Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Garcia Sanchez Jesus Adrian (3CV6)

Ornelas Garcia Luis Angel (3CV6)

Quiroz Gonzales Saul Abraham (3CV5)

Teoria de Comunicaciones y señales

Jacqueline Arzate Gordillo

Practica 1

SIMULACIÓN DE LA SERIE TRIGONOMÉTRICA DE FOURIER

1. OBJETIVO

El alumno analizará, comprenderá y verificará la STF de funciones dadas, empleando circuitos electrónicos simulados con el programa MULTISIM o equivalente.

2. ANTECEDENTES

Uno de los problemas del que se ocuparon los matemáticos del siglo XVIII es el que se conoce con el nombre del "problema de la cuerda vibrante". Este problema fue estudiado por d'Alembert y Euler (usando el método de propagación de las ondas) y un poco más tarde, concretamente en 1.753, por Daniel Bernouilli. La solución dada por este diferıa de la proporcionada por los anteriores y consiste básicamente en expresar la solución del problema como superposición (en general infinita) de ondas sencillas. Las ideas de Bernoulli fueron aplicadas y perfeccionadas por Fourier, en 1807, en el estudio de problemas relacionados con la conducción del calor. Quedaron plasmadas por escrito en el libro clásico "Théorie analytique de la Chaleur", publicado en 1.822. Los razonamientos realizados por Fourier en este libro plantearon de manera inmediata numerosas controversias y cuestiones que han tenido una influencia significativa en la historia de la Matemática.

En ingeniería, para el caso de los sistemas de telecomunicaciones, y a través del uso de los componentes espectrales de frecuencia de una señal dada, se puede optimizar el diseño de un sistema para la señal portadora del mismo. La ecuación de la Serie Trigonométrica de Fourier esta dada por la siguiente ecuación:

$$f(t) = a0 + \sum [an\cos n\omega 0t + bn\sin n\omega 0t]$$

Donde:

$an = 2\ T \int f(t) \cos n\omega 0t\ dt$

$a0 = 1\ T \int f(t) dt$

$bn = 2\ T \int f(t) \sin n\omega 0t\ dt$

3. DESARROLLO

Actividad 3.1

Usando el programa de simulación de circuitos, MULTISIM, construye virtualmente el circuito de la figura 2. Para ello siga las indicaciones siguientes:

1. Cada fuente de voltaje alterno (equivalente a un término en la sumatoria sinusoidal de Fourier), ajustar a una frecuencia en Hz, convirtiendo rad/seg a Hz, usando la fórmula siguiente:

$$\omega = 2\pi f$$

Así para el n-ésimo término f_n:

$$fn = \frac{n\omega}{2\pi} \qquad con \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$\omega =$ *frecuencia en radianes por segundo*

$f =$ *frecuencia en hertz*

2. Ajuste en el recuadro de fase el valor de 90, (este significa una función seno desfasada 90 grados, pues cada uno de los términos en la serie son señales coseno). Véase figura 3

3. Ajuste la amplitud pico de cada componente según corresponda. Véase figura 3

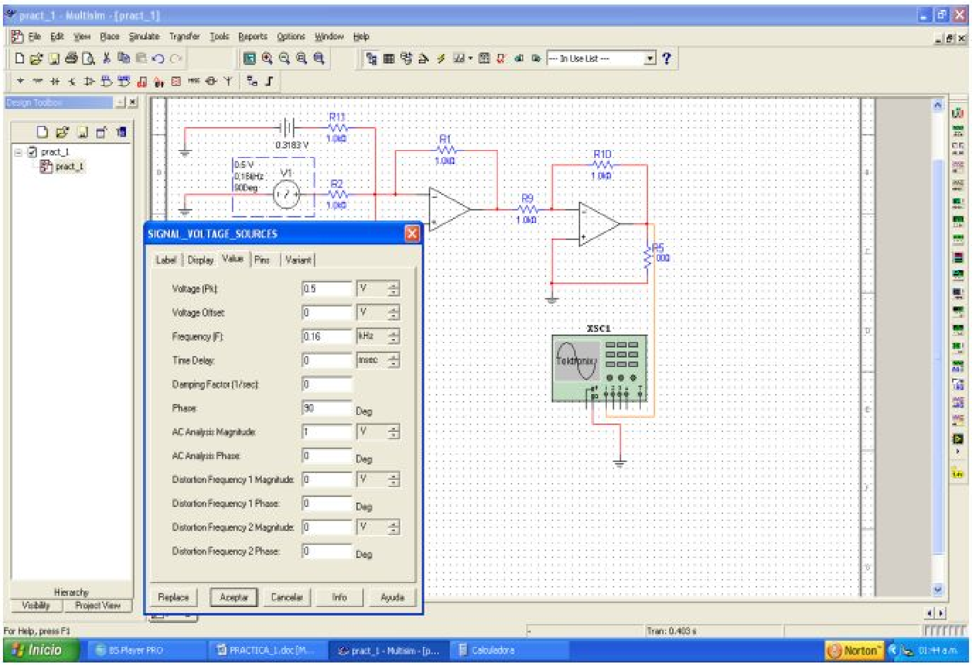


Figura 3

3. Conecte el osciloscopio tektronix a la salida del circuito y ajuste los controles hasta observar claramente la forma de la señal de voltaje de salida (puede usar el botón auto set ubicado en la carátula del osciloscopio).   Véase figura 4

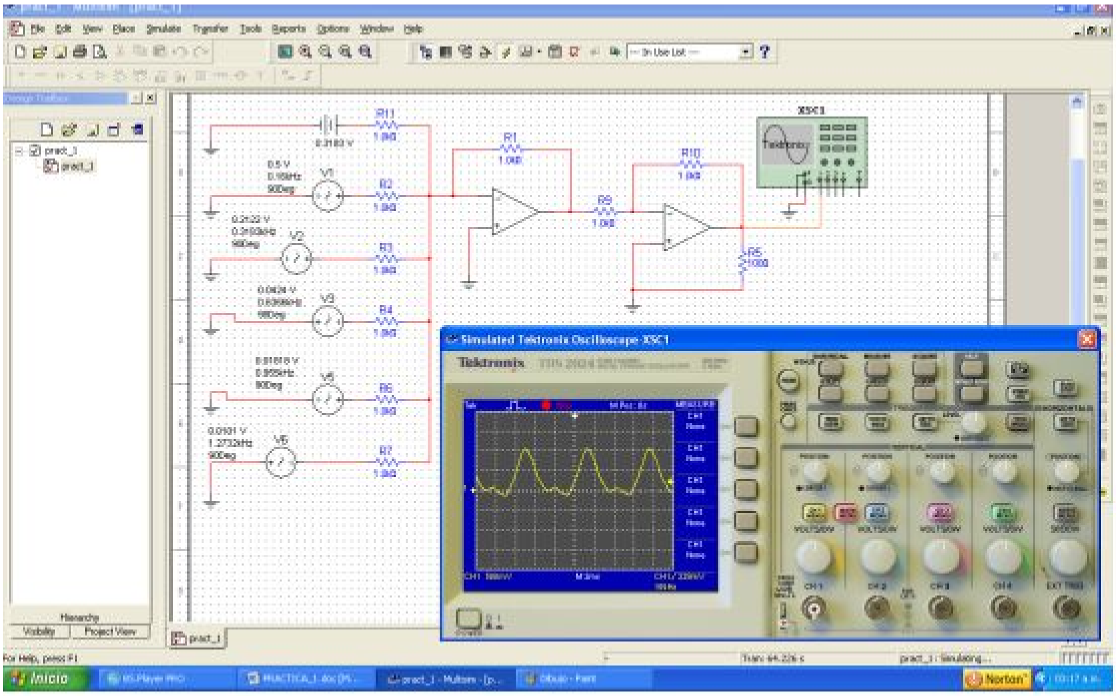


Figura 4(a)

