電気電子計算工学及演習

三軒家 佑將（さんげんや ゆうすけ）
３回生
1026-26-5817
a0146089

1　前進代入

1.1　採用したアルゴリズム

$$y_i = b_i - \sum_{k=0}^{i-1} l_{ik} y_k$$

として、$i = 0, 1, 2$ の順に y_i を求めた。

1.2　プログラムに関する情報

ファイル名

- 1.go
- forward.go
- print.go

コンパイルコマンド

go run 1.go print.go forward.go

作成した主な関数

PrintVector
ベクトル (１次元配列) を表示する関数。引数としてベクトルを渡す。

PrintMatrix
行列 (２次元配列) を表示する関数。引数としてベクトルを渡す。

Forward

前進代入法によって方程式の解を求める関数。第一引数として行列（下三角行列）を、第二引数としてベクトル（$b = Lx$ のときの b）を渡すと、方程式の解をベクトルとして返す。

1.3　結果

手計算の結果は、

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

であった。また、プログラムによる数値解は、

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 9.000 \\ 8.000 \\ -4.000 \end{pmatrix}$$

であった。

1.4　考察

手計算による解とプログラムによる数値解は一致していた。

2　後退代入

2.1　採用したアルゴリズム

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left(c_i - \sum_{k=i+1}^{n-1} u_{ik} x_k \right)$$

として、$i = 2, 1, 0$ の順に x_i を求めた。

2.2　プログラムに関する情報

ファイル名

- 2.go
- backward.go

コンパイルコマンド

go run 2.go print.go backward.go

作成した主な関数

Backward

後退代入法によって方程式の解を求める関数。第一引数として行列（上三角行列）を、第二引数としてベクトル（$b = Ux$ のときの b）を渡すと、方程式の解をベクトルとして返す。

2.3　結果

手計算の結果は、

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

であった。また、プログラムによる数値解は、

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 2.000 \\ -3.000 \\ -2.000 \end{pmatrix}$$

であった。

2.4　考察

手計算による解とプログラムによる数値解は一致していた。

3　行列の計算

3.1　結果

手計算により、

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & 2 \\ -6 & -8 & 5 \end{pmatrix} \tag{1}$$

と求められた。

4 LU 分解

4.1 採用したアルゴリズム

$$\begin{aligned} u_{ij} &= a_{ij} - \sum_{k=0}^{i-1} \\ l_{ij} &= \frac{1}{u_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=0}^{j-1} l_{jk} ukj \right) \end{aligned}$$

として、u_{ij}, l_{ij} を求めた。

　このとき、問に与えられた順序に従って計算するのは面倒なので、添字から u_{ij}, l_{ij} を計算する関数をそれぞれ用意し、内部的に再帰呼び出しするように実装した。

4.2 プログラムに関する情報

ファイル名

- 4.go
- lu.go

コンパイルコマンド

go run 4.go print.go lu.go

作成した主な関数

Decomp

matrix.Decomp のように呼び出すと、上三角行列と下三角行列を返す関数。内部的に lower 関数と upper 関数を呼び出し、２次元配列に入れて、それを返すだけの関数。

upper

matrix.upper(i,j) のように呼び出すと、添字（i と j）に対応する上三角行列の要素を返す関数。内部的に lower 関数を呼び出している。

lower

matrix.upper(i,j) のように呼び出すと、添字 (i と j) に対応する下三角行列の要素を返す関数。内部的に upper 関数を呼び出している。

4.3 結果

式（**??**）を Decomp 関数により LU 分解した結果、

$$
\begin{aligned}
L &= \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -1.000 & 1.000 & 0.000 \\ -2.000 & 3.000 & 1.000 \end{pmatrix} \\
U &= \begin{pmatrix} 3.000 & 1.000 & -3.000 \\ 0.000 & -2.000 & -1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 2.000 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

となった。

4.4 考察

LU 分解の結果は、式（1）の計算前の式と一致しているため、妥当であると考えられる。

今回作成したプログラムは、lower 関数と upper 関数が呼び出されるたびに、大量の計算が発生する。$N = 11$ 程度まではすぐに計算が終了したが、それより N が大きくなると、プログラムはなかなか終了しなくなった。$N = 12$ 以上のケースに対応するには、メモ化が必要である。

