

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Вятский государственный университет»

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №6
по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов»

Объединение граф-схем алгоритмов

Выполнил студент группы ИВТ-11 _____/Рзаев А. Э./
Проверил преподаватель _____/Долженкова М. Л./

Киров 2016

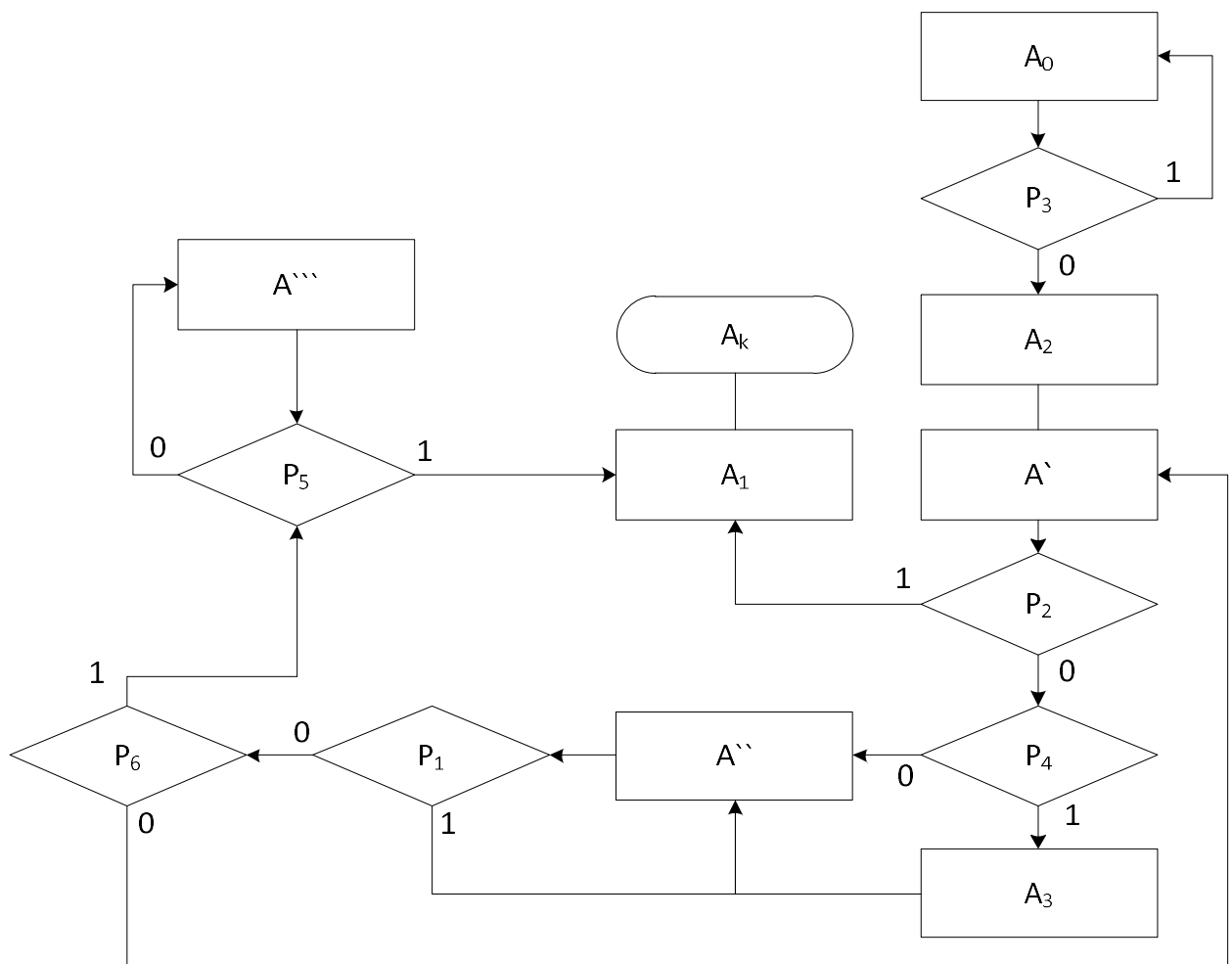
Цель работы: получить навыки построения объединенных графических схем алгоритмов.

