



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ  
ΕΛΕΓΧΟΥ

Ανάλυση οδοντωτών τροχών με πεπερασμένα στοιχεία  
και σύγκριση αποτελεσμάτων με τα πρότυπα AGMA  
Υπολογιστικό θέμα του μαθήματος Στοιχείων Μηχανών II

Διδάσκοντες: Β. Σπιτάς, Αν. Καθηγητής  
Γ. Καϊσαρλής, ΕΔΙΠ

Κωστόπουλος Γεώργιος του Αργυρίου  
Αριθμός Μητρώου: mc19116

Αθήνα, 18 Οκτωβρίου 2021

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Γεωμετρία</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Πλεγματοποίηση</b>	<b>1</b>
2.1	Netgen . . . . .	1
2.2	GMSH . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Οριακές συνθήκες</b>	<b>4</b>
3.1	Έδραση οδοντωτών τροχών . . . . .	4
3.2	Επαφή επιφανειών . . . . .	4
3.3	Φορτία . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Solver setup</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Post processing</b>	<b>7</b>
5.1	AGMA . . . . .	7
5.2	FEA . . . . .	7
5.3	Αποτελέσματα και σύγκριση . . . . .	10
5.4	Συμπεράσματα και μελλοντικές δυνατότητες . . . . .	12
	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b>	<b>15</b>
	<b>Α' Κώδικας</b>	<b>15</b>

## Κατάλογος Σχημάτων

1	Πινιόν και τροχός της βαθμίδας όπως κατασκευάστηκαν απο το FCGear . . . . .	1
2	Γεωμετρία προς μοντελοποίηση . . . . .	2
3	Πλέγμα μοντέλου . . . . .	3
4	Πρόοψη βαθμίδας με χαρακτηρισμό των δοντιών και κατατομών της . . . . .	4
5	Οπτικοποίηση τάσεων στο τέταρτο time step . . . . .	8
6	Τομή a . . . . .	8
7	Τομή b . . . . .	9
8	Τομή c . . . . .	9
9	Τομή d . . . . .	9
10	Επιφάνεια επαφής στην κατατομή Β στο τέταρτο time step . . . . .	10
11	Διαγράμματα ροπής - τάσης πίεσης επιφανείας κατά AGMA και FEA . . . . .	11
12	Απόλυτο σφάλμα μεταξύ των αποτελεσμάτων των 2 μεθόδων για πίεση επιφανείας . . . . .	11
13	Μοντέλο μόνο των δοντιών 2.1 και 2.2 . . . . .	12
14	Μοντέλο των δοντιών 1.1,1.2 και 2.1,2.2 . . . . .	12
15	Διαγράμματα ροπής - τάσης πίεσης επιφανείας κατά AGMA και FEA για το μοντέλο με οδόντες 1.1,1.2 και 2.1,2.2 . . . . .	13
16	Απόλυτο σφάλμα μεταξύ των αποτελεσμάτων των 2 μεθόδων για πίεση επιφανείας για το μοντέλο με οδόντες 1.1,1.2 και 2.1,2.2 . . . . .	13
17	Βελτιωμένο πλέγμα με πύκνωση μόνο στις κατατομές . . . . .	14
18	Τέτραεδρικά και εξαεδρικά στοιχεία του CalculiX . . . . .	14

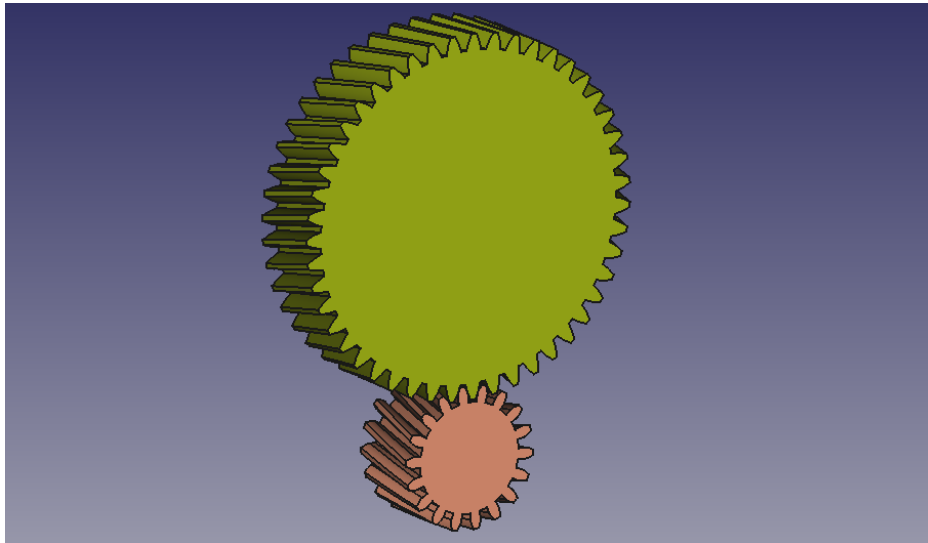
# 1 Γεωμετρία

Όπως αναφέρεται και στην τεχνική έκθεση, για την κατασκευή της γεωμετρίας των οδοντωτών τροχών χρησιμοποιήθηκε το FreeCAD Workbench, FCgear. Η βαθμίδα που επιλέχθηκε να μοντελοποιηθεί, είναι αυτή της πρώτης ταχύτητας του κιβωτίου και τα χαρακτηριστικά της παρατίθενται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά βαθμίδας

$\alpha$ [°]	$m_n$	$\beta$ [°]	$b$	$z_1$	$z_2$	$x_1$	$x_2$
20	3	12.3	34	18	47	-0.24	0.3

Έτσι, δημιουργήθηκαν το πινιόν και ο τροχός της βαθμίδας και ορίστηκε η απόσταση των αξόνων τους ίση με 100 mm. Ακόμα, έγινε σχετική περιστροφή του πινιόν ώστε να μην υπάρχει σημείο επαφής μεταξύ των γραναζιών. Ο έλεγχος μη ύπαρξης της επαφής γίνεται επιλέγοντας το πρόγραμμα να δημιουργήσει την τομή των γραναζιών και βεβαιώνεται όταν αυτό αποτυγχάνει.



Σχήμα 1: Πινιόν και τροχός της βαθμίδας όπως κατασκευάστηκαν από το FCGear

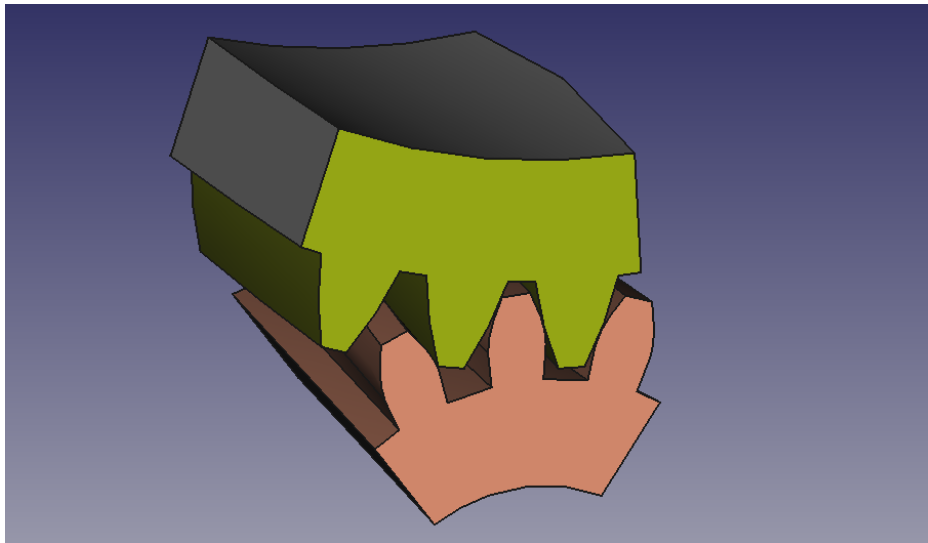
Στην συνέχεια γίνεται με διάφορα Boolean operations η αφαίρεση των μη εργαζόμενων οδόντων από τη βαθμίδα καθώς και η εσωτερική διάμετρος τους, καταλήγοντας στην εικόνα του σχήματος 2. Όλες οι μονάδες μέτρησης είναι σε N και mm , εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

## 2 Πλεγματοποίηση

Η δημιουργία του κατάλληλου πλέγματος αποδείχθηκε πως είναι η κρίσιμότερη διαδικασία της μοντελοποίησης καθώς σε αυτό το βήμα αφιερώθηκε μεγάλο μέρος της ανάλυσης. Για την δημιουργία του πλέγματος, χρησιμοποιήθηκαν τα λογισμικά GMSH και Netgen , όπως αυτά ενσωματώνονται στο γραφικό περιβάλλον του FreeCAD.

### 2.1 Netgen

Το πλεονέκτημα του Netgen είναι ότι σπάνια αποτυγχάνει στη δημιουργία του πλέγματος, κάνοντας εύκολη την πλεγματοποίηση και επιτρέποντας τον χρήστη να προχωρήσει στα επόμενα στάδια της



Σχήμα 2: Γεωμετρία προς μοντελοποίηση

ανάλυσης.

