3. <u>Лабораторная работа № 3. Системное проектирование вычислительного комплекса путем стохастического моделирования</u>

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

В результате выполнения настоящей работы студенты должны:

1. Знать параметры и характеристики стохастических сетей, основы решения задачи системного проектирования вычислительного комплекса.
2. Уметь построить стохастическую сетевую модель вычислительной системы и рассчитать ее характеристики.
3. Помнить основные зависимости, связывающие параметры и характеристики стохастических сетевых моделей вычислительных систем.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. До начала лабораторного замятия самостоятельно изучить теорию работы по настоящим методическим указаниям.
2. Построить блок-схему вычислительной системы, моделирующую ее стохастическую сеть, граф передач сети, вручную выполнить проверку условия существования стационарного режима в сети и расчет ее характеристик.
3. На лабораторном занятии в дисплейном классе проделать несколько циклов системного проектирования вычислительного комплекса: расчет характеристик - принятие решения и изменение параметров.
4. Выполнить анализ полученных результатов и оформить отчет.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Представление вычислительной системы в виде стохастической сети

Вычислительные системы и комплексы (ВС и ВК) можно рассматривать как совокупность устройств, процессы функционирования которых являются процессами, массового обслуживания, и для их: описания используются модели теории массового обслуживания. Основными моделями, изучаемыми в теории массового обслуживания, являются одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания (СМО).

В одноканальной СМО (рис. 1) обслуживание заявок организуется следующим образом. На вход СМО поступают заявки с интенсивностью λ. Так как СМО содержит только один канал (обслуживающий прибор), то в каждый момент времени может обслуживаться только одна заявка. Среднее время обслуживания заявки равно **V**. Другие заявки, поступившие в систему, когда канал занят обслуживанием, образуют очередь **O**. Из очереди заявки выбираются одна за другой.

Многоканальная СМО (рис. 2) содержит **K** однотипных каналов со средним временем обслуживания заявки каждым каналом **V**. В системе одновременно может быть обслужено до **K** заявок. Заявки, заставшие все каналы занятыми, ожидают в очереди **O**. Особенность данной СМО - полная доступность каналов, то есть любая заявка может быть обслужена любым свободный каналом.

Обычно ВС состоит из нескольких подсистем» каждая из которых представляется одноканальной или многоканальной СМО. К таким подсистемам относятся процессоры и оперативная память, селекторные каналы (СК) с подключенными к ним внешними запоминающими устройствами (ВЗУ), мультиплексные каналы (МК) с подключенными к ним устройствами ввода-вывода (УВВ).

Модель процессора и оперативной памяти. Подсистема процессор - оперативная память рассматривается как одноканальная СМО (рис. 1). Каналом (обслуживавшим прибором) в этой системе является процессор. При работе ВС в многопрограммном режиме в оперативной памяти размещено множество программ. Подмножество готовых к выполнению программ соответствует очередь заявок в СМО. Программа, получившая доступ к процессору, переходит в состояние счета. Среднее время непрерывного счета программы определяет среднюю продолжительность **V** процесса обслуживания заявки в СМО. Процесс счета, то есть обслуживание программы процессором, прекращается в тот момент, когда программа обращается к подсистеме ввода-вывода, то есть к СК или МК. При этом считается, что заявка на счет обслужена и покидает систему процессор - оперативная памяти. Обслуживание этой заявки будет продолжено другой СМО. Интенсивность λ пополнения очереди заявок в данной СМО определяется суммарной интенсивностью пополнения списка готовых к выполнению программ как за счет поступления новых программ в подсистему процессор - оперативная память, так и за. счет программ, для которых завершен ввод-вывод. Многопроцессорная система с общей оперативной памятью, содержащая одинаковые процессоры, представляется многоканальной СМО.

Модель мультиплексного канала. МК обеспечивает параллельную и независимую работу подключенных к нему УВВ. Поэтому **К** однотипных УВВ, соединенных с МК, рассматривается как **K**-канальная СМО (рис. 2) со средним временем обслуживания **V** заявки в любом канале этой СМО.

Модель селекторного канала. СК в отличие от МК работает в монопольном режиме. При передаче информации СК обслуживает в каждый момент времени лишь одно из множества соединенных с ним ВЗУ. Поэтому СК независимо от количества подключенных к нему ВЗУ рассматривается как одноканальная СМО (рис. 1) со средним временем обслуживания заявки **V**.

Стохастическая сетевая модель вычислительного комплекса. ВС в целом можно представить в виде множества вышеописанных СМО, каждая из которых отображает процесс функционирования отдельного устройства или группы однотипных устройств. Совокупность взаимосвязанных СМО называется стохастической сетью. Структура сети отражает как структуру ВС, так и последовательность этапов вычислительного процесса, развивающегося в ВС.

Построим стохастическую сеть, которая моделирует работу ВС (рис.3), состоящую из процессора **ПР**, оперативной памяти **ОП**, селекторного канала **СК** с подключенными к нему тремя внешними запоминающими устройствами **ВЗУ** и мультиплексный канал **МК** с подключенными к нему устройствами ввода-вывода **УВВ**.