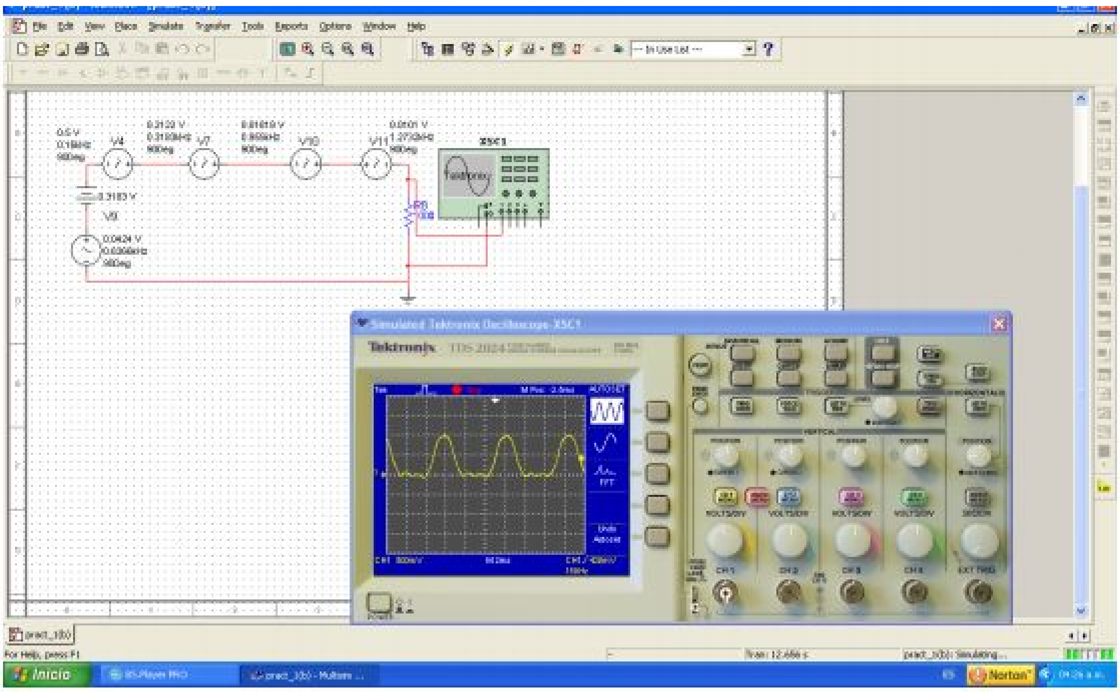
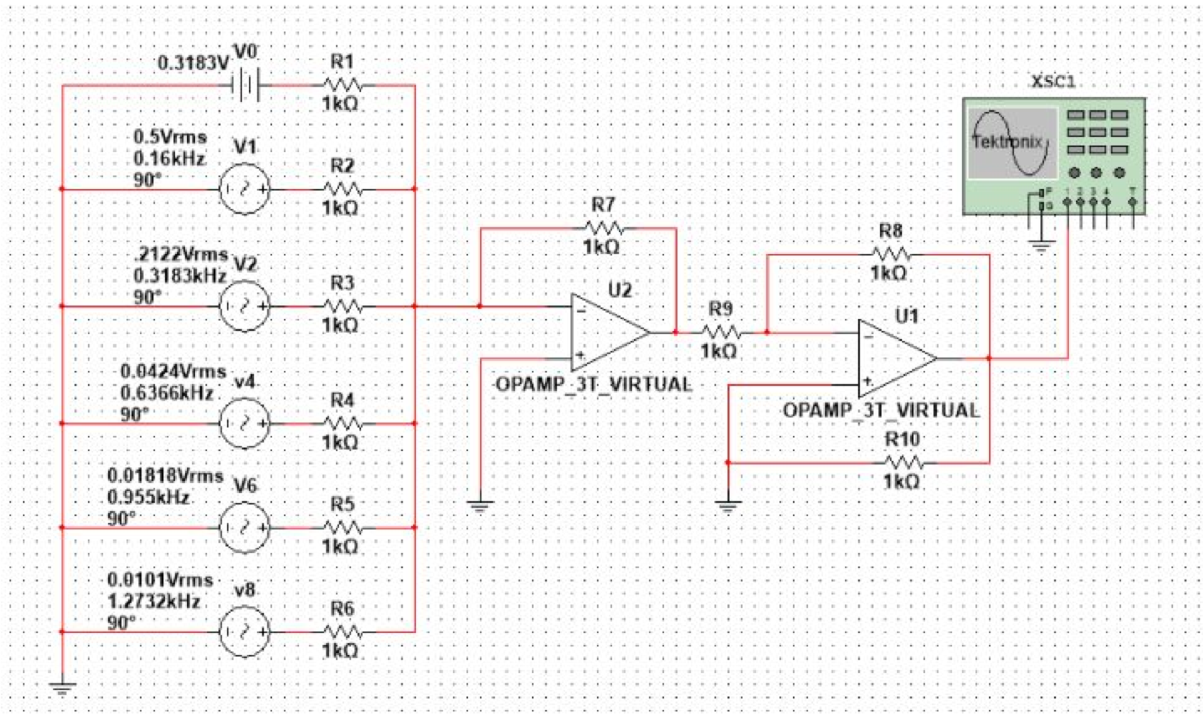
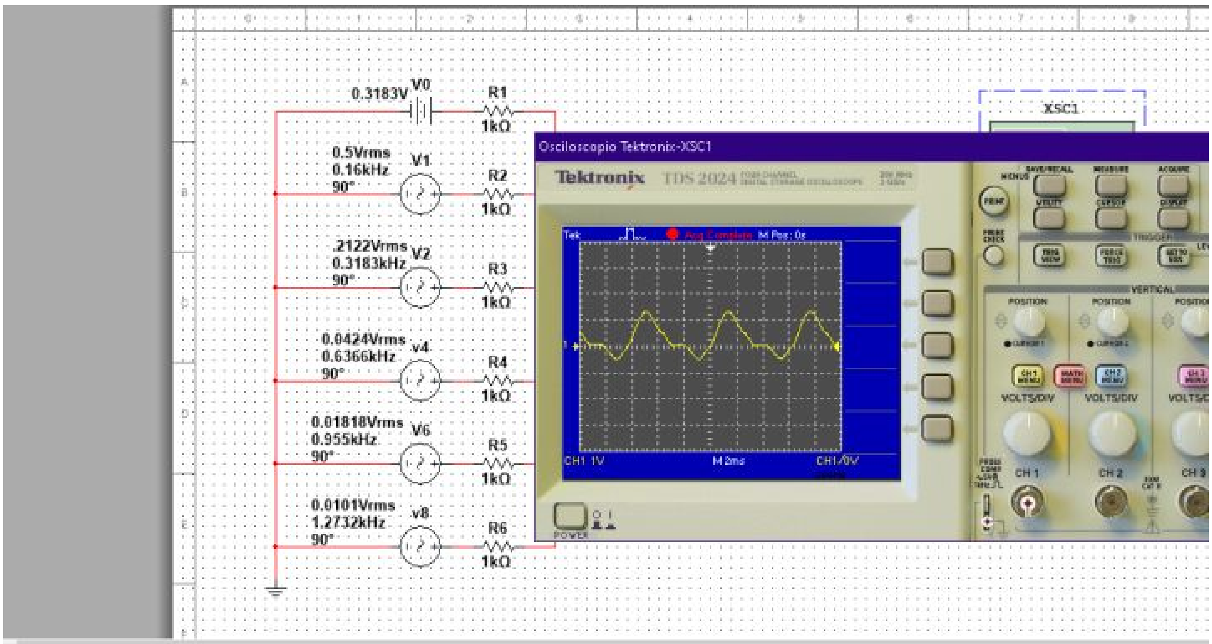
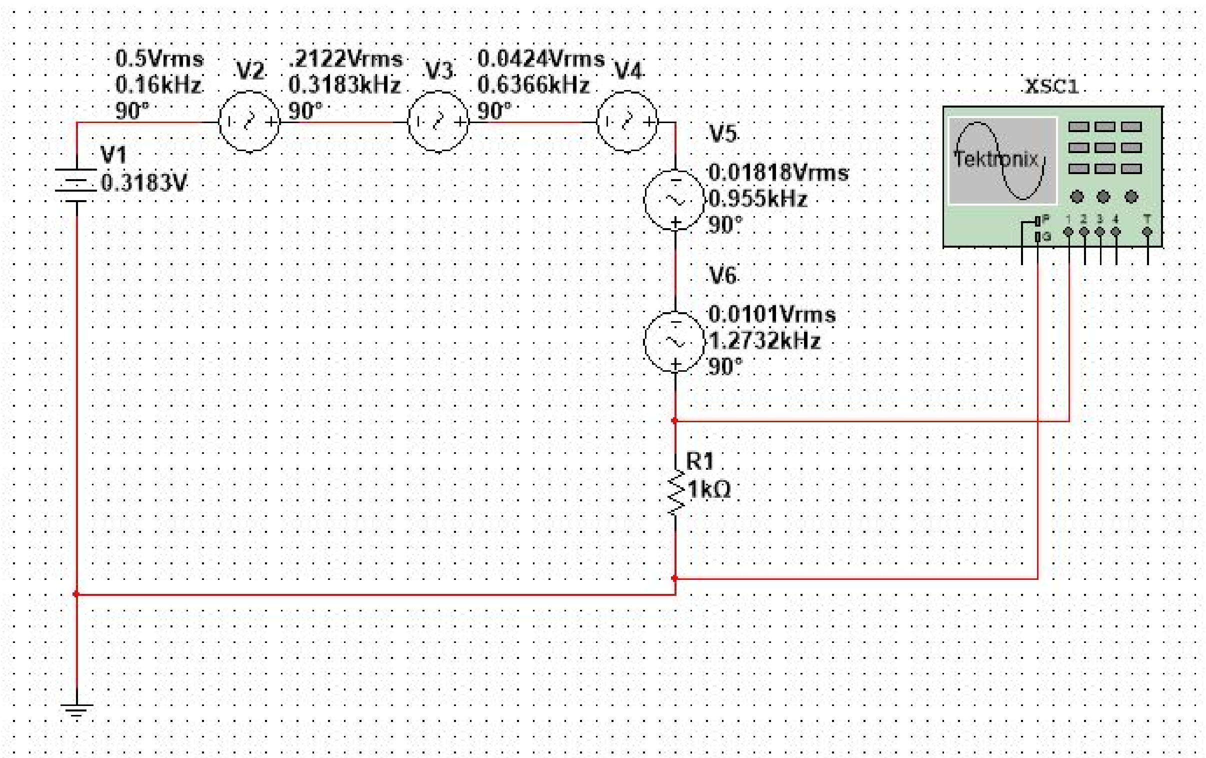


