1

Γιώργος Κυριακόπουλος - el18953

Συστήματα Αναμονής - Εξέταση.

$\lambda_1 = 20/hr$, $\lambda_2 = 15/hr$.

A). $\mu_A = 0,5/min = \frac{1}{2}/min$

και $\lambda_1 = \frac{20}{hr} = \frac{20}{60min} = \frac{1}{3}/min$, $\lambda_2 = \frac{15}{hr} = \frac{15}{60min} = \frac{1}{4}/min.$

Για τον πάνω εξυπηρετητή:

$P_{blocking} = 0$, $\cancel{\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_A} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}}$ Erlangs. ✓

Για τον κάτω εξυπηρετητή:

$P_{blocking} = 0$, $\cancel{\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_A} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}}$ Erlangs. ✓

$$E(T_1) = \frac{1}{\mu_A - \lambda_1} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6 \text{ min}.$$

$$E(T_2) = \frac{1}{\mu_A - \lambda_2} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \text{ min}.$$

~~Εχ~~

Έχουμε $P_{blocking} = 0$ και για τους δύο εξυπηρετητές:
$\gamma_1 = \lambda_1$ και $\gamma_2 = \lambda_2$.

$U_1 = \frac{\gamma_1}{\mu_A} = \frac{\lambda_1}{\mu_A} = \rho_1 = \frac{2}{3}$ Erlangs. και $U_2 = \frac{\gamma_2}{\mu_A} = \frac{\lambda_2}{\mu_A} = \rho_2 = \frac{1}{2}$ Erlangs.

Συνολικό λ στο σύστημα 1: $\lambda = \frac{7}{12}/min$

$$E(T) = \frac{\lambda_1}{\lambda} \cdot E(T_1) + \frac{\lambda_2}{\lambda} \cdot E(T_2) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}} \cdot 6 + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{12}} \cdot 4 \Rightarrow$$

$E(T) = \frac{24}{7} + \frac{12}{7} = \frac{36}{7} \Rightarrow$ ~~E(T) = 2,147 min~~ $E(T) = 5,143 min.$

$\mu_B = 2\mu_A = 1$ /min.

$\lambda_B = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ /min

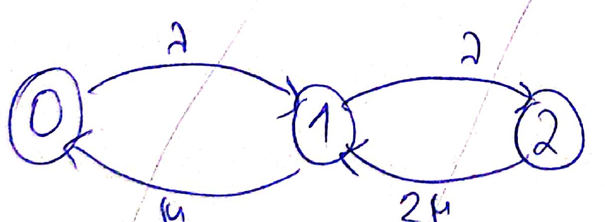
$$E(T_B) = \frac{1}{\mu_B - \lambda_B} = \frac{1}{1 - \frac{7}{12}} = \frac{1}{\frac{5}{12}} = \frac{12}{5} = 2{,}4 \text{ min.}$$

Επίσης $P_{blocking} = 0$ (άπειρη χωρητικότητα):

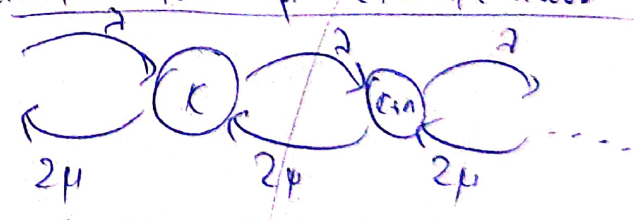
$\gamma_B = \lambda_B$ και $U_B = \frac{\gamma_B}{\mu_B} = \frac{\lambda_B}{\mu_B} = \frac{\frac{7}{12}}{1} = \frac{7}{12}$.

Β). Περιμένουμε ότι η επιλογή (III) με κοινή ουρά αναμονής θα είναι πιο γρήγορη από την 2·M/M/1 (I) διότι στην πρώτη ουρά υπάρχει λόγω της Poisson άφιξης, πιθανότητα ένας από τους δύο server να μείνει ανενεργός. Στη δεύτερη περίπτωση ωστόσο (III) λόγω της κοινής ουράς, θα υπάρχει πιθανότητα να έχει έρθει πελάτης που θα αντιστοιχούσε στον άλλο εξυπηρετητή, αλλά να εξυπηρετηθεί από αυτόν που θα ήταν ανενεργός. Επομένως έχουμε ταχύτερη εξυπηρέτηση. ($E(T) \overset{?}{=} \frac{1}{\mu - \frac{\lambda^2}{\mu}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{7}{12}\right)^2} = \frac{1}{1 - \frac{49}{144}} = \frac{144}{95} = 1{,}5157$ min).

