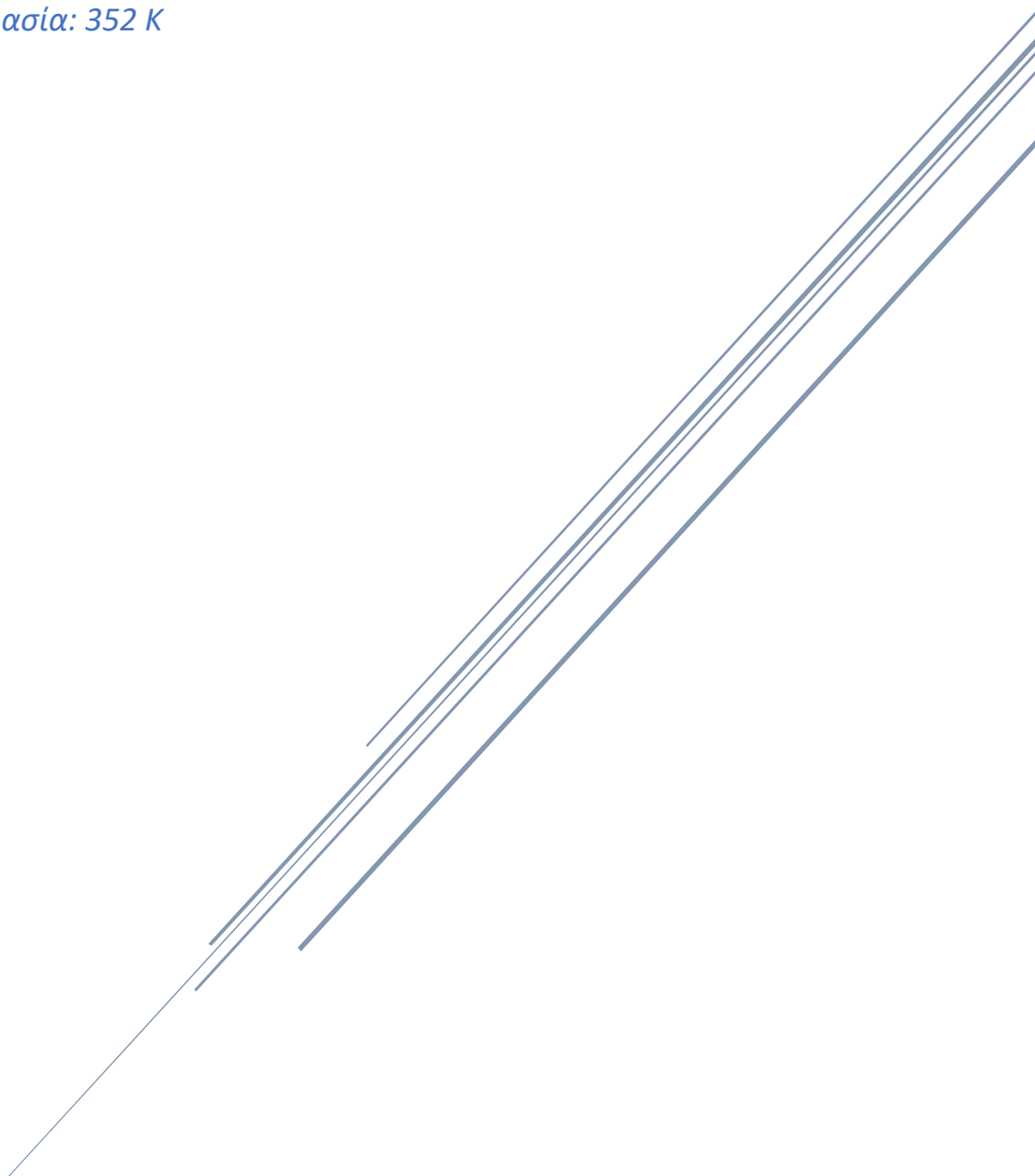


ΕΡΓΑΣΙΑ ΟCΤΑΒΕ

Γιώργος Κυριακόπουλος

Αριθμός Μητρώου: el18153

Θερμοκρασία: 352 K



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Δομή και Ηλεκτρικές Ιδιότητες των Υλικών