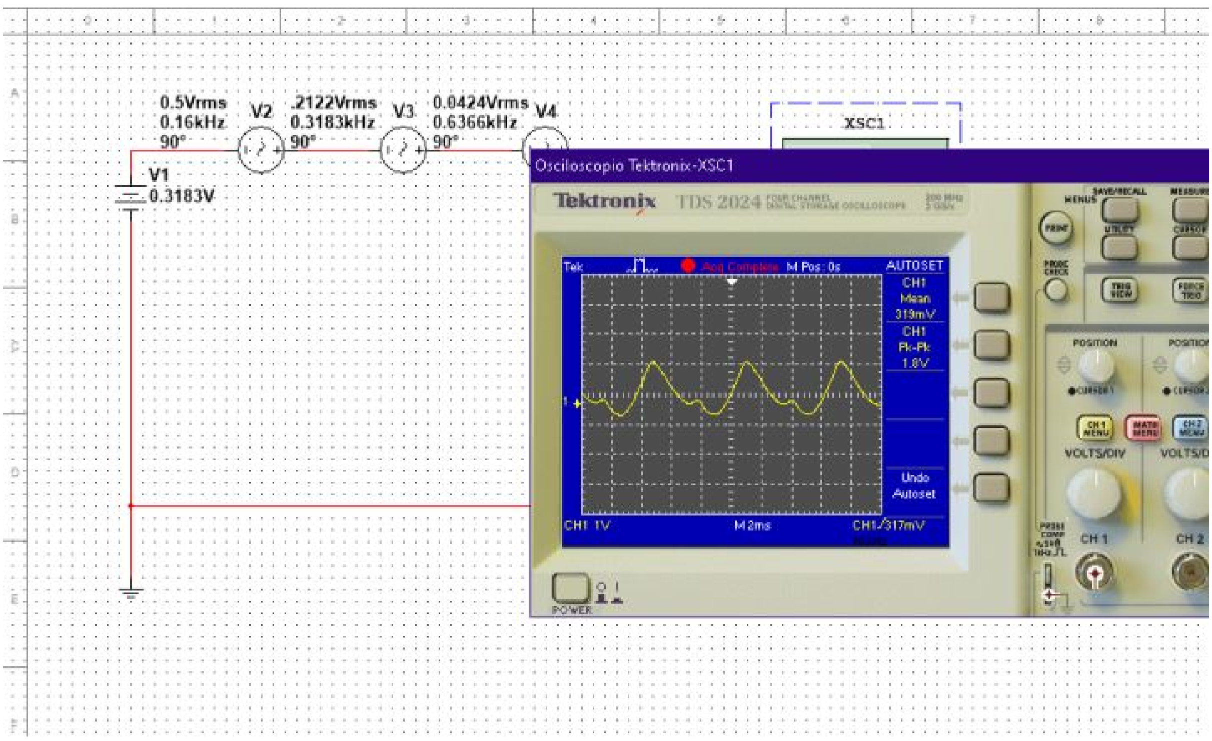
Figura 4(b)

Circuito replicado:









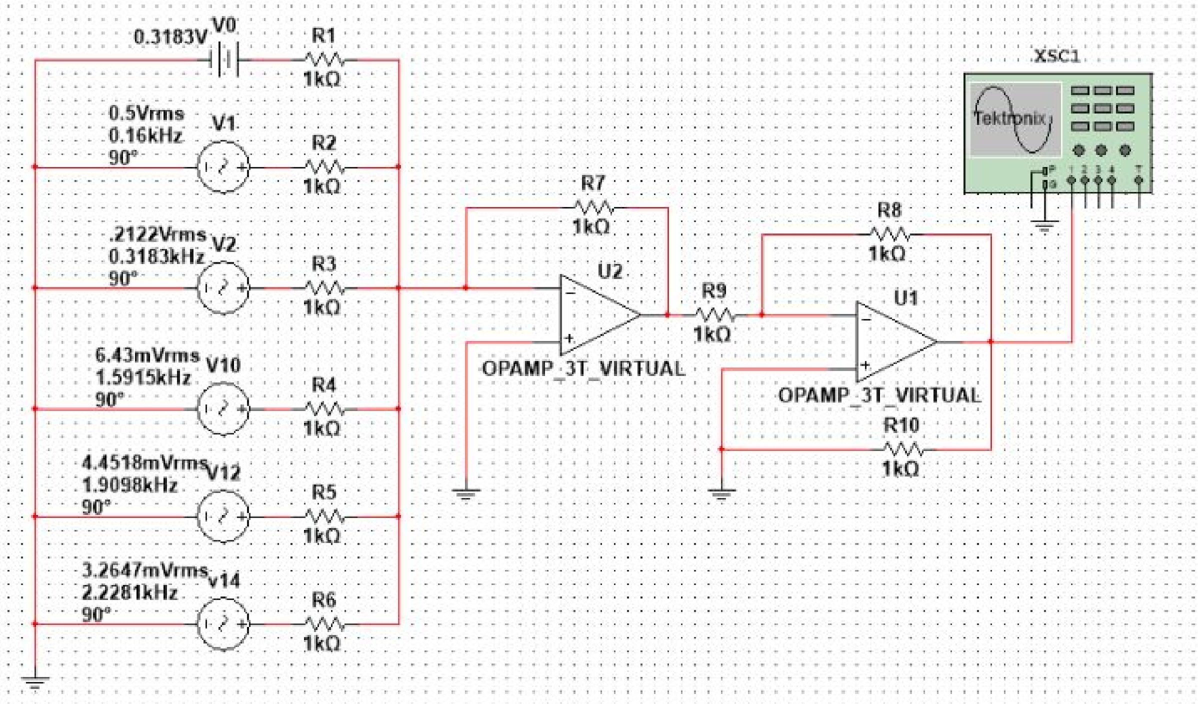
ACTIVIDAD 3.2

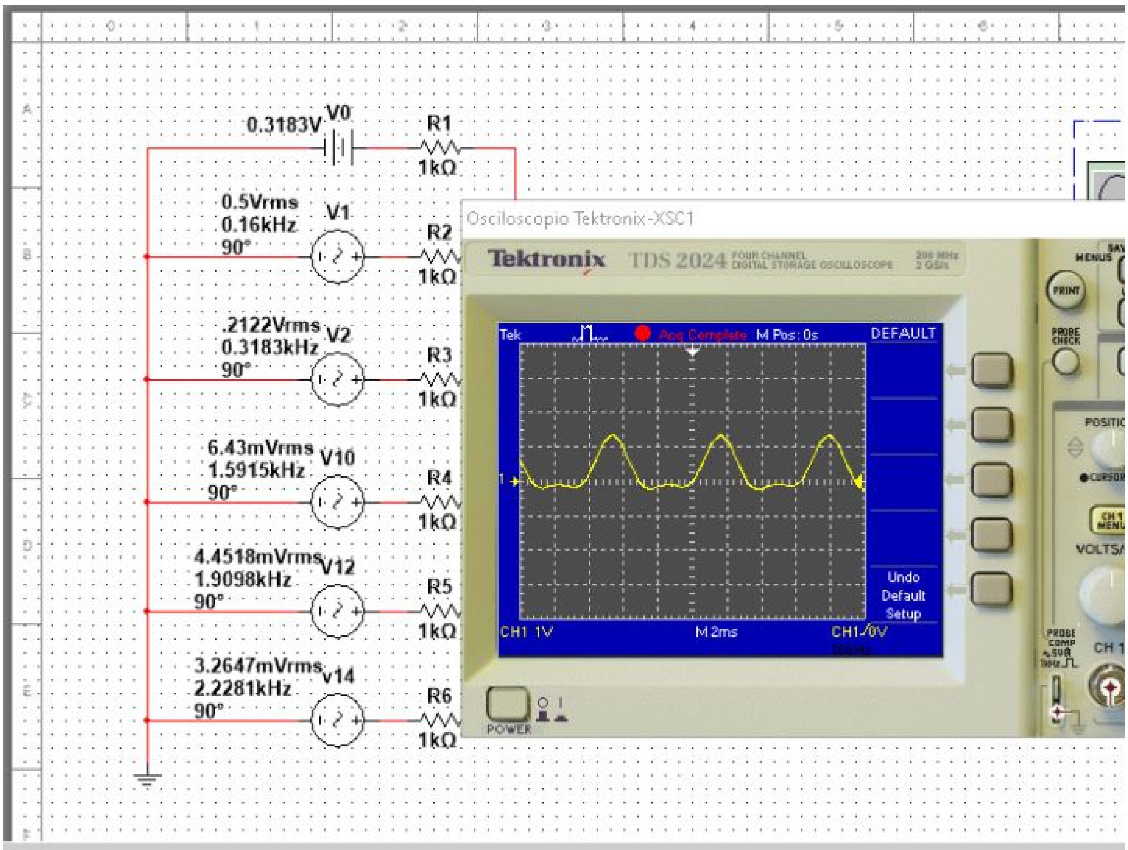
Compare la señal del osciloscopio con la señal de la figura 1 y escriba sus conclusiones.

