



# Электротехника и электроника

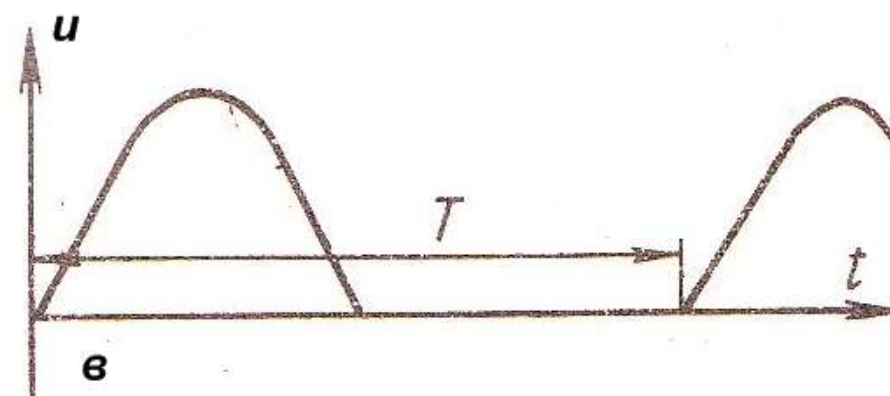
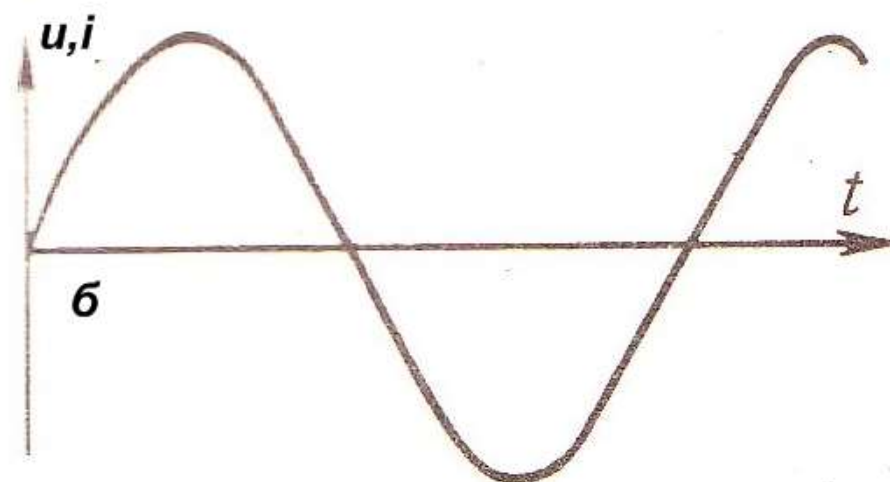
---

## Электрические цепи переменного тока

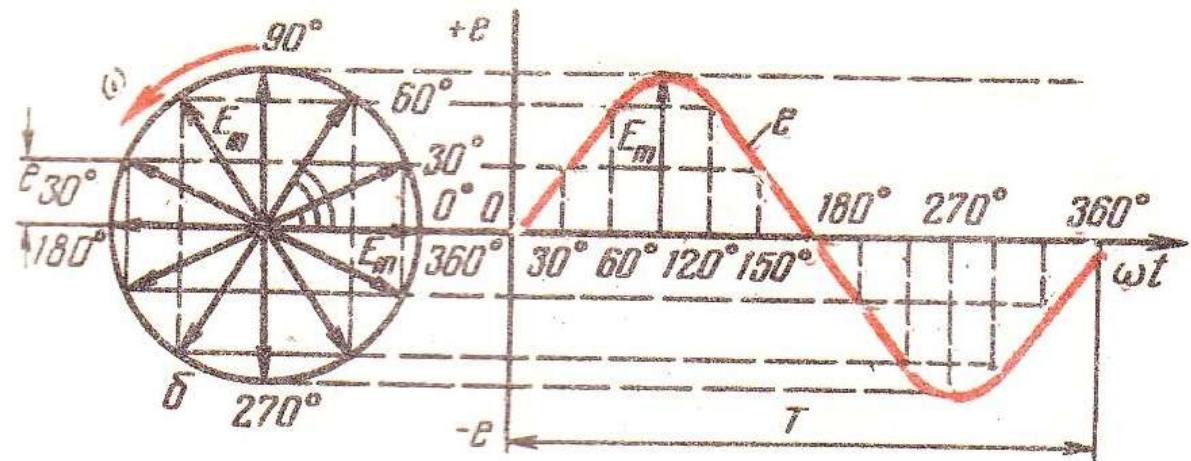
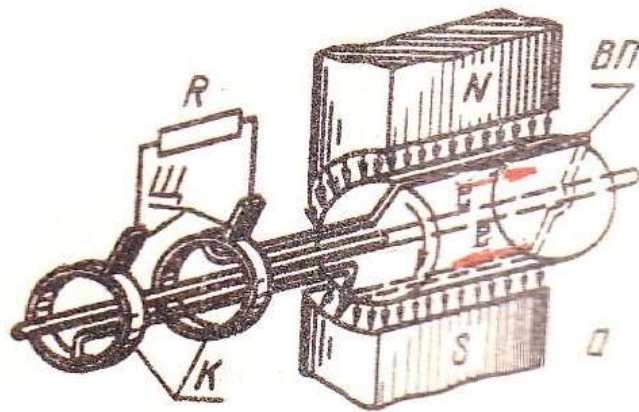
# Периодические токи (напряжения)

