

Лабораторная работа № 4. "Синтез системы оперативной обработки".

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

В результате настоящей работы студенты должны:

- знать: постановку задачи синтеза системы оперативной обработки;
- понимать: зависимости характеристик синтезируемой системы оперативной обработки от её параметров;
- уметь: синтезировать системы оперативной обработки заданной стоимости и системы с заданным временем ответа.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теорию работы по описанию и указанным литературным источникам.
2. Дать обоснование необходимых формул и выполнить требуемые расчеты.
3. Оформить отчет по лабораторной работе.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Синтез системы оперативной обработки (СОО) сводится к выбору таких значений параметров структуры (оборудования) и таких алгоритмов управления вычислительным процессом, при которых СОО оказывается наилучшим образом приспособленной для решения заданного класса задач.

Постановка задачи синтеза СОО. Основными характеристиками СОО, предназначенных для решения задач в реальном масштабе времени, являются производительность, время пребывания задачи в СОО и стоимость. Производительность определяется средним количеством задач λ_0 , обрабатываемых СОО в единицу времени. Время пребывания задач обычно характеризуется средним промежутком времени U от момента поступления задачи в СОО до момента окончания её обработки. Стоимость равна суммарной стоимости устройств, входящих в состав СОО. Производительность λ_0 определяется назначением СОО и задана. С учетом этого задача проектирования СОО в части выбора состава оборудования – номенклатуры устройств – может быть сформулирована в одной из

следующих постановок:

1. Синтезировать СОО минимальной стоимости, которая обеспечивает решение λ_0 задач в единицу времени при среднем времени пребывания задач в СОО, не превосходящем заданного значения U^* .

2. Синтезировать СОО о минимальным временем пребывания задач, которая обеспечивает решение λ_0 задач в единицу времени, причем стоимость СОО не должна превышать заданного значения S^* .

Задача проектирования в первой постановке сводится к синтезу СОО с заданным временем пребывания задач, а во второй постановке - к проектированию СОО заданной стоимостью. В каждом из этих случаев необходимо выбрать совокупность устройств, число и характеристики которых обеспечивали бы заданную производительность λ_0 СОО и для СОО с заданным временем пребывания задач имели бы минимально возможную стоимость, а для СОО заданной стоимости обеспечивали бы минимально возможное время пребывания задач (минимальное время ответа).

Характеристики устройств и задач. Состав устройств и их характеристики зависят от класса решаемых задач. Для выбора состава оборудования СОО необходимы следующие характеристики задач. Пусть СОО предназначается для решения M типов задач, поступающих на обработку с интенсивностями $\lambda_1, \dots, \lambda_M$ задач в единицу времени. В таком случае СОО должна иметь производительность:

$$\lambda_0 = \sum_{j=1}^M \lambda_j, \quad (1)$$

и доля задач j -го типа в потоке задач, поступающем на вход СОО, равна λ_j/λ_0 . Исходя из алгоритмов решения задач можно определить потребность в устройствах каждого типа: процессоре, внешних запоминающих устройствах и устройствах ввода-вывода. Примем, что в СОО должны попользоваться n типов устройств, которые обозначим номерами $1, \dots, n$. Теперь возникает задача определения быстродействия устройств каждого типа» необходимых для комплектации СОО о заданным временем пребывания задач или заданной стоимости. Чтобы определить быстродействие устройств необходимо располагать оценками сложности вычислений по задачам каждого из M типов. Сложность вычислений характеризуется средним числом операций каждого типа, выполняемых в процессе решения одной задачи. Пусть для задачи каждого типа $j=1, \dots, M$ даны следующие характеристики сложности вычислений: $\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{nj}$ - среднее количество обращений к устройствам за время решения задачи

j -го типа; $\theta_{1j}, \dots, \theta_{nj}$ - среднее количество операций, выполняемых за одно обращение к устройствам $1, \dots, n$ в процессе решения задачи j -го типа. Произведения $\alpha_{1j} * \theta_{1j}, \dots, \alpha_{nj} * \theta_{nj}$ определяют среднее число операций, выполняемых устройствами $1, \dots, n$ соответственно в процессе решения одной задачи j -го типа. Вместо того, чтобы оперировать с M типами задач, введем одну "среднюю" задачу, обобщающую в себе свойства задач различных типов. Характеристики такой задачи вычисляются путем усреднения одноименных характеристик задач типа $j=1, \dots, M$ по вероятностям λ_j / λ_0 появления задач каждого типа в смеси задач, обрабатываемых СОО в мультипрограммном режиме. Исходя из этого, среднее число обращений к устройству $i=1, \dots, n$ за время решения задачи и среднее число операций, выполняемых устройством при обслуживании одного обращения, равны соответственно:

$$\alpha_i = (1 / \lambda_0) * \sum_{j=1}^M \lambda_j * \alpha_{ij},$$

$$\theta_i = (1 / \alpha_0) * \sum_{j=1}^M \theta_{ij} * \alpha_{ij}, \quad (2)$$