Στη παρούσα μελέτη, το Netgen παρήγαγε πλέγματα τα οποία ήταν πολύ μεγάλα με αποτέλεσμα ο solver να χρειάζεται για την επίλυσή τους παραπάνω από τα 16 MB μνήμης RAM που διαθέτει ο συγκεκριμένος Η/Υ. Γι' αυτό, τελικά χρησιμοποιήθηκε το GMSH.

## 2.2 GMSH

Τα πλεονεκτήματα του GMSH είναι ότι επιτρέπει την επιλογή του μέγιστου και ελάχιστου μεγέθους των στοιχείων του πλέγματος, καθώς και την δημιουργία group στοιχείων. Η τελευταία λειτουργία είναι πολύ σημαντική γιατί επιτρέπει την πύκνωση του πλέγματος στις επιφάνειες ενδιαφέροντος. Η μεγάλη ελευθερία ως προς την επιλογή των παραμέτρων του πλέγματος, γεννά και το μειονέκτημα του GMSH. Η δημιουργία σωστού πλέγματος σε περίπλοκες γεωμετρίες, όπως αυτή που εξετάζεται, σπάνια επιτυγχάνεται με τις default ρυθμίσεις και χρειάζεται fine tuning των παραμέτρων από τον χρήστη, το οποίο είναι χρονοβόρο.

Η δημιουργία σωστού πλέγματος σημαίνει ότι κανένα στοιχείο αυτού δεν έχει αρνητική ιακωβιανή ορίζουσα. Συνήθως, με τις default ρυθμίσεις δημιουργείται τουλάχιστον ένα τέτοιο. Ακόμα, ένα πρόβλημα που δημιουργήθηκε, είναι πως το GMSH δεν ανέφερε κανένα «άρρωστο» στοιχείο και, σε επόμενο βήμα, κατά την εκτέλεση του solver CalculiX, αυτός ανέφερε ότι τελικά υπάρχουν. Οπότε, ο έλεγχος του πλέγματος δεν αρκεί να γίνει μόνο από το GMSH, αλλά πρέπει να δοκιμαστεί και από το CalculiX.

Τελικά, μετά από πολλές δοκιμές, για την δημιουργία του πλέγματος επιλέχθηκαν οι παράμετροι του πίνακα 2

Πίνακας 2: Τιμές των παραμέτρων του GMSH

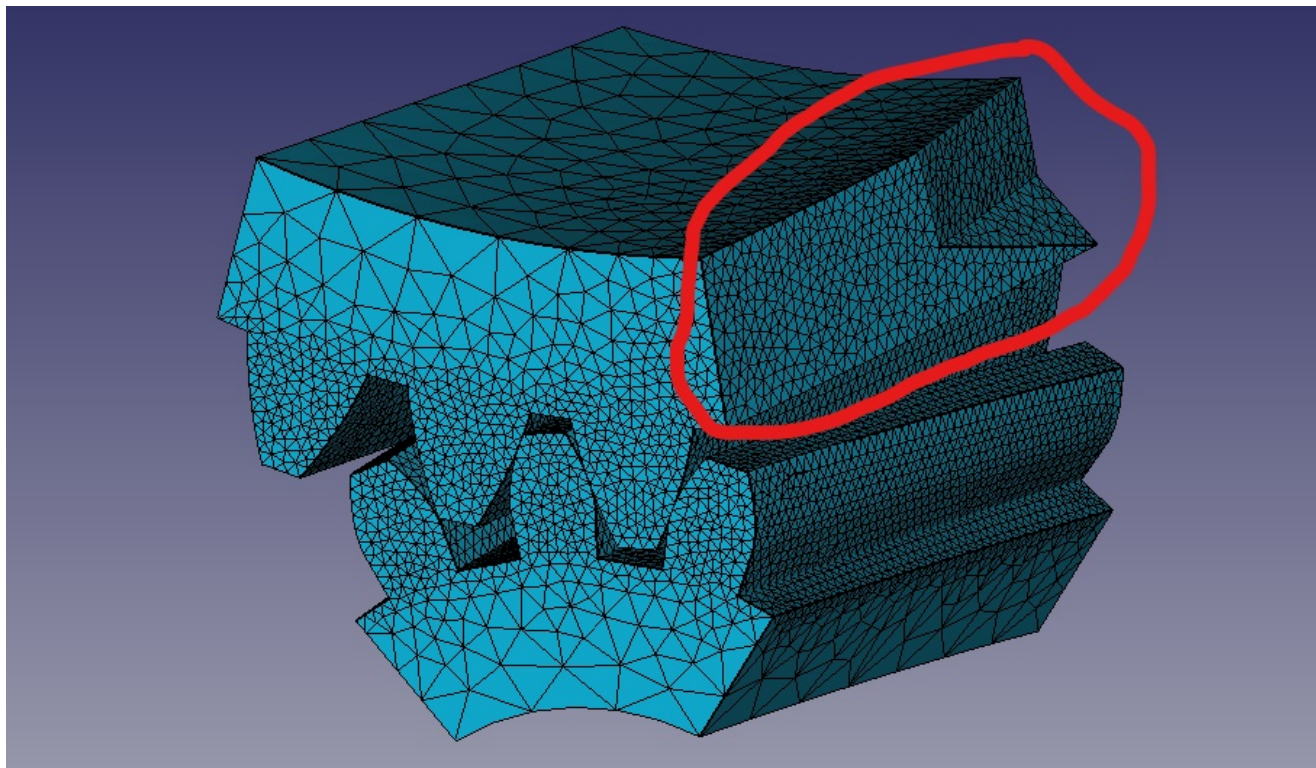
Περιγραφή	Τιμή	Μονάδες
Γεωμετρική ακρίβεια δεκαδικών ψηφίων	0.0001	mm
Ελάχιστο μήκος στοιχείων	10	$\mu m$
Μέγιστο μήκος στοιχείων	5	mm

Ακόμα, δημιουργήθηκαν 2 γρουπς τα οποία αποτελούνται από τις επιφάνειες των κατατομών του πινιόν και του τροχού αντίστοιχα. Με αυτό τον τρόπο, γίνεται πύκνωση του πλέγματος στα σημεία επαφής

των τροχών.

Η επιλογή του προαναφερθέντος μέγιστου μεγέθους, καθορίζει και το υπολογιστικό κόστος του συστήματος. Μετά από δοκιμές, παρατηρήθηκε ότι το μέγιστο μέγεθος στα  $0.75\text{ mm}$  είναι αυτό που φέρνει τον συγκεκριμένο Η/Υ στα όρια του.

Τέλος, η επιφάνεια του τροχού που έχει κάποιες περίεργες διαμορφώσεις, λόγω των προαναφερόμενων Boolean operations, δημιούργησε πρόβλημα στο πλέγμα, το οποίο επιλύθηκε επιλέγοντας για τις επιφάνειες αυτές μέγιστο μέγεθος στοιχείων ίσο με  $1\text{ mm}$ . Οι επιφάνειες αυτές σημειώνονται με κόκκινο χρώμα στην εικόνα του σχήματος 3.



Σχήμα 3: Πλέγμα μοντέλου

Σημειώνεται ότι για την μείωση του χρόνου κατά τις δοκιμές του πλέγματος, η ανάλυση που έτρεχε ήταν γραμμική, χωρίς contact pair και time steps όπως θα δούμε παρακάτω.