Γ)



Έχουμε ίδιο μ εξυπηρετητών



Χρησιμοποιούμε κοινή κατάσταση 1 στα M/M/1 ουρά.
με $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{7}{12}$ /min και $\mu = \mu_A = \frac{1}{2}$ /min, και $\rho = \frac{\lambda}{2\mu_A} = \frac{7}{12}$.

$P_0 \cdot \lambda = P_1 \cdot \mu_A \Rightarrow P_1 = \frac{\lambda}{\mu_A} \cdot P_0$.

$P_1 \cdot \lambda = P_2 \cdot 2\mu_A \Rightarrow P_2 = \frac{\lambda}{2\mu_A} \cdot P_1 = \frac{\lambda^2}{2\mu_A^2} \cdot P_0$

$P_k \cdot \lambda = P_{k+1} \cdot 2\mu_A$

$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots = 1$, $\frac{\lambda}{2\mu_A} < 1$.

Με αναδρομική επίλυση:

$$P_N = \frac{\lambda^N}{2^{N-1} \cdot \mu_A^N} \cdot P_0 = \frac{2 \cdot \lambda^N}{2^N \mu_A^N} \cdot P_0 = 2 \cdot \rho^N \cdot P_0$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \ldots P_k + \ldots = 1 \Rightarrow$$

$$P_0 + 2\rho \cdot P_0 + 2 \cdot \rho^2 \cdot P_0 + 2\rho^3 \cdot P_0 + \ldots + 2\rho^k P_0 + \ldots = 1 \Rightarrow$$

$$\cancel{2P_0 \left(\frac{1}{2} + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \ldots + \rho^k + \ldots\right) = 1}$$

$$2P_0 \left(\frac{1}{2} + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \ldots + \rho^k + \ldots\right) = 1$$

Η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \rho^n = \frac{7}{5}$ άρα έχουμε

$$2P_0\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{5}\right) = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{19}{10}} = \frac{10}{2 \cdot 19} = \frac{5}{19}$$

$$P_1 = 2 \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{19} = \frac{70}{228}$$

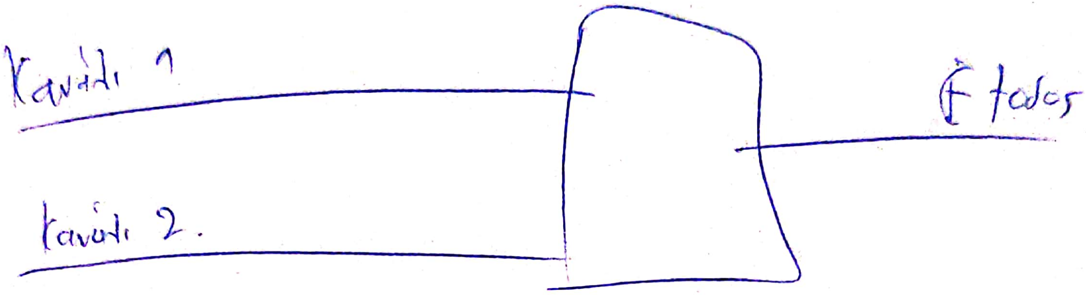
$$P_2 = 2\left(\frac{7}{12}\right)^2 \frac{5}{19} = \frac{490}{2736}.$$

~~E[n] = 0.86 = ...~~

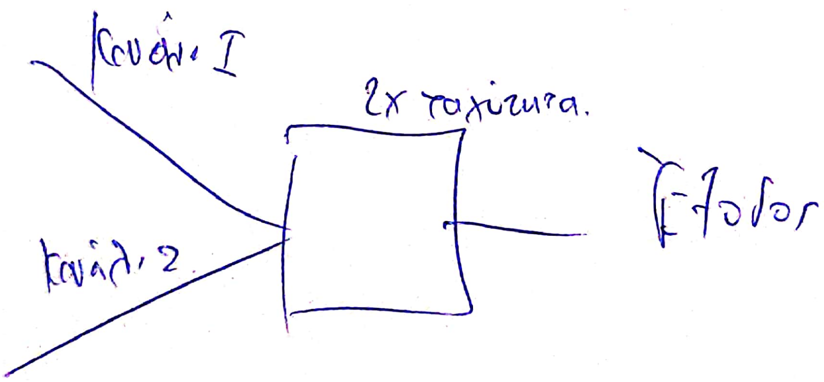
M/M/2:

$$E(T) = \frac{1}{\mu(1-\rho^2)} = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{49}{144}\right)} = \frac{1}{\frac{95}{144 \cdot 2}} = \frac{2 \cdot 144}{95} = 3{,}0315 \text{ min.}$$

Θέμα 2ο:



$\frac{1}{\mu} = T$, $\frac{1}{\lambda} = R$, $\mu > \lambda$.



2x ταχύτητα $\rightarrow$ άρα $\frac{1}{\mu'} = \frac{T}{2} \Rightarrow \mu' = \frac{\mu}{2}$.