Задание:

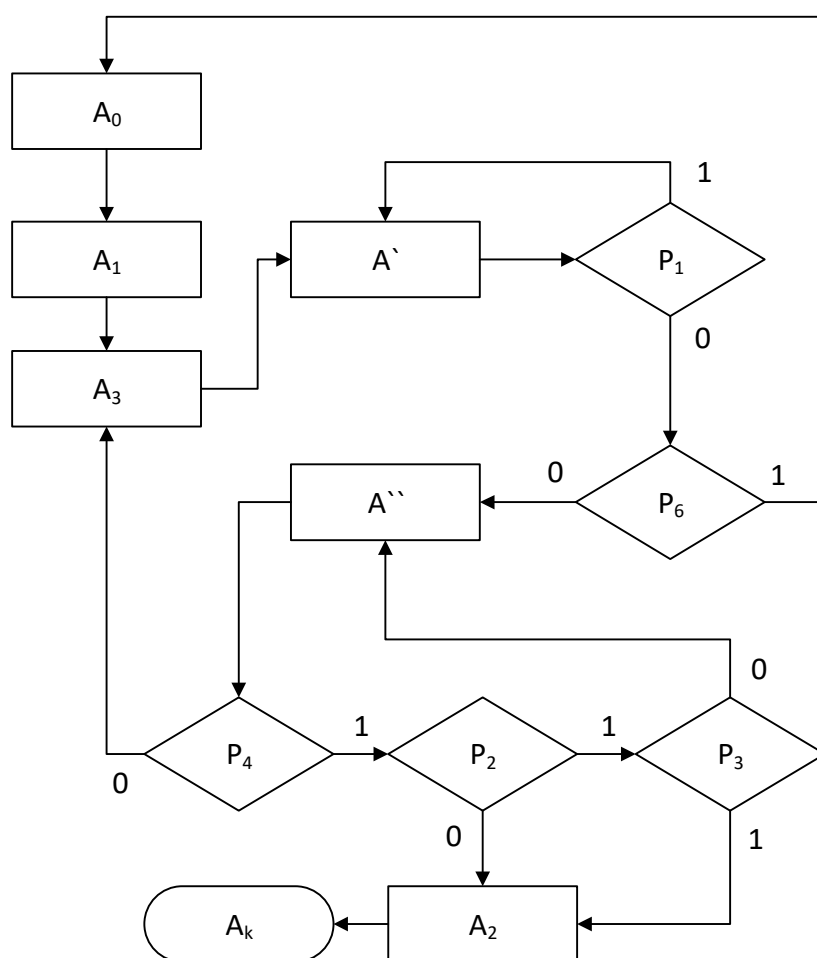
1. Построить графическую схему для каждого из заданных алгоритма.
2. По граф-схемам построить матричные схемы.
3. В соответствии с принципом соседнего кодирования ввести дополнительные условные вершины.
4. Построить набор определяющих функций.
5. На основе матричных схем и набора определяющих функций построить объединенную матричную схему.
6. Преобразовать матричную схему алгоритма в эквивалентную графическую схему. В ходе преобразования выполнить минимизацию длины логической схемы.

Граф-схемы алгоритмов:

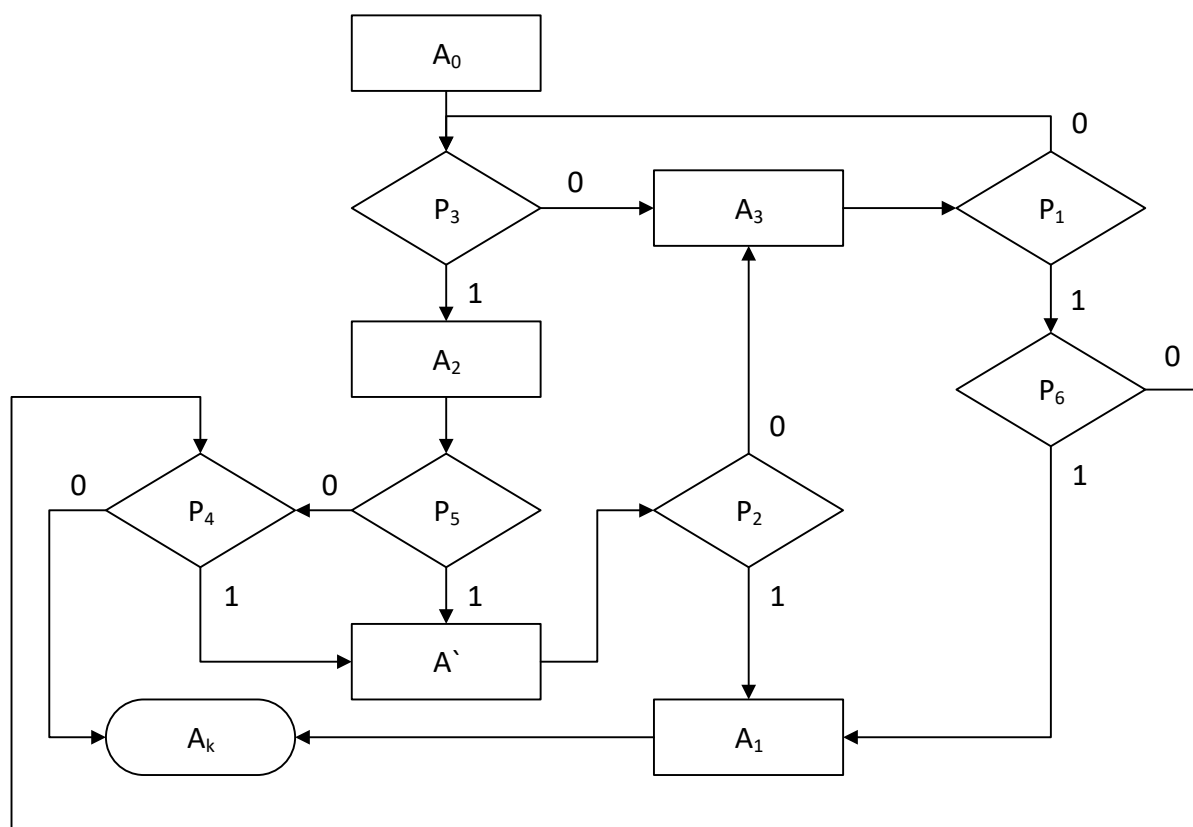
Первый алгоритм:



Второй алгоритм:



Третий алгоритм:



Матричные схемы алгоритмов:

Первый алгоритм:

	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A'	A''	A'''	A _k
A ₀	P ₃		¬P ₃					
A ₁								1
A ₂					1			
A ₃						1		
A'		P ₂		¬P ₂ P ₄		¬P ₂ ¬P ₄		
A''		¬P ₁ P ₆ P ₅			¬P ₁ ¬P ₆	P ₁	¬P ₁ P ₆ ¬P ₅	
A'''		P ₅					¬P ₅	

Второй алгоритм:

	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A'	A''	A _k
A ₀		1					
A ₁				1			
A ₂							1
A ₃					1		
A'	¬P ₁ P ₆				P ₁	¬P ₁ ¬P ₆	
A''			P ₄ P ₂ P ₃ ∨ P ₄ ¬P ₂	¬P ₄		P ₄ P ₂ ¬P ₃	

Третий алгоритм:

	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A'	A _k
A ₀			P ₃	¬P ₃		
A ₁						1
A ₂					P ₅ ∨ ¬P ₅ P ₄	¬P ₅ ¬P ₄
A ₃		P ₁ P ₆	¬P ₁ P ₃	¬P ₁ ¬P ₃	P ₁ ¬P ₆ P ₄	P ₁ ¬P ₆ ¬P ₄
A'		P ₂		¬P ₂		

Выбор значений дополнительных условных переменных:

U₁ – U₂: 0
 U₁ – U₃: 2
 U₁ – U₆: 14
 U₂ – U₃: 0
 U₂ – U₆: 10
 U₃ – U₆: 14

Набор определяющих функций:

$$\beta_0^1 = \beta_1^1 = \beta_2^1 = \beta_3^1 = \beta_4^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = r_1 r_2$$

$$\beta_0^2 = \beta_1^2 = \beta_2^2 = \beta_3^2 = \beta_4^2 = r_1 \neg r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} \neg r_2$$

$$\beta_0^3 = \beta_1^3 = \beta_2^3 = \beta_3^3 = \beta_4^3 = \neg r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \neg r_1 \frac{r_2}{1}$$

$$\beta_{||}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} r_2$$

$$\beta_{||}^2 = r_1 \neg r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} \neg r_2$$

$$\beta_{|||}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{r_1 \neg r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} r_2$$

$$\beta_0^1 = \beta_1^1 = \beta_2^1 = \beta_3^1 = \beta_{|}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = r_1 r_2$$

$$\beta_0^2 = \beta_1^2 = \beta_2^2 = \beta_3^2 = \beta_{|}^2 = r_1 \neg r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} \neg r_2$$

$$\beta_0^3 = \beta_1^3 = \beta_2^3 = \beta_3^3 = \beta_{|}^3 = \neg r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \neg r_1 \frac{r_2}{1}$$

$$\beta_{||}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} r_2$$

$$\beta_{||}^2 = r_1 \neg r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} \neg r_2$$

$$\beta_{|||}^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\neg r_1 r_2}{0} \vee \frac{r_1 \neg r_2}{0} \vee \frac{\neg r_1 \neg r_2}{0} = \frac{r_1}{1} r_2$$

МСА объединенного алгоритма

	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A'	A''	A'''	A _k
A ₀	$r_1 r_2 P_3$	$\frac{r_1}{1} \neg r_2$	$r_1 r_2 \neg P_3$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1} P_3$	$\neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_3$				
A ₁				$\frac{r_1}{1} \neg r_2$				$r_1 r_2$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1}$
A ₂					$r_1 r_2$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1} P_5$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $\neg P_5 P_4$			$\frac{r_1}{1} \neg r_2$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $\neg P_5 \neg P_4$
A ₃		$\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $P_1 P_6$	$\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $\neg P_1 P_3$	$\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $\neg P_1 \neg P_3$	$\frac{r_1}{1} \neg r_2$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $P_1 \neg P_6 P_4$	$r_1 r_2$		$\neg r_1 \frac{r_2}{1}$ $P_1 \neg P_6 \neg P_4$
A'	$\frac{r_1}{1} \neg r_2$ $\neg P_1 P_6$	$r_1 r_2 P_2$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1} P_2$		$r_1 r_2 \neg P_2 P_4$ \vee $\neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_2$	$\frac{r_1}{1} \neg r_2 P_1$	$r_1 r_2 \neg P_2 \neg P_4$ \vee $\frac{r_1}{1} \neg r_2$ $\neg P_1 \neg P_6$		
A''		$\frac{r_1}{1} r_2$ $\neg P_1 P_6 P_5$	$\frac{r_1}{1} \neg r_2$ $P_4 P_2 P_3$ \vee $\frac{r_1}{1} \neg r_2$ $P_4 \neg P_2$	$\frac{r_1}{1} \neg r_2 \neg P_4$	$\frac{r_1}{1} r_2$ $\neg P_1 \neg P_6$	$\frac{r_1}{1} r_2 P_1$ \vee $\frac{r_1}{1} \neg r_2$ $P_4 P_2 \neg P_3$	$\frac{r_1}{1} r_2$ $\neg P_1 P_6 \neg P_5$	
A'''		$\frac{r_1}{1} r_2 P_5$					$\frac{r_1}{1} r_2 \neg P_5$	

Системы формул переходов:

Система переходов S_1 :