この場合は、lower 関数と upper 関数の計算結果を、それぞれ「添字→計算結果」のハッシュに格納し、すでに計算済みの要素に関しては、ハッシュに格納されている値を返すようにする。これにより、一度計算した要素を計算し直すことがなくなり、計算量は大幅に減る。

実際、問 8 のプログラムの実行に、メモ化なしの場合は $N = 12$ のとき 25 秒ほどかかっていたが、メモ化をした場合は $N = 50$ のときでも 10 秒ほどで終了した。

5 n 元連立一次方程式の解法

5.1 採用したアルゴリズム

以下の手順により、n 元連立 1 次方程式 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ の解 $\mathbf{x}$ を求める。

まず、

$$\mathbf{A} = \mathbf{LU}$$

のように LU 分解する。

次に、

$$\mathbf{Ux} = \mathbf{y} \tag{2}$$

と置く。

これにより、

$$\mathbf{Ly} = \mathbf{b}$$

が成立する。これを、前進代入法によって、$\mathbf{y}$ について解く。

最後に、この $\mathbf{y}$ の値を用いて、式（2）を $\mathbf{x}$ について解く。

5.2　プログラムに関する情報

ファイル名

- 5.go
- solve.go

コンパイルコマンド

go run 5.go print.go solve.go lu.go forward.go backward.go

作成した主な関数

Solve

第一引数として行列 $\mathbf{A}$ を、第二引数としてベクトル $\mathbf{b}$ を渡すと、$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ の解ベクトル $\mathbf{x}$ を返す関数。内部では、問 4 にて作成した Decomp 関数、問 1 で作成した Forward 関数、問 2 で作成した Backward 関数を利用している。

5.3　結果

以下の 3 元連立一次方程式の解をプログラムにより計算した。

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & 2 \\ -6 & -8 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 9.0 \\ -1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$$

その結果は、

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2.000 \\ -3.000 \\ -2.000 \end{pmatrix}$$

となった。

5.4　考察

上記で求めた解を、問の式に代入して計算すると、

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & 2 \\ -6 & -8 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.000 \\ -3.000 \\ -2.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.0 \\ -1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$$

となり、確かに解である事がわかる。

6　n 元連立一次方程式の解を求める

6.1　採用したアルゴリズム

問 5 と同様のアルゴリズムを採用する。

6.2　プログラムに関する情報

6_1.go 及び 6_2.go は N の値を与えているだけである。本質的な実装は 6.go にある。

ファイル名

- 6_1.go
- 6_2.go
- 6.go

コンパイルコマンド

$N = 3$ の場合 go run 6_1.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go

$N = 6$ の場合 go run 6_2.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go

作成した主な関数

main
内部で行列 $\mathbf{H}$ とベクトル $\mathbf{b}$ を計算している。

6.3 結果

$h_{ij} = 0.25^{|i-j|}$ を要素とした行列 $\mathbf{H}$ と、$b_i = 5.0 - 4.0^{i-n+1} - 4.0^{-i}$ を要素とするベクトル $\mathbf{b}$ を用いて、

$$\mathbf{Hx} = \mathbf{b} \tag{3}$$

と表される N 元連立一次方程式の数値解 $\mathbf{x}$ を、$N = 3, 6$ の場合についてそれぞれプログラムで求めた。

その結果は、$N = 3$ のとき、

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3.000 \\ 3.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$$

となり、$N = 6$ のとき、

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3.000 \\ 3.000 \\ 3.000 \\ 3.000 \\ 3.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$$

となった。

6.4 考察

式（3）の解は、要素がすべて 3 のベクトルになるので、得られた数値解はどちらも妥当であると考えられる。

7 逆行列を求めるアルゴリズム

7.1 採用したアルゴリズム

$$\begin{aligned} \mathbf{b_0} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{b_1} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{b_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

として、

$$\begin{aligned} \mathbf{Ax_0} &= \mathbf{b_0} \\ \mathbf{Ax_1} &= \mathbf{b_1} \\ \mathbf{Ax_2} &= \mathbf{b_2} \end{aligned}$$

を満たす $\mathbf{x_0}, \mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}$ を求める。このとき、

$$\mathbf{A^{-1}} = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \end{pmatrix}$$