Процесс выполнения программы можно рассматривать как последовательность этапов счета, обращения к ВЗУ и УВВ. После реализации некоторой последовательности указанных этапов, число которых зависит от трудоемкости программы, последняя будет выполнена. Начало выполнения программы отмечается поступлением заявки в стохастическую сеть, а окончание программы - выходом заявки из сети.

Поэтому ВС с заданной структурой и указанным порядком выполнения программ можно представить стохастической сетью (рис. 4), содержащей системы массового обслуживания $\mathbf{S_1}$, $\mathbf{S_2}$, $\mathbf{S_3}$, отображающие этапы выполнения программы в подсистемах соответственно процессор - оперативная память, СК с подключениями к нему ВЗУ, МК с подключенными к нему УВВ. Заявки обслуживаются этими СМО и образуют к ним очереди соответственно $\mathbf{O_1}$, $\mathbf{O_2}$, $\mathbf{O_3}$. Системы $\mathbf{S_1}$ и $\mathbf{S_2}$ – одноканальные, а система $\mathbf{S_3}$ - двухканальная. Заявки поступают на вход сети с интенсивностью λ_0 и подаются в СМО моделирующую работу подсистемы ВС процессор - оперативная память.

Процесс выполнения программы в ВС носит многоэтапный характер и складывается из периодов работы процессора, СК и МК. В сетевой модели этот факт отражается циркуляцией заявок в сети по контурам $\mathbf{S_1 \leftrightarrow S_2}$ или $\mathbf{S_1 \leftrightarrow S_3}$.

Удобной формой графического представления стохастической сети является направленный граф передач (рис. 5), где система массового обслуживания $\mathbf{S_0}$ - источник заявок.

В стохастической сети заявки могут поступить в системы $\mathbf{S_2}$ или $\mathbf{S_3}$ только из системы $\mathbf{S_1}$, так как обращения к подсистемам ввода-вывода ВС инициируются программами, выполняемыми процессором. Выбор направления перехода заявок из системы $\mathbf{S_1}$ в системы $\mathbf{S_2}$ и $\mathbf{S_3}$ определяется соответствующими вероятностями $\mathbf{p_{12}}$ и $\mathbf{p_{13}}$ передач заявок. После нескольких этапов счета и ввода-вывода программа будет выполнена. Соответственно заявка с вероятностью $\mathbf{p_{10}}$ покидает стохастическую сеть. Вероятности передач $\mathbf{p_{10}}$, $\mathbf{p_{12}}$, $\mathbf{p_{13}}$ зависят от трудоемкости программ, реализуемых ВС. Так как стохастическая сеть не генерирует и не поглощает заявки» то соблюдаются равенства $\mathbf{p_{10}+ p_{12}+ p_{13}=1}$ и $\lambda_0=\lambda_K$, где λ_K - интенсивность выходного потока сети.

<u>Разомкнутые и замкнутые стохастические сети.</u> Для описания ВС используют стохастические сети, разомкнутые и замкнутые. Для разомкнутой сети (рис. 6), где **С** - сеть, интенсивность источника заявок λ_0 не зависит от состояния сети, то есть от числа заявок, уже поступивших в сеть. Для замкнутой сети (рис. 7), где **С** - сеть, интенсивность источника заявок всегда постоянна, она зависит от состояния сети, от числа заявок, циркулирующих в сети, но не зависит от внешней среды, в которой функционирует сеть. В этом случае источником заявок можно считать любую СМО сети. Исходя из понятия заявки, выделим дугу, проходя по которой, заявка, соответствующая завершенной программе, прекращает существование и инициирует новую заявку, соответствующую запуску очередной программы в ВС. Такая дуга отмечается точкой. Отмеченная дуга является фиктивным источником заявок с интенсивностью λ_0.

Разомкнутые сети применяются для моделирования ВС, в которых на обработке может находиться переменное число программ, например, систем с разделением времени, В таком случае заявки имеют смысл запросов к ВС со стороны пользователей. Замкнутые сети применяются для моделирования ВС, работающих в режиме пакетной обработки. Когда выполнение данной программы завершено, из пакета выбирается новая программа. Величина λ_0 не зависит от каких-либо внешних причин, но определяется структурой стохастической сети и ее параметрами.

В дальнейшем будем рассматривать только разомкнутые стохастические сети.

2. Параметры стохастических сетей

Количество систем и каналов. Количество **n** систем, каналов $\mathbf{K_1, \ldots, K_n}$ в системах $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$ и связи между ними определяют структуру сети. Число систем в сети равно числу типов устройств обработки информации, входящих в ВС. Количество каналов (обслуживающих приборов) в СМО определяется числом однотипных устройств в ВС. Например, два одинаковых процессора» выполняющие программы из общей оперативной памяти, представляются двухканальной СМО. Каждый СК с подключенными к нему ВЗУ рассматривается как одноканальная СМО. МК с подключенными к нему УВВ представляется многоканальной СМО с количеством каналов, равным числу УВВ.