$$\begin{aligned}
 A_0 &\rightarrow r_1 r_2 P_3 A_0 \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 A_1 \vee r_1 r_2 \neg P_3 A_2 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_3 A_2 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_3 A_3 \\
 A_1 &\rightarrow \frac{r_1}{1} \neg r_2 A_3 \vee r_1 r_2 A_k \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} A_k \\
 A_2 &\rightarrow r_1 r_2 A' \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_5 A' \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_5 P_4 A' \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 A_k \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_5 \neg P_4 A_k \\
 A_3 &\rightarrow \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_1 P_6 A_1 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_1 P_3 A_2 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_1 \neg P_3 A_3 \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 A' \\
 &\quad \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_1 \neg P_6 P_4 A' \vee r_1 r_2 A'' \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_1 \neg P_6 \neg P_4 A_k \\
 A' &\rightarrow \frac{r_1}{1} \neg r_2 \neg P_1 P_6 A_0 \vee r_1 r_2 P_2 A_1 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} P_2 A_1 \vee r_1 r_2 \neg P_2 P_4 A_3 \vee \neg r_1 \frac{r_2}{1} \neg P_2 A_3 \\
 &\quad \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 P_1 A' \vee r_1 r_2 \neg P_2 \neg P_4 A'' \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 \neg P_1 \neg P_6 A'' \\
 A'' &\rightarrow \frac{r_1}{1} r_2 \neg P_1 P_6 P_5 A_1 \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 P_4 P_2 P_3 A_2 \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 P_4 \neg P_2 A_2 \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 \neg P_4 A_3 \\
 &\quad \vee \frac{r_1}{1} r_2 \neg P_1 \neg P_6 A' \vee \frac{r_1}{1} r_2 P_1 A'' \vee \frac{r_1}{1} \neg r_2 P_4 P_2 \neg P_3 A'' \\
 &\quad \vee \frac{r_1}{1} r_2 \neg P_1 P_6 \neg P_5 A''' \\
 A''' &\rightarrow \frac{r_1}{1} r_2 P_5 A_1 \vee \frac{r_1}{1} r_2 \neg P_5 A'''
 \end{aligned}$$

Система скобочных формул S_2 :

$$\begin{aligned}
 A_0 &\rightarrow r_1 (r_2 (P_3 A_0 \vee \neg P_3 A_2) \vee \neg r_2 A_1) \vee \neg r_1 (\frac{r_2}{1} (P_3 A_2 \vee \neg P_3 A_3)) \\
 A_1 &\rightarrow r_1 (r_2 A_k \vee \neg r_2 A_3) \vee \neg r_1 A_k \\
 A_2 &\rightarrow r_1 (r_2 A' \vee \neg r_2 A_k) \vee \neg r_1 (\frac{r_2}{1} (P_5 A' \vee \neg P_5 (P_4 A' \vee \neg P_4 A_k))) \\
 A_3 &\rightarrow r_1 (r_2 A'' \vee \neg r_2 A') \vee \neg r_1 (\frac{r_2}{1} (P_1 (P_6 A_1 \vee \neg P_6 (P_4 A' \vee \neg P_4 A_k)) \vee \neg P_1 (P_3 A_2 \\
 &\quad \vee \neg P_3 A_3))) \\
 A' &\rightarrow r_1 (r_2 (P_2 A_1 \vee \neg P_2 (P_4 A_3 \vee \neg P_4 A'')) \vee \neg r_2 (P_1 A' \vee \neg P_1 (P_6 A_0 \vee \neg P_6 A''))) \\
 &\quad \vee \neg r_1 (\frac{r_2}{1} (P_2 A_1 \vee \neg P_2 A_3)) \\
 A'' &\rightarrow \frac{r_1}{1} (r_2 (P_1 A'' \vee \neg P_1 (P_6 (P_5 A_1 \vee \neg P_5 A''') \vee \neg P_6 A')) \vee \neg r_2 ((P_4 (P_2 (P_3 A_2 \\
 &\quad \vee \neg P_3 A'')) \vee \neg P_2 A_2) \vee \neg P_4 A_3))) \\
 A''' &\rightarrow \frac{r_1}{1} r_2 (P_5 A_1 \vee \neg P_5 A''')
 \end{aligned}$$

Система схемных формул S_3 :