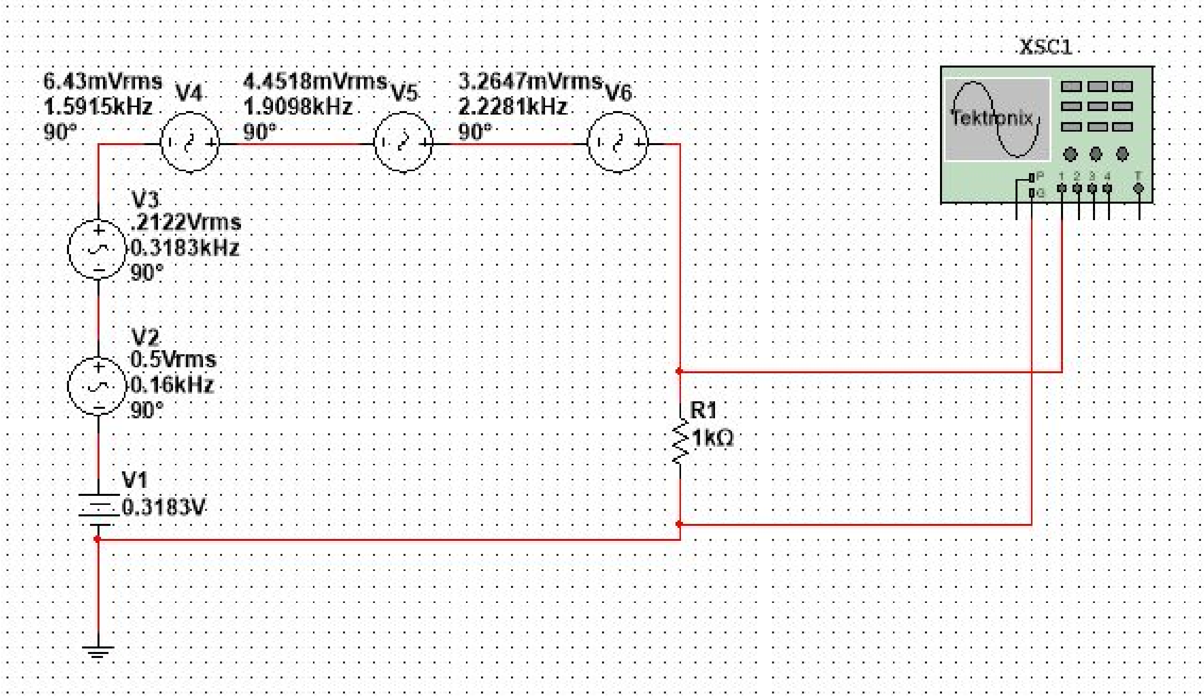
R= Al realizar el circuito podemos notar que en el osciloscopio podemos apreciar la forma de la señal de la figura 1 aunque un poco distorsionada, esto debido a que solo mostramos una parte finita de componentes de la señal.

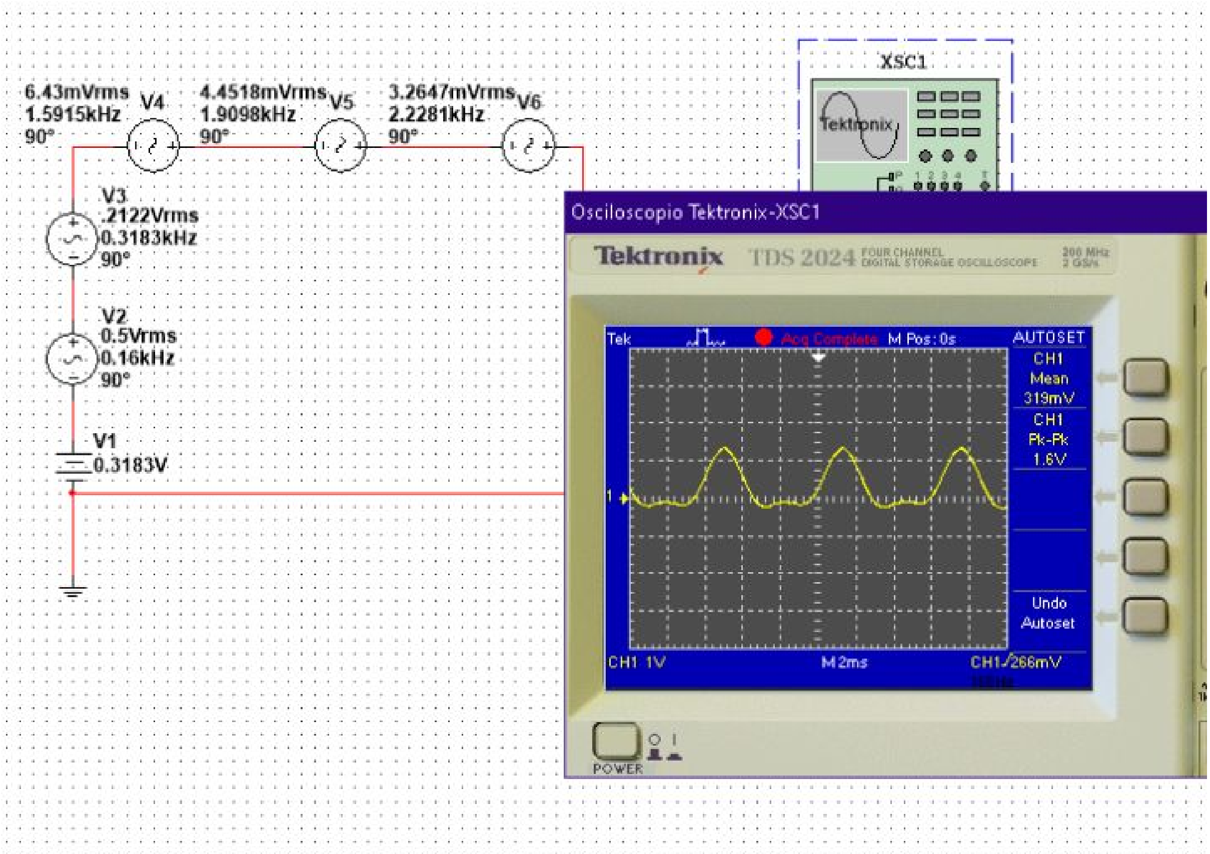
ACTIVIDAD 3.3

Modifique el circuito de la figura 1, de tal manera que solo se sumen unos armónicos seleccionados. Por ejemplo las primeras 3 componentes (n=1,2,3) Y posteriormente las 3 componentes de mayor frecuencia (por ejemplo n= 10,15,16).






XSC1
Tektronix
6.43mVrms
1.5915kHz
90°
V4
4.4518mVrms
1.9098kHz
90°
V5
3.2647mVrms
2.2281kHz
90°
V6
V3
.2122Vrms
0.3183kHz
90°
V2
0.5Vrms
0.16kHz
90°
R1
1kΩ
V1
0.3183V


XSC1
Tektronix
6.43mVrms
1.5915kHz
90°
V4
4.4518mVrms
1.9098kHz
90°
V5
3.2647mVrms
2.2281kHz
90°
V6
V3
.2122Vrms
0.3183kHz
90°
V2
0.5Vrms
0.16kHz
90°
V1
0.3183V
Osciloscopio Tektronix-XSC1
Tektronix
TDS 2024
Tek
Acq Complete
M Pos: 0s
AUTOSET
CH1
Mean
319mV
CH1
Pk-Pk
1.6V
Undo
Autoset
CH1 1V
M 2ms
CH1 266mV
POWER

Compare ambos resultados,

- **¿A qué conclusiones llega**?
  R= que las primeras 3 componentes son las que le dan forma a la señal mientras que los demás solo ayudan a mejorar la forma de esta.
- **¿Cuáles son las componentes que definen la forma de f(t)?**
  R= en este caso las primeras 3 aunque la más importante es la primera, notamos que sin ella no se parece en nada la señal.
- **¿Cuáles componentes únicamente afinan a f(t)?**
  R= en este caso los últimos 3, notamos que antes de añadirlos ya se podía ver la forma de la señal aunque muy distorsionada y con esos 3 mejoró bastante la forma de la señal