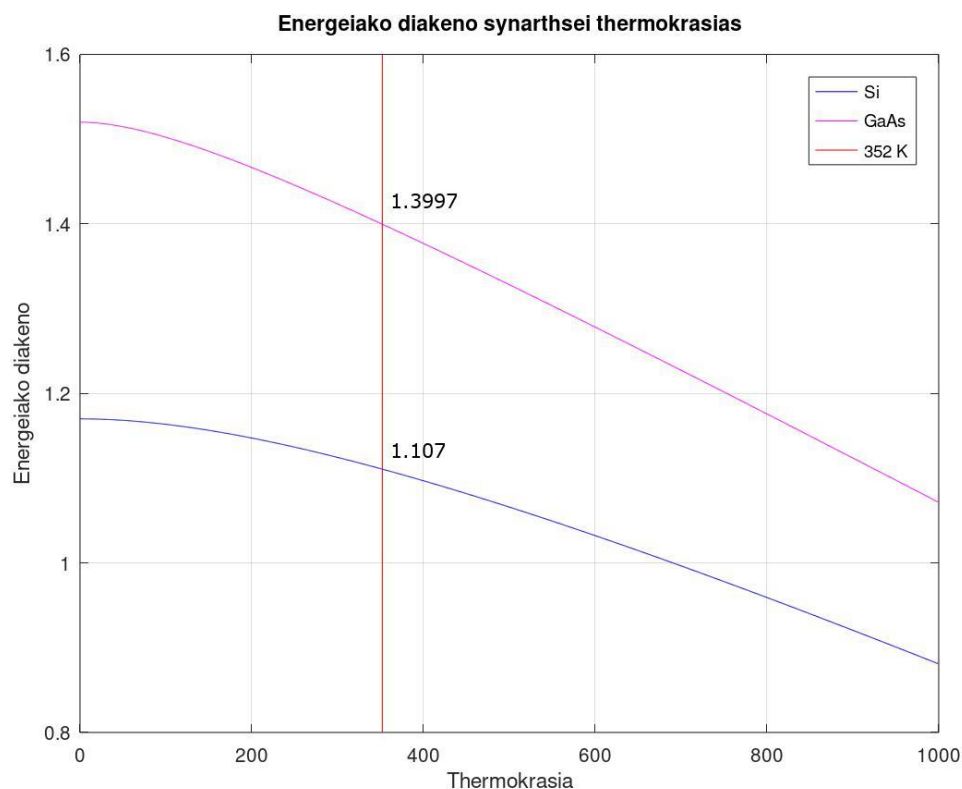
Ερώτημα 1 - Ενεργειακά διάκενα των ημιαγωγών

Η σχέση μεταξύ των ενεργειακών διακένων και της θερμοκρασίας για το Si και το GaAs δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$E_g = 1,17 - \frac{4,73 \cdot 10^{-4}}{T+363} T^2 \text{ (SI), για το Si.}$$

$$E_g = 1,52 - \frac{5,4 \cdot 10^{-4}}{T+204} T^2 \text{ (SI), για το GaAs.}$$

Η απεικόνιση των ενεργειακών διακένων στο Octave έχει ως εξής:



Το ενεργειακό διάκενο μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας, όπως φαίνεται και στο παραπάνω γράφημα, με πιο απότομη τη μείωση του E_g του GaAs.