によって、A^{-1} を求める。

7.2 プログラムに関する情報

ファイル名

- inverse.go

作成した主な関数

Inverse
引数として行列を与えると、その逆行列を返す関数。

setCol
matrix.setCol(j, vector) などと実行する。
第一引数には列番号を、第二引数にはその列に代入する列ベクトルを与える。
この関数を実行すると、呼び出し元の行列 (上の例では matrix 変数) の、j 列目が、vector になる。

idMatrix
引数無しで実行され、N 行 N 列の単位行列を返す関数。

8 逆行列を計算する

8.1 採用したアルゴリズム

問 7 で示したアルゴリズムを採用して逆行列を求める。

8.2 プログラムに関する情報

8_1.go 及び 8_2.go は N の値を与えているだけである。本質的な実装は 8.go にある。

また、出力される行列はそれぞれ、

$$\begin{aligned} I1 &= HH^{-1} \\ I2 &= H^{-1}H \end{aligned}$$

を示している。

ファイル名

- 8_1.go
- 8_2.go
- 8.go

コンパイルコマンド

$N = 3$ の場合
go run 8_1.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go

$N = 6$ の場合
go run 8_2.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go

作成した主な関数

MatMul
第一引数と第二引数に行列をとり、その２つの行列の行列積を返す関数。

8.3 結果

プログラムによる I1,I2 の計算結果は以下のようであった。

$N = 3$ のとき、

$$\begin{aligned} I1 &= \begin{pmatrix} 1.000 & -0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \\ I2 &= \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$N=6$ のとき、

$$I1 = \begin{pmatrix} 1.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 1.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & -0.000 & -0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & -0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

$$I2 = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & -0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & -0.000 & -0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.000 & -0.000 & -0.000 & -0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$$

8.4 考察

$N=3, N=6$ のいずれの場合についても、$I1, I2$ は、「対角成分は 1.000、それ以外の要素は 0.000 または-0.000」の行列となった。-0.000 となっている要素は、計算の過程で生まれた誤差によって、絶対値のごく小さい負の値をとっていると考えられる。

付録

ソースコード

作成したプログラムを以下に示す

ソースコード： print.go（共通）

```go
package main

import "fmt"

// 行列を見やすく表示する
func PrintMatrix(matrix [N][N]float64) {
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        for j := 0; j <= N-1; j++ {
            fmt.Printf("%3.3f\t", matrix[i][j])
        }
        fmt.Printf("\n")
    }
}

// ベクトルを見やすく表示する
func PrintVector(vector [N]float64) {
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        fmt.Printf("%3.3f\n", vector[i])
    }
}
```

ソースコード： 1.go（問 1）

```go
package main

// 行列・ベクトルの長さ
const N = 3

/*
[N][N]float64{
    {1,2,3},
    {4,5,6},
    {7,8,9}
}は、

|1 2 3|
|4 5 6|
|7 8 9|を表す。

*/

/*
[N]float64{1,2,3}は、

|1|
|2|
```

```
|3|を表すと解釈する（縦ベクトル）場合と、

|1 2 3|を表すと解釈する（横ベクトル）場合がある。

*/

/*は行の指定に使う。
iは列の指定に使う。
j
*/

func main() {
    L := [N][N]float64{
        {1, 0, 0},
        {-1, 1, 0},
        {-2, 3, 1},
    }
    b := [N]float64{9, -1, 2}
    y := Forward(L, b)
    PrintVector(y)
}
```

ソースコード： forward.go（問１）

```
package main

// 前進代入によって、方程式の解を求める
// y := Forward(L, b)
func Forward(L [N][N]float64, b [N]float64) [N]float64 {
    var y [N]float64
    for i := 0; i < N; i++ {
        sum := 0.0
        // i = 0 のとき、k <= i-1 は成立しない。
        // よって、以下の文は実行されず、forsum = となる0.0
        for k := 0; k <= i-1; k++ {
            sum += L[i][k] * y[k]
        }
        y[i] = b[i] - sum
    }
    return y
}
```

ソースコード： 2.go（問２）

```
package main

const N = 3

func main() {
    U := [N][N]float64{
        {3, 1, -3},
        {0, -2, -1},
        {0, 0, 2},
    }
```

```
    c := [N]float64{9, 8, -4}
    x := Backward(U, c)
    PrintVector(x)
}
```