Матрица вероятностей передач. Связи между СМО, входящими в сеть, устанавливаются путем анализа этапов обработки программ в ходе вычислительного процесса. Для отображения связей между СМО сети используется направленный граф передач, вершины $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$ которого соответствуют одноименным СМО, а дуги - связям между ними. Передача заявки в сети из системы $\mathbf{S_i}$ в систему $\mathbf{S_j}$ после завершения обработки этой заявки в системе $\mathbf{S_i}$ отражается на графе дугой, выходящей из $\mathbf{S_i}$ и входящей в $\mathbf{S_j}$. В случае, когда заявка может бать передана из одной СМО в несколько других СМО, возникает неопределенность в выборе направления передачи. Для устранения неопределенности дуги графа взвешиваем вероятностями передач $\mathbf{p_{ij}}$. Последние образуют матрицу **P**, размерность и элементы которой определяются структурой сети.

Разомкнутая сеть содержит **n** СМО и источник $\mathbf{S_0}$ входного потока заявок, который можно рассматривать как СМО с бесконечным числом заявок и интенсивностью их обслуживания λ_0. В результате матрица вероятностей передач разомкнутой сети состоит из **(n+1)** строк и **(n+1)** столбцов:

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} \mathbf{S_0} & \mathbf{S_1} & \ldots & \mathbf{S_n} \end{array} \\ \begin{array}{c} \mathbf{S_0} \\ \mathbf{S_1} \\ \ldots \\ \mathbf{S_n} \end{array} & \begin{bmatrix} \mathbf{P_{00}} & \mathbf{P_{01}} & \ldots & \mathbf{P_{0n}} \\ \mathbf{P_{10}} & \mathbf{P_{11}} & \ldots & \mathbf{P_{1n}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathbf{P_{n0}} & \mathbf{P_{n1}} & \ldots & \mathbf{P_{nn}} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (1)$$

Вероятность передачи заявки из системы S_i в систему S_j определяется отношением интенсивности потока, поступившего из системы S_i в систему S_j, к интенсивности выходного потока системы S_i. В частности, если все заявки, обслуживаемые системой S_i, поступает в систему S_j, то $p_{ij}=1$, а если выход системы S_i не связан с входом система S_j, то $p_{ij}=0$. Поскольку заявки в сети не генерируется и не поглощаются, то заявка, покидая систему S_i, обязательно должна поступить в какую-либо систему S_j. Поэтому сумма элементов каждой строки матрицы (1) равна единице, то есть эта матрица является стохастической.

<u>Интенсивности потоков и коэффициент передач.</u> Вероятности передач p_{ij} однозначно определяют соотношения между интенсивностями потоков заявок, циркулирующих в сети и, в частности, поступающих на входы систем $S_0, \dots, S_n$ сети. Интенсивности $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ потоков заявок, поступающих в системы $S_0, \dots, S_n$ сети, определяются средним числом заявок, поступающих в единицу времени в эти системы.

Будем рассматривать только установившийся режим. Тогда на данном интервале времени среднее число заявок, поступивших в систему S_i будет равно среднему числу заявок, покинувших систему S_i, то есть интенсивности входного и выходного потоков заявок системы S_i будут равны между собой. Интенсивность входного потока заявок системы S_i равна сумме интенсивностей потоков заявок, поступающих в нее из других .систем S_j $(j=0, .., n)$. Поскольку заявки из системы S_j поступают в систему S_i с вероятностью p_{ji}, то интенсивность потока заявок, поступающего из системы S_i в систему S_j равна $p_{ji}*\lambda_j$, где λ_j - интенсивность входного и, следовательно, выходного потока заявок системы S_i. С учетом этого на входе системы S_j имеется поток заявок с интенсивностью:

$$\lambda_i=\sum_{j=0}^{n} p_{ji}*\lambda_j \qquad (i=0, \dots, n). \tag{2}$$

Эти выражения представляют собой систему линейных алгебраических уравнений, которой соответствует каноническая форма:

$$\begin{cases} (P_{00}-1)*\lambda_0+P_{10}*\lambda_1+\dots+P_{n0}*\lambda_n=0\ ; \\ P_{01}*\lambda_0+(P_{11}-1)*\lambda_1+\dots+P_{n1}*\lambda_n=0\ ; \\ \dots \\ P_{0n}*\lambda_0+P_{1n}*\lambda_1+\dots+(P_{nn}-1)*\lambda_n=0\ . \end{cases} \tag{3}$$

Из системы уравнений (3) находится соотношение для интенсивностей λ_j и λ_0 потоков заявок в виде $\lambda_j=\alpha_{0j}*\lambda_0$, где α_{0j} -

коэффициент передачи. Он определяется, как среднее число этапов обслуживания в системе S_j в расчете на одну заявку, поступившую от источника S_0. Индекс 0 в коэффициенте α_{0j} обычно опускается. Тогда имеем:

$$\lambda_j=\alpha_j*\lambda_0, \qquad (4)$$

где $\alpha_0=1$.