Синусоидальный

Пульсирующий



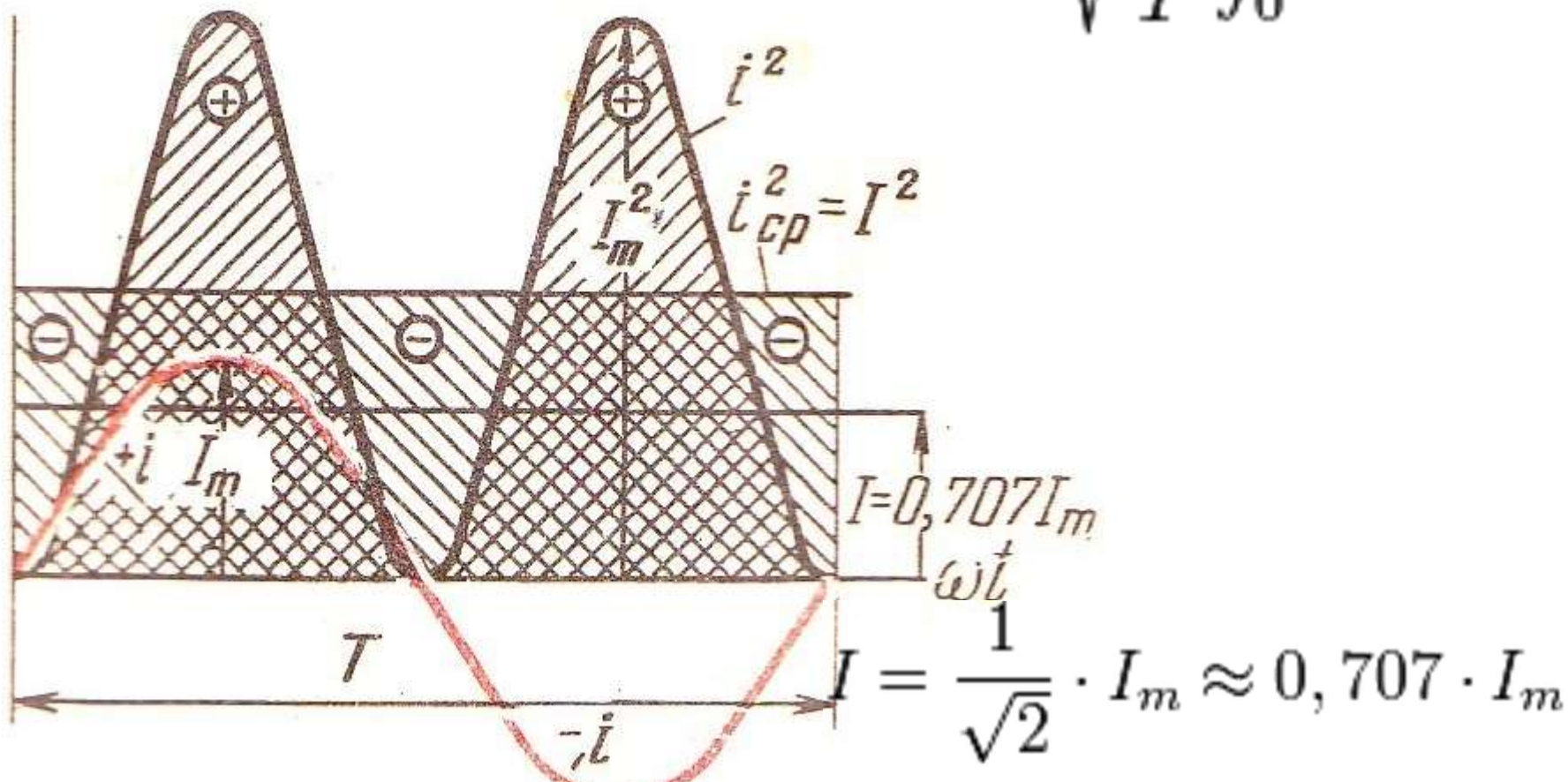
# Генерация переменного тока



$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

# Действующее значение тока (напряжения)

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$





## Сопротивление в цепи переменного тока

---

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

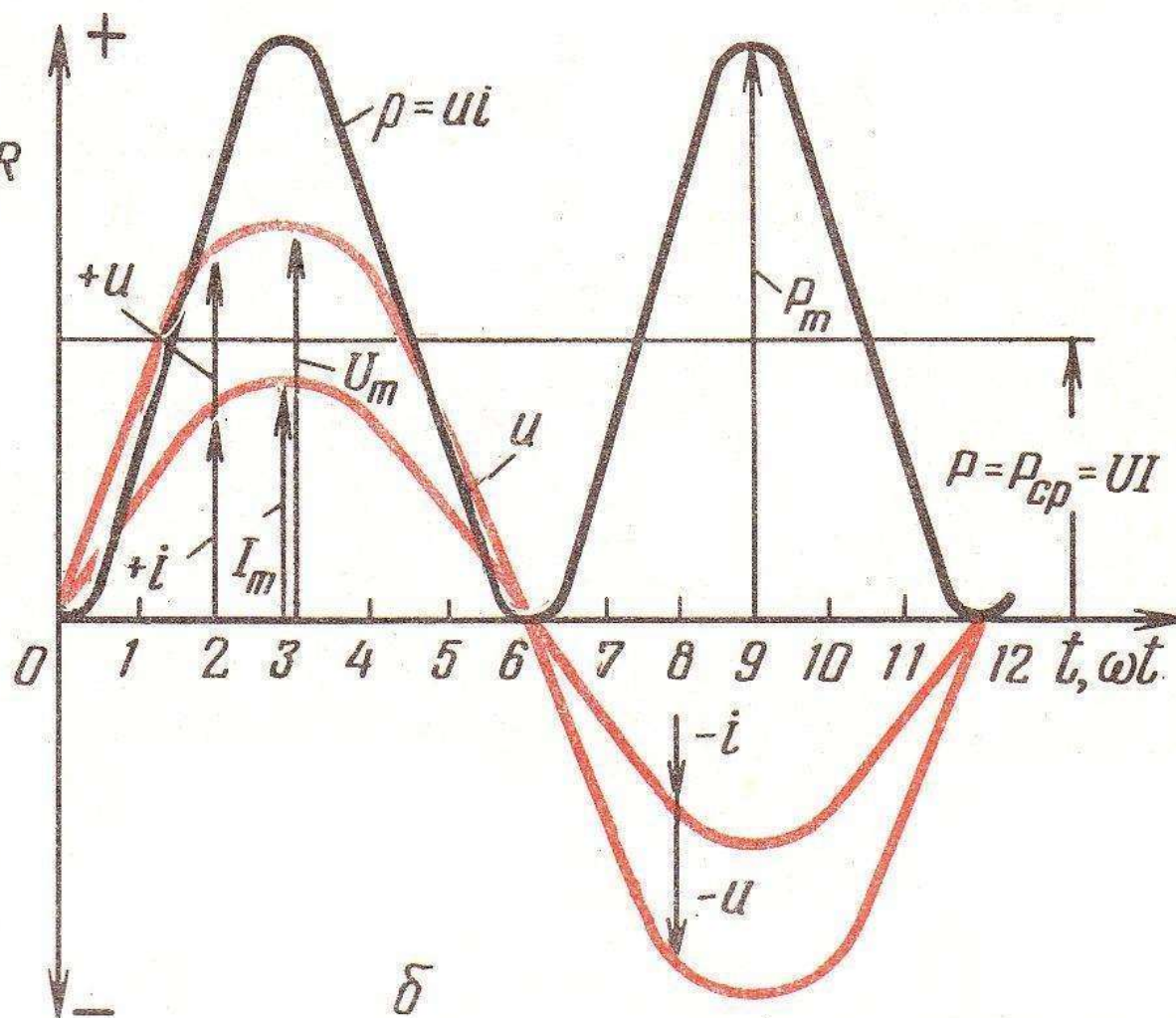
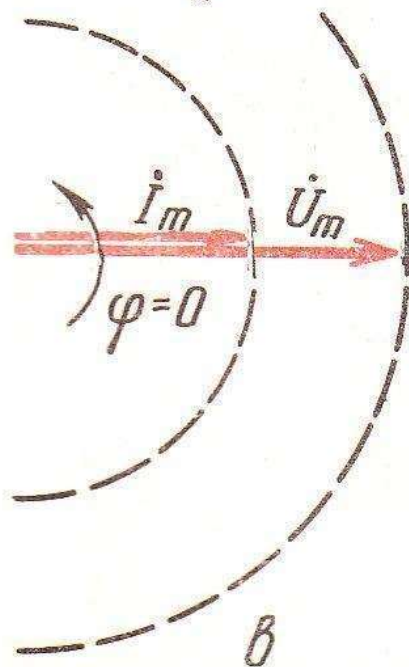
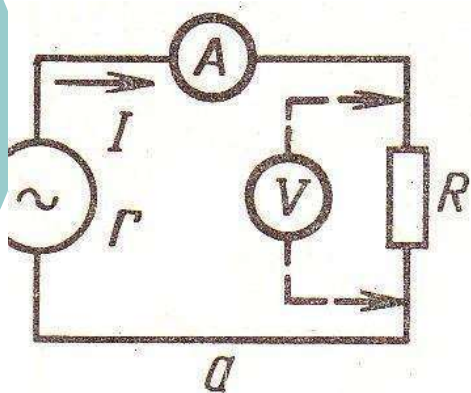
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\begin{aligned} i(t) &= u(t)/R = U_m \sin(\omega t + \psi_u)/R = \\ &= U_m/R * \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_u) \end{aligned}$$