ACTIVIDAD 3.4
Encuentre la STF de la señal mostrada en la figura 5

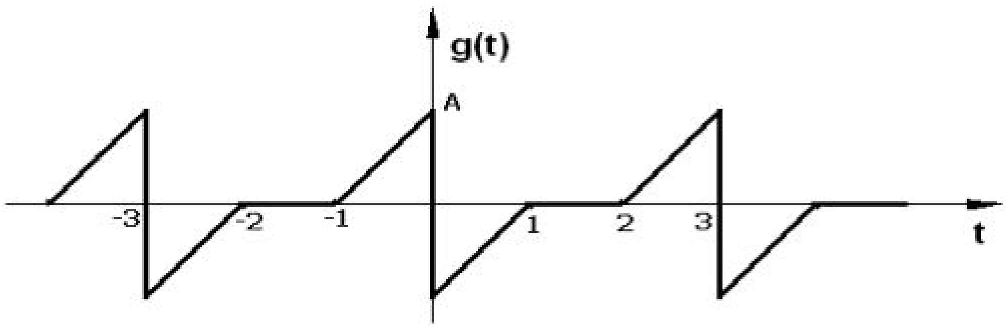
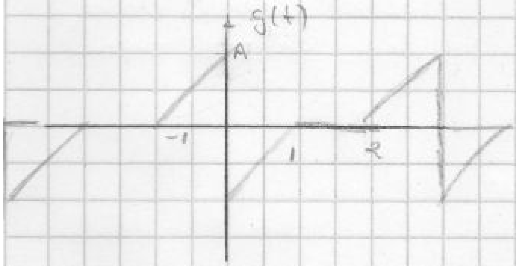


Figura 5



$$g(t) = \begin{cases} t+A, & -1<t<0 \\ t-A, & 0<t<1 \\ 0, & 1<t<2 \\ g(t+2), & \text{para otro caso} \end{cases}$$

$T = 2-(-1) = 3$

$w_0 = 2\pi/3$

Como $g(t)$ es una señal impar $a_0 = a_n = 0$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-1}^{2} g(t)\,\text{Sen}\,n w t\,dt = \frac{4}{T}\int_0^1 t-A\;\text{Sen}\,n w t + \int_1^2 0\;\text{Sen}\,n w t\,dt$$

$$b_n = \frac{4}{3}\int_0^1 t\,\text{Sen}\,n w t - A\int_0^1 \text{Sen}\,n w t = \frac{4}{3}\left[\left(\frac{\text{Sen}\,n w t}{(nw)^2} - \frac{t\cos n w t}{nw}\right)\Big|_0^1 - A\left(-\frac{\cos n w t}{nw}\right)\Big|_0^1\right]$$

$$b_n = \frac{4}{3}\left[\frac{\text{Sen}\,nw}{(nw)^2} - \frac{\cos nw}{nw} + \frac{A\cos nw}{nw} - \frac{A}{nw}\right]$$

$$b_n = \frac{4}{3}\left[\frac{\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}}{\left(\frac{2n\pi}{3}\right)^2} - \frac{\cos nw + A\cos nw - A}{nw}\right]$$

general

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{3}\left[\frac{\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}}{\left(\frac{2n\pi}{3}\right)^2} + \frac{3\left(-\cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) + A\cos\left(\frac{2n\pi}{3}\right) - A\right)}{2n\pi}\right]\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}$$

*** Si A = 1**

$$b_n = \frac{4}{3}\left[\frac{\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}}{\left(\frac{2n\pi}{3}\right)^2} - \frac{3}{2n\pi}\right]$$

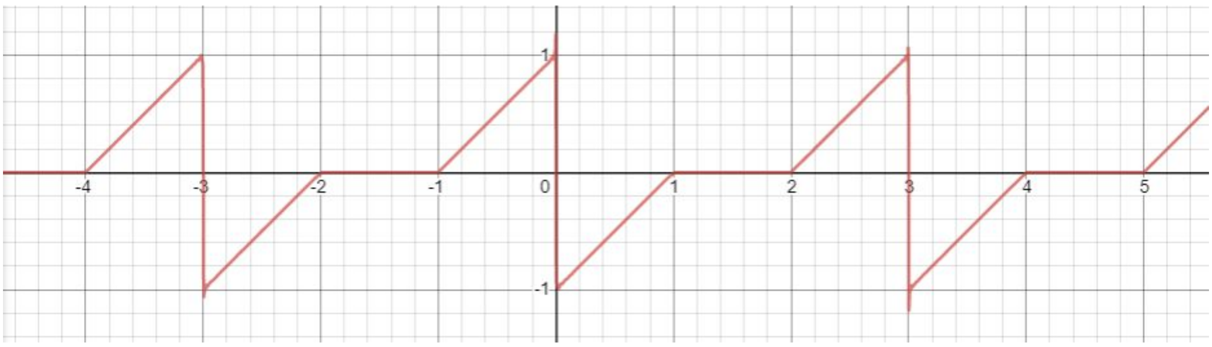
y

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{3}\left[\frac{\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}}{\left(\frac{2n\pi}{3}\right)^2} - \frac{3}{2n\pi}\right]\text{Sen}\,\frac{2n\pi}{3}$$

//

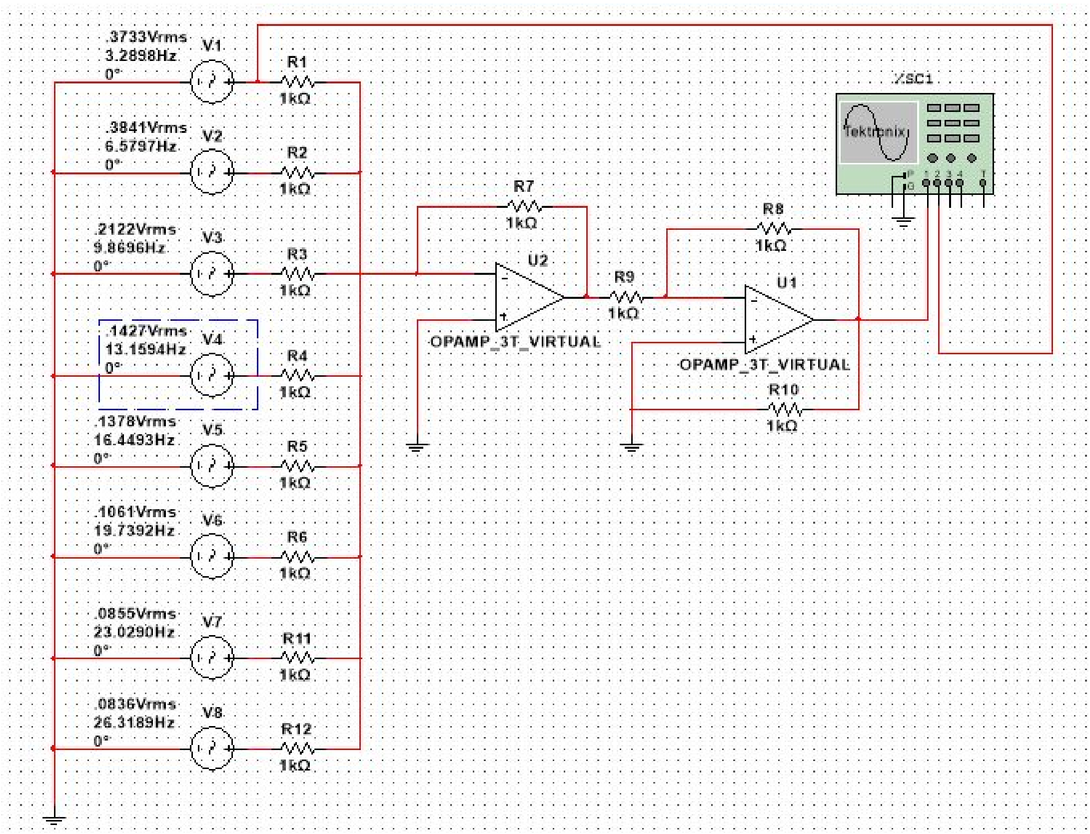
3.4.2 Grafique la expresión resultante en un programa de computadora