Для разомкнутых стохастических сетей известна интенсивность λ_0 источника заявок. Поэтому система уравнений (3) имеет единственное решение вида (4).

ПРИМЕР № I

Определись значения интенсивностей λ_j потоков заявок и коэффициентов передач α_j разомкнутой сети, представленной на рис. 5. Граф передач этой сети представлен на рис. 6. Матрица вероятностей передач этой сети:

$$P = \begin{array}{c} \\ S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ P_{10} & 0 & P_{12} & P_{13} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Вход - по строкам, выход - по столбцам.

Примем: $\lambda_0=5\ c^{-1}$; $P_{10}=0,1$; $P_{12}=0,4$; $P_{13}=0,5$.

Подставим значения интенсивности λ_0 источника заявок и вероятностей передач в систему уравнений (2) и выполним тождественные преобразования:

$$\begin{cases} \lambda_0=P_{00}*\lambda_0+P_{10}*\lambda_1+P_{20}*\lambda_2+P_{30}*\lambda_3; \\ \lambda_1=P_{01}*\lambda_0+P_{11}*\lambda_1+P_{21}*\lambda_2+P_{31}*\lambda_3; \\ \lambda_2=P_{02}*\lambda_0+P_{12}*\lambda_1+P_{22}*\lambda_2+P_{32}*\lambda_3; \\ \lambda_3=P_{03}*\lambda_0+P_{13}*\lambda_1+P_{23}*\lambda_2+P_{33}*\lambda_3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_0=P_{10}*\lambda_1; \\ \lambda_1=\lambda_0+\lambda_2+\lambda_3; \\ \lambda_2=P_{12}*\lambda_1; \\ \lambda_3=P_{13}*\lambda_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{5=0{,}1*}\lambda_1\,; \\ \lambda_1\mathbf{=5+}\lambda_2\mathbf{+}\lambda_3\,; \\ \lambda_2\mathbf{=0{,}4*}\lambda_1\,; \\ \lambda_3\mathbf{=0{,}5*}\lambda_1\,, \end{cases}$$

Решая последнюю систему уравнений, получаем: $\lambda_1\mathbf{=50}$, $\lambda_2\mathbf{=20}$, $\lambda_3\mathbf{=25}$.

Используя выражение (4) и рассчитанные значение λ_j, находим значения коэффициентов передач:

$\alpha_1=\lambda_1/\lambda_0=\mathbf{10}$;

$\alpha_2=\lambda_2/\lambda_0=\mathbf{4}$;

$\alpha_3=\lambda_3/\lambda_0=\mathbf{5}$.

3. Характеристики разомкнутых стохастических сетей

Условие существования стационарного режима. В стационарном режиме вероятностные характеристики сети не изменяются во времени. Существование стационарного режима в сети связано с существованием стационарного режима в ее системах. Условие существования стационарного режима в отдельной СМО определяется числовым значением загрузки.

Под загрузкой ρ_j одноканальной системы $\mathbf{S_j}$ понимается отношение времени, в течение которого канал обслуживает заявки, по времени функционирования канала. Значение загрузки ρ_j определяется произведением $\rho_j=\lambda_j*\mathbf{V_j}$, где λ_j - интенсивность входного потока заявок, а $\mathbf{V_j}$ - среднее время обслуживания одной заявки в системе $\mathbf{S_j}$.

Для многоканальной системы $\mathbf{S_j}$ с интенсивностью λ_j входного потока заявок и средним временем обслуживания $\mathbf{V_j}$ заявки в одном канале произведение $\lambda_j*\mathbf{V_j}$ определяет не загрузку системы, а среднее число занятых каналов β_j. Для нахождения загрузки ρ_j каждого из каналов $\mathbf{K_j}$ - канальной системы $\mathbf{S_j}$ нужно разделить среднее число занятых каналов $\beta_j=\lambda_j*\mathbf{V_j}$ на общее число каналов $\mathbf{K_j}$ в системе $\mathbf{S_j}$: $\rho_j = \beta_j / \mathbf{K_j} = \lambda_j*(\mathbf{V_j} / \mathbf{K_j})$.Таким образом, как для одноканальной, так и для многоканальной СМО, загрузка определяется следующим выражением:

$$\rho_j = \lambda_j*(\mathbf{V_j} / \mathbf{K_j}). \tag{5}$$

Для системы $\mathbf{S_j}$ стационарный режим существует, если числовое значение загрузки меньше единицы, то есть выполняется условие:

$$\rho_j = \lambda_j*(\mathbf{V_j} / \mathbf{K_j}) < \mathbf{1}. \tag{6}$$

Поскольку из выражения (4) следует, что $\lambda_j = \alpha_j*\lambda_0$, то выражение (6) приводится к виду:

$\alpha_j*\lambda_0*(\mathbf{V_j} / \mathbf{K_j}) < \mathbf{1}$,

то есть
$\lambda_0 < K_j / (\alpha_j * V_j)$,
где α_j – коэффициент передачи системы S_j.