$$I_m \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\psi_u = \psi_i$$

# Сопротивление в цепи переменного тока







# Индуктивность в цепи переменного тока

---

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

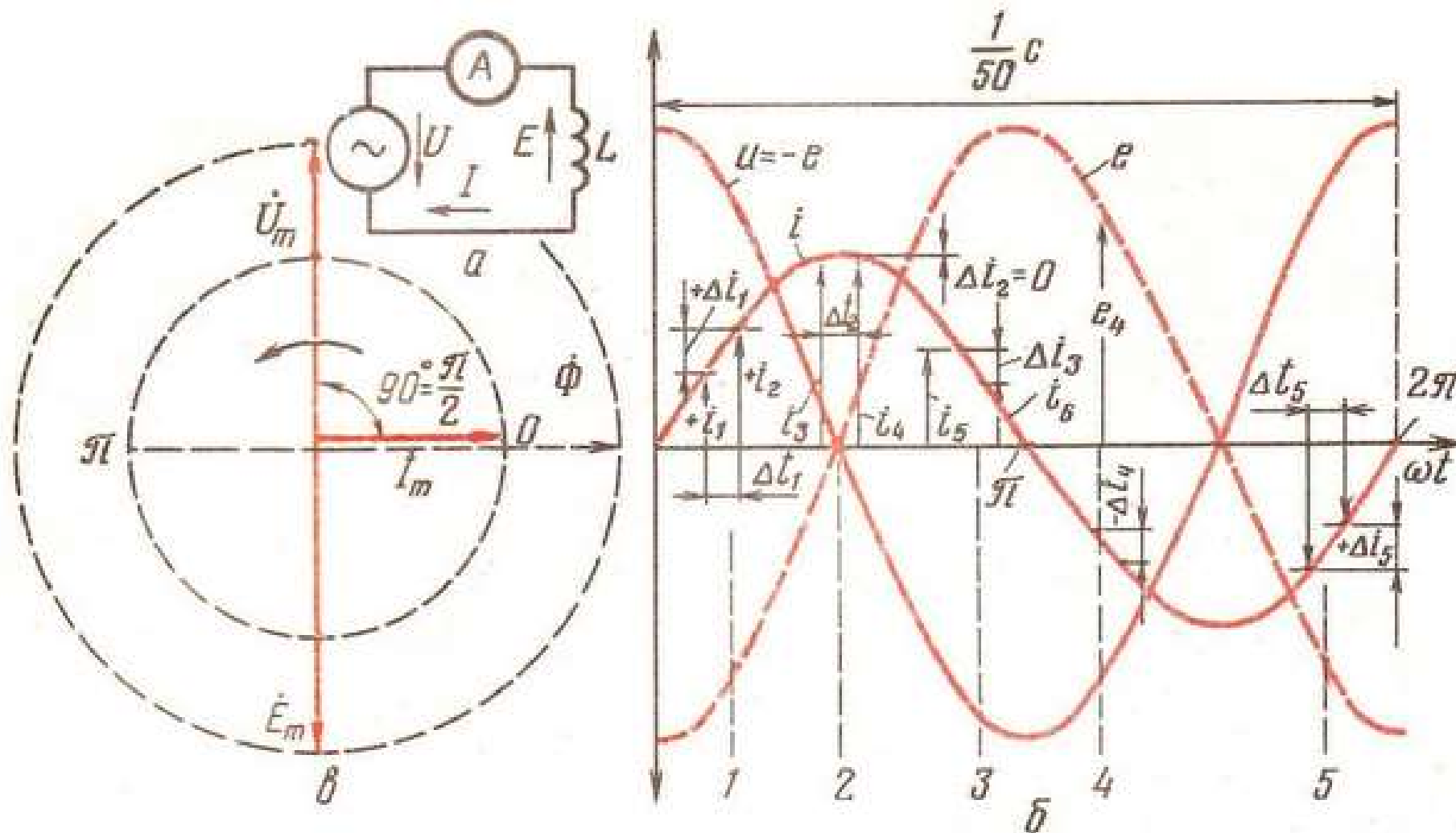
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= L \, di(t)/dt = L I_m \, d(\sin(\omega t + \psi_i))/dt = \\ &= L I_m * \omega \cos(\omega t + \psi_i) = X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) \end{aligned}$$

$$X_L I_m \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$\psi_u = \psi_i + \pi/2$$

# Индуктивность в цепи переменного тока







# Емкость в цепи переменного тока

---

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

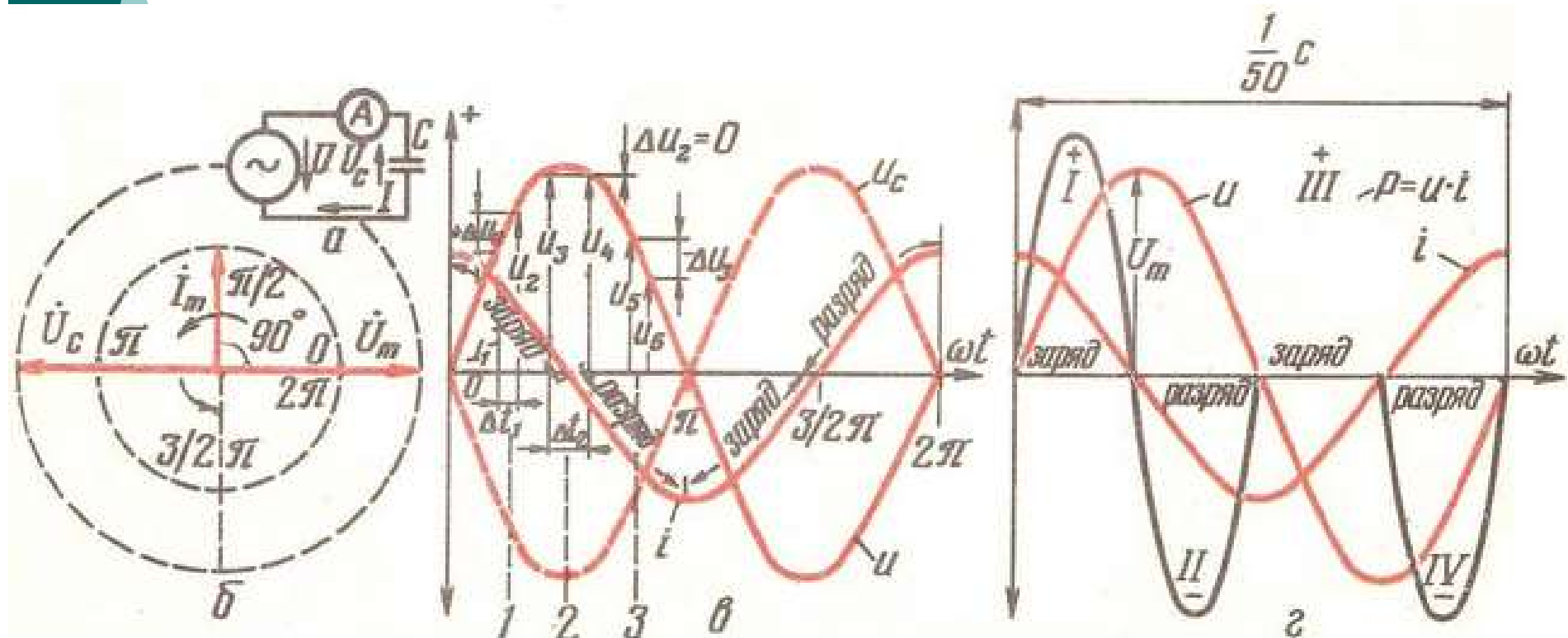
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\begin{aligned} i(t) &= C \, du(t)/dt = C U_m \, d(\sin(\omega t + \psi_u))/dt = \\ &= C U_m * \omega \cos(\omega t + \psi_u) = \\ &= 1/X_C \, U_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) \end{aligned}$$