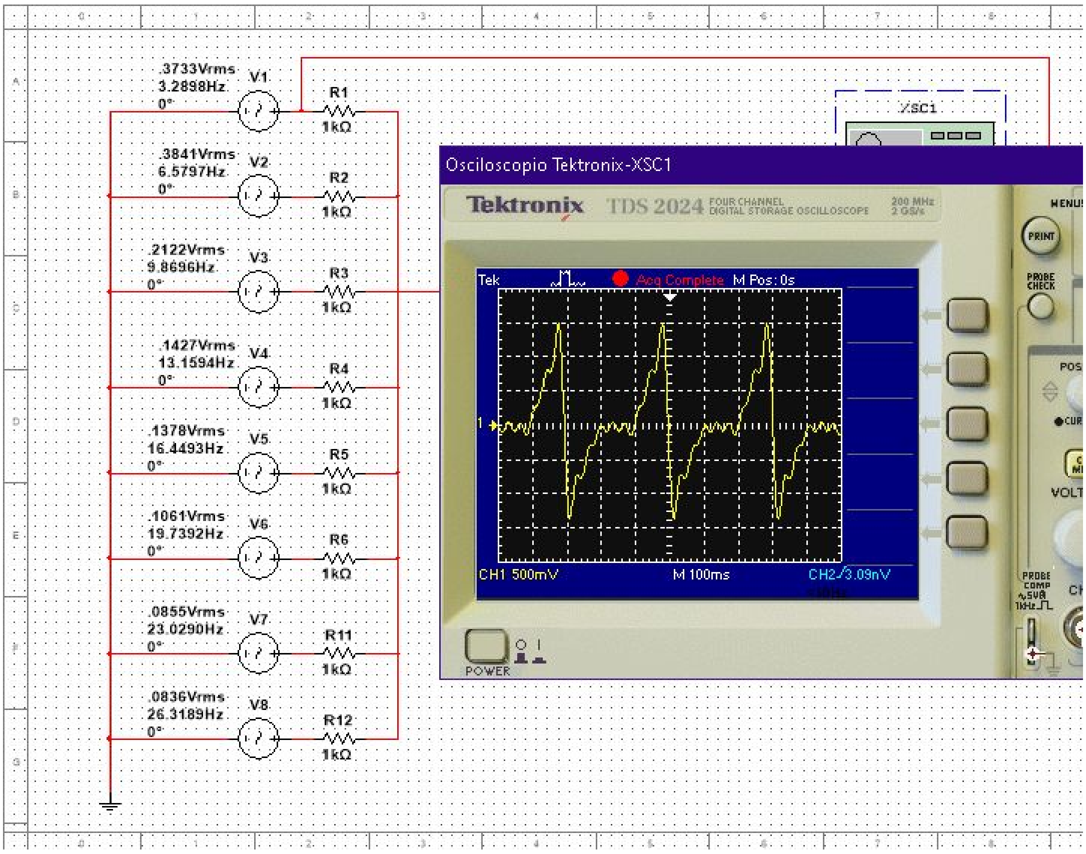
$$f = \sum_{n=1}^{1000} \left(\left(\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{2n\pi}{3}\right)}{\left(\frac{2n\pi}{3}\right)^2} - \frac{3}{2n\pi} \right) \right) \sin\left(\frac{2n\pi t}{3} \right) \right)$$

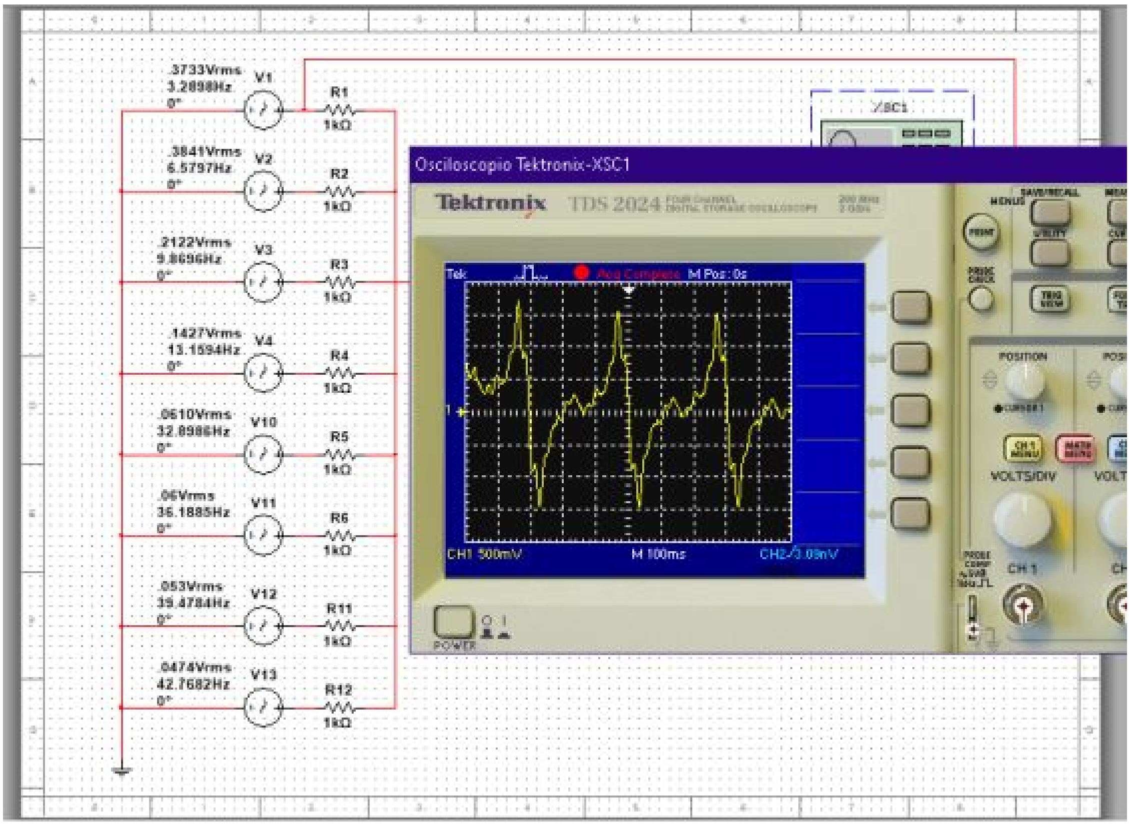


señal 2

3.4.3 Repita los puntos 3.2 y 3.3 para esta forma de onda g(t).







Conclusiones:

Podemos observar que al aplicar el punto 3.3 en nuestra serie la señal pierde la forma por la falta de señales significativas.

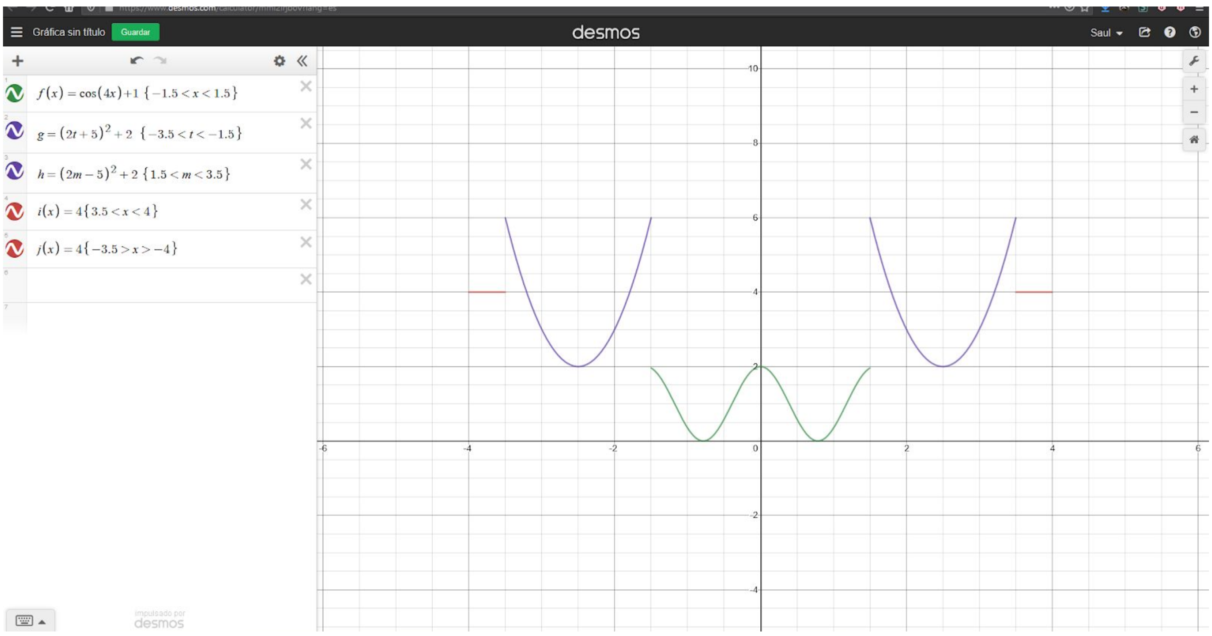
Compare ambos resultados,

- **¿A qué conclusiones llega**?
  R= que las primeras 3 componentes son las que le dan forma a la señal mientras que los demás solo ayudan a mejorar la forma de esta.
- **¿Cuáles son los componentes que definen la forma de f(t)?**
  R= en este caso las primeras 3 aunque la más importante es la primera, notamos que sin ella no se parece en nada la señal.
- **¿Cuáles componentes únicamente afinan a f(t)?**
  R= en este caso los últimos 3, notamos que antes de añadirlos ya se podía ver la forma de la señal aunque muy distorsionada y con esos 3 mejoró bastante la forma de la señal

ACTIVIDAD 3.5

Usando su creatividad, invente una forma de onda peculiar h(t), desarrolle su serie exponencial de fourier. A partir de ella encuentre la serie trigonométrica, grafíquela y repita las actividades 3.1 y 3.3

