

14. Расчёт электрических цепей по законам Кирхгофа.

Для расчета разветвленной сложной электрической цепи существенное значение имеет число ветвей и узлов.

Ветвью электрической цепи и ее схемы называется участок, состоящий только из последовательно включенных источников ЭДС и приемников с одним и тем же током. **Узлом** цепи и схемы называется место или точка соединения трех и более ветвей (узлом иногда называют и точку соединения двух ветвей).

При обходе по соединенным в узлах ветвям можно получить **замкнутый контур** электрической цепи; каждый контур представляет собой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, при этом каждый узел в рассматриваемом контуре встречается не более одного раза.

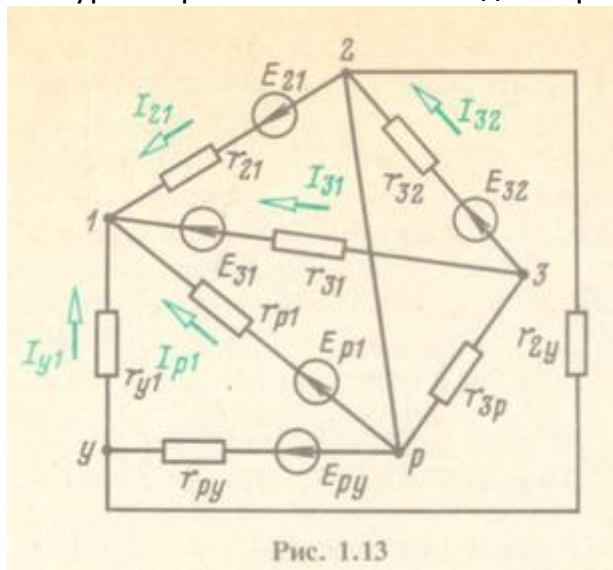


Рис. 1.13

На рис. 1.13 в качестве примера показана схема электрической цепи с пятью узлами и девятью ветвями. В частных случаях встречаются ветви только с резистивными элементами без источников ЭДС (ветвь 1 - y) и с сопротивлениями, практически равными нулю (ветвь 2 - p). Так как напряжение между выводами ветви 2 - p равно нулю (сопротивление равно нулю), то потенциалы точек 2 и p одинаковы и оба узла можно объединить в один.

Режим электрической цепи произвольной конфигурации полностью определяется первым и вторым законами Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа применяется к узлам и формулируется следующим образом: **алгебраическая сумма токов в узле равна нулю**:

$$\sum I = 0 \quad (1.19a)$$

В этом уравнении одинаковые знаки должны быть взяты для токов, имеющих одинаковые положительные направления относительно узловой точки. В дальнейшем будем в уравнениях, составленных по первому закону Кирхгофа, записывать токи, направленные к узлу, с отрицательными знаками, а направленные от узла, - с положительными.

Если к данному узлу присоединен источник тока, то ток этого источника также должен быть учтен. В дальнейшем будет показано, что в ряде случаев

целесообразно писать в одной части равенства (1.19а) алгебраическую сумму токов в ветвях, а в другой части алгебраическую сумму токов, обусловленных источниками токов:

$$\sum I = \sum J, \quad (1.19б)$$

где I - ток одной из ветвей, присоединенной к рассматриваемому узлу, а J - ток одного из источников тока, присоединенного к тому же самому узлу; этот ток входит в (1.19б) с положительным знаком, если направлен к узлу, и с отрицательным, если направлен от узла.

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи и формулируется следующим образом: **в любом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех элементах и участках цепи, входящих в этот контур, равна нулю:**

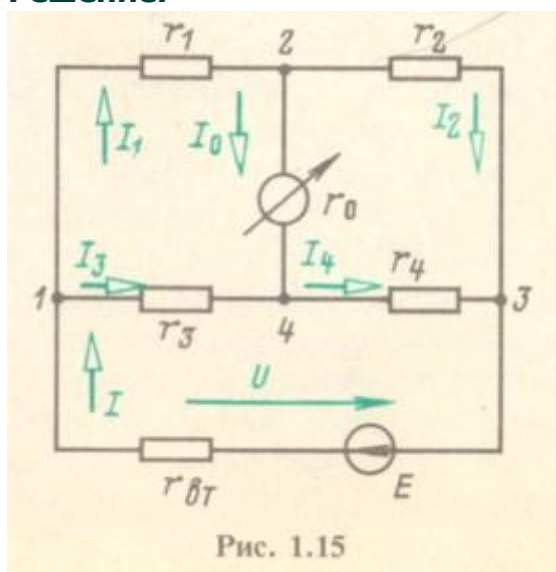
$$\sum U = 0 \quad (1.20а)$$

при этом положительные направления для напряжений на элементах и участках выбираются произвольно; в уравнении (1.20а) положительные знаки принимаются для тех напряжений, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура.

Пример 1.2.

Пользуясь законами Кирхгофа, написать два выражения для тока I_0 в ветви с гальванометром (рис. 1.15), приняв известным в одном случае ток I , а в другом напряжение U .

Решение.



На основании законов Кирхгофа напомним для заданной схемы с шестью неизвестными токами уравнения:

$$I_1 + I_3 - I = 0 \text{ (узел 1);}$$

$$I_2 + I_0 - I_1 = 0 \text{ (узел 2);}$$

$$I - I_2 - I_4 = 0 \text{ (узел 3);}$$

$$r_1 I_1 + r_0 I_0 - r_3 I_3 = 0 \text{ (контур 1-2-4-1);}$$

$$r_2 I_2 - r_4 I_4 - r_0 I_0 = 0 \text{ (контур 2-3-4-2);}$$

$$r_3 I_3 + r_4 I_4 = E - r_{\text{см}} I = U \text{ (контур 1-4-3-1)}$$

Решив совместно эти уравнения, получим выражения для тока I_0 при заданном напряжении U

$$I_0 = \frac{(r_2 r_3 - r_1 r_4) U}{r_0 (r_1 + r_2) (r_3 + r_4) + r_1 r_2 (r_3 + r_4) + r_3 r_4 (r_1 + r_2)}$$

и при заданном токе I

$$I_0 = \frac{(r_2 r_3 - r_1 r_4) I}{r_0 (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3) (r_2 + r_4)}.$$

Для полной характеристики электрического состояния цепи надо знать не только токи и напряжения, но также мощности источников и приемников энергии.

В соответствии с законом сохранения энергии развиваемая всеми источниками мощность равна суммарной мощности приемников и мощности потерь в источниках (из-за внутренних сопротивлений)

$$\sum_{\dot{h}} E_{\dot{h}} I_{\dot{h}} + \sum_{\dot{k}} J_{\dot{k}} U_{\dot{k}} = \sum_i r_i I_i^2 \quad (1.25)$$