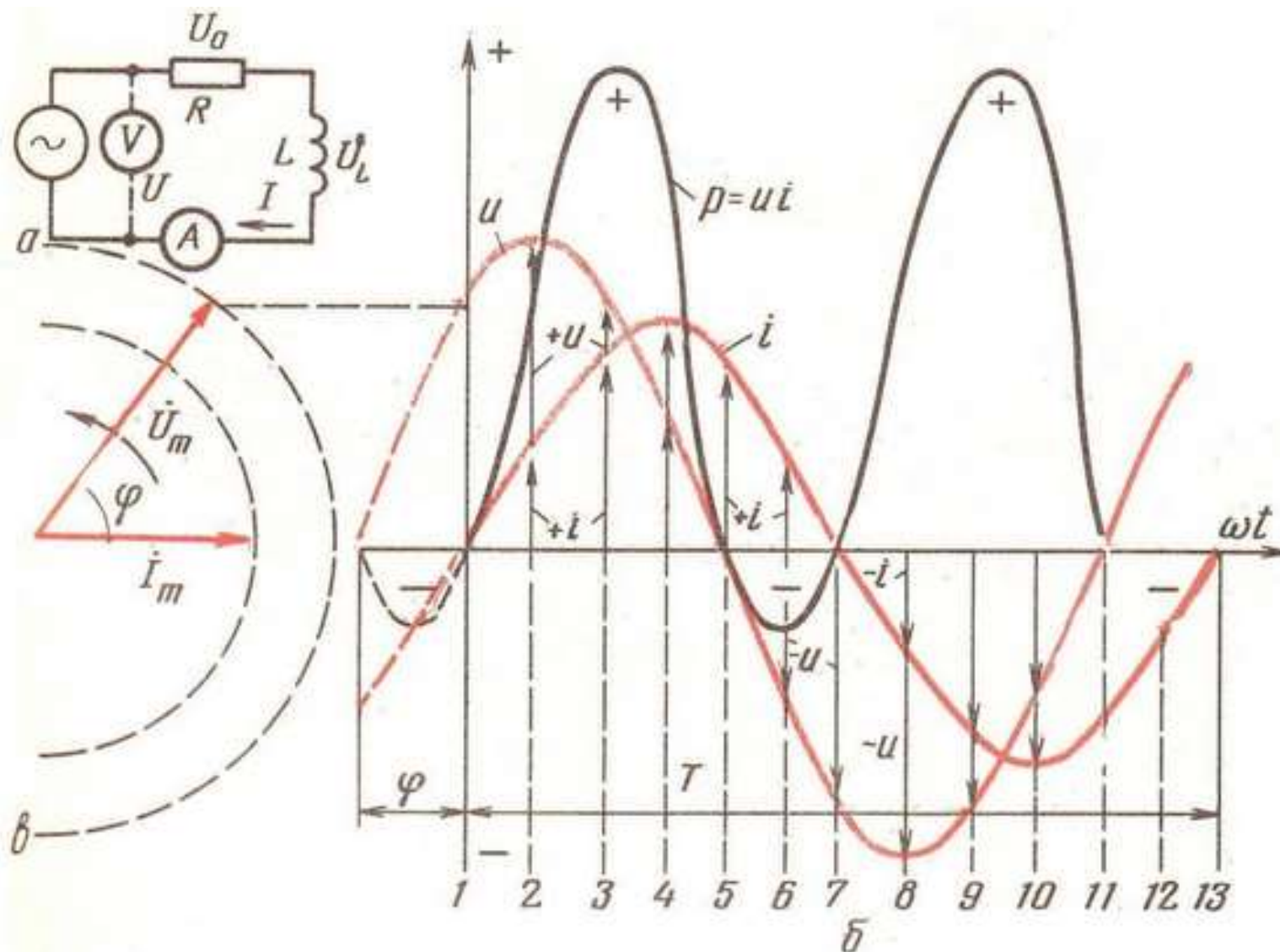
$$1/X_C \, U_m \sin(\omega t + \psi_u + \pi/2) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\psi_i = \psi_u + \pi/2$$