$$\begin{aligned}
 A_0 &\rightarrow r_1 \overset{r1}{\uparrow} r_2 \overset{r2}{\uparrow} P_3 \overset{1}{\uparrow} A_0 \overset{1}{*} \downarrow A_2 \overset{r2}{*} \downarrow A_1 \overset{r1}{*} \downarrow P_3 \overset{2}{\uparrow} A_2 \overset{2}{*} \downarrow A_3 \\
 A_1 &\rightarrow r_1 \overset{r3}{\uparrow} r_2 \overset{r4}{\uparrow} A_k \overset{r4}{*} \downarrow A_3 \overset{r3}{*} \downarrow A_k \\
 A_2 &\rightarrow r_1 \overset{r5}{\uparrow} r_2 \overset{r6}{\uparrow} A' \overset{r6}{*} \downarrow A_k \overset{r5}{*} \downarrow P_5 \overset{3}{\uparrow} A' \overset{3}{*} \downarrow P_4 \overset{4}{\uparrow} A' \overset{4}{*} \downarrow A_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_3 &\rightarrow r_1 \overset{r7}{\uparrow} r_2 \overset{r8}{\uparrow} A'' \overset{r8}{*} \downarrow A' \overset{r7}{*} \downarrow P_1 \overset{5}{\uparrow} P_6 \overset{6}{\uparrow} A_1 \overset{6}{*} \downarrow P_4 \overset{7}{\uparrow} A' \overset{7}{*} \downarrow A_k \overset{5}{*} \downarrow P_3 \overset{8}{\uparrow} A_2 \overset{8}{*} \downarrow A_3 \\
A' &\rightarrow r_1 \overset{r9}{\uparrow} r_2 \overset{r10}{\uparrow} P_2 \overset{9}{\uparrow} A_1 \overset{9}{*} \downarrow P_4 \overset{10}{\uparrow} A_3 \overset{10}{*} \downarrow A'' \overset{10}{*} \downarrow P_1 \overset{11}{\uparrow} A' \overset{11}{*} \downarrow P_6 \overset{11}{\uparrow} A_0 \overset{12}{*} \downarrow A'' \\
&\quad * \downarrow P_2 \overset{13}{\uparrow} A_1 \overset{13}{*} \downarrow A_3 \\
A'' &\rightarrow r_2 \overset{r11}{\uparrow} P_1 \overset{14}{\uparrow} A'' \overset{14}{*} \downarrow P_6 \overset{15}{\uparrow} P_5 \overset{16}{\uparrow} A_1 \overset{16}{*} \downarrow A''' \overset{15}{*} \downarrow A' \overset{r11}{*} \downarrow P_4 \overset{17}{\uparrow} P_2 \overset{18}{\uparrow} P_3 \overset{19}{\uparrow} A_2 \\
&\quad * \downarrow A'' \overset{18}{*} \downarrow A_2 \downarrow A_3 \\
A''' &\rightarrow r_2 \overset{r12}{\uparrow} P_5 \overset{20}{\uparrow} A_1 \overset{20}{*} \downarrow A''' \overset{r2}{*} \downarrow A_k
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&q1 \downarrow A_0 \rightarrow r_1 \overset{r1}{\uparrow} r_2 \overset{r2}{\uparrow} P_3 \overset{1}{\uparrow} \omega \overset{q1}{\uparrow} \\
&\downarrow \downarrow \downarrow A_1 \rightarrow r_1 \overset{r3}{\uparrow} r_2 \overset{r4}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_k \\
&\downarrow \downarrow A_2 \rightarrow r_1 \overset{r5}{\uparrow} r_2 \overset{r6}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow A' \overset{r8}{*} \downarrow P_5 \overset{3}{\uparrow} A' \overset{3}{*} \downarrow P_4 \overset{4}{\uparrow} A' \\
&\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_3 \rightarrow r_1 \overset{r7}{\uparrow} r_2 \overset{r8}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A'' \overset{r10}{*} \downarrow P_1 \overset{r7}{\uparrow} \neg P_6 \overset{5}{\uparrow} P_4 \overset{6}{\uparrow} A' \overset{7}{*} \downarrow P_3 \overset{5}{\uparrow} A_2 \\
&\downarrow A' \rightarrow r_1 \overset{r9}{\uparrow} r_2 \overset{r10}{\uparrow} \neg P_2 \overset{9}{\uparrow} P_4 \overset{10}{\uparrow} A_3 \overset{r10}{*} \downarrow \neg P_1 \overset{11}{\uparrow} P_6 \overset{12}{\uparrow} A_0 \overset{r9}{*} \downarrow P_2 \overset{13}{\uparrow} A_1 \\
&\downarrow A'' \rightarrow r_2 \overset{r1}{\uparrow} \neg P_1 \overset{14}{\uparrow} P_6 \overset{15}{\uparrow} P_5 \overset{16}{\uparrow} A_1 \overset{r11}{*} \downarrow P_4 \overset{17}{\uparrow} P_2 \overset{18}{\uparrow} P_3 \overset{19}{\uparrow} A_2 \\
&\downarrow \downarrow A''' \rightarrow r_2 \overset{r12}{\uparrow} P_5 \overset{20}{\uparrow} A_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&q1q6 \downarrow \downarrow A_0 \rightarrow r_1 \overset{r1}{\uparrow} r_2 \overset{r2}{\uparrow} P_3 \overset{1}{\uparrow} \omega \overset{q1}{\uparrow} \\
&\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_1 \rightarrow r_1 \overset{r3}{\uparrow} r_2 \overset{r4}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_k \\
&\downarrow P_3 \uparrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_2 \rightarrow r_1 \overset{r5}{\uparrow} r_2 \overset{r6}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A' \overset{r8}{*} \downarrow \neg P_5 \overset{3}{\uparrow} P_4 \overset{4}{\uparrow} \omega \overset{q2}{\uparrow} \\
&\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_3 \rightarrow r_1 \overset{r7}{\uparrow} r_2 \overset{r8}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A'' \overset{r10}{*} \downarrow P_1 \overset{r7}{\uparrow} \neg P_6 \overset{5}{\uparrow} P_4 \overset{6}{\uparrow} \omega \overset{q7}{\uparrow} \downarrow P_3 \overset{5}{\uparrow} \omega \overset{q3}{\uparrow} \\
&A' \rightarrow r_1 \overset{r9}{\uparrow} r_2 \overset{r10}{\uparrow} \neg P_2 \overset{9}{\uparrow} P_4 \overset{10}{\uparrow} \omega \overset{q5}{\uparrow} \downarrow \neg P_1 \overset{r10}{\uparrow} P_6 \overset{11}{\uparrow} \omega \overset{q6}{\uparrow} \downarrow P_2 \overset{r9}{\uparrow} \omega \overset{q8}{\uparrow} \\
&A'' \rightarrow r_2 \overset{r11}{\uparrow} \neg P_1 \overset{14}{\uparrow} P_6 \overset{15}{\uparrow} P_5 \overset{16}{\uparrow} \omega \overset{q9}{\uparrow} \downarrow P_4 \overset{r11}{\uparrow} P_2 \overset{17}{\uparrow} P_3 \overset{18}{\uparrow} \omega \overset{q4}{\uparrow} \\
&\downarrow \downarrow A''' \rightarrow r_2 \overset{r1}{\uparrow} P_5 \overset{20}{\uparrow} A_1
\end{aligned}$$

