

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Вятский государственный университет»**

Факультет автоматики и вычислительной техники  
Кафедра электронных вычислительных машин

Отчет по лабораторной работе №2  
по дисциплине «Высокопроизводительные вычислительные комплексы»  
Вариант 12

Выполнил студент группы ИВТ-42 \_\_\_\_\_/Рзаев А. Э./

Проверил доцент кафедры ЭВМ \_\_\_\_\_/Мельцов В. Ю./

Киров 2018

# 1 Выполнение лабораторной работы

## Задание №1

Экранная форма первого задания представлена на рисунке 1

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт (Microsoft Word) Загрузить задание из файла...

Задание №1: верно. Задание №2: верно. Задание №3: верно. Задание №4: верно. Задание №5: верно. Задание №6: верно. Задан...

Расчитайте вероятность  $P_n$  пребывания в системе  $n$  заявок для  
 $R = 4,3$   
 $n = 5$   
Число процессоров  $N = 6$   
(Округление до 4 значащих разрядов)

$P_0$  -вероятность того, что в системе нет ни одной заявки  
 $P_n$  -вероятность пребывания в системе  $n=0, 1, 2 \dots$  заявок

$$P_n := \begin{cases} P_0 \cdot \frac{R^n}{n!}, & \text{при } 0 \leq n \leq N \\ P_0 \cdot \frac{R^n}{N! \cdot N^{n-N}}, & \text{при } n > N \end{cases}$$
$$\text{, где } P_0 := \left[ \frac{R^N}{(N-1)! \cdot (N-R)} + \sum_{n=0}^{N-1} \frac{R^n}{n!} \right]^{-1}$$

0,1437 OK

Рисунок 1 – Задание №1

### Задание:

Необходимо рассчитать вероятность  $P_n$  пребывания в системе  $n$  заявок для

$R = 4,3$

$n = 5$

Число процессоров  $N = 6$

### Расчетные формулы:

Вероятность пребывания в системе  $n = 0, 1, 2, \dots$  заявок (обслуживаемых каналами и стоящих в очереди)

$$P_n = \begin{cases} P_0 \frac{R^n}{n!}, & 0 \leq n \leq N \\ P_0 \frac{R^n}{N! N^{n-N}}, & n > N \end{cases}, \quad (1)$$

где  $P_0 = [R^N / ((N - 1)! (N - R)) + \sum_{n=0}^{N-1} R^n / n!]^{-1}$ , вероятность того, что в системе нет ни одной заявки;

$R$  – суммарная загрузка,  $N$  – канальной системы.

### Подстановка значений:

$$P_n = P_0 \frac{R^n}{n!}, \text{ так как } 0 \leq n \leq N$$

$$\frac{R^n}{n!} = \frac{4,3^5}{5!} = 12,250704$$

$$P_0 = [4,3^6 / (5! * (6 - 4,3)) + 4,3^0 / 0! + 4,3^1 / 1! + 4,3^2 / 2! + 4,3^3 / 3! + 4,3^4 / 4! + 4,3^5 / 5!]^{-1} = 0,011726$$

$$P_n = 12,250704 * 0,011726 = 0,1437$$

### Задание №2

Экранная форма второго задания представлена на рисунке 2.

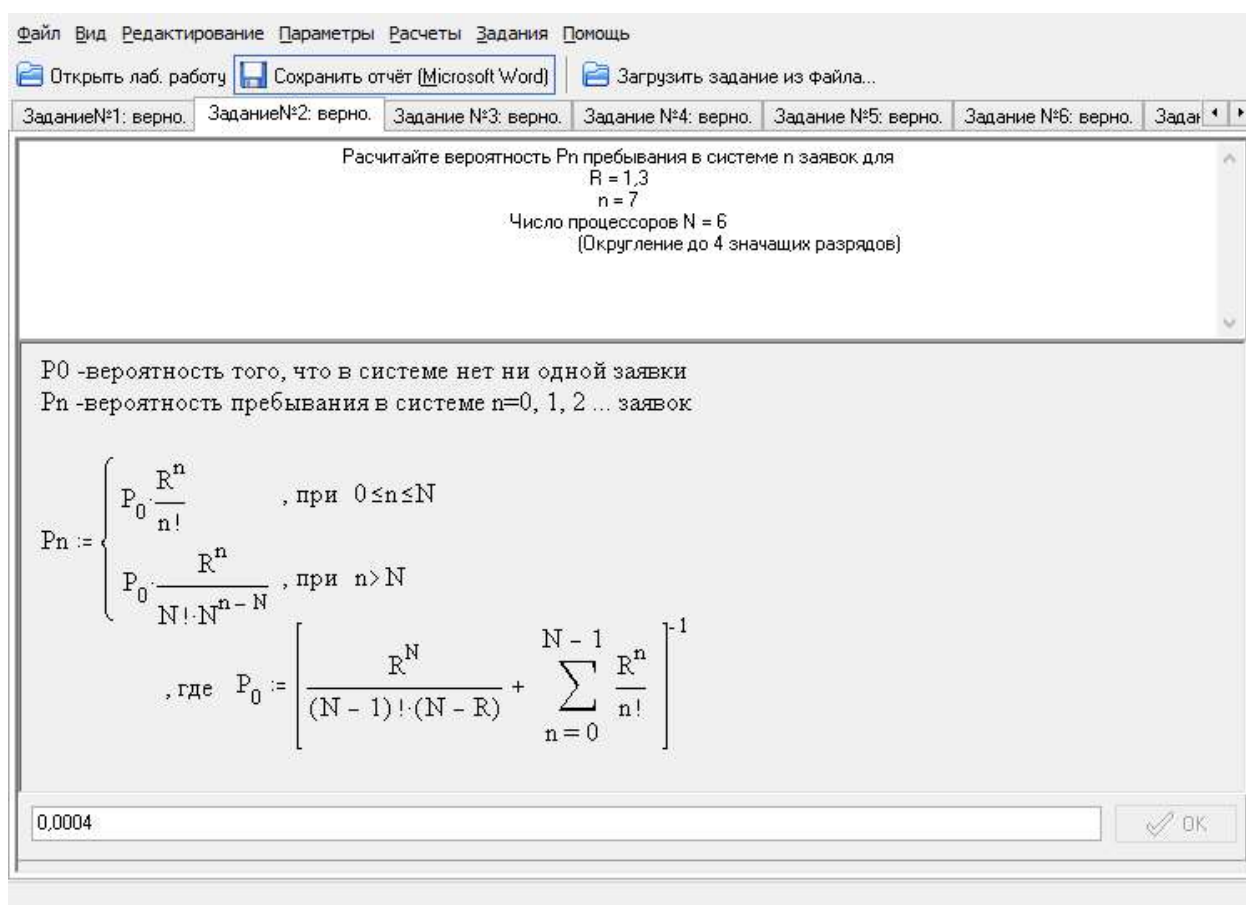


Рисунок 2 – Задание №2

### **Задание:**

Необходимо рассчитать вероятность  $P_n$  пребывания в системе  $n$  заявок для  
 $R = 1,3$   
 $n = 7$   
Число процессоров  $N = 6$

### **Расчетные формулы и теоретическое обоснование:**

Вероятность  $P_n$  рассчитывается по формуле 1.