ソースコード： backward.go（問２）

```
package main

// 後退代入によって、方程式の解を求める
// x := Backward(U, c)
func Backward(U [N][N]float64, c [N]float64) [N]float64 {
    var x [N]float64
    // 後退なので大きい方から小さい方にを変化させるi
    for i := N - 1; 0 <= i; i-- {
        sum := 0.0
        // i = N - 1 のとき、k <= N-1 は成立しない。
        // よって、以下の文は実行されず、forsum = となる0.0
        for k := i + 1; k <= N-1; k++ {
            sum += U[i][k] * x[k]
        }
        x[i] = (c[i] - sum) / U[i][i]
    }
    return x
}
```

ソースコード： lu.go（問４）

```
package main

/*
func (v SomeType) FuncName(ArgType) ReturnType {
    v.someTypeFunc() // は関数読み出し元のオブジェクトv
    ...
}と書くと、型の

SomeTypeインスタンスに関数を生やす事ができる。""

a := SomeType{}
a.FuncName(arg)すなわち、いわゆるインスタンスメソッドの定義ができる。

""ただし、では、組み込み型に新たに関数を生やすことができないので、
golangここではという型を新たに定義し、その型に関数を生やしている。
Matrix
*/

type TargetMatrix [N][N]float64

// L, U := A.Decomp()
// L: 下三角行列, U: 上三角行列
// A.とlowerA.（後に定義）の再帰呼び出しを利用して、upper
// 行列の下三角行列と上三角行列を計算する。A
func (a TargetMatrix) Decomp() ([N][N]float64, [N][N]float64
    ) {
```

```
    var L, U [N][N]float64
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        for j := 0; j <= N-1; j++ {
            L[i][j] = a.lower(i, j)
            U[i][j] = a.upper(i, j)
        }
    }
    return L, U
}

// A.lower(i, j)
// 下三角行列の行列要素を計算するij
// 内部でA.を呼び出している。upper
func (a TargetMatrix) lower(i int, j int) float64 {
    // 対角成分は、右上半分はとなるように、1.00.0
    // との値をもとに分岐しているij
    if i > j {
        sum := 0.0
        for k := 0; k <= j-1; k++ {
            sum += a.lower(i, k) * a.upper(k, j)
        }
        return (1.0 / a.upper(j, j)) * (a[i][j] - sum)
    } else if i == j {
        return 1.0
    } else {
        return 0.0
    }
}

// A.upper(i, j)
// 上三角行列の行列要素を計算するij
// 内部でA.を呼び出している。lower
func (a TargetMatrix) upper(i int, j int) float64 {
    // 左下半分はとなるように、0.0
    // との値をもとに分岐しているij
    if i <= j {
        sum := 0.0
        for k := 0; k <= i-1; k++ {
            sum += a.lower(i, k) * a.upper(k, j)
        }
        return (a[i][j] - sum)
    } else {
        return 0.0
    }
}
```

ソースコード： solve.go（問４）

```
package main

// Ax = b
// という形の方程式の解 () を求めるx
// x := Solve(A, b)
func Solve(A TargetMatrix, b [N]float64) [N]float64 {
```

```go
    L, U := A.Decomp()
    y := Forward(L, b)
    x := Backward(U, y)
    return x
}
```

ソースコード： 5.go（問５）

```go
package main

const N = 3

func main() {
    A := [N][N]float64{
        {3, 1, -3},
        {-3, -3, 2},
        {-6, -8, 5},
    }
    b := [N]float64{9, -1, 2}
    x := Solve(A, b)

    PrintVector(x)
}
```

ソースコード：”6˙1.go”（問６）

```go
package main

const N = 3
```

ソースコード：”6˙2.go”（問６）

```go
package main

const N = 6
```

ソースコード： 6.go（問６）

```go
package main

import "math"

func main() {
    var H [N][N]float64
    var b [N]float64

    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        for j := 0; j <= N-1; j++ {
            H[i][j] = math.Pow(0.25, math.Abs(float64(i-j)))
        }
    }
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
```

```go
        b[i] = 5.0 - math.Pow(4.0, float64(i-N+1)) - math.Pow(4.0, float64(-i))
    }

    x := Solve(H, b)
    PrintVector(x)
}
```