### 3 Οριακές συνθήκες

#### 3.1 Έδραση οδοντωτών τροχών

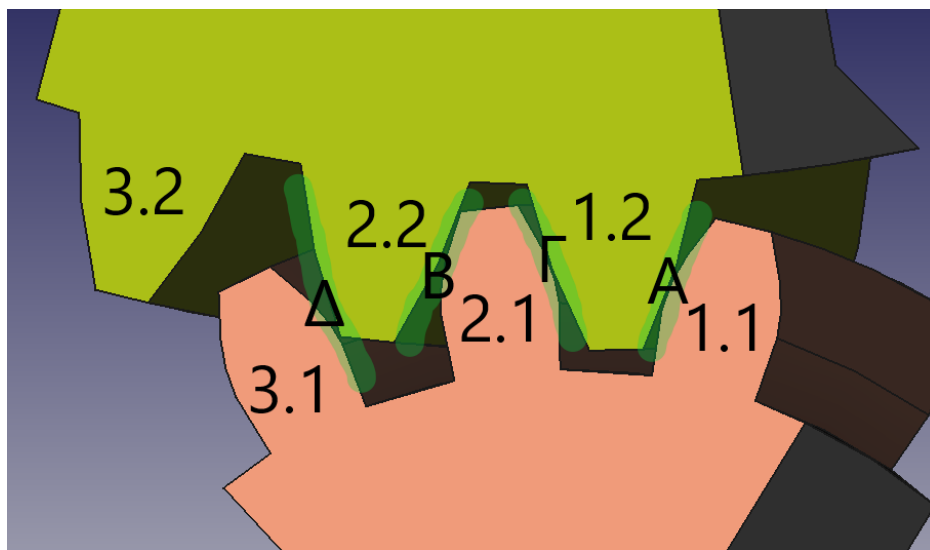
Η μοντελοποίηση των εδράσεων των οδοντωτών τροχών έγινε χρησιμοποιώντας rigid bodies (\*RIGID BODY). Στο εγχειρίδιο χρήσης του CalculiX, σαν rigid body ορίζεται σέτ κόμβων που έχουν μη-δενική μεταξύ τους σχετική μετατόπιση. Το rigid body μπορεί να ελεγχθεί ως προς τους βαθμούς ελευθερίας του με 2 κόμβους ελέγχου, έναν σχετικό με την μεταφορική κίνηση (REF NODE) και έναν σχετικά με την περιστροφή (ROT NODE), κατά x,y,z (6 DOF σύνολο). Οπότε, δημιουργήθηκαν 2 rigid bodies, ένα στην εσωτερική διάμετρο του πινιόν και ένα στην εσωτερική διάμετρο του τροχού. Για τον έλεγχο τους δημιουργήθηκαν 4 κόμβοι ελέγχου, 2 έκαστος. Οι συντεταγμένες των κόμβων ελέγχου στο συγκεκριμένο πρόβλημα δεν έχουν κάποια σημασία.

Οι δύο κόμβοι ελέγχου του rigid body του τροχού δεσμεύτηκαν πλήρως ως προς τους βαθμούς ελευθερίας τους.

Ο μεταφορικός κόμβος ελέγχου του rigid body του πινιόν δεσμεύτηκε πλήρως και για τον περιστροφικό αφέθηκε ελεύθερη η περιστροφή ως προς την αξονική διεύθυνση.

#### 3.2 Επαφή επιφανειών

Οι εργαζόμενες κατατομές προφανώς έρχονται σε επαφή μεταξύ τους, οπότε πρέπει να γίνει η αντίστοιχη μοντελοποίησή της στην προσομοίωση. Γενικά, το CalculiX, αφού γίνει επιλογή της ανεξάρτητης (master) και εξαρτημένης (slave) επιφάνειας, μοντελοποιεί την επαφή τους εισάγοντας στους μεταξύ τους κόμβους μη γραμμικά spring elements κάνοντας την ανάλυση μη γραμμική. Οπότε, με αναφορά την εικόνα του σχήματος 4, για τις κατατομές Α και Β επιλέγονται σαν master οι επιφάνειες του πινιόν και σαν slave οι του τροχού. Στις κατατομές Γ και Δ το αντίθετο.



Σχήμα 4: Πρόοψη βαθμίδας με χαρακτηρισμό των δοντιών και κατατομών της

Τέλος, επιλέγεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ των επιφανειών ίσος με 0.1.

#### 3.3 Φορτία

Στα πρώτα στάδια της μελέτης, σαν εξωτερικό φορτίο εφαρμόστηκε μία ροπή, με αξονική διεύθυνση, στο rigid body του πινιόν. Παρατηρήθηκε όμως, καθώς το πρόβλημα είναι μη γραμμικό λόγω contact

pairs, ότι ο solver σπάνια κατάφερνε να συγκλίνει. Γι' αυτό, προτιμήθηκε μία διαφορετική προσέγγιση. Αντί για φορτίο, επιβλήθηκε μία περιστροφή κατά 0.005 ακτίνια. Σκοπός της μελέτης είναι να προκύψουν οι τάσεις που αναπτύσσονται στη βαθμίδα, όταν ασκηθεί στο πινιόν ροπή. Για την εύρεση της ροπής από την επιβληθείσα περιστροφή, επιλέγεται ο solver να υπολογίσει τις αντιδράσεις στους κόμβους ελέγχου των rigid bodies . Η αντίδραση κατά z του κόμβου ελέγχου περιστροφής του rigid body του πινιόν είναι η ροπή (σε  $Nmm$ ) που αντιστοιχεί στην δεδομένη περιστροφή. Όμως, δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή η τιμή της περιστροφής που πρέπει να επιβληθεί για να προκύψει η επιθυμητή ροπή. Γι' αυτό, η ανάλυση έγινε τμηματικά, δηλαδή σε διακριτά time steps. Σαν πρώτο βήμα επιλέχθηκε το διάστημα 0.1 ενώ σαν τελευταίο το 1. Η περιστροφή επιβάλλεται ανάλογα και γραμμικά με τον χρόνο (μέγιστη όταν η ανάλυση είναι στο τελευταίο time step). Με αυτόν τον τρόπο, παράγεται ένα σύνολο τιμών ροπής – τάσεων και μπορούμε, με κάποια παρεμβολή, να υπολογίσουμε τις τάσεις μέσα στο εύρος  $[T_{min}, T_{max}]$ .

## 4 Solver setup

Για την ανάλυση χρησιμοποιούνται 4 αρχεία τύπου .inp.

- α'. το αρχείο με όνομα `FEMMeshGmsh_femesh.inp` περιέχει το σύνολο των κόμβων του συστήματος (`*NSET = Nall`) οι οποίοι είναι συνολικά 130409 και το σύνολο των στοιχείων του συστήματος (`*ELSET=Eall`) που είναι τετραεδρικοί 2ης τάξης, τύπου C3D10 (10 κόμβοι ανά στοιχείο)
- β'. το αρχείο με όνομα `FEMMeshGmsh_constraints_displacement_node_sets.inp` περιέχει τα σετ των κόμβων που αντιστοιχούν στις εσωτερικές διαμέτρους των πινιόν και τροχού, με σκοπό να οριστούν αργότερα σαν rigid bodies (`*NSET,NSET=ConstraintDisplacement001` και `*NSET,NSET=ConstraintDisplacement` αντίστοιχα).
- γ'. το αρχείο με όνομα `FEMMeshGmsh_constraints_contact_surface_sets.inp` περιέχει τα σετ των master (`NAME=INPConstraintContact`) και slave (`NAME=DEPConstraintContact`) επιφανειών που μοντελοποιούν την επαφή
- δ. και το κύριο αρχείο `FEMMeshGmsh.inp`.

Το κύριο αρχείο είναι αυτό που εκτελείται και εξηγείται η δομή του.

- Αρχικά καλούνται τα προηγούμενα 3 αρχεία με χρήση της εντολής `*INCLUDE`.
- Στη συνέχεια επιλέγεται το υλικό του συστήματος με την κάρτα `* MATERIAL` και οι ιδιότητες του εισάγονται με την εντολή `*ELASTIC`. Επιλέγεται μέτρο ελαστικότητας  $E = 210000 \text{ MPa}$  και λόγος Poisson  $\nu = 0.3$ . Τέλος, αναθέτεται το υλικό σε όλα τα στοιχεία του συστήματος.
- Έπειτα, με την καρτέλα `*CONTACT PAIR` ορίζεται η επαφή μεταξύ επιφανειών και με τις εντολές `*SURFACE INTERACTION`, `*SURFACE BEHAVIOR` και `*FRICTION` εισάγονται οι επιφάνειες και ο συντελεστής τριβής που αυτές έχουν.

Τα μέχρι εδώ βήματα εκτελούνται αυτόματα από το FreeCAD. Όλα τα παρακάτω, επεξεργάστηκαν χειροκίνητα.

- Γίνεται δημιουργία των κόμβων ελέγχου που θα χρησιμοποιηθούν στα rigid bodies.
- Δημιουργούνται τα rigid bodies και ανατίθενται σε αυτά τα αντίστοιχα `NSET`, `REF NODE` και `ROT NODE`.
- Αρχικοποιείται η καρτέλα `*STEP`, γίνεται η επιλογή `*STATIC` και εισάγονται οι ρυθμίσεις σχετικά με τα time steps. Σαν μέγιστο time step επιλέγεται 0.1 και σαν ελάχιστο 0.01. Οπότε η ανάλυση έχει τουλάχιστον 10 increments.
- Με την εντολή `*BOUNDARY` εισάγονται οι δεσμεύσεις των μετατοπίσεων και η προαναφερθείσα περιστροφή.
- Με την εντολή

```
1 *NODE PRINT, NSET=MORE
2 RF
```

επιλέγεται να επιστραφούν σε αρχείο τύπου .dat οι αντιδράσεις στους κόμβους ελέγχου των rigid bodies.

- Κλείνει η καρτέλα `*STEP` με την εντολή `*END STEP`.

Κατά την εκτέλεση της ανάλυσης, κάθε time step χρειάζεται περίπου 13 επαναλήψεις μέχρι ο solver να συγκλίνει. Τα κριτήρια σύγκλισης είναι παρόμοια με αυτά του εμπορικού λογισμικού ABAQUS. Για την περάτωση της επίλυσης, χρειάστηκαν περίπου 10 ώρες.