### **Подстановка значений:**

$$P_n = P_0 \frac{R^n}{N! N^{n-N}}, \text{ так как } n > N$$
$$P_0 = \left[ 1,3^6 / (5! * (6 - 1,3)) + 1,3^0 / 0! + 1,3^1 / 1! + 1,3^2 / 2! + 1,3^3 / 3! + 1,3^4 / 4! + 1,3^5 / 5! \right]^{-1} = 0,272504$$
$$\frac{R^n}{N! N^{n-N}} = \frac{1,3^7}{6! 6^1} = 0,0014525$$
$$P_n = 0,272504 * 0,0014525 = 0,0004$$

### **Задание №3**

Экранная форма задания 3 представлена на рисунке 3.

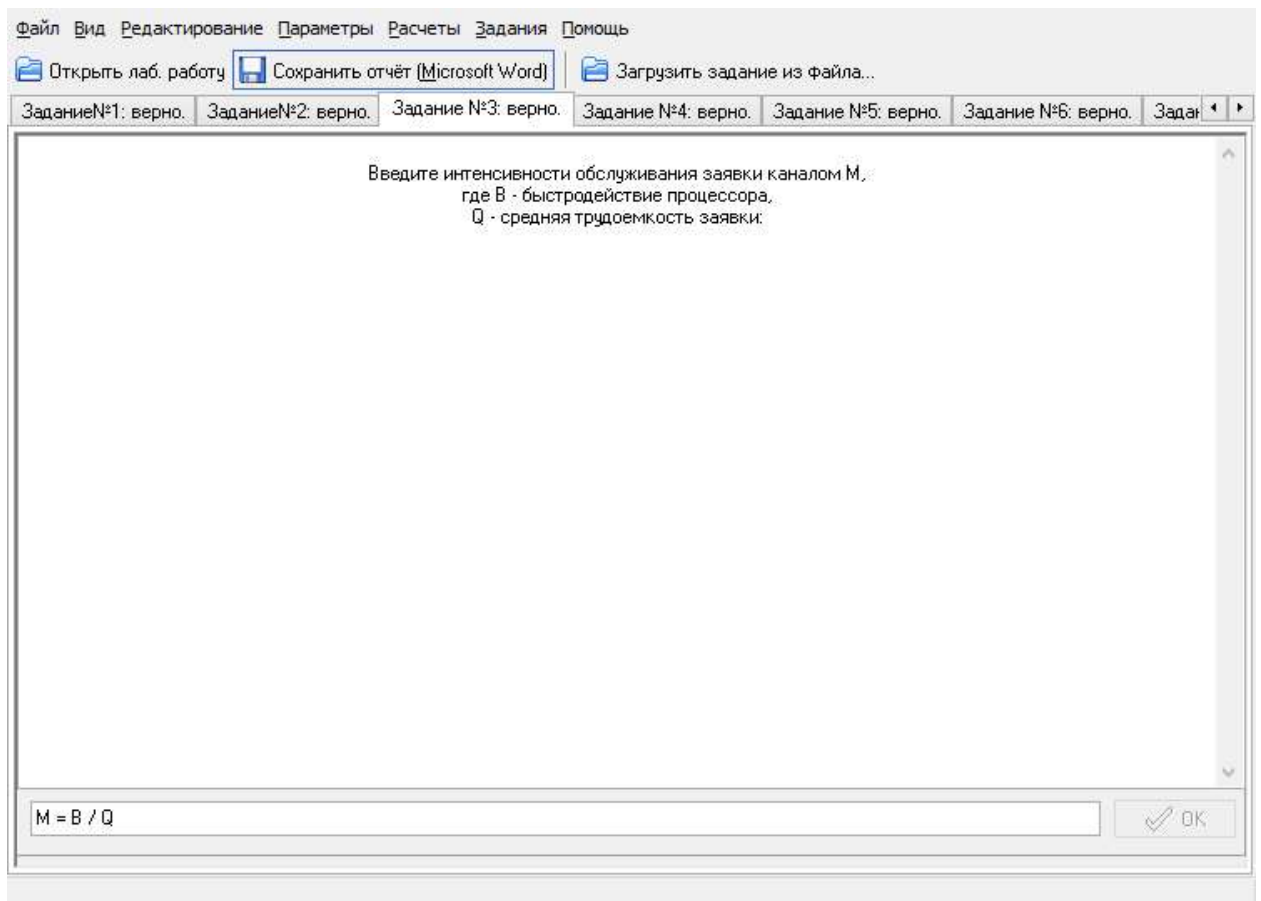


Рисунок 3 – Задание №3

### Задание

Необходимо вывести формулу интенсивности обслуживания заявки каналом  $\mu$ ,  
где  $B$  – быстродействие процессора,  
 $\theta$  – средняя трудоемкость заявки.

### Расчетные формулы и теоретическое обоснование

Интенсивность обслуживания заявки каналом рассчитывается по формуле:

$$\mu = \frac{1}{V}, \quad (2)$$

где  $V$  – средняя длительность обслуживания заявки каналом с быстродействием  $B$ :

$$V = \frac{\theta}{B}.$$

Тогда получаем, что интенсивность обслуживания заявки каналом:

$$\mu = \frac{B}{\theta}, \quad (3)$$

где  $B$  – быстродействие процессора;  
 $\theta$  – средняя трудоемкость процессорных операций.

## Задание №4

Экранная форма четвертого задания представлена на рисунке 4

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт (Microsoft Word) Загрузить задание из файла...

Задание№1: верно. Задание№2: верно. Задание №3: верно. Задание №4: верно. Задание №5: верно. Задание №6: верно. Задан

Расчитайте интенсивность обслуживания заявки каналом M  
B = 160000,  
Q = 5000

32 OK

Рисунок 4 – Задание №4

### Задание

Необходимо рассчитать интенсивность обслуживания заявки каналом  $\mu$   
 $B = 160000, \theta = 5000$

### Подстановка значений

$$\mu = \frac{B}{\theta} = \frac{160000}{5000} = 32$$

## Задание №5

Экранная форма задания 5 представлена на рисунке 5.