ソースコード：”8˙1.go”（問８）

```go
package main

const N = 3
```

ソースコード：”8˙2.go”（問８）

```go
package main

const N = 6
```

ソースコード：8.go（問８）

```go
package main

import "math"
import "fmt"

func main() {
    var H [N][N]float64
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        for j := 0; j <= N-1; j++ {
            H[i][j] = math.Pow(0.25, math.Abs(float64(i-j)))
        }
    }

    I1 := MatMul(H, Inverse(H))
    I2 := MatMul(Inverse(H), H)
    fmt.Println("I1")
    PrintMatrix(I1)
    fmt.Println("I2")
    PrintMatrix(I2)
}

func MatMul(A [N][N]float64, B [N][N]float64) [N][N]float64 {
    var retMatrix [N][N]float64
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        for j := 0; j <= N-1; j++ {
            for k := 0; k <= N-1; k++ {
                retMatrix[i][j] += A[i][k] * B[k][j]
            }
        }
    }
```

```
    return retMatrix
}
```

ソースコード： inverse.go（問８）

```
package main

// 逆行列を計算する
// A = Inverse(A)
func Inverse(A [N][N]float64) [N][N]float64 {
    // は単位行列ではなく、単位ベクトルの配列と考えるb
    // bは[0]を表すb_0
    b := idMatrix()

    var x Matrix
    for k := 0; k <= N-1; k++ {
        x_j := Solve(A, b[k])
        x.setCol(k, x_j)
    }
    return x
}

// lu.と同様に、goインスタンスメソッドを定義している""

type Matrix [N][N]float64

// X.setCols(j, vector)
// 行列の列に、を代入するXjvector
func (m *Matrix) setCol(j int, vector [N]float64) {
    for i := 0; i <= N-1; i++ {
        m[i][j] = vector[i]
    }
}

// 行列の単位行列を計算するNN
// I = idMatrix()
func idMatrix() [N][N]float64 {
    var im [N][N]float64
    // [N][N]は、初期状態ですべての要素がなので、float640
    // 対角成分以外は操作する必要はない。
    for k := 0; k <= N-1; k++ {
        im[k][k] = 1.0
    }
    return im
}
```

プログラムの実行結果

すべてのプログラムを実行する shellscript と、その出力結果を示す。

shellscript

```
#! /bin/bash -x
go run 1.go print.go forward.go
go run 2.go print.go backward.go
go run 4.go print.go lu.go
go run 5.go print.go solve.go lu.go forward.go backward.go
go run 6_1.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go
go run 6_2.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go
go run 8_1.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go
go run 8_2.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go
```

出力結果

```
+ go run 1.go print.go forward.go
9.000
8.000
-4.000
+ go run 2.go print.go backward.go
2.000
-3.000
-2.000
+ go run 4.go print.go lu.go
L
1.000   0.000   0.000
-1.000  1.000   0.000
-2.000  3.000   1.000
U
3.000   1.000   -3.000
0.000   -2.000  -1.000
0.000   0.000   2.000
+ go run 5.go print.go solve.go lu.go forward.go backward.go
2.000
-3.000
-2.000
+ go run 6_1.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go
3.000
3.000
3.000
+ go run 6_2.go print.go 6.go solve.go lu.go forward.go backward.go
3.000
3.000
3.000
3.000
```

```
3.000
3.000
+ go run 8_1.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go
I1
1.000    -0.000  0.000
0.000    1.000   0.000
0.000    0.000   1.000
I2
1.000    0.000   0.000
-0.000   1.000   0.000
0.000    0.000   1.000
+ go run 8_2.go print.go 8.go inverse.go solve.go lu.go forward.go backward.go
I1
1.000    -0.000  -0.000  -0.000  -0.000  0.000
0.000    1.000   -0.000  -0.000  -0.000  0.000
0.000    0.000   1.000   -0.000  -0.000  0.000
0.000    0.000   0.000   1.000   -0.000  0.000
0.000    0.000   0.000   0.000   1.000   0.000
0.000    0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
I2
1.000    0.000   0.000   0.000   0.000   0.000
-0.000   1.000   0.000   0.000   0.000   0.000
-0.000   -0.000  1.000   0.000   0.000   0.000
-0.000   -0.000  -0.000  1.000   0.000   0.000
-0.000   -0.000  -0.000  -0.000  1.000   0.000
0.000    0.000   0.000   0.000   0.000   1.000
```