## 5 Post processing

### 5.1 AGMA

Πριν την επεξεργασία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων, γίνεται ανάλυση της βαθμίδας σε αντοχή με βάση τα πρότυπα AGMA. Περισσότερα για τα πρότυπα και τον κώδικα που αναπτύχθηκε για την εφαρμογή τους βρίσκονται στην τεχνική έκθεση. Οπότε, με τις παραμέτρους να λαμβάνουν τις τιμές του πίνακα 3, για κάθε ροπή εισόδου προκύπτουν οι τιμές των τάσεων λόγω πίεσης επιφανείας και κάμψης.

Πίνακας 3: Τιμές παραμέτρων για ανάλυση βαθμίδας κατά AGMA

Συμβολισμός	Περιγραφή	Τιμή	Μονάδες
$i$	Λόγος μετάδοσης	2.61	—
$d_{in,1}$	Εσωτερική διάμετρος πινιόν	30	$mm$
$d_{in,2}$	Εσωτερική διάμετρος τροχού	120	$mm$
$l$	Μήκος άξονα	34	$mm$
$s$	Απόσταση των μέσων βαθμίδας - άξονα	0	$mm$
$rpm_{in}$	Στροφές πινιόν	0.047	$RPM$
$A$	Κλάση ανοχής κατά ISO	5	—
$K_{H\beta}$	Συντ. crowning (αφορά τον συντ. κατανομής φορτίου $K_H$ )	1	—
$K_{He}$	Συντ. διόρθωσης ευθυγράμμισης (αφορά τον συντ. κατανομής φορτίου $K_H$ )	1	—
$K_{Hma}$	Συντ. ευθυγράμμισης (αφορά τον συντ. κατανομής φορτίου $K_H$ )	Καμπύλη 1	—
$K_o$	Συντ. υπερφορτίσεων	1	—

Για τις στροφές εισόδου ισχύει ότι η περιστροφή κατά  $0.005 \text{ rad}$  επιβάλλεται σε χρόνο  $1 \text{ sec}$ .

### 5.2 FEA

Το Calculix αποθηκεύει τις τάσεις και παραμορφώσεις σε αρχείο τύπου .frd. Με χρήση της python βιβλιοθήκης cxx2paraview έγινε μετατροπή του αρχείου τύπου .frd σε, 10 στο πλήθος (ένα για κάθε time step), αρχεία τύπου .vtu. Στη συνέχεια αυτά επεξεργάστηκαν με το λογισμικό paraview. Ακόμα, στο αρχείο τύπου .dat δίνονται οι ροπές που προκύπτουν σε κάθε βήμα.

Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων, γίνονται τομές των γραναζιών στο κάθετο επίπεδο, δηλαδή κανονικές, ξεκινώντας από το τη πρόσοψη και καταλήγοντας στη πίσω όψη τους.

Αρχικά, «σκανάροντας» το μοντέλο με διαδοχικές τομές από τη πρόσοψη μέχρι την πίσω όψη στο πρώτο και τελευταίο time step, παρατηρούμε ότι γενικά εργάζονται μόνο τα 4 δεξιά δόντια του πινιόν και του τροχού (με δείκτες 1.1, 1.2 και 2.1, 2.2), οπότε τα δόντια 3.1 και 3.2 είναι περιττά και κακώς μοντελοποιήθηκαν, καθώς απλά εισάγουν υπολογιστικό κόστος.

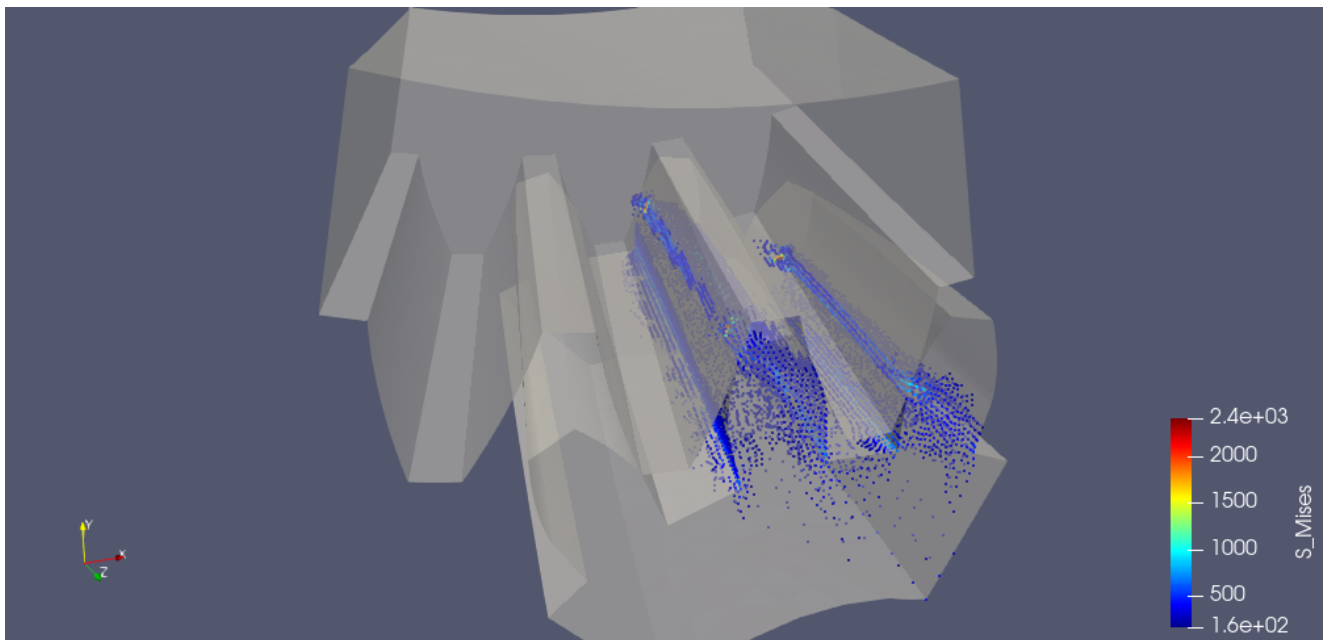
Στη συνέχεια, αναφέρονται κάποιες χαρακτηριστικές τομές και ορίζεται σαν  $z$  η κάθετη απόσταση της τομής από το επίπεδο της πρόσοψης.

- Τομή a

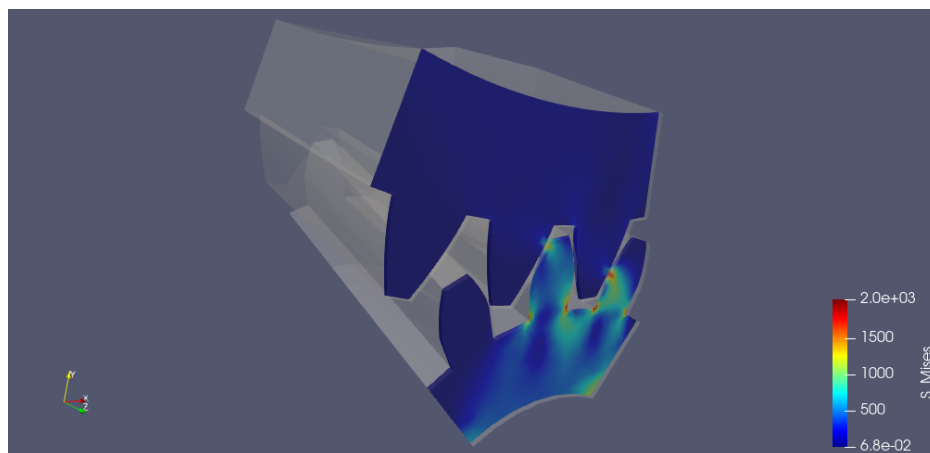
Στην τομή της πρόσοψης ( $z = 0$ ), εργάζονται και οι δύο κατατομές A και B, με το σημείο επαφής της A να είναι περίπου στη μέση και το σημείο επαφής της B κοντά στο άκρο του δοντιού 2.1. Η τάση είναι μεγαλύτερη στο σημείο επαφής της κατατομής A.

- Τομή b

Στην τομή με  $z \approx 4 \text{ mm}$  το σημείο επαφής της κατατομής B βρίσκεται ψηλά στην εξελιγμένη, κάτω από την μύτη του δοντιού, ενώ το σημείο επαφής της B έχει κατέβει προς τον πόδα του πινιόν. Η τάση είναι μεγαλύτερη στο σημείο επαφής της κατατομής B.