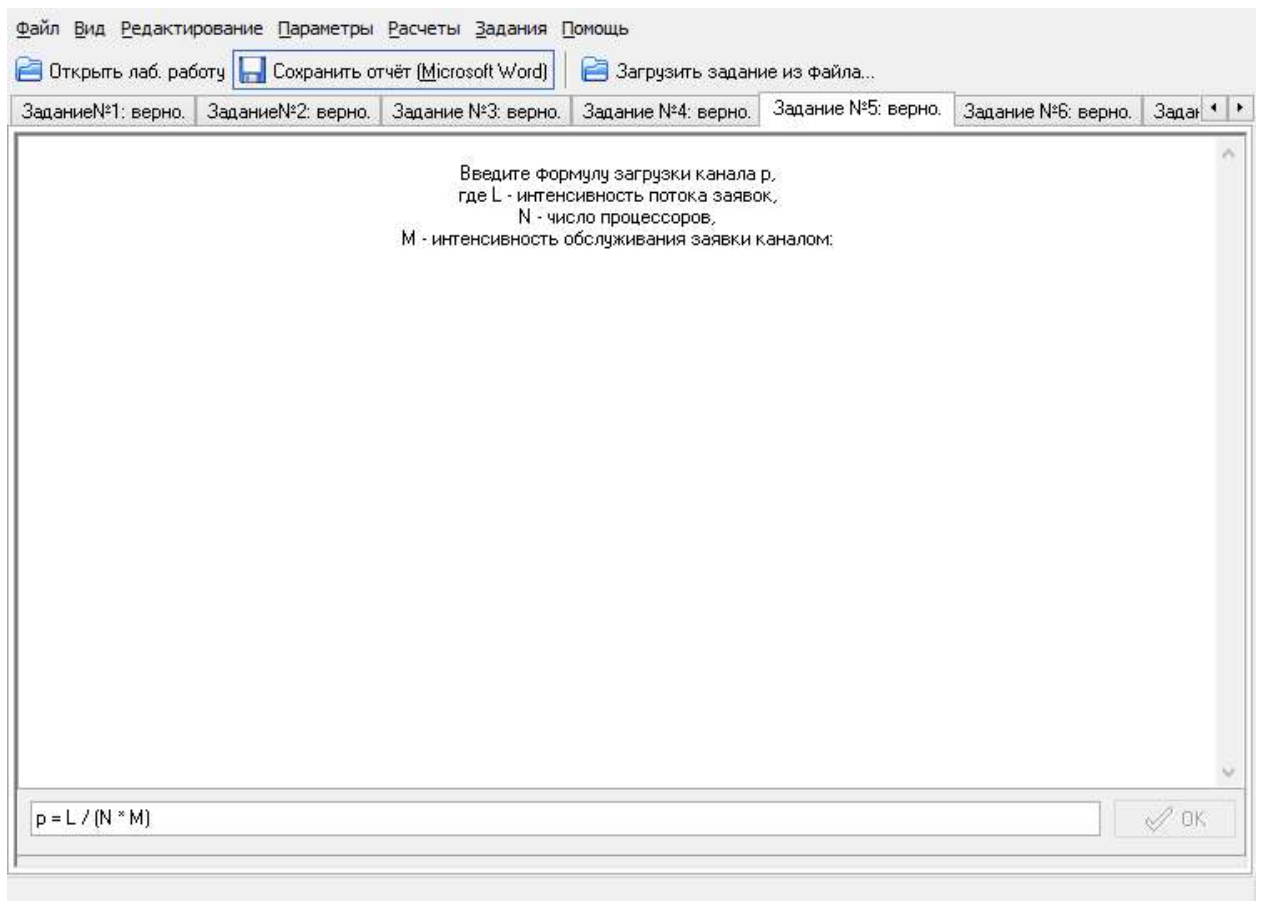


Рисунок 5 – Экранная форма задания №5

### Задание

Необходимо ввести формулу загрузки канала  $\rho$ ,  
где  $\lambda$  – интенсивность потока заявок,  
 $N$  – число процессоров,  
 $\mu$  – интенсивность обслуживания заявки каналом

### Расчетные формулы

Загрузка канала, то есть отношение времени, в течение которого канал занят обслуживанием заявок, к общему времени его функционирования:

$$\rho = \frac{\lambda}{N} V = \frac{\lambda}{N\mu}, \quad (4)$$

где  $\lambda$  – интенсивность потока заявок;  
 $\mu$  – интенсивность обслуживания заявки каналом;  
 $N$  – число процессоров.

## Задание №6

Экранная форма задания 6 представлена на рисунке 6.

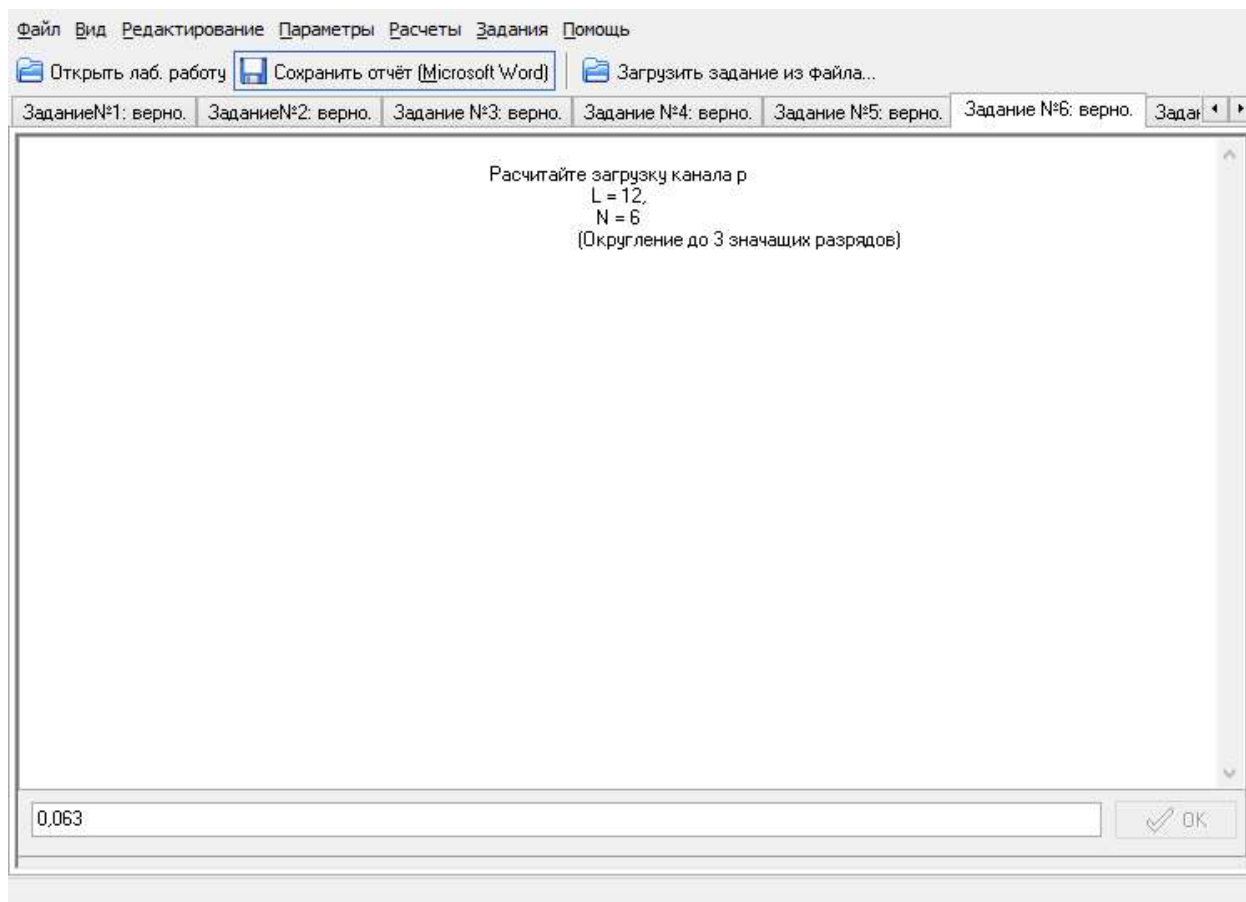


Рисунок 6 – Экранная форма задания №6

## Задание

Необходимо рассчитать загрузку канала  $\rho$   
 $\lambda = 12$ ,  $N = 6$ .

## Подстановка значений

$$\mu = 32 \text{ (задание 4)}$$
$$\rho = \frac{\lambda}{N\mu} = \frac{12}{6 * 32} = 0,063$$

## Задание №7

Экранная форма задания 7 представлена на рисунке 7.