В дальнейшем будем считать, что СОО обрабатывает однотипные задачи, характеристики которых равны в среднем $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ и $\theta_1, \dots, \theta_n$. Процесс обработки задачи - случайный процесс, в ходе которого производится в среднем $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ обращений к устройствам $1, \dots, n$ и каждое из устройств выполняет в среднем $\theta_1, \dots, \theta_n$ операций. Быстродействие и стоимость каждого устройства связана между собой определенной зависимостью: стоимость устройства монотонно возрастает с увеличением быстродействия. Чтобы получить результаты в компактной аналитической форме, примем допущение, что стоимость устройства i -го типа является линейной функцией быстродействия $S_i = k_i * V_i$, где k_i - коэффициент пропорциональности с единицей измерения руб. / операция, т.е. коэффициент определяет цену единицы быстродействия.

Формулировка задачи синтеза СОО. Заданы:

- 1) производительность λ_0 ;
- 2) количество типов устройств n ;
- 3) зависимости стоимости от быстродействия устройств

$$S_1 = k_1 * V_1, \dots, S_n = k_n * V_n;$$

4) характеристики задач $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ и $\theta_1, \dots, \theta_n$, определяющие среднее число обращений к устройствам $1, \dots, n$ и среднее число операций, выполняемых устройством при обслуживании обращения;

5) предельно допустимое время пребывания задачи U^* в СОО (или предельно допустимая стоимость S^* СОО).

Требуется определить быстродействие устройств каждого типа, обеспечивающее заданную производительность λ_0 , время пребывания $U \leq U^*$ (или стоимость СОО $S \leq S^*$) и минимизирующие стоимость S СОО (или время пребывания U).

СИНТЕЗ СОО С ЗАДАННОМ ВРЕМЕНЕМ ПРЕБЫВАНИЯ ЗАДАЧ

Задача синтеза СОО в первой постановке формулируется следующим образом; требуется построить систему, обеспечивающую решение λ_0 задач в единицу времени при времени ответа (времени пребывания задач в системе), не превосходящем заданного значения U^* , причем стоимость оборудования (устройств системы) должна быть минимальной.

Примем, что исходя из содержательного описания задач определены типы устройств, необходимых для комплектации СОО, однако быстродействия устройств неизвестны. Как доказано в [1] -, при сделанных допущениях быстродействие V_i устройств $i=1, \dots, n$ при котором время пребывания не превосходит заданного $U \leq U^*$, производительность равна λ_0 и стоимость СОО минимальна, определяется значениями:

$$V_i = \lambda_i * \theta_i + (1 / (\lambda_0 * U^*)) * \sqrt{(\lambda_i * \theta_i) / k_i} * \sum_{j=1}^n \sqrt{\lambda_j * \theta_j * k_j}, \quad (3)$$

где $\lambda_i = \lambda_0 * \alpha_i$ - интенсивность обращений к i -му устройству в процессе работы СОО.

Интенсивность λ_i равна среднему количеству обращений к устройству за единицу времени. Составляющая $\lambda_i * \theta_i$ в (3) равна количеству операций, выполняемых устройством при обслуживании λ_i обращения, и определяет минимально необходимое быстродействие устройств, при котором СОО обеспечивает обработку λ_0 задач в единицу времени со сколь угодно большим временем пребывания задач U . Вторая составляющая определяет "дополнительное" быстродействие, которое необходимо устройству, чтобы уменьшить время пребывания задач до $U \leq U^*$. Обратим внимание, что минимально необходимое быстродействие $\lambda_i * \theta_i$ пропорционально вычислительной нагрузке, создаваемой в единицу времени λ_0 задачами, каждая из

которых приводит к выполнению $\alpha_i \cdot \theta_i$ операций на устройстве i . Однако "дополнительное" быстродействие распределяется между устройствами пропорционально корню квадратному из нагрузки $\lambda_i \cdot \theta_i = \lambda_0 \cdot \alpha_i \cdot \theta_i$ на устройство.