Логическая схема объединенного алгоритма:

$$\begin{aligned}
&q1q6 \downarrow \downarrow A_0 \rightarrow r_1 \overset{r1}{\uparrow} r_2 \overset{r2}{\uparrow} P_3 \overset{1}{\uparrow} \omega \overset{q1}{\uparrow} \downarrow P_3 \uparrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_2 r_1 \overset{r5}{\uparrow} r_2 \overset{r6}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A' r_1 \overset{r9}{\uparrow} \\
&r_2 \overset{r10}{\uparrow} \neg P_2 \overset{9}{\uparrow} P_4 \overset{10}{\uparrow} \omega \overset{q5}{\uparrow} \downarrow \neg P_1 \overset{r10}{\uparrow} P_6 \overset{11}{\uparrow} \omega \overset{q6}{\uparrow} \downarrow P_2 \overset{r9}{\uparrow} \omega \overset{q8}{\uparrow} \downarrow \neg P_5 \overset{3}{\uparrow} P_4 \overset{4}{\uparrow} \omega \overset{q2}{\uparrow} \\
&\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_3 r_1 \overset{r7}{\uparrow} r_2 \overset{r8}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A'' r_2 \overset{r11}{\uparrow} \neg P_1 \overset{14}{\uparrow} P_6 \overset{15}{\uparrow} P_5 \overset{16}{\uparrow} \omega \overset{q3}{\uparrow} \downarrow \downarrow A''' r_2 \overset{r12}{\uparrow} \\
&P_5 \uparrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_1 r_1 \overset{r3}{\uparrow} r_2 \overset{r4}{\uparrow} \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow A_k
\end{aligned}$$

Вывод: в данной лабораторной работе были получены навыки построения объединенных графических схем алгоритмов.