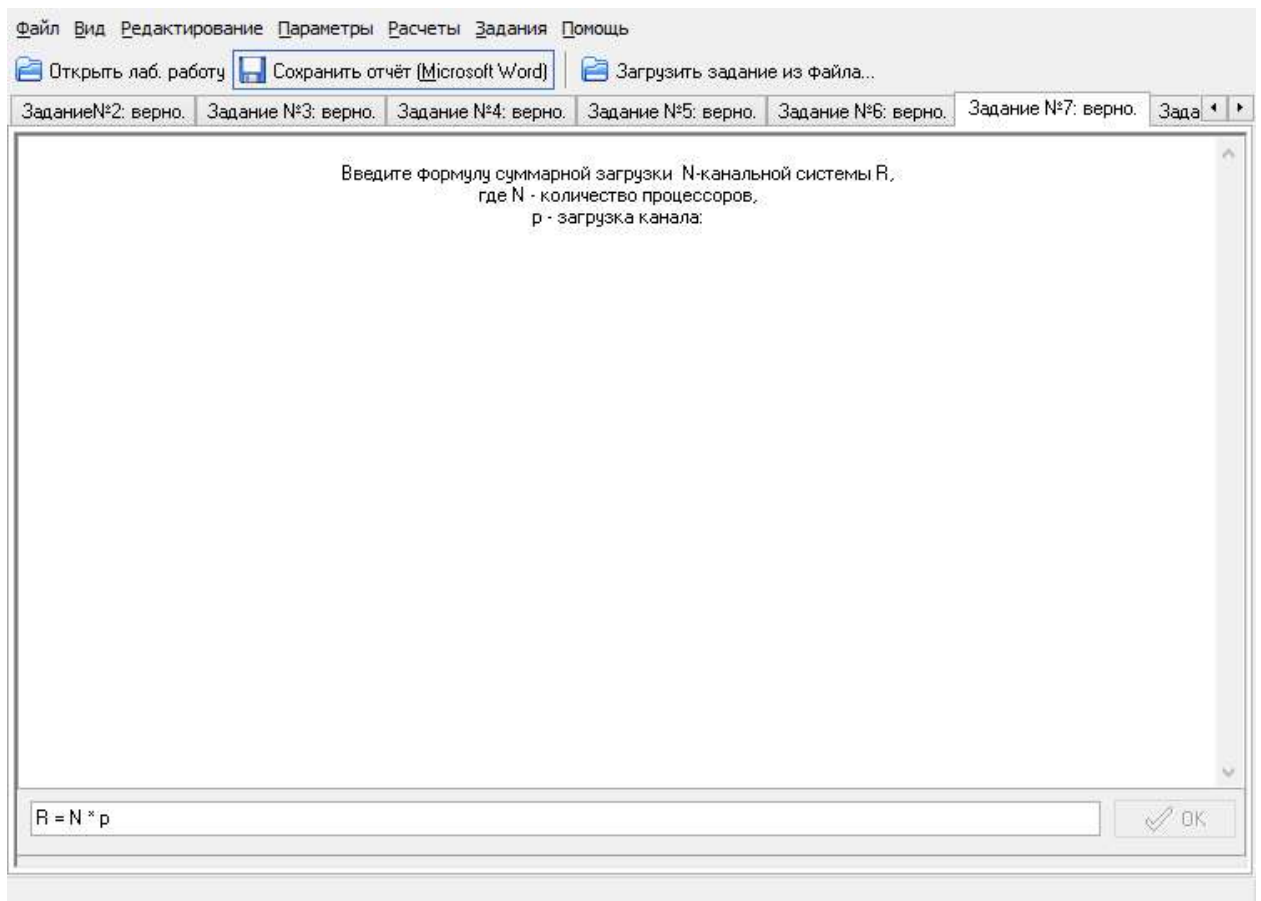


Рисунок 7 – Задание №7

### Задание

Необходимо ввести формулу суммарной загрузки  $N$ -канальной системы  $R$ , где  $N$  – количество процессоров,  $\rho$  – загрузка канала:

### Расчетные формулы

Суммарная загрузка  $R$  в отношении  $N$ -канальной системы массового обслуживания определяет среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок.  $R$  – суммарная загрузка,  $N$  – канальной системы:

$$R = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{N\lambda}{N\mu} = N\rho, \quad (5)$$

где  $N$  – число процессоров;  
 $\rho$  – загрузка канала.

### Задание №8

Экранная форма задания №8 представлена на рисунке 8.

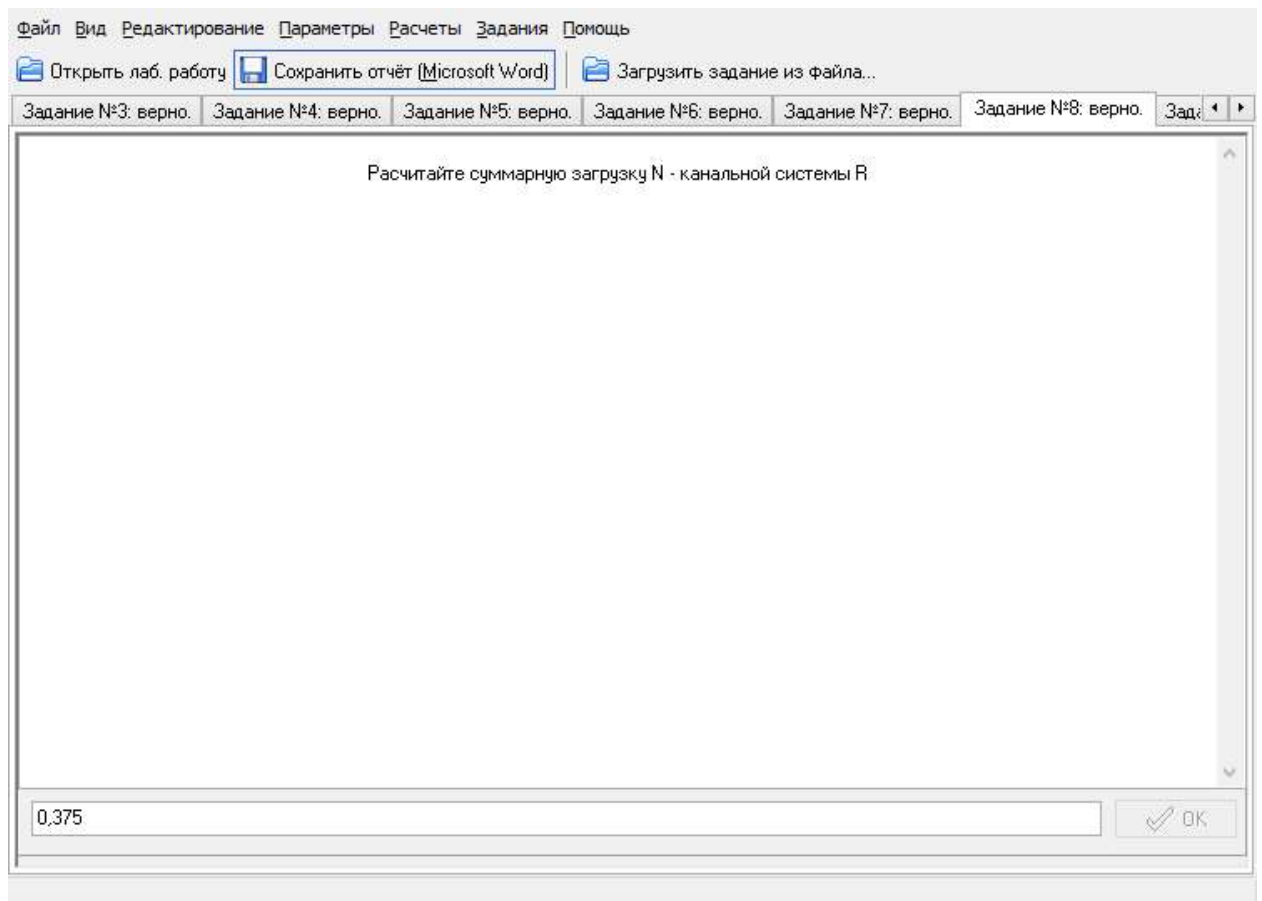


Рисунок 8 – Задание №8

### Задание

Необходимо рассчитать суммарную загрузку  $N$ -канальной системы  $R$ .