Σχήμα 5: Οπτικοποίηση τάσεων στο τέταρτο time step



Σχήμα 6: Τομή a

- Τομή c

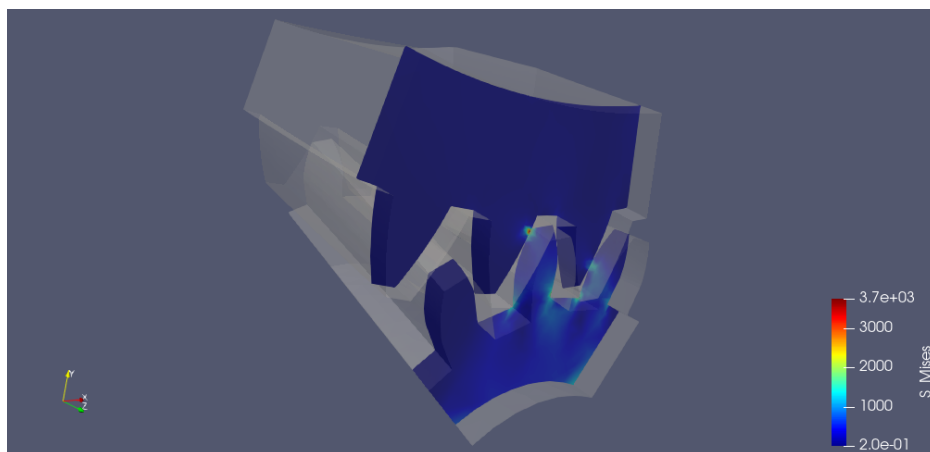
Στη τομή με  $z \approx 24 \text{ mm}$  η γωνία της μύτης του δοντιού 1.2 βρίσκεται σε επαφή με την εξελιγμένη του δοντιού 1.1. Το σημείο επαφής της κατατομής B βρίσκεται πάνω στην εξελιγμένη.

- Τομή d

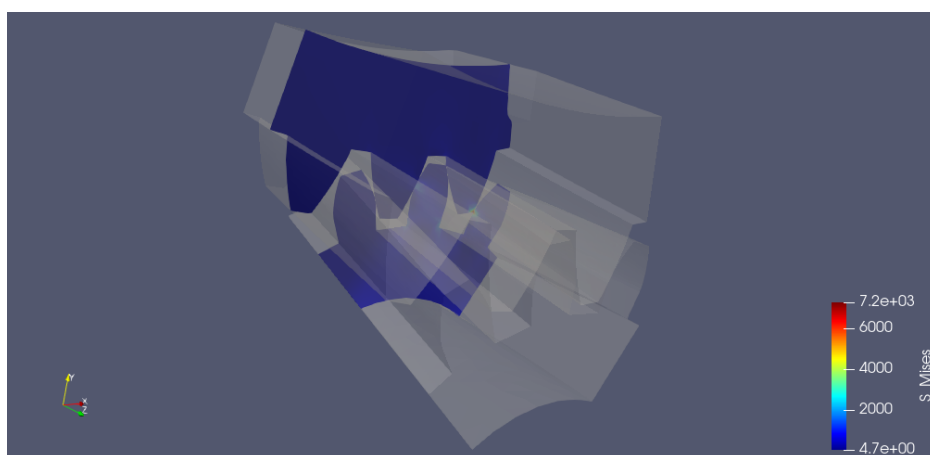
Στη τομή με  $z \approx 30.5 \text{ mm}$  τα δόντια 1.1 και 1.2 έχουν σταματήσει να έρχονται σε επαφή και υπάρχει μόνο ένα σημείο της κατατομής B

### 5.2.1 Μελέτη σε πίεση επιφανείας

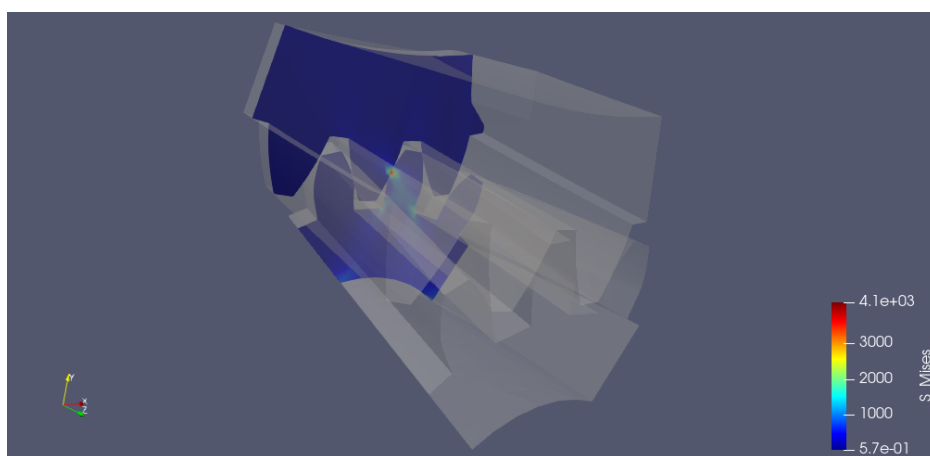
Στην τομή c παρατηρείται η συνολικά μέγιστη τάση του συστήματος η οποία είναι πολύ μεγαλύτερη της αντίστοιχης κατά AGMA. Καθώς το δόντι 1.2 εκεί "κάνει γωνία" και η επαφή ασκείται σε πολύ λίγους κόμβους (ενδεχομένως μόνο σε έναν) μάλλον χρειάζεται πιο πυκνό πλέγμα.



Σχήμα 7: Τομή b



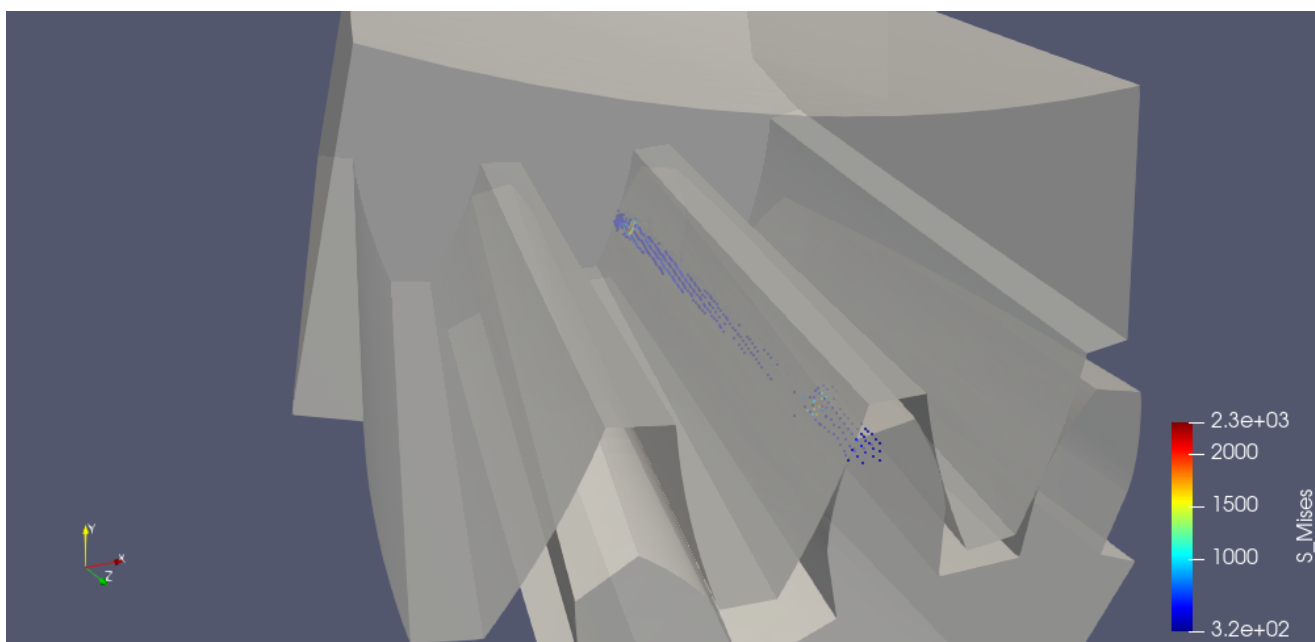
Σχήμα 8: Τομή c



Σχήμα 9: Τομή d

Γιαυτό, οι τάσεις που λαμβάνονται για σύγκριση με το πρότυπο είναι αυτές της τομής d. Οπότε, μας ενδιαφέρουν οι τάσεις της κατατομής B.

Για την εξαγωγή αυτών, επιλέγονται οι κόμβοι των δοντιών 2.1, 2.2 και αποθηκεύεται η μέγιστη τάση που υπάρχει σε αυτούς.



Σχήμα 10: Επιφάνεια επαφής στην κατατομή B στο τέταρτο time step. Η επιλογή των κόμβων γίνεται με την εντολή select points through, ενώ με το φίλτρο threshold εμφανίζονται οι τάσεις με τις τιμές που υπάρχουν πάνω στην κατατομή

### 5.2.2 Μελέτη σε κάμψη στη βάση του δοντιού

Οι οδοντωτοί τροχοί του μοντέλου, δεν φέρουν το fillet (κυκλικό ή τροχοειδές) που υπάρχει στον πόδα στην πραγματικότητα και όπως προβλέπουν τα πρότυπα AGMA. Η γωνία που δημιουργείται εκεί, αναμένεται να αποφέρει συγκέντρωση τάσεων στο μοντέλο και τιμές μεγαλύτερες από την πραγματικότητα, γι' αυτό δεν γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων.