Последнее неравенство налагает ограничение сверху на интенсивность λ_0 потока заявок, поступающего в сеть. Следовательно, стационарный режим будет существовать в разомкнутой сети, если выполняется условие:

$$\lambda_0 < \min\{K_1 / (\alpha_1 * V_1);\ K_2 / (\alpha_2 * V_2);\ \ldots;\ K_n / (\alpha_n * V_n)\}. \tag{7}$$

<u>Состояние сети и вероятность состояний.</u> Под состоянием сети понимается вектор ($M_1, \ldots, M_n$) характеризующий распределение заявок, находящихся в сети, среди систем $S_1, \ldots, S_n$. Состояние ($M_1, \ldots, M_n$) соответствует случаю, когда в системе S_1 находится M_1 заявок, в системе S_2 находится M_2 заявок и т.д., в системе S_n находится M_n заявок. Заявки в системе S_j обслуживаются каналами этой СМО и стоят в очереди на обслуживание.

В стационарном режиме вероятность состояния разомкнутой сети определяется произведением вероятностей состояний составляющих сеть систем. Пусть Π_{Mj} - вероятность того, что в системе S_j находится M_j заявок. Тогда вероятность $Pr(M_1, \ldots, M_n)$ состояния $(M_1, \ldots, M_n)$ сети определяется следующим образом:

$$Pr(M_1, \ldots, M_n) = \Pi_{M1} * \Pi_{M2} * \ldots * \Pi_{Mn} = \prod_{j=1}^{n} \Pi_{Mj}\,. \tag{8}$$

В теории массового обслуживания получена формула для определения вероятности Π_{Mj} состояния M_j многоканальной СМО:

$$\Pi_{Mj} = \begin{cases} \Pi_{0j} * (\beta_j^{Mj} / M_j!) & \text{при } 0 \le M_j \le K_j; \\ \Pi_{0j} * (\beta_j^{Mj} / (K_j! * K_j^{Mj-Kj})) & \text{при } M_j > K_j, \end{cases} \tag{9}$$

где:

$$\beta_j = \lambda_j * V_j; \tag{10}$$

$$\Pi_{0j} = [\, \beta_j^{Kj} / (K_j! * (1-\beta_j / K_j)) + \sum_{Mj=0}^{Kj-1} \beta_j^{Mj} / M_j! \,]^{-1}\,. \tag{11}$$

Выражение (10) определяет среднее число занятых каналов многоканальной СМО и загрузку канала одноканальной СМО. Выражение (11) характеризует вероятность простоя СМО. Для одноканальной СМО выражение (11) существенно упрощается:

$$\Pi_{0j} = 1 - \rho_j\,. \tag{12}$$

Заметим, что формулы (9), (10), (11) и формулы, представленные в описании лабораторной работы № 2, соответственно (4), (6), (5), по существу тождественны и отличаются только обозначениями переменных.

Последовательно подставляя выражения (10) и (II) в выражение (9), а последнее - в выражение (8), можно найти формулу для расчета вероятности $\mathbf{Pr(M_1, \ldots, M_n)}$ состояния $\mathbf{(M_1, \ldots, M_n)}$ сети.

Характеристики СМО. На основе вероятностей состояния систем определяются все характеристики СМО:

1) средние длина очередей заявок $\mathbf{l_1, \ldots, l_n}$, ожидающих обслуживания в системах $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$;
2) средние числа заявок $\mathbf{m_1, \ldots, m_n}$ пребывающих в системах $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$;
3) средние времена ожидания $\mathbf{W_1, \ldots, W_n}$ заявок в системах $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$;
4) средние времена пребывания $\mathbf{U_1, \ldots, U_n}$ заявок в системах $\mathbf{S_1, \ldots, S_n}$.

Для нахождения характеристик $\mathbf{l_j}$, $\mathbf{m_j}$, $\mathbf{W_j}$, $\mathbf{U_j}$ многоканальной системы $\mathbf{S_j}$, содержащей $\mathbf{K_j}$ каналов со средним числом занятых каналов β_j, в теорий массового обслуживания получены следующие формулы:

1) среднее число заявок, ожидающих обслуживания, то есть средняя длина очереди:

$$\mathbf{l_j = (\beta_j^{K_j+1} / (K_j!*K_j*(1 - \beta_j / K_j)^2)) * \Pi_{0j}} \; ; \qquad (13)$$