### Подстановка значений

$$\begin{aligned}\lambda &= 12 \\ \mu &= 32 \\ R &= \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{32} = 0,375\end{aligned}$$

## Задание №9

Экранная форма задания №9 представлена на рисунке 9.

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт [Microsoft Word] Загрузить задание из файла...

Задание №4: верно. Задание №5: верно. Задание №6: верно. Задание №7: верно. Задание №8: верно. Задание №9: верно. Зад: ◀ ▶

Расчитайте среднюю длину очереди заявок  $l$  по формуле:  
(Округление до 7 значащих разрядов)

$$l = \frac{N^{N-1} \cdot p^{N+1}}{(N-1)! \cdot (1-p)^2} \cdot P_0$$

где  $P_0 := \left[ \frac{N^{N-1} \cdot p^N}{(N-1)! \cdot (1-p)} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{N^i \cdot p^i}{i!} \right]^{-1}$

0,0000002 OK

Рисунок 9 – Задание №9

### Задание

Необходимо рассчитать среднюю длину очереди заявок.

### Расчетные формулы

Средняя длина очереди заявок, ожидающих обслуживания в  $N$ -канальной системе, находится на основании выражения (1), как математическое ожидание случайной величины  $i = n - N > 0$ , равной числу заявок в очереди:

$$l = \frac{N^{N-1} \rho^{N+1}}{(N-1)! (1-\rho)^2} P_0, \quad (6)$$

где  $P_0$  определяется выражением:

$$P_0 = \left[ \frac{N^{N-1} \rho^N}{(N-1)! (1-\rho)} + \sum_{i=0}^{N-1} \frac{N^i \rho^i}{i!} \right]^{-1}$$

## Подстановка значений

$$P_0 = \left[ \frac{6^5 * 0,063^6}{5! * (1 - 0,063)} + \frac{6^0 * 0,063^0}{0!} + \frac{6^1 * 0,063^1}{1!} + \frac{6^2 * 0,063^2}{2!} + \frac{6^3 * 0,063^3}{3!} + \frac{6^4 * 0,063^4}{4!} + \frac{6^5 * 0,063^5}{5!} \right]^{-1} = 0,685231$$
$$\frac{N^{N-1} \rho^{N+1}}{(N-1)! (1-\rho)^2} = \frac{6^5 * 0,063^7}{5! (1-0,063)^2} = 0,00000029$$
$$l = 0,685231 * 0,00000029 = 0,0000002$$

## Задание №10

Экранная форма задания 10 представлена на рисунке 10

Файл Вид Редактирование Параметры Расчеты Задания Помощь

Открыть лаб. работу Сохранить отчёт (Microsoft Word) Загрузить задание из файла...

Задание №5: верно. Задание №6: верно. Задание №7: верно. Задание №8: верно. Задание №9: верно. Задание №10: верно. Заг

Введите формулу среднего времени пребывания заявки в системе U,  
где l - средняя длина очереди заявок,  
R - суммарная нагрузка N - канальной системы,  
L - интенсивность потока заявок:

U = (l + R) / L

OK

Рисунок 10 – Экранная форма №10

### Задание

Необходимо ввести формулу среднего времени пребывания заявки в системе  $U$ ,

где  $l$  - средняя длина очереди заявок,

$R$  – суммарная загрузка  $N$ -канальной системы,

$\lambda$  – интенсивность потока заявок

### Расчетные формулы

Среднее время пребывания заявки в системе рассчитывается по формуле:

$$U = \frac{m}{\lambda}, \quad (7)$$

Среднее число заявок, пребывающих в системе:

$$m = l + r, \quad (8)$$

где  $l$  - среднее число заявок, находящихся в очереди и определяемое выражением (6);

$R$  – суммарная загрузка  $N$ -канальной системы, определяемая выражением (5).

Из выражений 7 и 8 получаем среднее время пребывания заявки в системе

$$U = \frac{l + R}{\lambda}, \quad (9)$$

### Задание №11

Экранная форма задания 11 представлена на рисунке 11.