Η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί στη θερμοκρασία $T = 352 \text{ K}$ και τέμνει την καμπύλη του Si στην τιμή 1.1107, ενώ την καμπύλη του GaAs στην τιμή 1.3997, όπως μας φανερώνει, με κατάλληλη αντικατάσταση, ο παρακάτω κώδικας που χρησιμοποιήθηκε:

```

1  T = 0:1:999;
2  a = (4.73 .*10 .^ -4) .*T .^2;
3  b = T .+636;
4  EgSi = 1.17 .-(a ./b);
5  c = (5.4 .*10 .^ -4) .*T .^2;
6  d = T .+204;
7  EgGaAs = 1.52 .-(c ./d);
8  plot(T, EgSi, 'b', T, EgGaAs, 'm');
9  grid on
10 line([352 352], [0.8 1.6], 'linestyle', '-', 'color', 'r');
11 legend('Si', 'GaAs', '352 K');
12 xlabel('Thermokrasia');
13 ylabel('Energeiako diakeno');
14 title('Energeiako diakeno synarthsei thermokrasias');
15 Si = 1.17 .-(((4.73 .*10 .^ -4) .*352 .^2) ./ (352 .+636));
16 disp(Si);
17 GaAs = 1.52 .-(((5.4 .*10 .^ -4) .*352 .^2) ./ (352 .+204));
18 disp(GaAs);

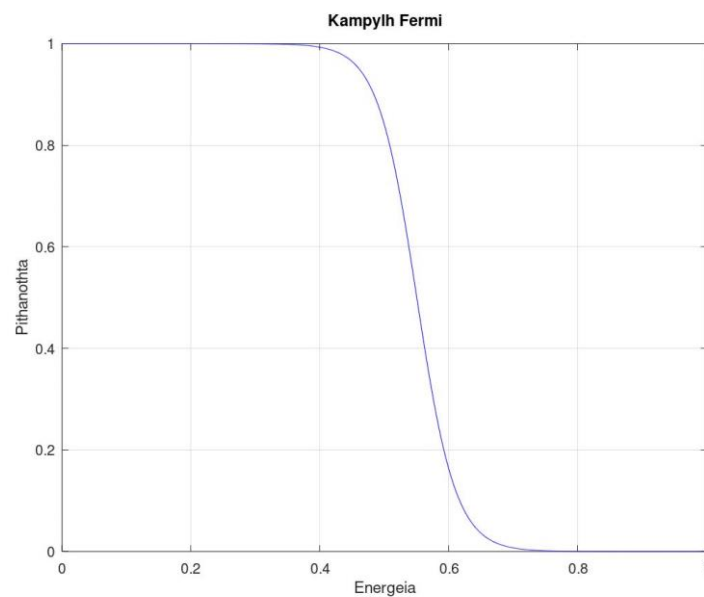
```

Ερώτημα 2: Καμπύλη Fermi

Η καμπύλη Fermi δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_f}{kT}}}$$
, όπου k η σταθερά Boltzmann, T η θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin και E_f το επίπεδο Fermi.

Η απεικόνιση της καμπύλης Fermi, για $T = 352$ K, $E_f = 0,55$ eV, $k = 8,6 \cdot 10^{-5}$ eV·K⁻¹, στο Octave έχει ως εξής:



Το επίπεδο Fermi δηλώνει την ενέργεια στην οποία η πιθανότητα κατάληψής της από ένα ηλεκτρόνιο είναι ½. Η καμπύλη Fermi εξαρτάται από την θερμοκρασία και μάλιστα με τέτοιο τρόπο, ώστε όσο αυξάνεται η θερμοκρασία τόσο πιο ομαλή να γίνεται η καμπύλη του γραφήματος. Αυτό μπορεί να φανεί εύκολα με μία αντικατάσταση της θερμοκρασίας με μια τιμή μεγαλύτερη της $T = 352$ K στον παρακάτω κώδικα που χρησιμοποιήθηκε:

```
1 E = 0:0.001:0.999;  
2 Ef = 0.55;  
3 k = 8.6 .*10 .^-5;  
4 T = 352;  
5 a = (E .-Ef) ./ (k .*T);  
6 F = 1 ./ (1 .+e .^a);  
7 plot(E, F, 'b');  
8 grid on  
9 xlabel('Energieia');  
10 ylabel('Pithanothta');  
11 title('Kampylh Fermi');
```

Ερώτημα 3: Πυκνότητα ηλεκτρονίων και οπών για τους ημιαγωγούς

Για την πυκνότητα των ηλεκτρονίων και των οπών για τους ημιαγωγούς ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$, όπου N_c είναι η ολική πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας.

