

# Equacions i Inequacions

-

Febrer 2023

## 1 Unitat imaginària

$i$  és la unitat imaginària i és el resultat de  $\sqrt{-1}$

### 1.1 Nombre Complex

És un número de la forma  $a + bi$ , on  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a$  és la part real i  $b$  la part imaginària

### 1.2 Nombre Conjugat

Si  $Z = a + bi$ , el seu conjugat  $\overline{Z} = a - bi$

### 1.3 Mòdul i argument d'un $\mathbb{C}$

Sigui  $Z = a + bi$

$$\|Z\| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\arg(Z) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Cal mirar sempre a quin quadrant es troba  $Z$

## 2 Representació de nombre complexos

### 2.1 Binòmica

$$a + bi; a, b \in \mathbb{R}$$

### 2.2 Vectorial

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

### 2.3 Trigonomètrica

mòdul =  $r$  i argument =  $\alpha$

$$r(\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha))$$

### 2.4 Polar

$$r_\alpha$$

## 2.5 Exponencial

$$r \cdot e^{i \cdot \alpha}$$

## 2.6 Cani de representació

De binòmica o vectorial a polar, exponencial o trigonomètrica.

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{b}{a} \right)$$

$\alpha$  depen del quadrant.

De trigonomètrica, polar o exponencial a binòmica o vectorial.

$$a = r \cdot \cos(\alpha)$$

$$b = r \cdot \sin(\alpha)$$

## 3 Operacions amb complexos en forma binòmica

Siguin  $Z_1 = a_1 + b_1 i$  i  $Z_2 = a_2 + b_2 i$

### 3.1 Suma i resta

$$Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) \cdot i$$

$$Z_1 - Z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) \cdot i$$

### 3.2 Producte de complexos

$$Z_1 \cdot Z_2 = (a_1 + b_1 i) \cdot (a_2 + b_2 i) = a_1 a_2 + a_1 b_2 i + a_2 b_1 i + b_1 b_2 i^2$$

Recorda  $i^2 = -1$

### 3.3 Quacient de complexos

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$$

### 3.4 Potències de i

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = \sqrt{-1}^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -\sqrt{-1}$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

$$i^5 = i$$

## 4 Operacions amb complexos de forma polar

Sigui  $Z_1 = (r_1)_{\alpha_1}$  i  $Z_2 = (r_2)_{\alpha_2}$

## 4.1 Mutiplicació

$$Z_1 \cdot Z_2 = (r_1 \cdot r_2)_{\alpha_1 + \alpha_2}$$

## 4.2 Divisió

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)_{\alpha_1 - \alpha_2}$$

## 4.3 Potència

$$(Z_1)^n = (r_1^n)_{n \cdot \alpha_1}$$

## 4.4 Arrels amb complexos

$$\sqrt[n]{Z_1} = \sqrt[n]{r} e^{i \frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi \cdot k}{n}}$$

Recorda que  $k = 0, 1, 2 \dots n - 1$ .