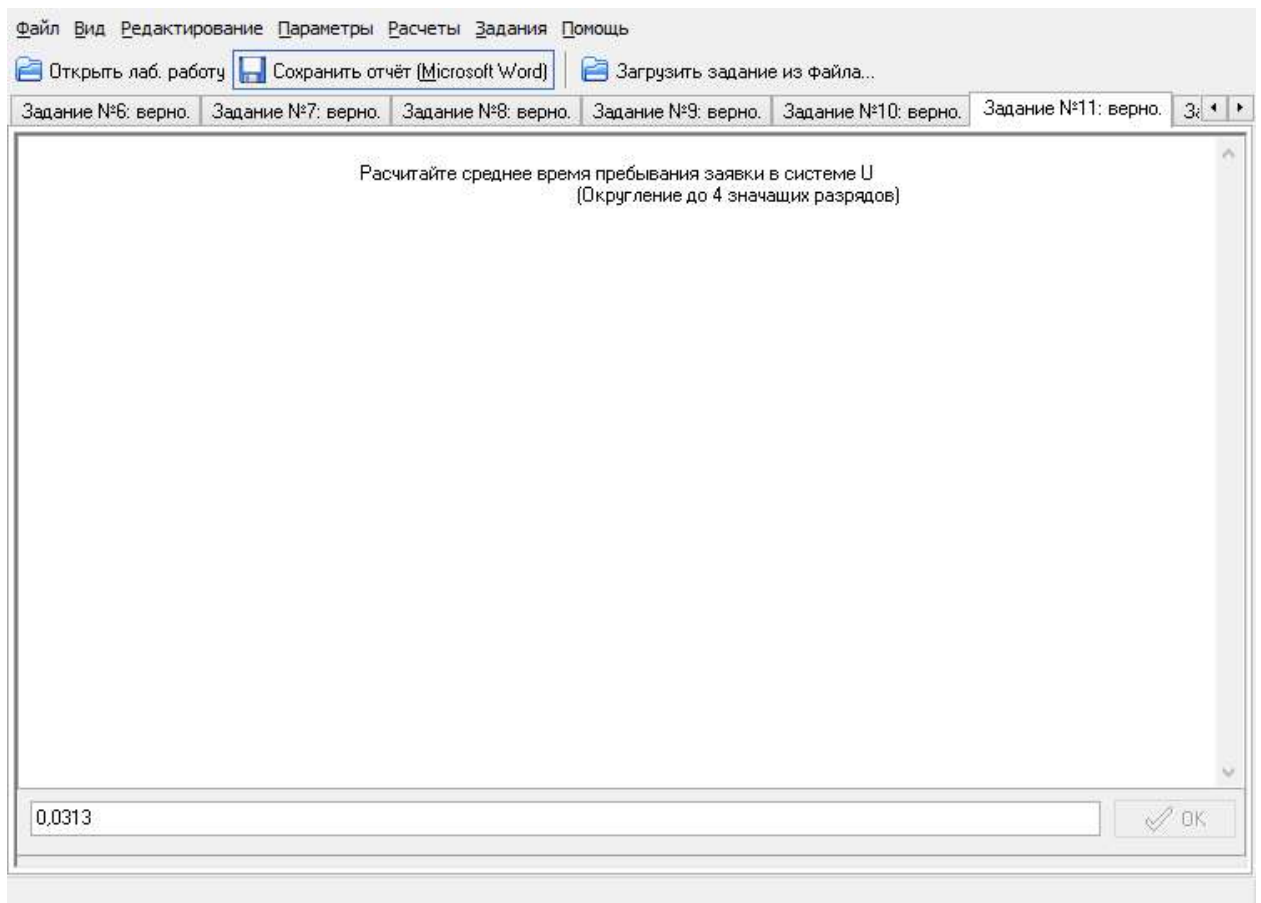


Рисунок 11 – Экранная форма задания №11

### Задание

Необходимо рассчитать среднее время пребывания заявки в системе.

### Подстановка значений

$l = 0,0000002$  (рассчитано в задании 9)

$R = 0,375$  (рассчитано в задании 8)

$\lambda = 12$  (дано в задании 6)

$$U = \frac{0,0000002 + 0,375}{12} = 0,0313$$

### Задание №12

Экранная форма задания №12 представлена на рисунке 12

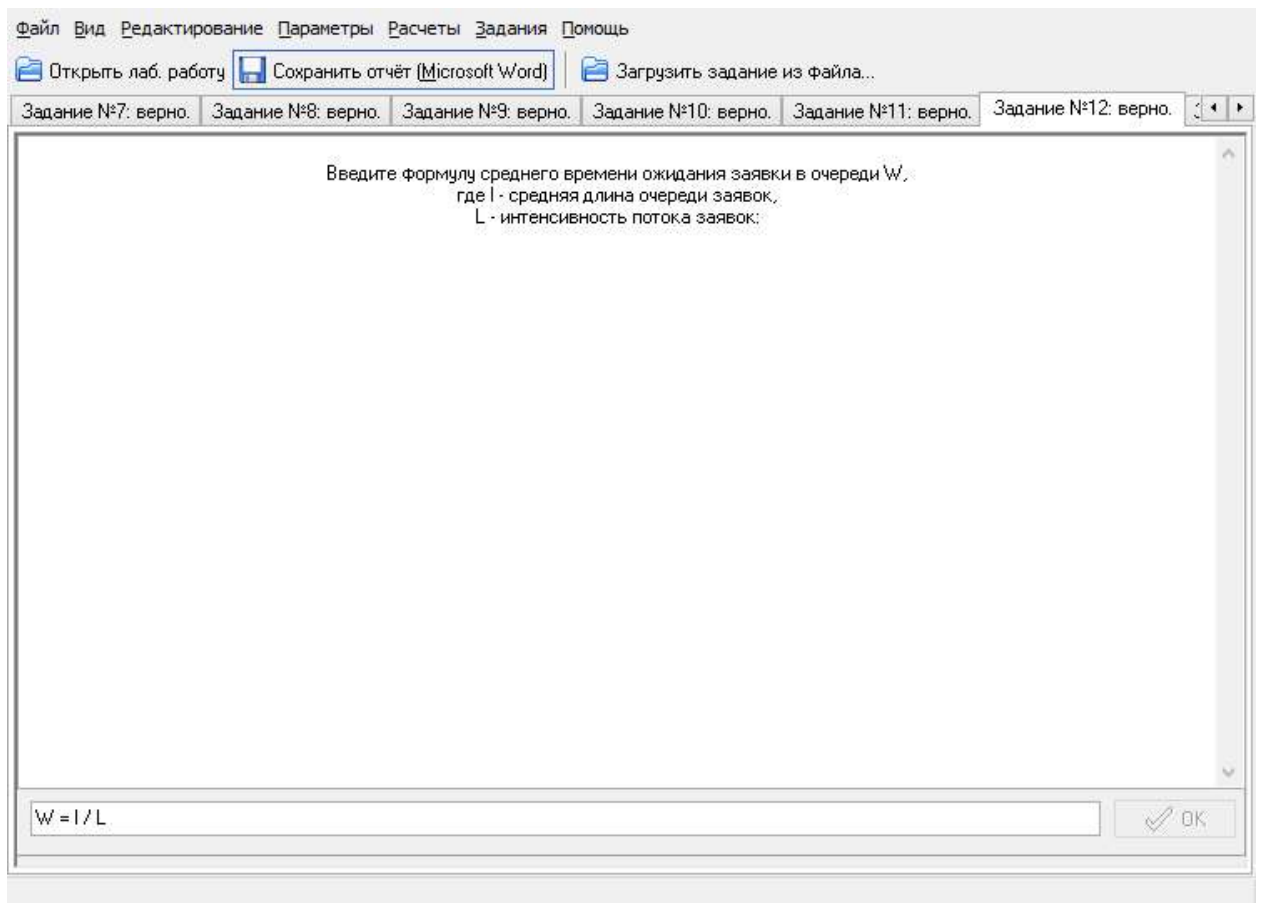


Рисунок 12 – Задание №12

### Задание

Необходимо ввести формулу среднего времени ожидания заявки в очереди  $W$ , где  $l$  – средняя длина очереди заявок,  $\lambda$  – интенсивность потока заявок

### Расчетные формулы

Среднее время ожидания заявки в очереди

$$W = \frac{l}{\lambda}, \quad (10)$$

где  $l$  – средняя длина очереди заявок;

$\lambda$  – интенсивность потока заявок.