$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$, όπου N_v είναι η ολική πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη σθένους.

$$N_c(T) = N_c(300K) \left(\frac{T}{300}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$N_v(T) = N_v(300K) \left(\frac{T}{300}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Επίσης, με βάση τις οδηγίες, υποθέτω τιμές μεταξύ 0,5-0,6 eV για τις διαφορές $E_c - E_F$ και $E_F - E_v$ και συγκεκριμένα 0,55 eV και για τις δύο.

Επίσης ισχύει ο κάτωθι πίνακας για $T = 300$ K:

-	Germanium	Silicon	Gallium Arsenide
N_c (cm ⁻³)	$1,02 \cdot 10^{19}$	$2,81 \cdot 10^{19}$	$4,35 \cdot 10^{17}$
N_v (cm ⁻³)	$5,64 \cdot 10^{18}$	$1,83 \cdot 10^{19}$	$7,57 \cdot 10^{18}$

Ο πίνακας των αποτελεσμάτων σχετικά με την πυκνότητα ηλεκτρονίων (n) και με την πυκνότητα οπών (p) για τους 3 ημιαγωγούς που αναφέρονται στον παραπάνω πίνακα, για $T = 352$ K, έχει ως εξής:

-	Germanium	Silicon	Gallium Arsenide
n (cm ⁻³)	166804414847.7750	459529809531.6153	7113717692.037460
p (cm ⁻³)	92233029386.41673	299266744285.7139	123795041215.4565

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε στο Octave για τον υπολογισμό και την εμφάνιση των παραπάνω αποτελεσμάτων:

```
1  ncg = 1.02 .*10 .^19;
2  ncs = 2.81 .*10 .^19;
3  ncga = 4.35 .*10 .^17;
4
5  nvg = 5.64 .*10 .^18;
6  nvs = 1.83 .*10 .^19;
7  nvga = 7.57 .*10 .^18;
8
9  T = 352;
10 k = 8.6 .*10 .^-5;
11 EcEf = 0.55;
12 EfEv = 0.55;
13
14 Ncg = ncg .* (T ./300) .^1.5;
15 Ncs = ncs .* (T ./300) .^1.5;
16 Ncga = ncga .* (T ./300) .^1.5;
17
18 Nvg = nvg .* (T ./300) .^1.5;
19 Nvs = nvs .* (T ./300) .^1.5;
20 Nvga = nvga .* (T ./300) .^1.5;
21
22 ng = Ncg .*e .^(-(EcEf) ./ (k .*T));
23 ns = Ncs .*e .^(-(EcEf) ./ (k .*T));
24 nga = Ncga .*e .^(-(EcEf) ./ (k .*T));
25
26 pg = Nvg .*e .^(-(EfEv) ./ (k .*T));
27 ps = Nvs .*e .^(-(EfEv) ./ (k .*T));
28 pga = Nvga .*e .^(-(EfEv) ./ (k .*T));
29
30 format long
31 disp(ng);
32 disp(ns);
33 disp(nga);
34 disp(pg);
35 disp(ps);
36 disp(pga);
```

Ερώτημα 4: Απόδειξη νόμου δράσης των μαζών

Νόμος δράσης των μαζών:

$$np = n_i^2, \text{ όπου } n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}}.$$

Ο νόμος δράσης των μαζών ισχύει προφανώς στους ενδογενείς ημιαγωγούς, καθώς όπως γνωρίζουμε $n = p$ και $n_i = n = p$. Δηλαδή, στους ενδογενείς ημιαγωγούς, όσα ηλεκτρόνια μεταβαίνουν στη ζώνη αγωγιμότητας, τόσες οπές μεταβαίνουν και στη ζώνη σθένους.