## 5.3 Αποτελέσματα και σύγκριση

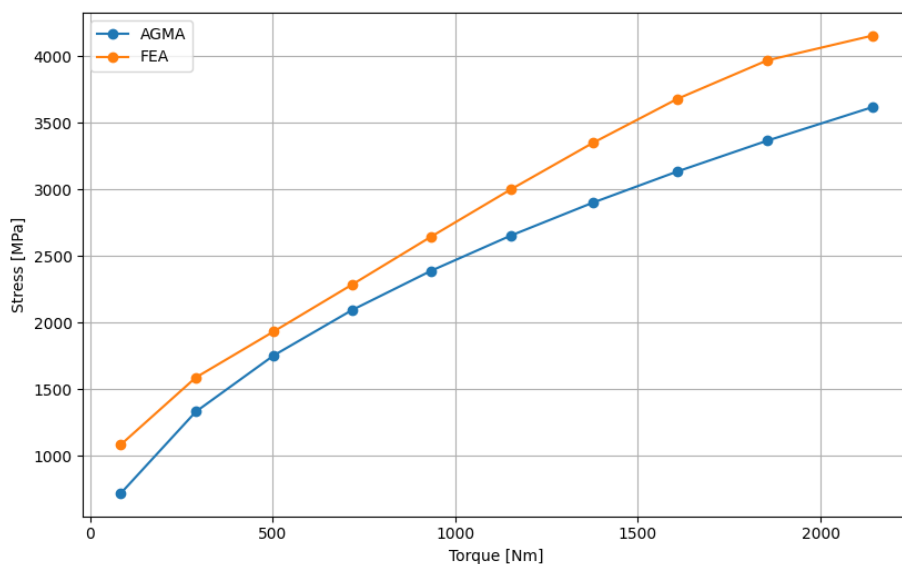
Αφού εξαχθούν οι μέγιστες τάσεις στην κατατομή B, για κάθε time step, δημιουργείται το διάγραμμα του σχήματος 11 και στο σχήμα 12 φαίνεται το απόλυτο σφάλμα τους.

### 5.3.1 Μοντέλο που φέρει τους οδόντες 2.1 και 2.2

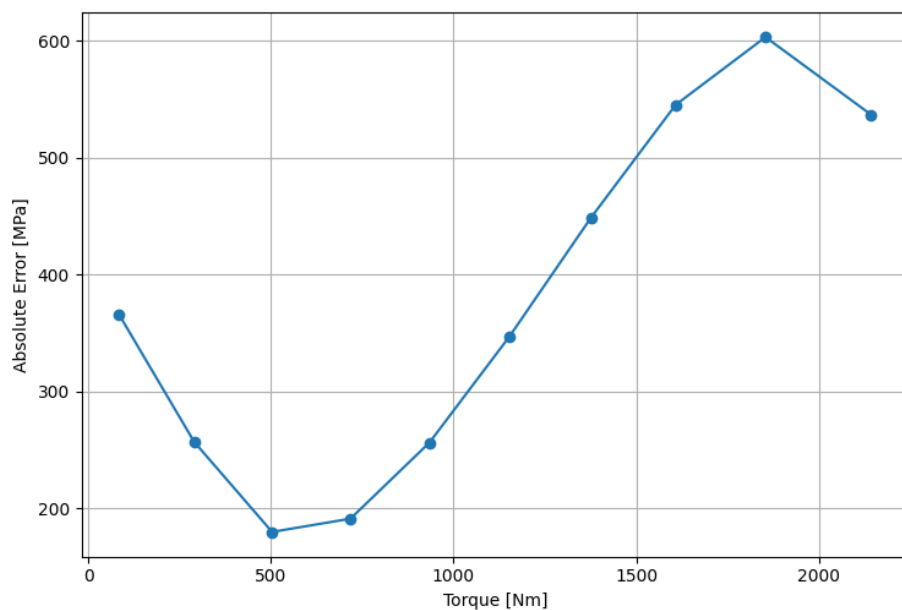
Στη συνέχεια, τα δόντια 3.1, 3.2 και 1.1, 1.2 θεωρήθηκε πως είναι περιττά και αποφασίστηκε να δημιουργηθεί ένα καινούργιο μοντέλο που δεν τα περιέχει. Με αυτό τον τρόπο θα γίνει πυκνότερο το πλέγμα.

Αφού κατασκευάστηκε το μοντέλο που φαίνεται στο σχήμα 13 έγινε ανάλυση του και υπήρχε η προσδοκία για μείωση των σχετικών σφαλμάτων καθώς το πλέγμα στο σημείο επαφής είναι πλέον αρκετά πυκνό. Δυστυχώς όμως, τα αποτελέσματα δεν ήταν καλά. Υπήρχε stress singularity σε έναν κόμβο όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Μια εικασία στο γιατί συνέβη αυτό, είναι πως στο αρχικό μοντέλο, η επαφή της κατατομής A, αν και οι τάσεις σε αυτή ήταν εσφαλμένες, κατά κάποιον τρόπο διευκόλυνε την επαφή της κατατομής B επιτρέποντας την σχετικά σωστή μοντελοποίηση της τελευταίας με αποτέλεσμα οι τάσεις που υπολογίστηκαν να είναι σχετικά κοντά σε αυτές του προτύπου, αν και μια διαφορά τάξης μεγέθους των 500 MPa γενικά δεν θεωρείται αποδεκτή.



Σχήμα 11: Διαγράμματα ροπής - τάσης πίεσης επιφανείας κατά AGMA και FEA



Σχήμα 12: Απόλυτο σφάλμα μεταξύ των αποτελεσμάτων των 2 μεθόδων για πίεση επιφανείας

### 5.3.2 Μοντέλο που φέρει τους οδόντες 1.1, 1.2 και 2.1, 2.2

Γιαυτό, δημιουργήθηκε ακόμα ένα μοντέλο, που περιέχει τα δόντια 1.1, 1.2, 2.1 και 2.2 για να δοκιμαστεί η ανωτέρω θεωρήση.

Μετά απο περίπου 10 ώρες έγινε επίλυση του προβλήματος και τα αποτελέσματα ήταν απρόσμενα.

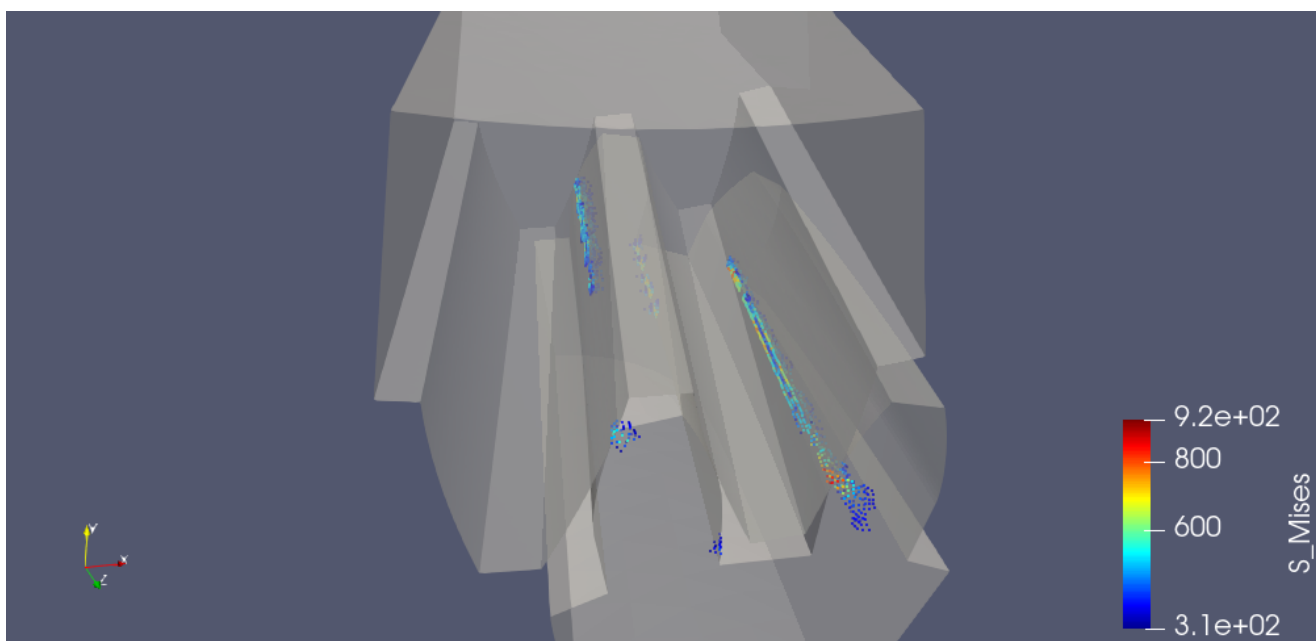
Αν και υπήρχε η προσδοκία, απλά από διαίσθηση, η μέγιστη τάση να βρίσκεται στην κατατομή Β και να έχει πλησιάσει αυτή του προτύπου AGMA, τελικά αυτή εμφανίζεται στην Α και συγκεκριμένα στο σημείο όπου στο αρχικό μοντέλο ήταν η μέγιστη τάση (τομή c).