2) среднее число заявок $\mathbf{m_j}$, пребывающих в системе, равно сумме средней длины очереди $\mathbf{l_j}$ и среднего числа занятых каналов β_j:

$$\mathbf{m_j} = \mathbf{l_j} + \beta_j \; ; \qquad (14)$$

3) среднее время ожидания заявки в очереди $\mathbf{W_j}$ равно частному от деления средней длины очереди $\mathbf{l_j}$ на интенсивность λ_j входного потока заявок:

$$\mathbf{W_j} = \mathbf{l_j} / \lambda_j \; ; \qquad (15)$$

4) среднее время пребывания заявки в системе $\mathbf{U_j}$ равно частному от деления среднего числа заявок $\mathbf{m_j}$, пребывающих в системе, на интенсивность λ_j входного потока заявок:

$$\mathbf{U_j} = \mathbf{m_j} / \lambda_j \; ; \qquad (16)$$

или

$$\mathbf{U_j} = \mathbf{W_j} + \mathbf{V_j} \; ; \qquad (17)$$

Для одноканальной системы $\mathbf{S_j}$ формулы (9) и (13) – (16) существенно упрощаются, так как $\mathbf{K_j = 1}$, $\beta_j = \rho_j$. С учетом этого вероятность Π_{mj} состояния $\mathbf{M_j}$ системы $\mathbf{S_j}$ определяется так:

$$\Pi_{mj} = \rho_j^{M_j} * \Pi_{0j} = \rho_j^{M_j} * (1 - \rho_j) \; . \qquad (18)$$

Характеристики одноканальной системы $\mathbf{S_j}$:

1) среднее число заявок в очереди:

$$\mathbf{e_j} = \rho_j^2 / (1 - \rho_j) \; ; \qquad (19)$$

2) среднее число заявок, пребывающих в системе:

$$\mathbf{m_j} = \rho_j / (1 - \rho_j) \; ; \qquad (20)$$

3) среднее время ожидания заявки в очереди:

$$\mathbf{W_j = V_j * \rho_j / (1 - \rho_j)};\qquad (21)$$

4) среднее время пребывания заявки в системе:

$$\mathbf{U_j = V_j / (1 - \rho_j)}.\qquad (22)$$

<u>Характеристики сети</u> **l**, **m**, **W**, **U** определяются через одноименные характеристики СМО $\mathbf{l_j}$, $\mathbf{m_j}$, $\mathbf{W_j}$, $\mathbf{U_j}$, где **j=1,2,…,n** , следующим образом:

1) среднее число заявок, ожидающих обслуживания в сети:

$$\mathbf{l}=\sum_{j=1}^{n} \mathbf{l_j};\qquad (23)$$

2) среднее число заявок, пребывающих в сети:

$$\mathbf{m}=\sum_{j=1}^{n} \mathbf{m_j};\qquad (24)$$

3) среднее время ожидания **W** обслуживания заявки в сети учитывает, что каждая заявка поступает на обслуживание в систему $\mathbf{S_j}$ в среднем α_j раз:

$$\mathbf{W}=\sum_{j=1}^{n} \alpha_j*\mathbf{W_j};\qquad (25)$$

4) среднее время пребывания **U**, заявки в сети учитывает, что каждая заявка поступает на обслуживание в систему $\mathbf{S_j}$ в среднем α_j раз:

$$\mathbf{U}=\sum_{j=1}^{n} \alpha_j*\mathbf{U_j}.\qquad (26)$$

ПРИМЕР № 2

Определить среднее время пребывания **U** заявки в сети, содержащей одноканальную систему $\mathbf{S_1}$ со средним временем обслуживания заявки $\mathbf{V_1=0,5}$ **с** и двухканальную систему $\mathbf{S_2}$ со средним временем обслуживания заявки в канале $\mathbf{V_2=1}$ **с**. Интенсивность источника заявок λ_j**=0,1 с**. Матрица вероятностей передач сети:

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ \mathbf{S_0} \\ \mathbf{S_1} \\ \mathbf{S_2} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{S_0} & \mathbf{S_1} & \mathbf{S_2} \end{array} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0,2} & \mathbf{0} & \mathbf{0,8} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{array}$$

Для нахождения интенсивностей λ_1 и λ_2 входных потоков заявок соответствующих систем $\mathbf{S_1}$ и $\mathbf{S_2}$ используем систему уравнений (2):

$$\begin{cases} \lambda_0 = 0,2 * \lambda_1 ; \\ \lambda_1 = \lambda_0 + \lambda_2 ; \\ \lambda_2 = 0,8 * \lambda_1 . \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получим:

$\lambda_1=5*\lambda_0=5*0,1=0,5$;

$\lambda_2=0,8*5*\lambda_0=0,8*0,5*0,1=0,4$.

Используя выражение (4), найдем коэффициенты передачи:

$\alpha_1=\lambda_1/\lambda_0=0,5/0,1=5$;

$\alpha_2=\lambda_2/\lambda_0=0,4/0,1=4$.

Проверим условие (7) существования стационарного режима в сети:

$\lambda_0<\min\{K_1/(\alpha_1*V_1); K_2/(\alpha_2*V_2)\}$.

В сети существует стационарный режим, поскольку данное неравенство выполняется:

$0,1<\min\{1/(5*0,5); 2/(4*1)\} =0,4$.