Θα αποδείξουμε την ισχύ του νόμου και για τους ημιαγωγούς προσμίξεων.

Για μικρά ποσοστά νόθευσης δοτών στο Si και στο GaAs και σε συνθήκες ολοκληρωμένου ιονισμού (σε θερμοκρασία 300 K έχουμε πλήρη ιονισμό), ισχύει $n = N_D$. Σύμφωνα, επιπλέον με τη θεωρία έχουμε:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} = N_c e^{-\frac{E_c - E_i}{kT}} e^{-\frac{E_F - E_i}{kT}} = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}, \text{ όπου } N_c e^{-\frac{E_c - E_i}{kT}} \text{ ο αριθμός των ομογενών φορέων, δηλαδή } n_i.$$

Ομοίως, προκύπτει για τους αποδέκτες:

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} = N_v e^{-\frac{E_i - E_v}{kT}} e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} = n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}}.$$

Από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$np = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} n_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} = n_i^2.$$

Άρα ισχύει ο νόμος δράσης των μαζών και για τους ημιαγωγούς προσμίξεων.

Επομένως, αποδείχτηκε η καθολική του ισχύς.

Ερώτημα 5: Πυκνότητα ηλεκτρονίων ημιαγωγού προσμίξεων

Για την κλίμακα της θερμοκρασίας T μεταξύ 400 και 600 K ισχύει ότι:

- στην περιοχή της εξωγενούς αγωγιμότητας η πυκνότητα των ηλεκτρονίων (n) ισούται με την πυκνότητα των δοτών ($N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$)
- στην περιοχή της ενδογενούς αγωγιμότητας ισχύει ότι:

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}}.$$

Στις υψηλές θερμοκρασίες το επίπεδο Fermi πλησιάζει στο επίπεδο του ενδογενούς ημιαγωγού, δηλαδή ο ημιαγωγός γίνεται ενδογενής. Επομένως ισχύει ότι: $n = n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}.$

Με τη βοήθεια προηγούμενων Ερωτημάτων και θεωρώντας ένας ημιαγωγό Si, χρησιμοποιώ υλοποιημένες συναρτήσεις για τα N_c , N_v , E_g , τα οποία εξαρτώνται από τη θερμοκρασία, την γνωστή τιμή $8,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV} \cdot \text{K}^{-1}$ για τη σταθερά k και φτιάχνω τη συνάρτηση n για την περιοχή της ενδογενούς αγωγιμότητας. Για την περιοχή εξωγενούς αγωγιμότητας θα χρησιμοποιήσω μία κόκκινη ευθεία γραμμή, όπως φαίνεται και παρακάτω στον κώδικα:

```
1 T = 350:1:599;  
2 ncs = 2.81 .*10 .^19;  
3 nc = ncs .* (T ./300) .^1.5;  
4 nvs = 1.83 .*10 .^19;  
5 nv = nvs .* (T ./300) .^1.5;  
6 a = (4.73 .*10 .^-4) .*T .^2;  
7 b = T .+636;  
8 eg = 1.17 .-(a ./b);  
9 k = 8.6 .*10 .^-5;  
10 n = sqrt(nc .*nv) .*e .^(-eg ./ (2 .*k .*T));  
11 plot(T, n);  
12 line([400 555.888], [10.^15, 10.^15], 'linestyle', '-', 'color', 'r');  
13 xlabel('Thermokrasia');  
14 ylabel('Pyknothta hlektroniwn');  
15 title('Pyknothta hlektroniwn synarthsei thermokrasias');
```

Η παρακάτω γραφική παράσταση μας δείχνει ότι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων ισούται με την πυκνότητα των δοτών μέχρι τη θερμοκρασία όπου ο ημιαγωγός αρχίζει να συμπεριφέρεται ως ενδογενής (555.888 K στην περίπτωση του Si).