Αφού εξήχθησαν οι μέγιστες τάσεις, όπως φαίνεται και στα διαγράμματα 15 και 16, αυτές είναι κατά 15% περίπου μικρότερες από αυτές του προτύπου, κατά μ.ο..

Δηλαδή είναι, κατά μέσο όρο, πιο κοντά στο πρότυπο σε σχέση με το πρώτο μοντέλο, αλλά πλέον



Σχήμα 13: Μοντέλο μόνο των δοντιών 2.1 και 2.2



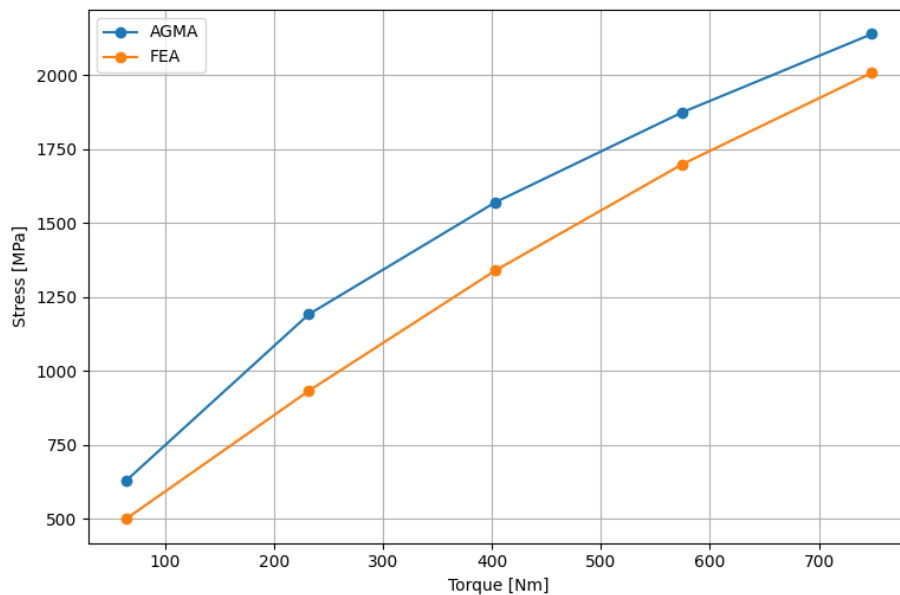
Σχήμα 14: Μοντέλο των δοντιών 1.1,1.2 και 2.1,2.2

εμφανίζονται στην κατατομή A και αντί να είναι μεγαλύτερες αυτού, είναι μικρότερες.

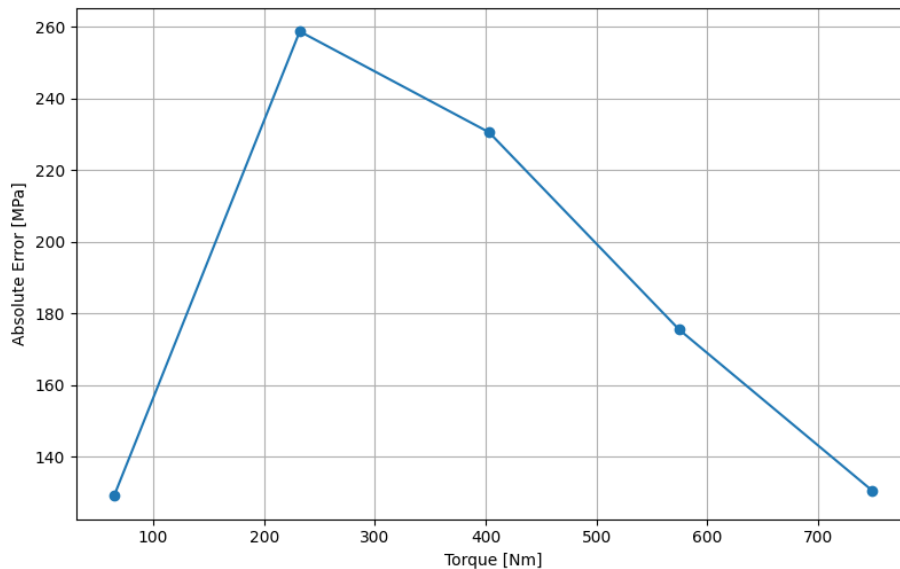
#### 5.4 Συμπεράσματα και μελλοντικές δυνατότητες

Συμπερασματικά, ως προς την ανάλυση, τα αποτελέσματα του τελευταίου μοντέλου μάλλον 'μας λένε' ότι κινούμαστε προς την σωστή κατεύθυνση. Δηλαδή, με ένα πιο πυκνό πλέγμα θα μπορούσαν να πλησιάσουν το πρότυπο ακόμα περισσότερο.

Για την επίτευξη αυτού, εκτός από την χρήση ενός πιο ισχυρού υπολογιστικού συστήματος (π.χ. server rack καθώς το Calculix επιτρέπει την παραλληλοποίηση χρησιμοποιώντας πολλούς επεξερ-



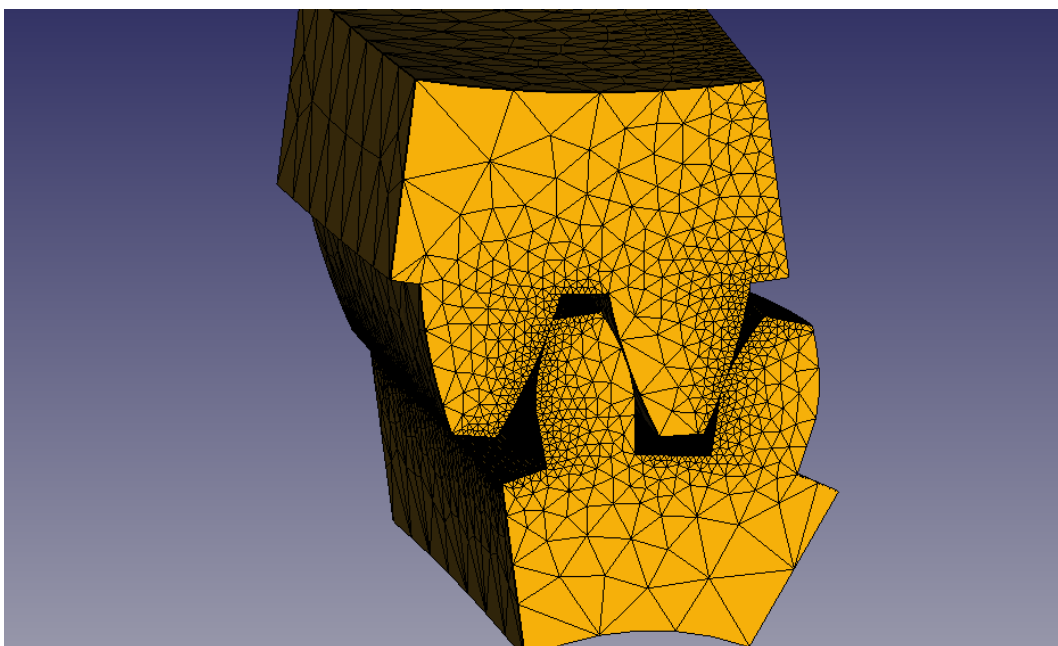
Σχήμα 15: Διαγράμματα ροπής - τάσης πίεσης επιφανείας κατά AGMA και FEA για το μοντέλο με οδόντες 1.1,1.2 και 2.1,2.2



Σχήμα 16: Απόλυτο σφάλμα μεταξύ των αποτελεσμάτων των 2 μεθόδων για πίεση επιφανείας για το μοντέλο με οδόντες 1.1,1.2 και 2.1,2.2

γαστές ταυτόχρονα) μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα πλέγμα που έχει πυκνωση μόνο στις εργαζόμενες κατατομές, αντί σε όλους του οδόντες, όπως φαίνεται στο σχήμα 17. Δεν προχώρησε ανάλυση με αυτό το πλέγμα λόγω έλλειψης χρόνου.

Άλλος ένας τρόπος βελτίωσης της παρούσας προσομοίωσης, είναι η διαμόρφωση ενός δομημένου (structured) πλέγματος ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν εξαεδρικά στοιχεία αντί των τετραεδρικών. Όπως αναφέρεται στο εγχειρίδιο χρήσης του Calculix, το εξαεδρικό στοιχείο με τύπο C3D20 είναι το καλύτερο για γραμμικές ελαστικές αναλύσεις και υπερτερεί του τετραεδρικού C3D10 που χρησιμοποιεί η παρούσα ανάλυση. Πολλά εμπορικά λογισμικά, π.χ. ANSYS, κάνουν τη δημιουργία του δομημένου πλέγματος αρκετά εύκολη για τον χρήστη. Όμως το GMSH, αν και μπορεί να κάνει την ίδια, ίσως



Σχήμα 17: Βελτιωμένο πλέγμα με πύκνωση μόνο στις κατατομές

και καλύτερη, δουλειά, χρειάζεται περισσότερο know how (και χρόνο για να αποκτηθεί αυτό).