Используя выражения (5) и (10), найдем загрузку канала системы S_1 и среднее число занятых каналов системы S_2:

$\rho_1=\lambda_1*V_1=0,5*0,5=0,25$;

$\beta_2=\lambda_2*V_2=0,4*1=0,4$.

Подставляя полученные значения ρ_1 и β_2 в соответствующие выражения (12) и (11) и учитывая, что $K_2=2$, найдем вероятности простоя систем S_1 и S_2:

$\Pi_{01} = 1-\rho_1 = 1-0,25=0,75$;

$\Pi_{02} =[\beta_2^2 / (2! * (1 - \beta_2 / 2)) + \beta_2^0/0! + \beta_2^1/1!]^{-1} = [0,4^2 / (2! * (1 – 0,4 / 2)) + 0,4^0/0! + 0,4^1/1!]^{-1} = 0,67$.

Подставляя известное значение $V_1=0,5$ и полученное значение $\rho_1=0,25$ в выражение (22), найдем среднее время пребывания заявки в системе S_1:

$U_1=V_1 / (1 - \rho_1)=0,5 / (1-0,25)=0,67$.

Подставляя известное значение $K_2=2$ и вычисленные значения $\beta_2 =0,4$ и $\Pi_{02}=0,67$ в выражение (13), затем $\beta_2 =0,4$ и полученное, значение l_2 – в выражение (14), далее $\lambda_2=0,4$ и полученное значение m_2 – в выражение (16), последовательно найдем:

$l_2 = (\beta_2^3 / (2!*2*(1 - \beta_2 / 2)^2)) * \Pi_{02} = (0,4^3 / (2!*2*(1 – 0,4 / 2)^2)) * 0,67 = 0,017$;

$m_2 = l_2 + \beta_2 = 0,017+0,4 = 0,417$;

$U_2 = m_2 / \lambda_2 =0,417 / 0б4 = 1,04$.

Подставляя значения $U_1=0,67$ и $U_2=1,04$ в выражение (2б) и учитывая, что заявка попадает на обслуживание в системы S_1 и S_2 в среднем соответственно $\alpha_1=5$ и $\alpha_2=4$ раза, получим среднее время

пребывания заявки в сети:
$U = \alpha_1 * U_1 + \alpha_2 * U_2 = 5*0{,}67 + 4*1{,}04 = 7{,}51$ [с].

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Построить блок схему ВС, ее сетевую модель и рассчитать вручную характеристики стохастической сети.

1.1. Построить блок схему ВС, параметры которой заданы в таблице 1. При этом учесть, что к СК1 подключено несколько ВЗУ1, к СК2 подключено несколько ВЗУ2, к МК1 подключено несколько УВВ1, к МК2 подключено несколько УВВ2.

1.2. Для полученной ВС построить моделирующую ее стохастическую сеть. При этом учесть обозначение систем в сети, заданные в таблице 2.

1.3. Для полученной сети построить граф передач и написать матрицу вероятностей передач. Численные значения вероятностей взять из таблицы 3.

1.4. Рассчитать интенсивности входных потоков заявок для всех СМО. Интенсивность источника заявок $\lambda_0 = 0.1$ (1/с).

1.5. Найти коэффициенты передач.

1.6. Проверить условия существования стационарного режима в стохастической сети. Средние времена обслуживания одной заявки единицы оборудования приведены в таблице 4.

1.7. Рассчитать загрузки одноканальных СМО и средние числа занятых каналов многоканальных СМО.

1.8. Определить вероятности простоя каждой СМО и сети в целом.

1.9. Для каждой СМО рассчитать среднее число заявок, ожидающих обслуживание, среднее число заявок, пребывающих в ней, среднее время ожидания заявки в очереди и среднее время пребывания заявки в системе.

1.10. Для стохастической сети определить среднее число заявок, ожидающих обслуживание в сети, среднее число заявок, пребывающих в сети, среднее время ожидания заявки в сети и среднее время пребывания заявки в сети.

2. Выполнить расчеты в соответствие с п.1.

3. Исследовать чувствительность характеристик сети к изменению ее отдельных параметров.

4. Выполнить несколько циклов системного проектирования ВК (принятия решения и изменения группы параметров ВС) с целью улучшения характеристик ВС. При этом следует учесть, что изменение числа процессоров, СК, МК, УВВ приводит к изменению блок схемы ВС и, следовательно, сопровождается изменением структуры моделирующей сети.

5. Выполнить анализ полученных результатов и сформулировать выводы о закономерностях, связывающих параметры и характеристики проектируемой ВС, и степени улучшения характеристик ВС в процессе проектирования.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходные данные, блок схема ВС и ее сетевая модель, контрольные расчеты характеристик СМО и сети, выполненные в ручную. Материал излагается в соответствии с п. 1.

2. Результаты исследования чувствительности характеристик сети к изменению ее отдельных параметров, оформленных в виде таблиц и графиков.