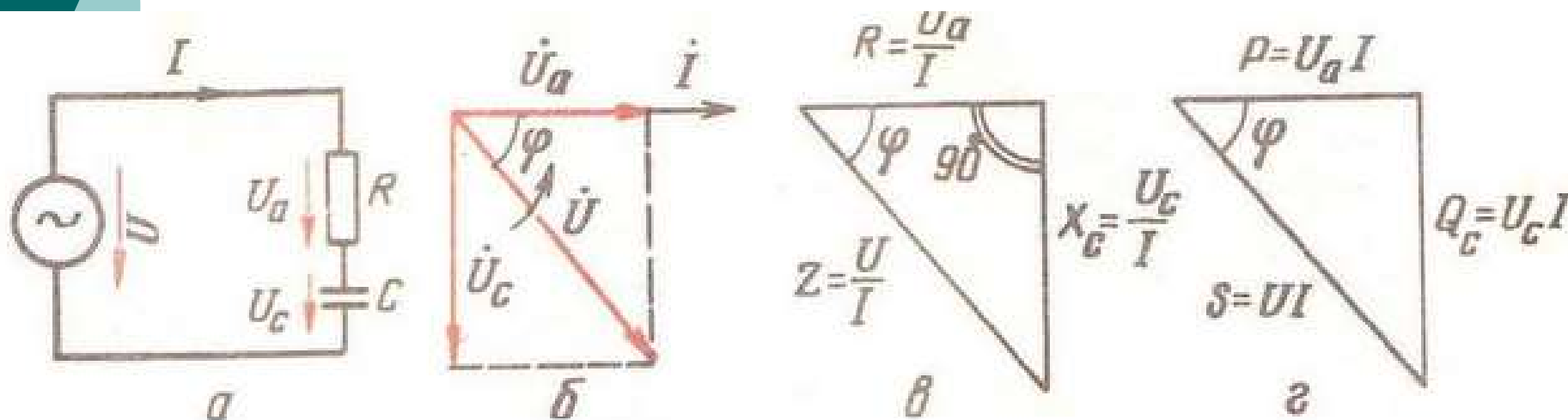
# Емкость в цепи переменного тока



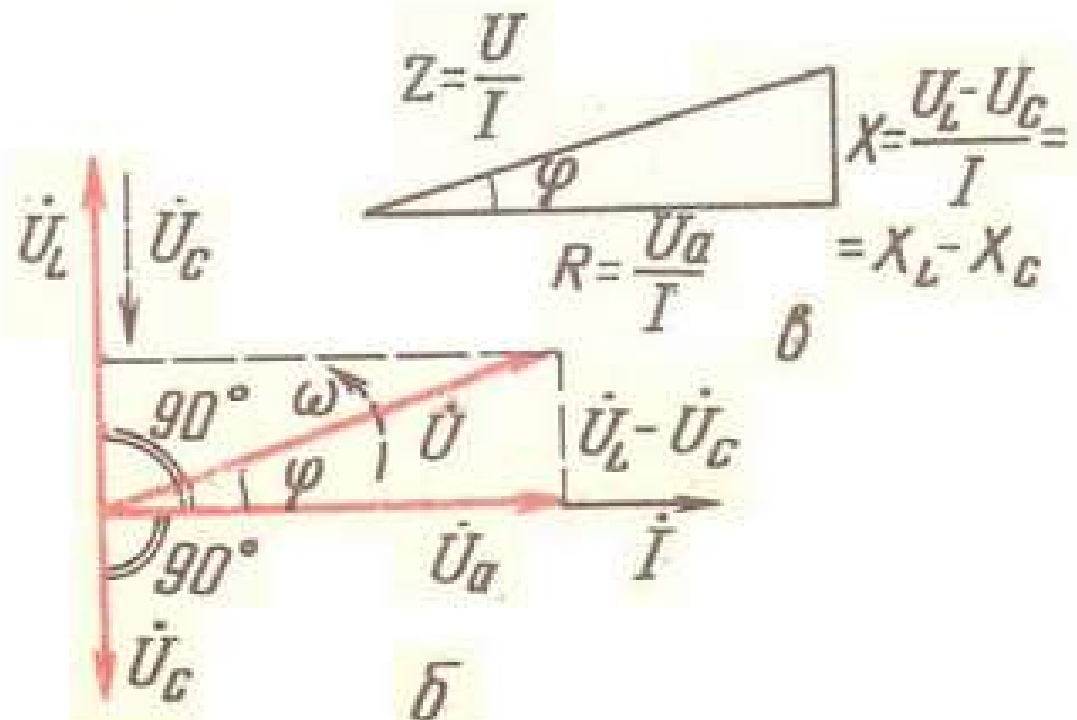
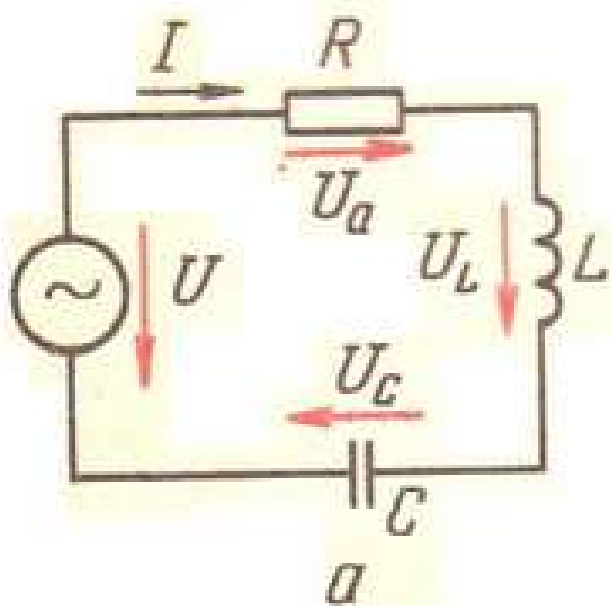
# Цепь переменного тока с активной и индуктивной нагрузкой



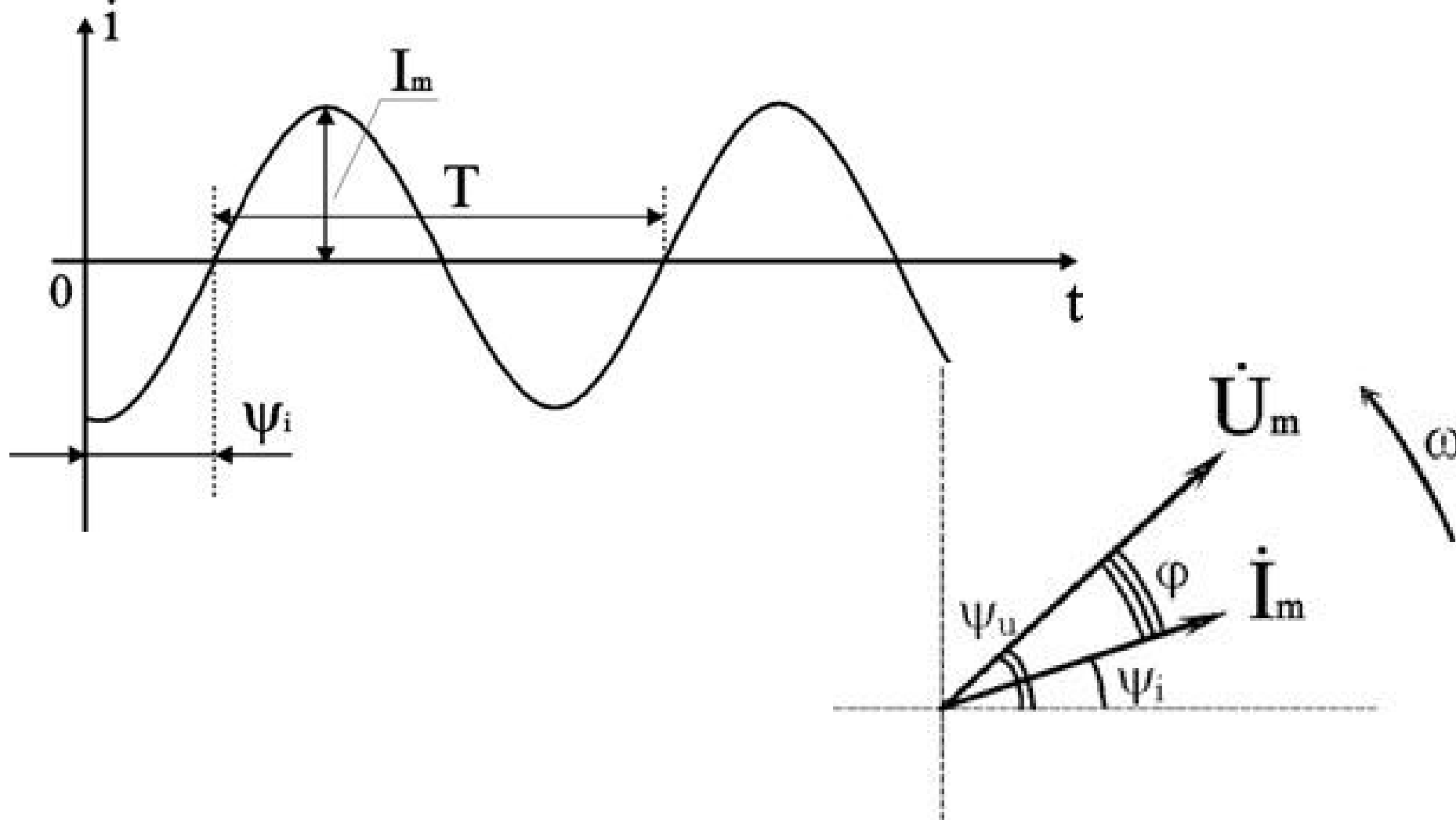
# Цепь переменного тока с активной и емкостной нагрузкой