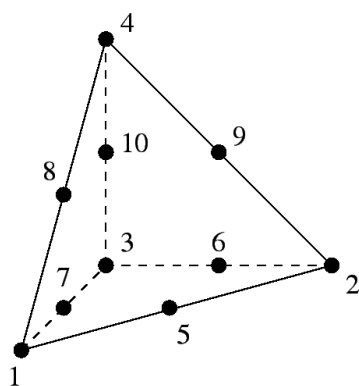


Figure S5: 10-node tetrahedral element

(α') C3D10

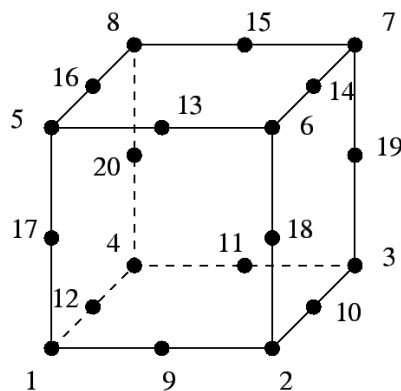


Figure S2: 20-node brick element

(β') C3D20

Σχήμα 18: Τέτραεδρικά και εξαεδρικά στοιχεία του CalculiX

Ακόμα, θα μπορούσε να σχεδιαστεί και το root fillet, τροποποιώντας των κώδικα του FCGear και εισάγοντας τις παραμετρικές εξισώσεις του τροχοειδούς, όπως αυτές αναφέρονται στην βιβλιογραφία.

Η πραγμάτωση της παρούσας ανάλυσης έγινε με σκοπό την εξοικείωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και την εφαρμογή της σε ένα δύσκολο real life πρόβλημα. Ξεκινώντας από την δημιουργία της γεωμετρίας και σε όλα τα επόμενα στάδια της εργασίας, παρουσιάστηκαν πολλά προβλήματα και η αναζήτηση για την επίλυση τους βοήθησε στην καλύτερη κατανόηση της μεθόδου. Ακόμα, τα αρχεία εντολών του Calculix είναι πανομοιότυπα με αυτά του ABAQUS, ένα πανίσχυρο multiphysics λογισμικό, οπότε η εμπειρία και γνώση που αποκομισθεί απο την παρούσα εργασία μπορεί να εφαρμοστεί μελλοντικά σε ένα πραγματικό πρόβλημα της βιομηχανίας, που απαιτεί coupling μηχανικών και π.χ. θερμικών προσομοιώσεων.



# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## Α' Κώδικας

Κώδικας 1: Αρχείο FEMMeshGmsh.inp

```
1 *****
2 ** femesh
3 *INCLUDE, INPUT=FEMMeshGmsh_femesh.inp
4
5 *****
6 ** Element sets for materials and FEM element type (solid, shell, beam, fluid)
7 ** written by write_element_sets_material_and_femelement_type function
8 *ELSET, ELSET=SolidMaterialSolid
9 Evolumes
10
11 *****
12 ** constraints displacement node sets
13 ** written by write_node_sets_constraints_displacement function
14 ** constraints displacement node sets
15 *INCLUDE, INPUT=FEMMeshGmsh_constraints_displacement_node_sets.inp
16
17 *****
18 ** constraints contact surface sets
19 ** written by write_surfaces_constraints_contact function
20 ** constraints contact surface sets
21 *INCLUDE, INPUT=FEMMeshGmsh_constraints_contact_surface_sets.inp
22
23 *****
24 ** Materials
25 ** written by write_materials function
26 ** Young's modulus unit is MPa = N/mm2
27 ** FreeCAD material name: G30Mn5
28 ** SolidMaterial
29 *MATERIAL, NAME=SolidMaterial
30 *ELASTIC
31 210000, 0.300
32
33 *****
34 ** Sections
35 ** written by write_femelementsets function
36 *SOLID SECTION, ELSET=SolidMaterialSolid, MATERIAL=SolidMaterial
37
38 *****
39 ** Contact Constraints
40 ** written by write_constraints_contact function
41 ** ConstraintContact
42 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact, TYPE=SURFACE TO SURFACE
43 DEPConstraintContact, INDConstraintContact
44 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact
45 *SURFACE BEHAVIOR, PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
46 1000000.0
47 *FRICTION
48 0.1, 100000.0
49 ** ConstraintContact001
50 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact001, TYPE=SURFACE TO SURFACE
51 DEPConstraintContact001, INDConstraintContact001
52 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact001
53 *SURFACE BEHAVIOR, PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
54 1000000.0
55 *FRICTION
56 0.1, 100000.0
57 ** ConstraintContact002
58 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact002, TYPE=SURFACE TO SURFACE
59 DEPConstraintContact002, INDConstraintContact002
60 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact002
61 *SURFACE BEHAVIOR, PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
62 1000000.0
```

```

63 *FRICTION
64 0.1, 100000.0
65 ** ConstraintContact003
66 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact003,TYPE=SURFACE TO SURFACE
67 DEPConstraintContact003,INDConstraintContact003
68 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact003
69 *SURFACE BEHAVIOR,PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
70 1000000.0
71 *FRICTION
72 0.1, 100000.0
73 ** ConstraintContact004
74 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact004,TYPE=SURFACE TO SURFACE
75 DEPConstraintContact004,INDConstraintContact004
76 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact004
77 *SURFACE BEHAVIOR,PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
78 1000000.0
79 *FRICTION
80 0.1, 100000.0
81 ** ConstraintContact005
82 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact005,TYPE=SURFACE TO SURFACE
83 DEPConstraintContact005,INDConstraintContact005
84 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact005
85 *SURFACE BEHAVIOR,PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
86 1000000.0
87 *FRICTION
88 0.1, 100000.0
89 ** ConstraintContact006
90 *CONTACT PAIR, INTERACTION=INTConstraintContact006,TYPE=SURFACE TO SURFACE
91 DEPConstraintContact006,INDConstraintContact006
92 *SURFACE INTERACTION, NAME=INTConstraintContact006
93 *SURFACE BEHAVIOR,PRESSURE-OVERCLOSURE=LINEAR
94 1000000.0
95 *FRICTION
96 0.1, 100000.0
97
98
99
100 *****
101 *NODE
102 1234561,0,0,0
103 1234563,0,0,0
104 1234562,0,0,1
105 1234564,0,0,1
106
107 *NSET, NSET=MORE
108 1234561,
109 1234563,
110 1234562,
111 1234564,
112
113 *RIGID BODY, NSET=ConstraintDisplacement001,REF NODE=1234563, ROT NODE=1234561
114 *RIGID BODY, NSET=ConstraintDisplacement,REF NODE=1234564, ROT NODE=1234562
115
116
117
118 *****
119 ** At least one step is needed to run an CalculiX analysis of FreeCAD
120 ** written by write_step_begin function
121 *STEP
122 *STATIC
123
124 0.1, 1., 0.01, 0.1
125
126 ** 0.1, 1.2, 0.001, 0.5
127
128 ** 0.4, 1.2, 0.001, 0.5
129
130 *BOUNDARY
131 1234561,1,2,0
132 1234563,1,3,0
133 1234562,1,3,0

```

```

134 1234564,1,3,0
135
136
137 *BOUNDARY
138 1234561,3,3,0.005
139
140
141
142
143
144 *****
145 ** Outputs --> frd file
146 ** written by write_outputs_types function
147 *NODE FILE
148 U
149 *EL FILE
150 S, E
151
152 ** Outputs --> dat file
153 *NODE PRINT, NSET=MORE
154 RF
155
156 *****
157 ** written by write_step_end function
158 *END STEP
159
160 *****
161 ** CalculiX Input file
162 ** written by write_footer function
163 **   written by    --> FreeCAD 0.19.24291 (Git)
164 **   written on    --> Fri Oct 15 15:34:35 2021
165 **   file name     --> 1st_gear.FCStd
166 **   analysis name --> Analysis
167 **
168 **
169 *****
170 ** About units:
171 ** See ccx manual, ccx does not know about any unit.
172 ** Golden rule: The user must make sure that the numbers he provides have consistent units.
173 ** The user is the FreeCAD calculix writer module ;- )
174 **
175 ** The unit system which is used at Guido Dhondt's company: mm, N, s, K
176 ** Since Length and Mass are connected by Force, if Length is mm the Mass is in t to get N
177 ** The following units are used to write to inp file:
178 **
179 ** Length: mm (this includes the mesh geometry)
180 ** Mass: t
181 ** TimeSpan: s
182 ** Temperature: K
183 **
184 ** This leads to:
185 ** Force: N
186 ** Pressure: N/mm^2
187 ** Density: t/mm^3
188 ** Gravity: mm/s^2
189 ** Thermal conductivity: t*mm/K/s^3 (same as W/m/K)
190 ** Specific Heat: mm^2/s^2/K (same as J/kg/K)
191 **

```