3.1 Usando el programa de simulación de circuitos, MULTISIM, construya virtualmente el circuito de la señal 3



Señal 3

$$f(t)=\begin{cases}\cos(3t)+2 & 0<t<2\\ (2t-6)^2+2 & 2<t<4\\ 0 & 4<t<5\end{cases}$$

$$T=10 \qquad w_0=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$$

$$a_n=\frac{4}{T}\int f(t)\cos(nw_0t)\,dt$$

$$a_n=\frac{4}{10}\left[\int_0^2[\cos(3t)+2]\cos(nw_0t)+\int_2^4[(2t-6)^2+2]\cos(nw_0t)+\int_4^5\cos(nw_0t)\right]$$

$$y=\int_0^2\cos(nw_0t)=\frac{1}{nw_0}\operatorname{sen}(nw_0t)\Big|_0^2=\frac{1}{nw_0}\operatorname{sen}(2nw_0)$$

$$a_n=\frac{2}{5}\left[\frac{1}{2}\int_0^2[\cos(3t+nw_0t)+\cos(3t-nw_0t)+2y]+\int_2^4[(2t-6)^2\cos nw_0t+2\cos nw_0t]+\frac{1}{nw_0}\operatorname{sen}(nw_0t)\Big|_4^5\right]$$

$$u=(2t-6)^2 \quad dv=\cos(nw_0t) \quad du=4(2t-6) \quad v=\frac{1}{nw_0}\operatorname{sen}(nw_0t)$$

$$=\frac{2}{5}\left[\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{sen}(3+nw_0)t}{3+nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(3-nw_0)t}{3-nw_0}+2y\right]_0^2+\left[\frac{(2t-6)^2}{nw_0}\operatorname{sen}(nw_0t)-\frac{4}{nw_0}\int(2t-6)\operatorname{sen}(nw_0t)+\frac{2}{nw_0}\operatorname{sen}nw_0t\right]+\frac{1}{nw_0}(\operatorname{sen}(5nw_0)-\operatorname{sen}(4nw_0))\right]$$

$$u=2t-6 \quad dv=\operatorname{sen}(nw_0t) \quad du=2 \quad v=\frac{-1}{nw_0}\cos(nw_0t)$$

$$=\frac{2}{5}\left[\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{3+nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{3-nw_0}+2y\right]+\left[\frac{(2t-6)^2\operatorname{sen}(nw_0t)}{nw_0}+\frac{2}{nw_0}\operatorname{sen}(nw_0t)-\frac{4}{nw_0}\left[\frac{-(2t-6)\cos(nw_0t)}{nw_0}+\frac{2}{nw_0}\int\cos(nw_0t)\right]\right]+\frac{\operatorname{sen}(\cancel{5\pi})-\operatorname{sen}\left(\frac{4n\pi}{5}\right)}{nw_0}\right]$$

$$=\frac{2}{5}\left[\frac{1}{2}\left[\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{3+nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{3-nw_0}\right]+\left[\frac{((2t-6)^2+2)\operatorname{sen}(nw_0t)}{nw_0}+\frac{4}{nw_0}\left[\frac{(2t-6)\cos(nw_0t)}{nw_0}+\frac{-2\operatorname{sen}(nw_0t)}{(nw_0)^2}\right]\right]\Big|_2^4-\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{4n\pi}{5}\right)}{nw_0}+\frac{2\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right]$$

$$=\frac{2}{5}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{6+2nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{6-2nw_0}\right)+\left[\frac{[(2t-6)^2+2]\operatorname{sen}(nw_0t)}{n\cdot w_0}+\frac{(8t-24)\cos(nw_0t)}{(nw_0)^2}+\frac{-8\operatorname{sen}(nw_0t)}{(nw_0)^3}\right]\Big|_2^4-\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{4n\pi}{5}\right)}{nw_0}+\frac{2\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right]$$

$$=\frac{2}{5}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{6+2nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{6-2nw_0}\right)+\left[\frac{\operatorname{sen}(nw_0t)}{nw_0}\left[(2t-6)^2+2+\frac{-8}{(nw_0)^2}\right]+\frac{(8t-24)\cos(nw_0t)}{(nw_0)^2}\right]\Big|_2^4-\frac{\operatorname{sen}(4nw_0)}{nw_0}+\frac{2\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right]$$

$$=\frac{2}{5}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{6+2nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{6-2nw_0}\right)+\left[\frac{\operatorname{sen}(4nw_0)}{nw_0}\left[6-\frac{8}{(nw_0)^2}\right]+\frac{8\cos(4nw_0)}{(nw_0)^2}-\frac{\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\left[6-\frac{8}{(nw_0)^2}\right]+\frac{8\cos(2nw_0)}{(nw_0)^2}\right]-\frac{\operatorname{sen}(4nw_0)}{nw_0}+\frac{2\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right]$$

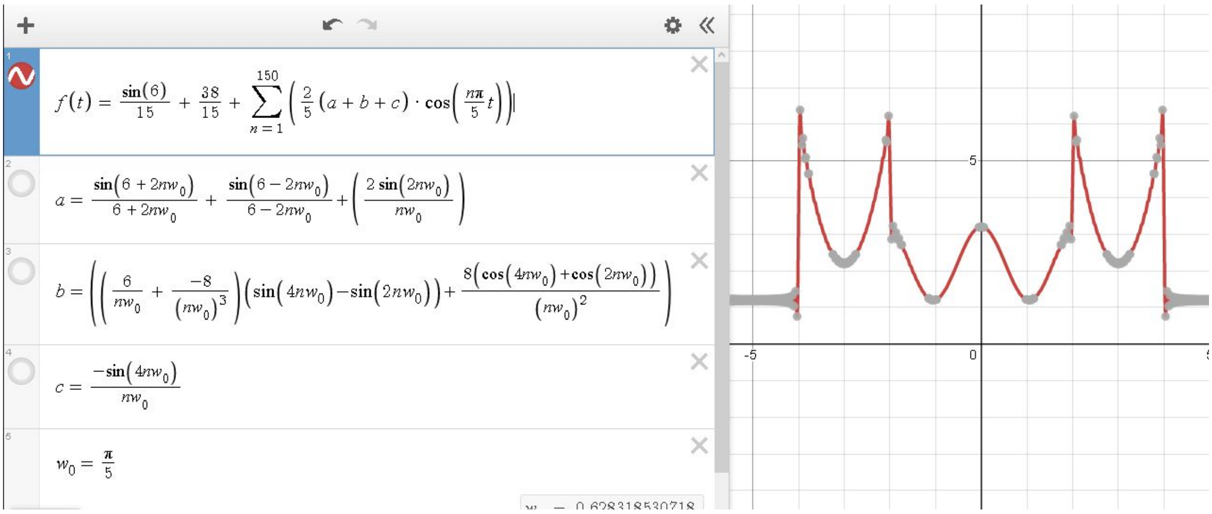
$$=\frac{2}{5}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(6+2nw_0)}{6+2nw_0}+\frac{\operatorname{sen}(6-2nw_0)}{6-2nw_0}\right)+\left[\left[6-\frac{8}{(nw_0)^2}\right]\left(\frac{\operatorname{sen}(4nw_0)}{nw_0}-\frac{\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right)+\frac{8(\cos(4nw_0)-\cos(2nw_0))}{(nw_0)^2}\right]-\frac{\operatorname{sen}(4nw_0)}{nw_0}+\frac{2\operatorname{sen}(2nw_0)}{nw_0}\right]$$

$$a_0=\frac{2}{T}\left[\int_0^2(\cos(3t)+1)+\int_2^4((2t-6)+2)+\int_4^5 4\right]=\frac{2}{10}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}3t}{3}+t\right)\Big|_0^2+\left(\frac{(2t-6)^3}{6}+2t\right)\Big|_2^4+4t\Big|_4^5\right]$$

