МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Вятский государственный университет»
Факультет автоматики и вычислительной техники
Кафедра электронных вычислительных машин

Отчет
Лабораторная работа №2 по дисциплине
«Исследование операций»
Вариант 8

Выполнил студент группы ИВТ-32 ________________________/Рзаев А. Э./
Проверил преподаватель ____________________________/Коржавина А. С./

Киров 2017

1 Цель работы

Целью лабораторной работы является получение навыков решения задач линейного программирования (ЗЛП) методом ветвей и границ.

2 Задание

Решить ЗЛП методов ветвей и границ:

$f(x) = 10x_1 + 2x_2 \to max$
$-x_1 + 0{,}5x_2 \geq 1$
$2x_1 + x_2 \leq 6$
$x_1, x_2 \geq 0,$ целые

3 Теоретическая часть

Постановка задачи: найти максимум функции

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \ (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m(2)$$
$$x_j \geq 0, \text{целые}, j = 1, \dots, n(3)$$

Алгоритм решения:

а) положить $k = 0$, решить задачу ЗЛП-0 без учета требований на целочисленность переменных. Если решение целочисленное, то расчет закончен. В противном случае включить $k = 0$ в множество $J = k$ номеров задач, подлежащих дальнейшему ветвлению и перейти к п.2;

б) выбрать задачу для приоритетного ветвления:

1) если $k = 0$, то выбрать для ветвления задачу ЗЛП-0, исключить $k = 0$ из множества $J = \{k\}$ и перейти к п.3;
2) если $k \neq 0$ и $J \neq \emptyset$ выбрать номер задачи $k \in J$, которому соответствует максимальное значение целевой функции на оптимальном решении, исключить k из множества $J = \{k\}$ и перейти к п.3;
3) если $k \neq 0$ и $J = \emptyset$, перейти к п.7;

в) осуществить ветвление задачи ЗЛП-k. Для этого выбрать нецелочисленную координату x_j^{k*} и сформировать:

1) два дополнительных ограничения: $x_j \leq \left[x_j^{k*}\right], x_j \geq \left[x_j^{k*}\right] + 1;$
2) две задачи ЗЛП $- 2k + i, i = 1,2;$

г) решить задачу ЗЛП $- 2k + i;$

д) проверить решение на целочисленность:

1) если решение целочисленное, то занести его в множество X* оптимальных возможных оптимальных решений исходной задачи;

е) проверить условие $i \leq 2$:

1) если $i < 2$ положить $i = 2$ и перейти к п.4;
2) если $i = 2$ перейти к шагу 2;

ж) в множестве X^* выбрать решение, которому соответствует наибольшее значение целевой функции

4 Практическая часть

Метод ветвей и границ

Решим симплекс-методом следующую задачу. Будем считать ее ЗЛП-0

$f(x) = 10x_1 + 2x_2 \to max$
$-x_1 + 0{,}5x_2 \geq 1$
$2x_1 + x_2 \leq 6$
$x_1, x_2 \geq 0$

Переход к канонической форме

$f(x) = 10x_1 + 2x_2 \to max$
$-x_1 + 0{,}5x_2 - x_3 = 1$
$2x_1 + x_2 + x_4 = 6$
$x_j \geq 0, j = 1..2$

Поиск максимума
Найдем начальное БР. x_1, x_3 – свободные переменные, значит:

$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 2$$
$$x_3 = 0$$
$$x_4 = 4$$

Заполним таблицу 1 для отображения хода вычислений и рассчитаем относительные оценки.

Таблица 1 – поиск максимума

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	БР/$\overline{a_{ir}}$
x_2	2	-2	1	-2	0	-
x_4	4	**4**	0	2	1	**1**
$f(X_0)$	0	**-12**	0	-2	0	0

Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты. В качестве разрешающего столбца можем выбрать столбец x_1. Берем первый столбец и анализируем его коэффициенты, они положительны, значит переменная x_1 вводится в число базисных. Для определения переменной, выводимой из базиса, находим наименьшее из неотрицательных отношений $\frac{\text{БР}}{\overline{a_{ir}}} = 1$, значит x_4 выводится из базиса.