Таким образом, минимум стоимости СОО с заданным временем пребывания задач достигается только в том случае, если быстродействия V_1, \dots, V_n устройств распределены в соответствии с (3). При этом стоимость СОО, обеспечивающая производительность λ_0 и время пребывания задач $U \leq U^*$:

$$S = \lambda_0 \cdot \sum_{i=1}^n k_i \cdot \alpha_i \cdot \theta_i + (1/U^*) \cdot \left(\sum_{i=1}^n \sqrt{k_i \cdot \alpha_i \cdot \theta_i} \right)^2. \quad (4)$$

Пример №1. Пусть СОО, предназначенная для работы в реальном масштабе времени (РМВ), состоит из процессора с оперативной памятью ПРОП и двух разнотипных внешних запоминающих устройств ВЗУ1 и ВЗУ2 (рис.1). По каналу ввода-вывода ВВ в СОО поступают задания на обработку, инициирующие соответствующие задачи.

Пусть производительность СОО составляет $\lambda_0 = 0,2 \text{ с}^{-1}$, т.е. средний период между поступлением задач равен 5 с, и ограничение на среднее время пребывания задач в СОО $U^* = 25 \text{ с}$. Задачи имеют следующие характеристики:

- 1) среднее количество обращений к ПРОП, ВЗУ1 и ВЗУ2 в процессе решения одной задачи равно соответственно $\alpha_1 = 53$, $\alpha_2 = 50$, $\alpha_3 = 2$;
- 2) среднее количество операций, выполняемых этими устройствами при обслуживании одного обращения, $\theta_1 = 15900$, $\theta_2 = 1$, $\theta_3 = 1$;
- 3) стоимостные коэффициенты устройств положим равными $k_1 = 1$, $k_2 = 5000$, $k_3 = 100000$ руб./операция/с).

Интенсивность обращений $\lambda_i = \lambda_0 \cdot \alpha_i$ к ПРОП, ВЗУ1 и ВЗУ2 в процессе работы СОО составляет соответственно $\lambda_1 = 10,6$; $\lambda_2 = 10$; $\lambda_3 = 0,4 \text{ с}^{-1}$. Минимально необходимое быстродействие устройств, определяемое первым членом в (3), равно $V_1^{\min} = 200000$; $V_2^{\min} = 10$; $V_3^{\min} = 0,4$ операция/с. Стоимость СОО, обеспечивающая такое быстродействие,

$$S^{\min} = \sum_{i=1}^n k_i \cdot V_i^{\min} = 290 \text{ тыс. руб.}$$

Для обеспечения среднего времени пребывания задач быстродействие устройств должно быть повышено до значений, определяемых (3): $V_1 = 280000$; $V_2 = 18$; $V_3 = 0,75$ операция/с. Указанное

быстродействие обеспечивается устройствами стоимостью $S_1=k_1*V_1=280$; $S_2=k_2*V_2=90$; $S_3=k_3*V_3=75$ тыс. руб. и стоимость СОО составляет $S=445$ тыс. руб.

Таким образом, производительность $\lambda_0=0.2 \text{ с}^{-1}$ обеспечивается за счет использования оборудования со стоимостью $S^{\min}=290$ тыс. руб. и сокращение времени пребывания задач до $U^*=25\text{с}$ потребовало увеличения стоимости СОО на $S_0=S-S^{\min}=155$ тыс. руб.

СИНТЕЗ СОО ЗАДАННОЙ СТОИМОСТИ

Во второй постановке производительность системы λ_0 и суммарная стоимость устройств S являются ограничениями, и оптимальной считается система, имеющая минимальное время ответа U .

Положим, что номенклатура устройств известна. Определим быстродействия V_1, \dots, V_n устройств, при которых будет обеспечена обработка λ_0 задач в единицу времени на СОО стоимостью $S \leq S^*$ при минимальном времени пребывания задач. В [1] доказано, что при сделанных допущениях минимум времени пребывания задач в СОО стоимостью $S=S^*$ достигается, если быстродействия устройств $i=1, \dots, n$ равны:

$$V_i = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i + (S^*/k_i) * (\sqrt{k_i * \alpha_i * \theta_i} / \sum_{j=1}^n \sqrt{k_j * \alpha_j * \theta_j}), \quad (5)$$