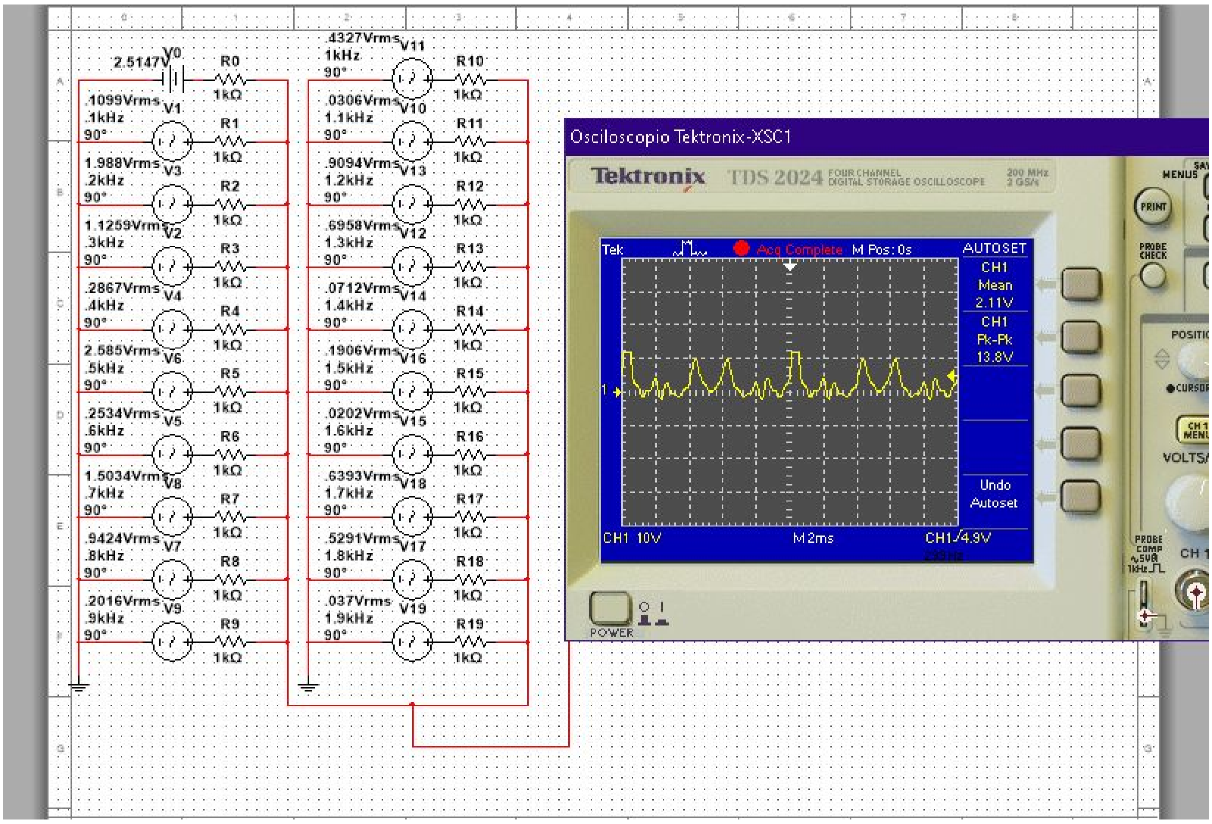
$$=\frac{1}{5}\left[\frac{\operatorname{sen}6}{3}+2+\left(\frac{2^3}{6}+8-\frac{(-2)^3}{6}-4\right)+4(5-4)\right]=\frac{1}{5}\left[\frac{\operatorname{sen}6}{3}+2+\left(\frac{8}{3}+4\right)+4\right]=\frac{1}{5}\left[\frac{\operatorname{sen}6}{3}+6+\frac{20}{3}\right]$$

$$=\frac{1}{5}\left[\frac{\operatorname{sen}6}{3}+\frac{38}{3}\right]=\frac{\operatorname{sen}6}{15}+\frac{38}{15}$$

j



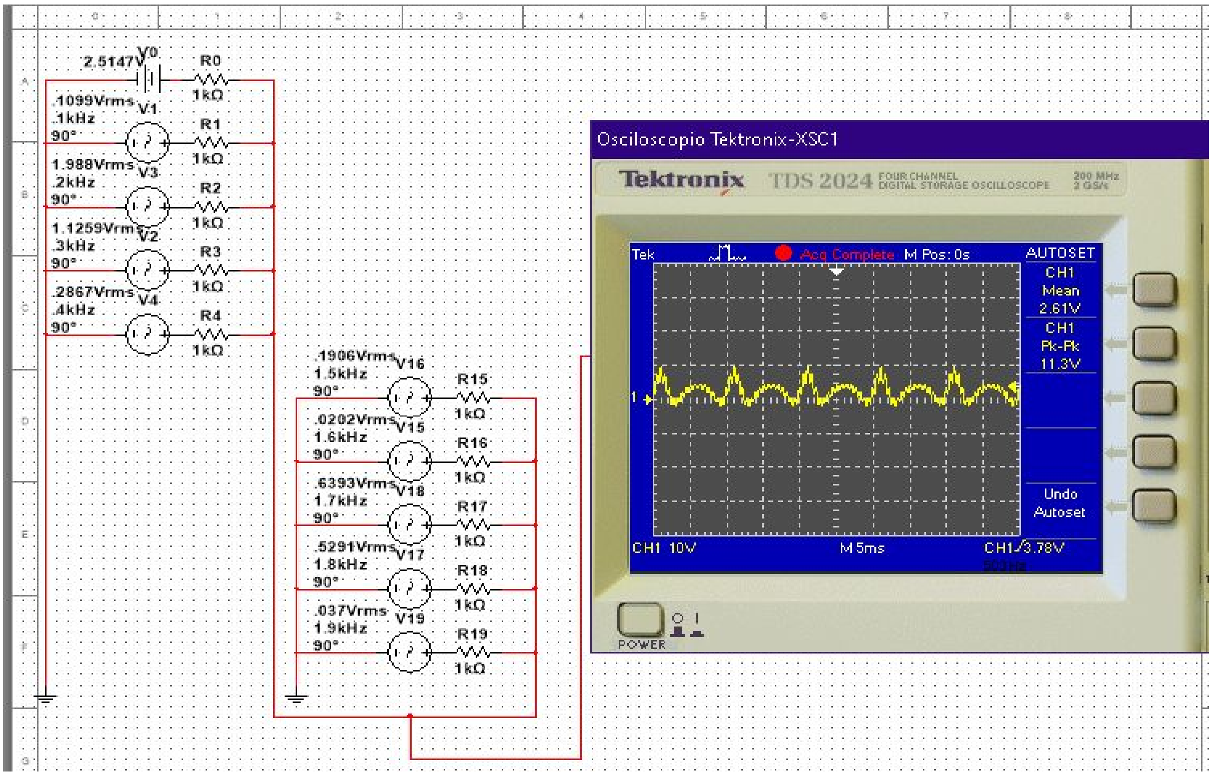
Serie trigonométrica de la Señal 3



Señal 3 multisim

3.3 Modifique el circuito de la figura 1, de tal manera que solo se sumen unos armónicos seleccionados. Por ejemplo las primeras 3 componentes (n=1,2,3)

Y posteriormente las 3 componentes de mayor frecuencia (por ejemplo n=10,15,16).



Señal 3 con armónicos seleccionados

- **¿A qué conclusiones llega**?
  R= que las primeras 3 componentes son las que le dan forma a la señal mientras que los demás solo ayudan a mejorar la forma de esta.
- **¿Cuáles son las componentes que definen la forma de f(t)?**
  R= en este caso las primeras 3 aunque la más importante es la primera, notamos que sin ella no se parece en nada la señal.
- **¿Cuáles componentes únicamente afinan a f(t)?**
  R= en este caso los últimos 3, notamos que antes de añadirlos ya se podía ver la forma de la señal aunque muy distorsionada y con esos 3 mejoró bastante la forma de la señal

ACTIVIDAD 3.6 Pregunta

Si quisiera usar el concepto de Serie trigonométrica de Fourier para generar señales periódicas cuadradas, triangulares, dientes de sierra y de otro tipo, usando
en fuentes de voltaje alterno.
¿Qué parámetro tendría que modificar en la serie trigonométrica de cada una de estas funciones para hacer ajustable el periodo de éstas?

R= Tendríamos que cambiar la frecuencia de nuestra señal

4. CONCLUSIONES

Garcia Sanchez Jesus Adrian:

Al desarrollar la práctica pudimos notar cómo es que la señal empieza a tomar forma desde las primeras componentes y conforme vamos añadiendo más esta se empieza a parecer más a la señal que graficamos en desmos, aunque en el osciloscopio no termina de parecerme a la graficada, entendemos que se debe a la falta de componentes y al margen de error que tenemos al sacar la frecuencia en Hz.

Ornelas Garcia Luis Angel:

Con el desarrollo de esta práctica notamos que los componentes más significativos de la señal (n =1,2,3,…) son los que definen a la señal y que los componentes menos significativos (n, n-1, n-2,...) son los que afinan a la señal.

Quiroz Gonzales Saul Abraham:

Al parecer las primeras componentes son las que definen la señal en gran parte (Hacen la forma general de la señal) y las últimas componentes la acercan más a la señal que se quiere obtener.

Conclusión general:

Todos como equipo concordamos con la idea en general. Esta práctica sirvió para ver de forma gráfica cómo se va generando poco a poco la serie trigonométrica de fourier conforme se le van a agregando términos a la serie, También para darnos cuenta cuales de estos términos son los que hacen la señal en sí y cuales son lo que hacen más fina la señal

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1]*Ugr.es*, 2020. [Online]. Available: http://www.ugr.es/~dpto_am/OLD/docencia/Apuntes/Historia_series_Fourier_Canada.pdf . [Accessed: 29- Oct- 2020].
- [2] Departamento de Matemáticas, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, “Matemáticas Avanzadas para Ingeniería: Series de Fourier”. [Online]. Available:http://cb.mty.itesm.mx/ma3002/materiales/ma3002-series-fourier.pdf
- [3] M. R. Spiegel, J. Liu, L. Abellanas. Fórmulas y tablas de matemática aplicada. 2nd,ed.Mc Graw-Hill. 2003.
- [4] “Serie Trigonométrica de Fourier”, class notes for C332, Departamento de Ingeniería en Sistemas Computacionales, Escuela Superior de Computo, Winter 2020.