3. Промежуточные и конечные результаты системного проектирования ВК, в том числе обоснования выбранных решений, модифицированные блок схемы ВС и сетевые модели, характеристики ВС, достигнутые в каждом цикле проектирования.

4. Выводы по работе.

ЛИТЕРАТУРА

Основы теории вычислительных систем. – М.: Высш. шк., 1978.

МОДЕЛИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

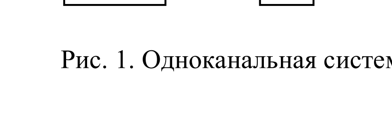

Рис. 1. Одноканальная система массового обслуживания

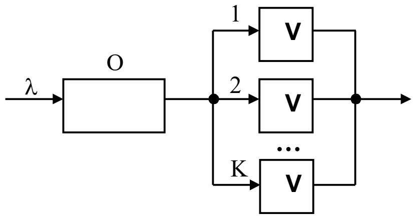

Рис. 2. Многоканальная система массового обслуживания

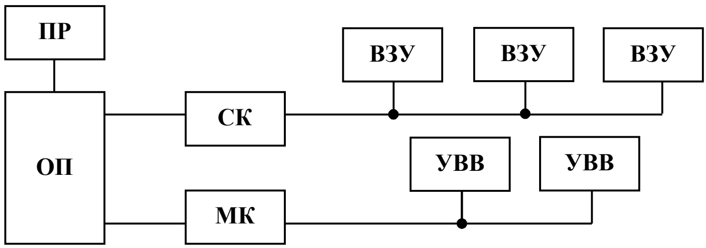

Рис. 3. Блок-схема вычислительной системы

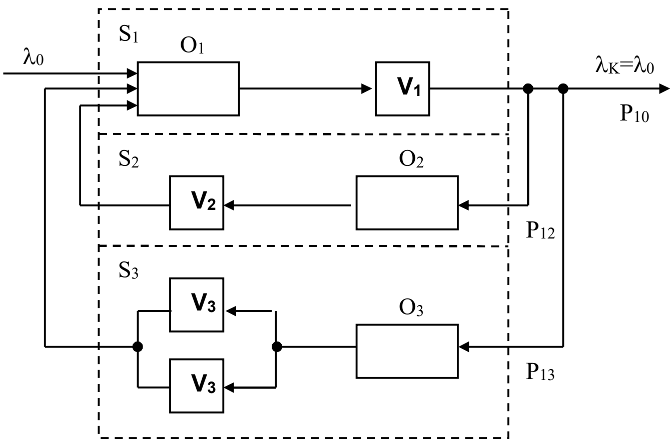

Рис. 4. Стохастическая сетевая модель вычислительной системы

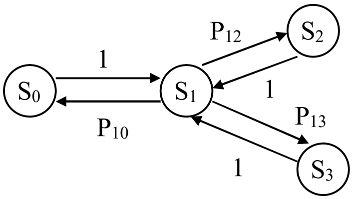

Рис. 5. Граф передач стохастической сети

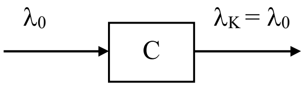

Рис. 6. Разомкнутая стохастическая сеть

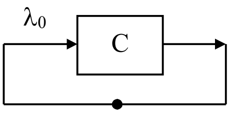

Рис. 7. Замкнутая стохастическая сеть

ЗАДАНИЯ

№ задания	Количество			Количество ВЗУ и УВВ, подключенных к каналам			
	ПР	СК	МК	СК1	СК2	МК1	МК2
1	1	1	1	3	0	2	0
2	1	1	2	3	0	2	2
3	1	2	1	2	2	2	0
4	1	2	2	2	2	2	2
5	2	1	1	3	0	2	0
6	2	1	2	3	0	2	2
7	2	2	1	2	2	2	0
8	2	2	2	2	2	2	2

Таблица 1

№ задания	Обозначения систем в сети				
	ПР	СК1	СК2	МК1	МК2
1	S_1	S_2	-	S_3	-
2	S_1	S_2	-	S_3	S_4
3	S_1	S_2	S_3	S_4	-
4	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
5	S_1	S_2	-	S_3	-
6	S_1	S_2	-	S_3	S_4
7	S_1	S_2	S_3	S_4	-
8	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5

Таблица 2

№ задания	Вероятности передач				
	P_{10}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}
1	0,2	0,3	0,5	0	0
2	0,2	0,1	0,3	0,4	0
3	0,2	0,1	0,3	0,4	0
4	0,2	0,1	0,2	0,3	0,2
5	0,3	0,2	0,5	0	0
6	0,3	0,1	0,4	0,2	0
7	0,3	0,1	0,2	0,4	0
8	0,3	0,1	0,2	0,2	0,2

Таблица 3

Среднее время обслуживания одной заявки единицей оборудования, с	Устройство				
	ПР	ВЗУ1	ВЗУ2	УВВ1	УВВ2
V	0,5	0,2	0,3	0,5	1,0

Таблица 4