где S^* - предельно допустимая стоимость СОО. Раскроем смысл полученного выражения. Произведение $\alpha_i * \theta_i$ характеризует среднее количество операций, выполняемых i -м устройством в процессе решения одной задачи. Величина $\lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$ равна количеству операций, выполняемых устройством за время поступления λ_0 задач, т.е. за единицу времени. Следовательно, величина $V_i^{\min} = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$ - это минимально необходимое быстродействие, которым должно обладать i -е устройство в составе СОО, обрабатывающей λ_0 задач в единицу времени. Сумма:

$$S^{\min} = \sum_{i=1}^n k_i * V_i = \lambda_0 * \sum_{i=1}^n k_i * \alpha_i * \theta_i \quad (6)$$

определяет минимально необходимую стоимость СОО, при которой будет обеспечена производительность λ_0 при неограниченно большом времени пребывания задач. Если стоимость S^* , отведенная на создание СОО, меньше S^{\min} , обработка задач с заданной производительностью

λ_0 в РМВ невозможна. При $S^* > S^{\min}$, имеются средства в количестве $S_0 = S^* - S^{\min}$, за счет которых можно уменьшить время пребывания задач U . Для получения минимума U эти средства должны быть распределены в соответствии со вторым слагаемым в (5): быстродействие i -го устройства должно быть увеличено пропорционально корню квадратному нагрузки $\alpha_i * \theta_i$, которую создает задача на устройство.

Таким образом, минимум среднего времени пребывания задач в СОО достигается, если быстродействия V_1, \dots, V_n устройств распределены в соответствии с (5). При этом среднее время пребывания задач составляет:

$$U = (1 / S_0) * (\sum_{i=1}^n \sqrt{k_i * \alpha_i * \theta_i})^2, \quad (7)$$

где $S_0 = S^* - S^{\min}$, и может быть уменьшено только за счёт увеличения стоимости СОО.

Пример №2. Определим быстродействия V_1, V_2, V_3 устройств СОО со структурой (рис.1), описанной в предыдущем примере. Пусть производительность СОО составляет $\lambda_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$ и стоимость определяется предельным значением $S^* = 400$ тыс. руб. Как и в предыдущем примере, примем, что характеристики задач равны $\alpha_1 = 53; \alpha_2 = 50; \alpha_3 = 2; \theta_1 = 15900; \theta_2 = 1; \theta_3 = 1$. Стоимостные коэффициенты $k_1 = 1; k_2 = 5000; k_3 = 100000$ руб./операция / с).

Минимально необходимое быстродействие устройств определяется величинами $V^{\min}_i = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$ и равно $V^{\min}_1 = 200000; V^{\min}_2 = 10; V^{\min}_3 = 0.4$ операция / с. Минимально необходимая стоимость СОО в соответствии с (6) составляет $S^{\min} = 290$ тыс. руб. Поскольку на СОО выделено $S^* = 400$ тыс. руб., наличие резерва $S_0 = S^* - S^{\min} = 110$ тыс. руб. позволяет повышать быстродействие устройств до значений, определяемых (5): $V_1 = 256000; V_2 = 15.56; V_3 = 0.65$ операция / с. При таком быстродействии устройств время пребывания задач в соответствии с (7) равно $U = 28.85 \text{ с}$.

ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Проектирование ВС представляет собой длительный итерационный процесс, в ходе которого имеют место перераспределения средств между подсистемами ВС в пользу одних СОО за счёт других СОО.

Для обоснованного принятия решения по данному вопросу разработчик ВС должен иметь количественные оценки функции $S=f(U^*)$ при проектировании СОО с заданным временем пребывания задач. Характер зависимости $S=f(U^*)$ приведен на рис.2. Для получения зависимости $S=f(U^*)$ необходимо повторять синтез СОО при неизменных характеристиках задачи для различных значений $U^* \pm I \cdot \Delta U$, где $I=1,2,3,\dots$.