# Цепь переменного тока с активной, индуктивной и емкостной нагрузкой



# Векторные диаграммы





# Векторные диаграммы

---

$$i_1(t) = I_{m1} \sin(\omega t)$$

$$i_2(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

$$i(t) = ?$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) =$$

$$= I_{m1} \sin(\omega t) + I_{m2} \sin(\omega t - \psi_2) =$$

$$= I_m \sin(\omega t + \psi).$$



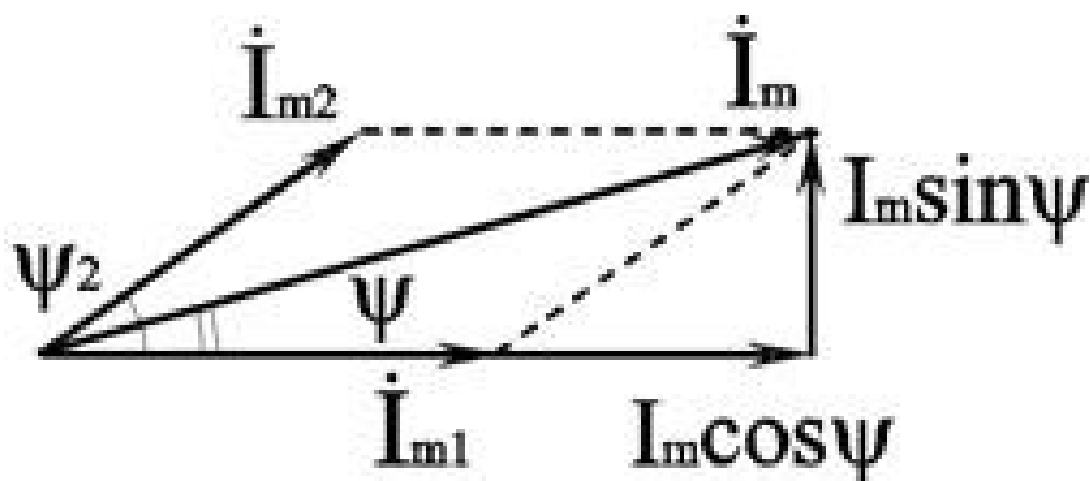
## Векторные диаграммы

Проекции на вертикальную и горизонтальную оси

$$I_m \sin \psi = I_{m2} \sin \psi_2$$

$$I_m \cos \psi = I_{m2} \cos \psi_2 + I_{m1}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{I_{m2} \sin \psi_2}{I_{m2} \cos \psi_2 + I_{m1}}$$

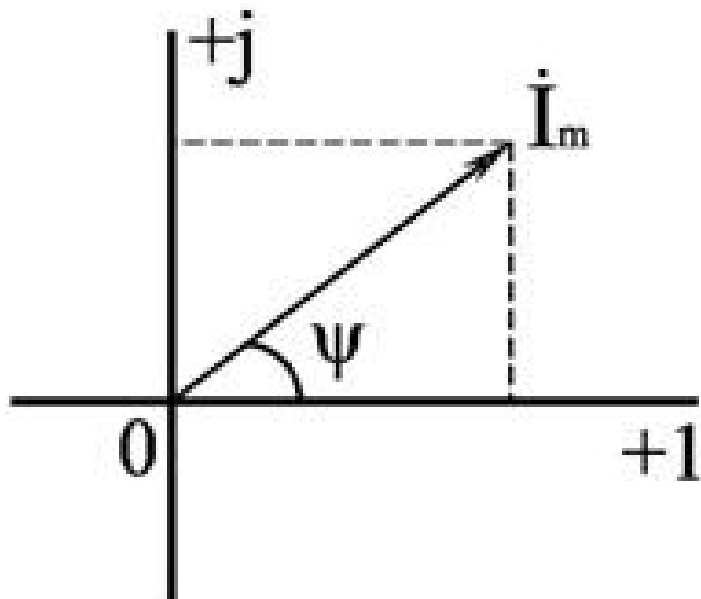


# Комплексный метод

---

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$\dot{I}_m$$



$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$$



# Законы Ома и Кирхгофа

---

$$\dot{I} = \dot{U} / \underline{Z}$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0.$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k z_k$$

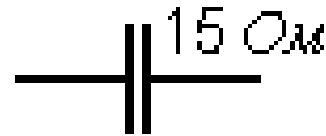
# Сопротивления

$R + jX$  — активно-индуктивное сопротивление

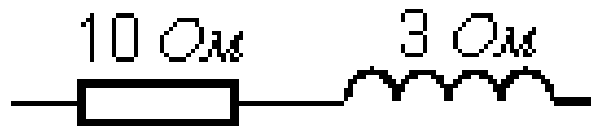
$R - jX$  — активно-емкостное сопротивление



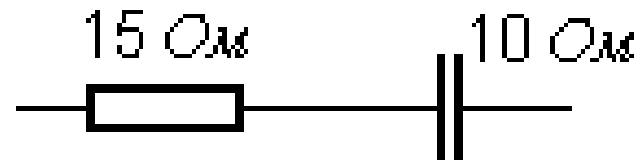
$$z = 5$$



$$z = -j15$$

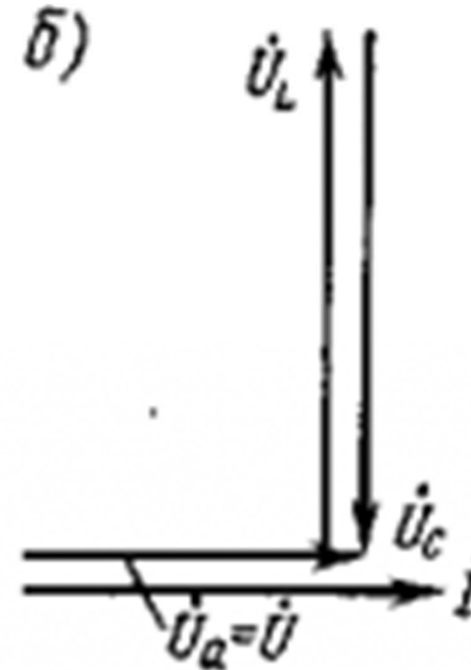
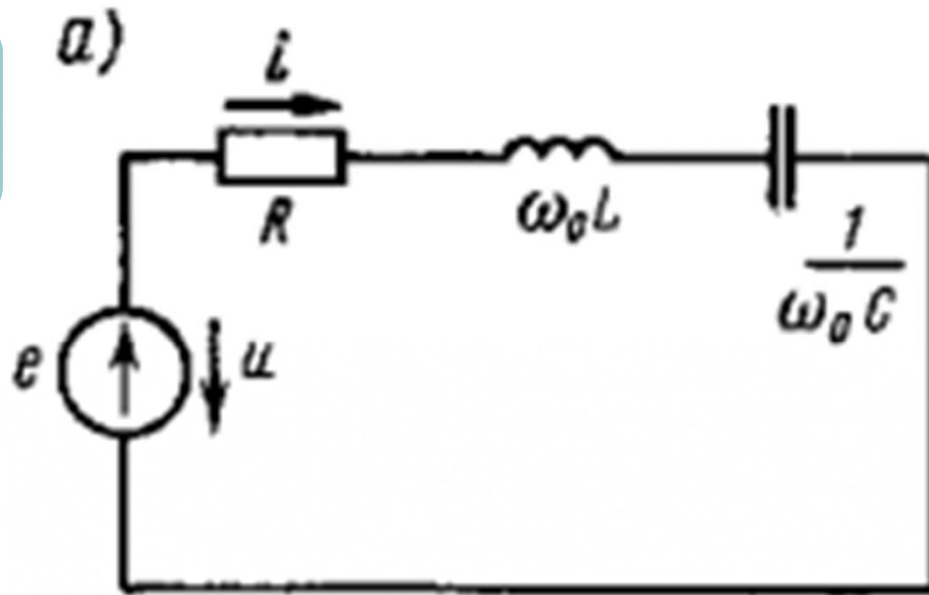


