数的に相対誤差が減少している事がわかる。また、減少のスピードは、複合シンプソン公式の方が速いことがわかる。

5 課題 4.3

以下に示された定義式 (1)~(4) を用いて、 π を求めた。このとき、積分計算の手法として、分割数 $n = 2^k$ の複合台形公式と複合シンプソン公式をそれぞれ用いた。

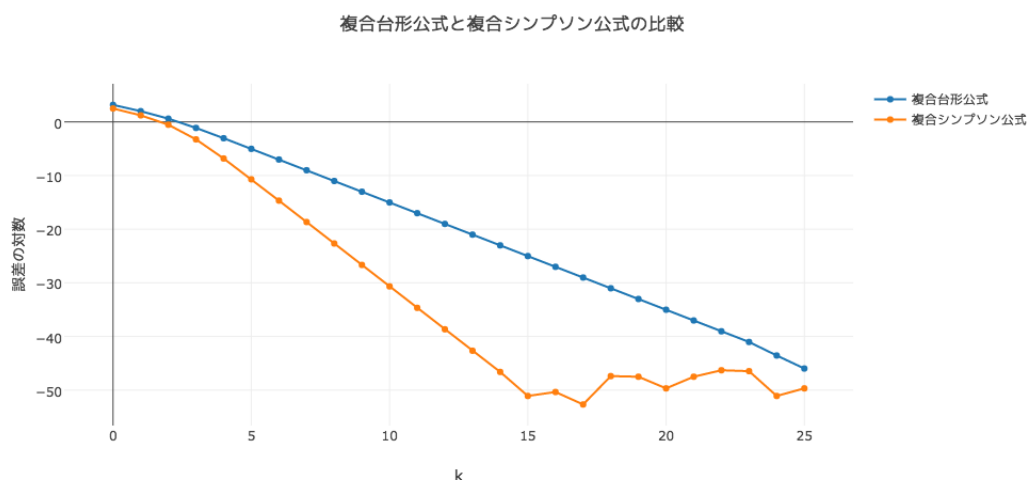


図 2 k と相対誤差の対数の関係

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8} = \int_0^{1/2} \sqrt{1-x^2} dx \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \int_{1/2}^1 \sqrt{1-x^2} dx \quad (4)$$

5.1 結果

図 3 と図 4 はそれぞれ、複合台形公式と複合シンプソン公式によって、定義式 (1)～(4) から π を求めた際の、真の値からの誤差の対数と k の関係をグラフに描いたものである。

いずれの場合も、定義式 (1) と (3) を用いた場合の方が、それ以外の式を用いた場合に対して精度が高い。また、複合台形公式を用いたときは、定義式 (1)(3) と定義式 (2)(4) のそれぞれが、ほとんど同じ精度で計算できているのに対し、複合シンプソン公式を用いたときは、定義式 (2) と (4) の k に対する計算精度は異なることがわかる。

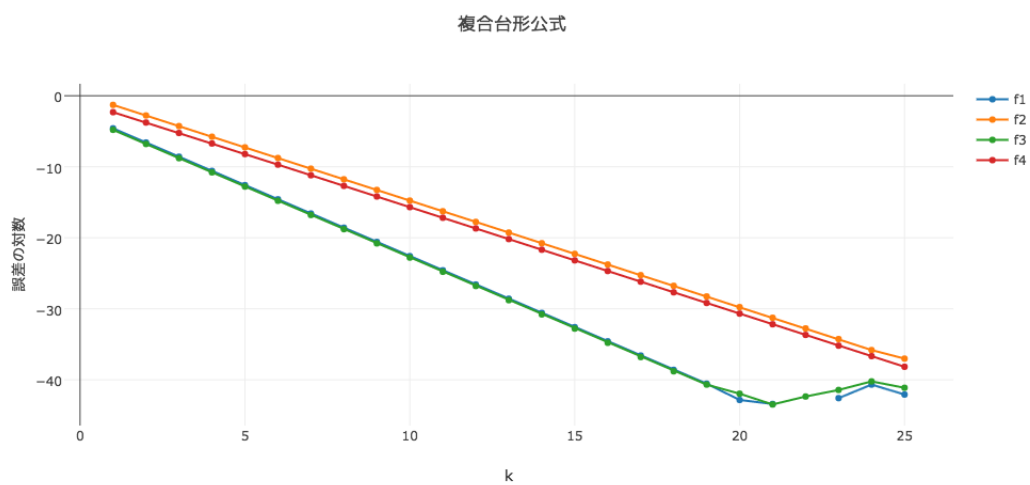


図 3 複合台形公式による計算

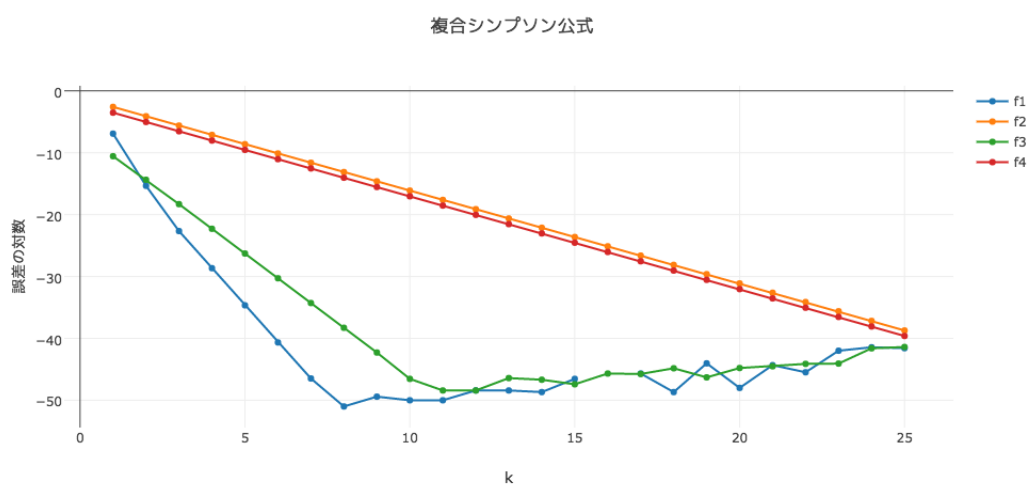


図 4 複合シンプソン公式による計算

6 考察

6.1 再帰的実装

7 付録

7.1 ソースコード

ソースコードは別に添付する。

7.2 出力結果

出力結果は、別に添付したファイル output.txt に示す。

8 参考文献

- 1.