Новое БР отображено в таблице 2

Таблица 2 – поиск максимума

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	БР/$\overline{a_{ir}}$
x_2	4	0	1	-1	½	
x_1	1	1	0	½	¼	
$f(X_1)$	12	0	0	4	3	

Среди значений индексной строки нет отрицательных, значит решение $x_1 = 1, x_2 = 4$ является оптимальным целочисленным для этой задачи.

5 Графический способ

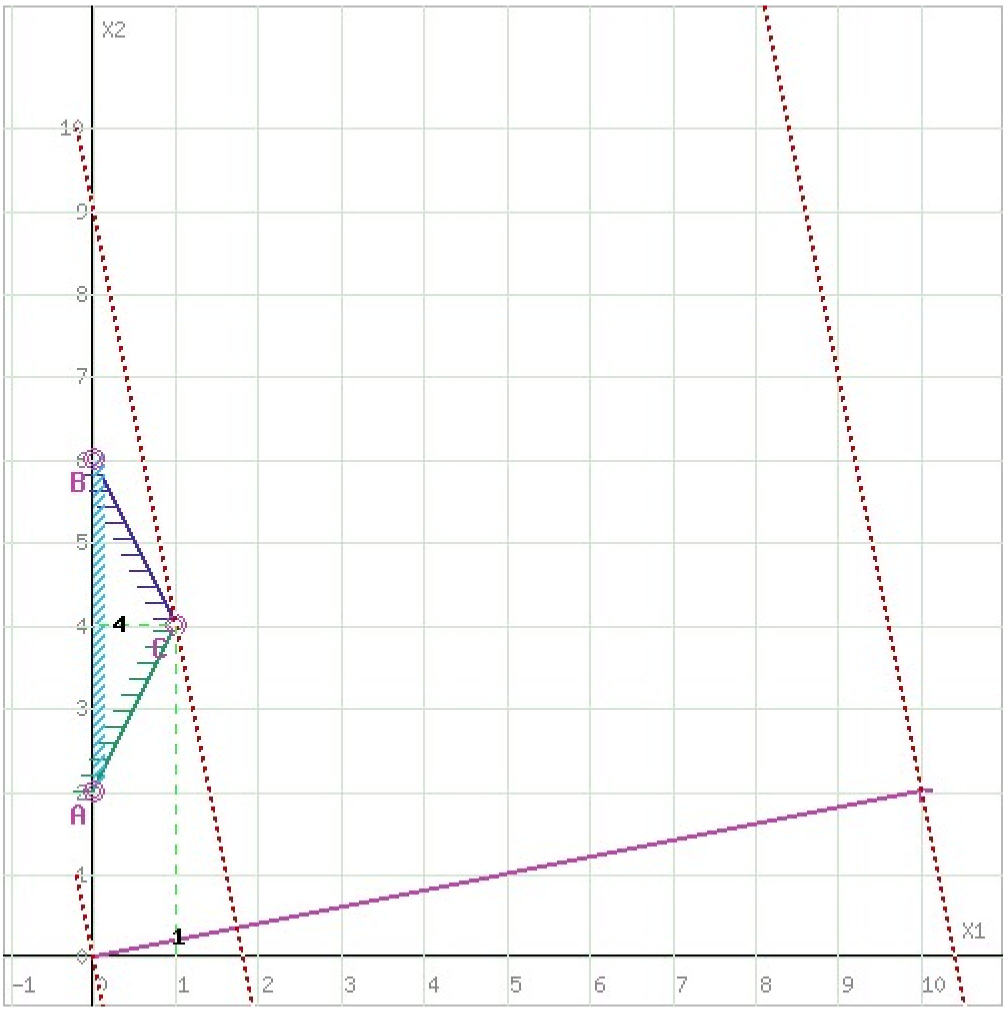

Рисунок 1 – Графическое представление системы