$$z = 10 + j3$$



$$z = 15 - j10$$

# Резонанс напряжений



$$X_L = X_C$$

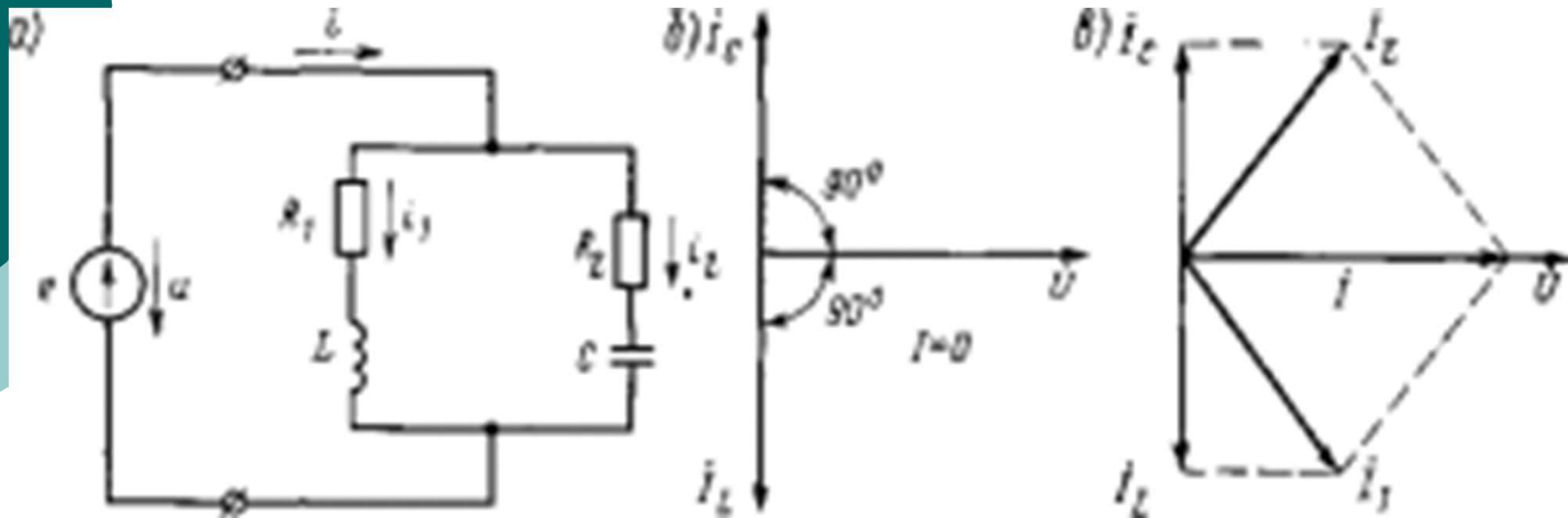
$$Z = R + jX_L - jX_C = R + \mathbf{0}$$

$$\omega L = 1/\omega C$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## Резонанс токов

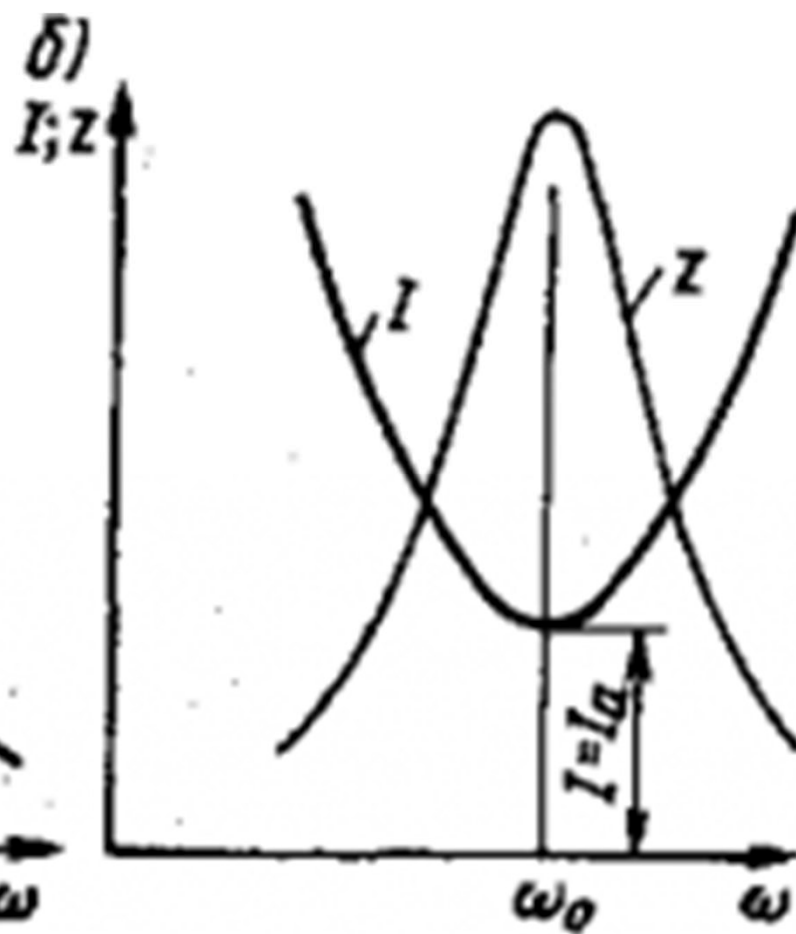
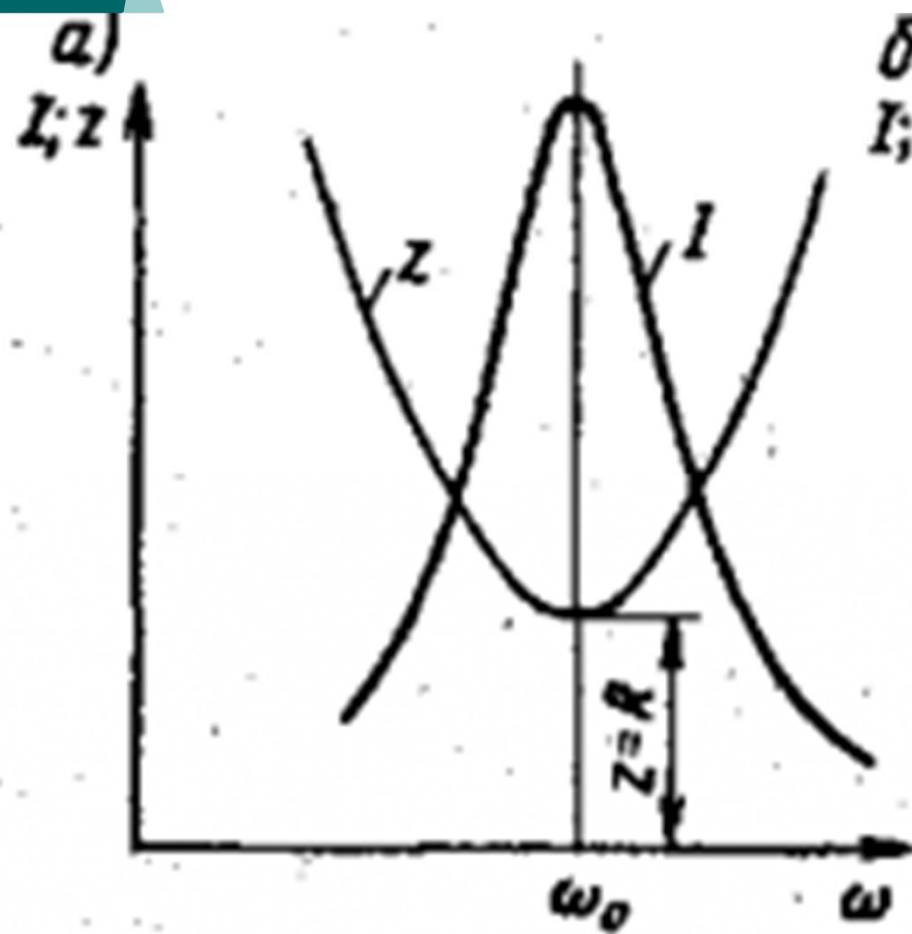
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$Z = \frac{(R_1 + jX_L)(R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_L + R_2 - jX_C} = \frac{R_1 R_2 - jX R_1 + jX R_2 + X^2}{R_1 + R_2}$$