### Задание №13

Экранная форма задания №13 представлена на рисунке 13

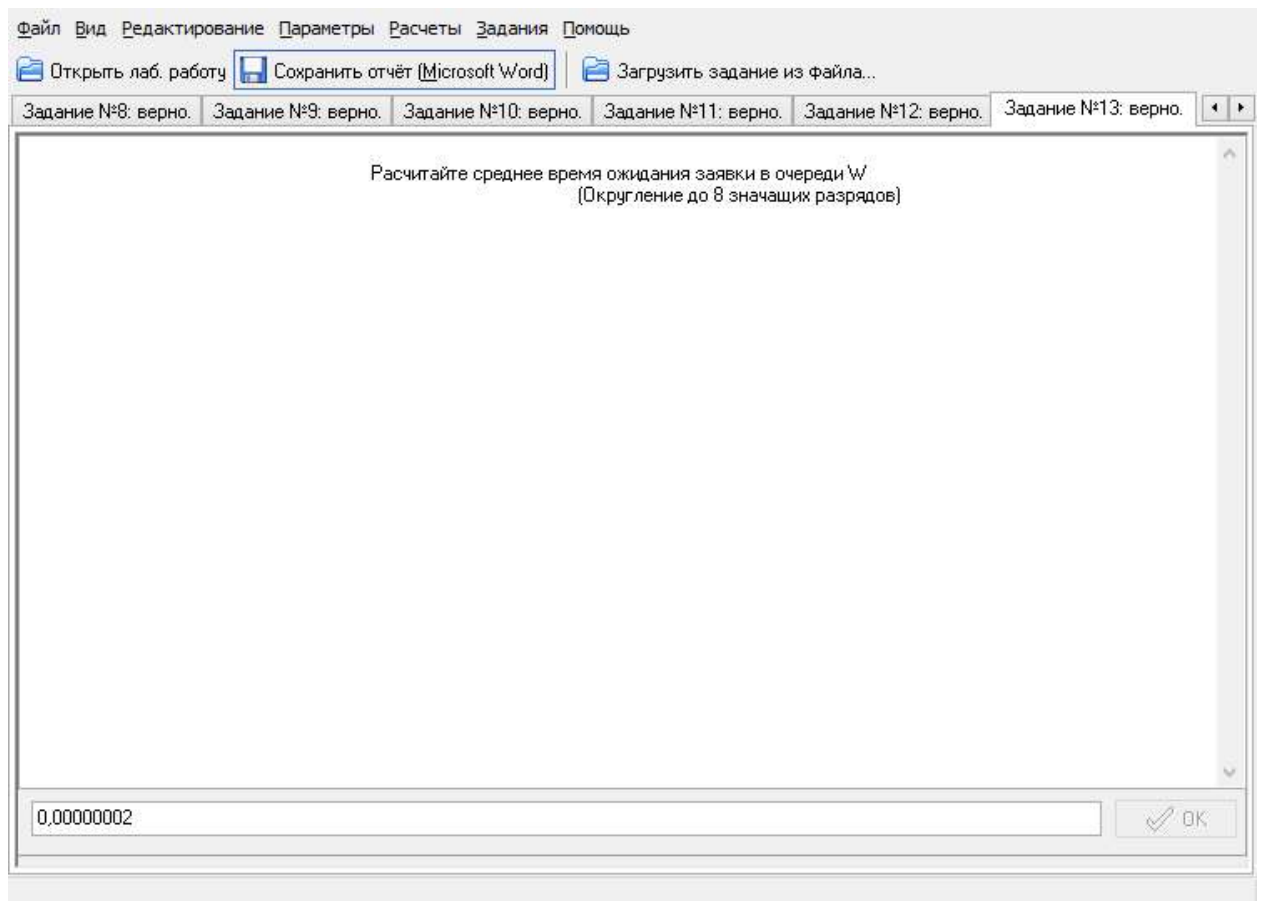


Рисунок 13 – Задание №13

### Задание

Необходимо рассчитать среднее время ожидания заявки в очереди.

### Подстановка значений

$l = 0,00000002$  (рассчитано в задании 9)

$\lambda = 12$  (дано в задании 6)

$$W = \frac{0,00000002}{12} = 0.00000002$$



### Задание №14

Выполнить расчет вероятности  $P_n$  пребывания  $n = 0, 1, 2, \dots, 12$  заявок в  $N$ -процессорной системе для четырех значений суммарной загрузки  $R$ . Результаты свести в таблицу, и для всех значений  $R$  построить графики функции  $P_n = F(n)$ .

#### Исходные данные:

$$N = 6$$

$$R_1 = 1,3$$

$$R_2 = 2,3$$

$$R_3 = 3,3$$

$$R_4 = 4,3$$

Расчет вероятности  $P_n$  производится по формуле 1. Результаты расчетов представлены в таблице 1. График зависимости  $P_n$  от  $n$  представлен на рисунке 13.

Таблица 1

n	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$
0	0,27250406	0,09991394	0,03581260	0,01172622
1	0,35425528	0,22980206	0,11818158	0,05042276
2	0,23026593	0,26427237	0,19499961	0,10840894
3	0,09978190	0,20260881	0,21449957	0,15538614
4	0,03242912	0,11650007	0,17696215	0,16704010
5	0,00843157	0,05359003	0,11679502	0,14365449
6	0,00182684	0,02054285	0,06423726	0,10295238
7	0,00039582	0,00787476	0,03533049	0,07378254
8	0,00008576	0,00301866	0,01943177	0,05287749
9	0,00001858	0,00115715	0,01068747	0,03789553
10	0,00000403	0,00044357	0,00587811	0,02715847
11	0,00000087	0,00017004	0,00323296	0,01946357
12	0,00000019	0,00006518	0,00177813	0,01394889

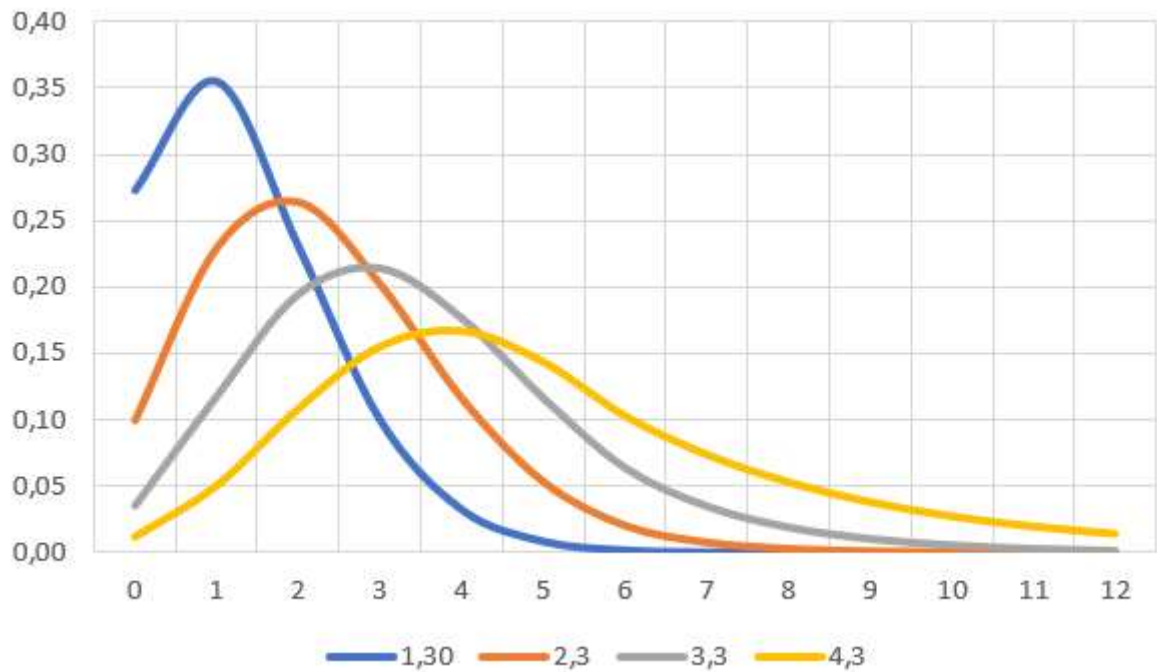


Рисунок 13 – График зависимости  $P_n$  от  $n$

Суммарная нагрузка  $N$ -канальной системы массового обслуживания определяет среднее число каналов, занятых обслуживанием заявок, т. е. она определяет среднее число заявок, обслуживаемых в каналах. Поэтому, можно сделать вывод, что вероятность пребывания  $n$  заявок в  $N$ -канальной системе приближается к своему максимуму, когда число заявок в системе примерно равно сумме среднего числа заявок, находящихся в очереди и среднего число заявок, обслуживаемых в процессоре ( $n = l + R$ ).