Аналогично при проектировании СОО заданной стоимости необходимо знать зависимость $U=\varphi(S^*)$, характер которой приведён на рис.3. Для получения зависимости $U=\varphi(S^*)$ необходимо повторить синтез СОО при неизменных характеристиках задачи для различных значений $S^* \pm I \cdot \Delta S$, где $I=1,2,3,\dots$.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Выполнить, синтез СОО с заданным временем пребывания задач.
 - 1.1. Рассчитать V_i^{\min} .
 - 1.2. Рассчитать S_i^{\min} .
 - 1.3. Рассчитать V_i , обеспечивающие U^* .
 - 1.4. Рассчитать S и S_0 .
 - 1.5. Рассчитать зависимость $S=f(U^*)$.
2. Выполнить синтез СОО заданной стоимости.
 - 2.1. Рассчитать V_i^{\min} .
 - 2.2. Рассчитать S_i^{\min} .
 - 2.3. Рассчитать S_0 и V_i для заданной S^* .
 - 2.4. Рассчитать U .
 - 2.5. Рассчитать зависимость $U=\varphi(S^*)$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие характеристики СОО являются ограничениями и объектами минимизации при различных постановках задач синтеза оптимальных СОО?
2. Как зависят характеристики от параметров системы для СОО с заданным временем пребывания и для СОО заданной стоимости?
3. Какая последовательность преобразований используется для синтеза оптимальных СОО при различных постановках задачи синтеза?
4. Как влияет изменение U^* на S при синтезе СОО с заданным временем пребывания?

5. Как влияет изменение S^* на U при синтезе СОО заданной стоимости?
6. Какие можно сделать предложения по перераспределению средств между синтезированными СОО и другими системами ВС на основе анализа зависимостей $S=f(U^*)$ и $U=\varphi(S^*)$?

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Результаты синтеза и анализа СОО с заданным временем пребывания, оформленные в виде графиков и таблиц, а также использованные формулы в соответствии с п. 1 методики выполнения работы.
2. Результаты синтеза и анализа СОО заданной стоимости, оформленные в виде таблиц и графиков, а также использованные формулы в соответствии с п. 2 методики выполнения работы.
3. Выводы по работе.

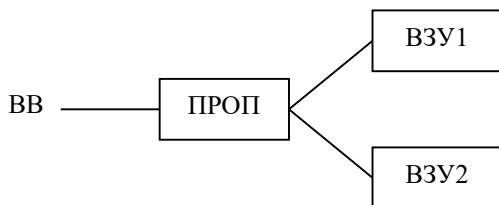


Рис.1. Пример структуры СОО для работы в РМЗ.

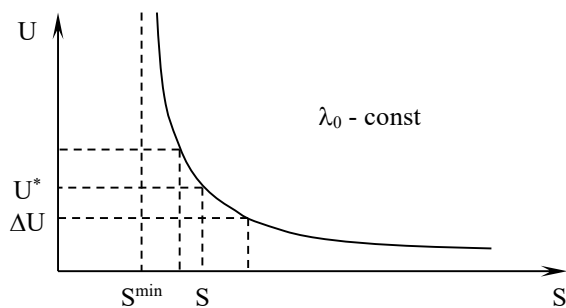


Рис.2. Характер зависимости $S=f(U^*)$ для СОО с заданным временем пребывания задач.

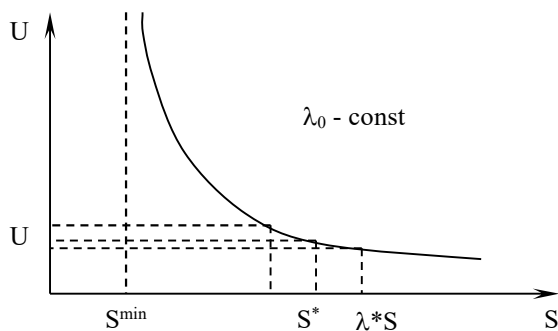


Рис.3. Характер зависимости $U=\varphi(S^*)$ для СОО заданной стоимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы теории вычислительных систем. М., "Высшая школа", 1978.
2. Майоров С. М., Новиков Г. И. Структура электронных вычислительных машин. Л., "Машиностроение", Ленинградское отделение, 1979.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

1. Индивидуальные характеристики задачи и устройств.

№ варианта	λ_0 1/с	α_1	α_2	α_3	U^*	S^*
1	0.1	80	50	2	10	300
2	0.1	80	40	1	15	300
3	0.1	70	50	2	10	300
4	0.1	70	40	1	15	300
5	0.2	60	50	2	20	400
6	0.2	60	40	1	20	400
7	0.2	50	50	2	20	400
8	0.2	50	40	1	20	400
9	0.4	40	40	2	40	500
10	0.4	40	30	1	40	500
11	0.4	30	40	2	30	500
12	0.4	30	30	1	30	500

Таблица 1.

2. Общие характеристики задачи и устройств.

$\theta_1=16000$ операций,

$\theta_2=5$ операций,

$\theta_3=1$ операция,

$k_1=1$ руб./операция / с),

$k_2=5000$ руб./операция / с),

$k_3=100000$ руб./операция / с).