Наиболее вероятное число заявок в системе будет наблюдаться при  $n = R + l$ , т. к. в этом случае среднее число заявок в очереди близко к нулю, поскольку суммарная нагрузка системы меньше количества каналов. Также можно сделать вывод, что с увеличением суммарной нагрузки системы максимум  $P_n$  будет наблюдаться при более высоком среднем числе заявок.

Значения функции в точке максимума не равны единицы, потому что средняя нагрузка системы  $R$  отлична от нуля, из-за чего нельзя с абсолютной уверенностью сказать, что в системе будет определенное число заявок. Однако, при средней нагрузке системы равной нулю вероятность нахождения в системе числа заявок  $n = 0$  будет равна  $P_n = 1$ . Так как нулевая средняя нагрузка системы говорит о том, что система не обслуживает заявки, то и число заявок в системе равно нулю.

### Задание №15

Для трех значений быстродействия  $B$  и для числа процессоров  $N = 1, 2, 3$ , а также для девяти ВС выполнить расчеты основных характеристик вычислительной системы.

Интенсивность потока заявок ( $1/c$ )  $\lambda = 12$

Средняя трудоемкость заявки (тыс. оп)  $\theta = 5000$

Расчеты основных характеристик представлены в таблице 2.

Таблица 2

№	N	B	$\mu$	V	R	l	W	U	$\rho$
1	1	80000	16	0,0625000	0,750	2,25	0,187500	0,250000	0,750000
2	2	80000	16	0,0625000	0,750	0,122727	0,010227	0,072727	0,375000
3	3	80000	16	0,0625000	0,750	0,014706	0,001225	0,063725	0,250000
4	1	160000	32	0,0312500	0,375	0,225	0,018750	0,050000	0,375000
5	2	160000	32	0,0312500	0,375	0,013664	0,001139	0,032389	0,187500
6	3	160000	32	0,0312500	0,375	0,000986	0,000082	0,031332	0,125000
7	1	240000	48	0,0208333	0,250	0,083333	0,006944	0,027778	0,250000
8	2	240000	48	0,0208333	0,250	0,003968	0,000331	0,021164	0,125000
9	3	240000	48	0,0208333	0,250	0,000201	0,000017	0,020850	0,083333

При изменении быстродействия канала:

- Среднее время пребывания заявки  $U$  уменьшается
- Уменьшается средняя нагрузка на канал  $\rho$ , т. к. она обратно пропорциональна интенсивности обслуживания заявки каналом  $\mu$ , которая возрастает при увеличении быстродействия канала
- Уменьшается средняя загрузка системы  $R$ , т. к. уменьшается средняя загрузка канала
- Уменьшается средняя длина очереди  $l$ , т. к. уменьшается средняя загрузка канала
- Уменьшается среднее время ожидания заявки в очереди  $W$ , т. к. уменьшается средняя длина очереди канала
- Уменьшается среднее время обработки заявки  $V$ , т. к. увеличивается быстродействие канала

При неизменном быстродействии отдельного канала и наращивании числа ( $N = 1, 2, 3$ ) каналов:

- Интенсивность обслуживания заявок  $\mu$  каналом остается неизменной, т. к. зависит от быстродействия отдельного процессора ( $\mu = B/\theta$ )
- Средняя нагрузка на канал  $\rho$  уменьшается, т. к. зависит обратно пропорционально от числа каналов  $N$  ( $\rho = \lambda/(N * \mu)$ )
- Суммарная загрузка системы  $R$  не изменяется, т. к. зависит прямо пропорционально от средней величины загрузки канала и их количества  $N$  ( $R = \rho * N$ )
- Средняя длина очереди  $l$ , среднее время ожидания заявки в очереди  $W$  и среднее время пребывания заявки в системе  $U$  уменьшается, т. к. увеличивается общая производительность вычислительной системы за счет добавленных каналов
- Среднее время обработки заявки  $V$  не изменяется, т. к. зависит от быстродействия канала, которое остается постоянным

При быстродействии 240000 оп/с с 1 каналом и при быстродействии 80000 оп/с с 3 каналами вычислительные системы имеют следующие показатели:

- Интенсивность обслуживания заявки каналом напрямую зависит от его быстродействия, следовательно, величина  $\mu$  для одноканальной системы будет в 3 раза выше
- Средняя величина загрузки канала при постоянной интенсивности поступления заявок в систему остается неизменной, т. к. интенсивность входного потока заявок  $\lambda$  и средняя трудоемкость  $\theta$  остаются неизменными, а произведение количества каналов  $N$  на быстродействие  $B$  у обеих систем одинаково ( $\rho = (\lambda * \theta)/(N * B)$ )
- Так как суммарная загрузка системы зависит от числа каналов и их загрузки, то суммарная загрузка трехканальной системы будет в 3 раза выше ( $R = N * \rho$ )
- Средняя длина очереди заявок  $l$  и среднее время ожидания заявки в очереди  $W$  у трехканальной системы меньше, чем у одноканальной, т. к. наличие в системе 3 каналов позволяет сократить среднюю длину очереди заявок и среднее время ожидания заявки в очереди при одинаковом суммарном обслуживании систем
- Среднее время пребывания заявки в системе  $U$  у одноканальной системы будет меньше, чем у трехканальной, т. к. среднее время пребывания заявки в системе определяется суммой среднего времени ожидания заявки в очереди  $W$  и средней длительности обслуживания заявки каналом  $V$ , которая у сравниваемых систем отличается значительно (у одноканальной системы средняя длительность обслуживания заявки каналом выше в 3 раза)

На основании рассмотренного выше сравнения одно- и трехканальной систем с быстродействием  $B_1 = 240000$  оп/с и  $B_2 = 80000$  оп/с соответственно можно сделать вывод, что одноканальная система с быстродействием  $B_1$  выигрывает по производительности у системы с тремя каналами с быстродействием  $B_2$ . Численный пример приведен на рисунке 14.

$\theta = 5000$	1-канальная		3-канальная	
	$V = 0,0208$ с	$W = 0,00694$	$V = 0,0625$ с	$W = 0,00123$
	$U = 0,02774$ с		$U = 0,06373$ с	
	$B = 240000$		$B = 80000$	

Рисунок 14 – Численный пример

Многоканальная система выиграет по производительности у системы с одним каналом в случае, если время ожидания заявки в очереди  $W$  трехканальной системы будет значительно меньше, чем у одноканальной ( $U = W + V$ ). Повысить время ожидания заявки в очереди  $W$  для одноканальной системы можно повысив интенсивность поступления заявок. Численный пример приведен на рисунке 15.

$\theta = 5000$ $\lambda = 1200$ с <sup>-1</sup>	1-канальная		3-канальная	
	$V = 0,0208$ с	$W = 0,694$	$V = 0,0625$ с	$W = 0,123$
	$U = 0,71$ с		$U = 0,1855$ с	
	$B = 240000$		$B = 80000$	

Рисунок 15 – Численный пример