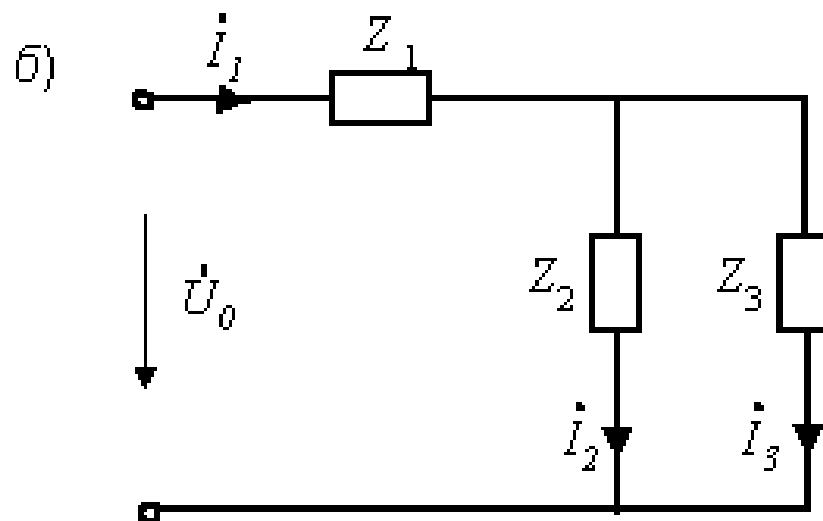
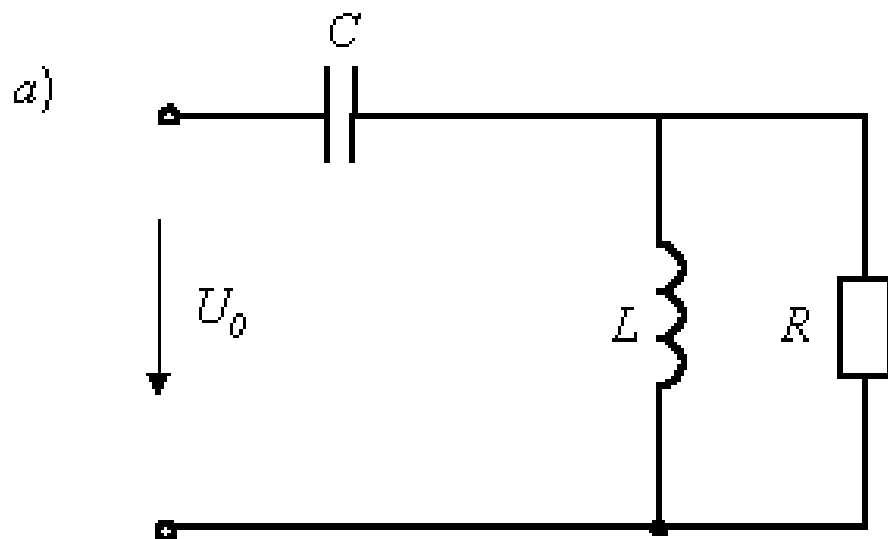
Если  $R_1 = R_2 = 0$ , то

$$Z = \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \frac{X^2}{0} = \infty$$





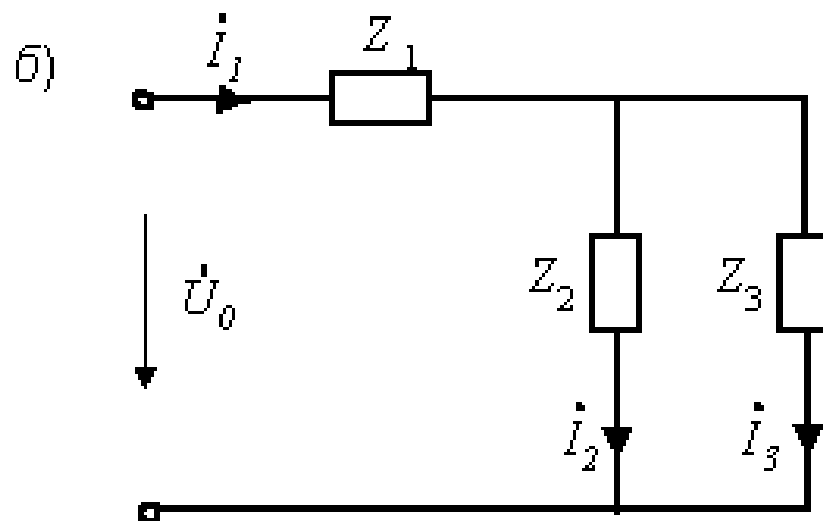
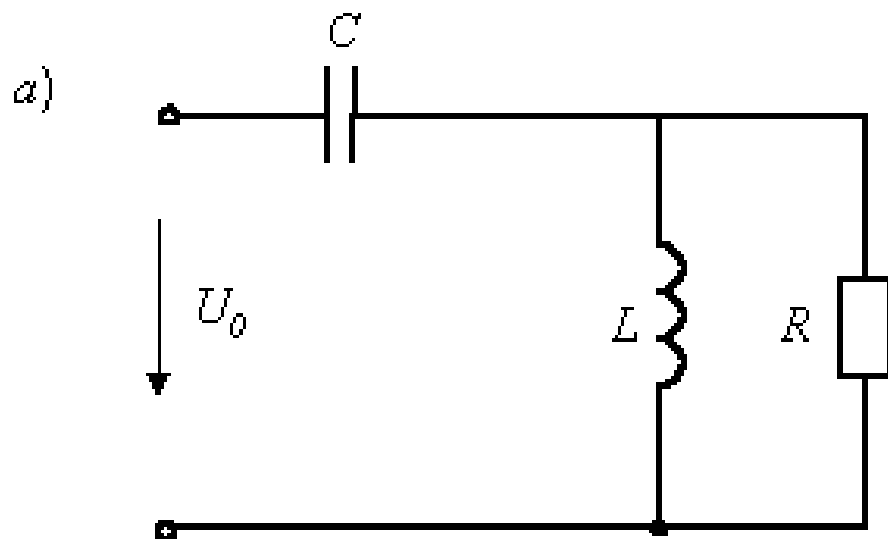
## Пример расчета параметров цепи переменного тока



$$R = \omega L = 1/\omega C = 10 \text{ Ом}$$

$$\psi_{u0} = 0 \Rightarrow \dot{U}_0 = 10 \text{ В}$$

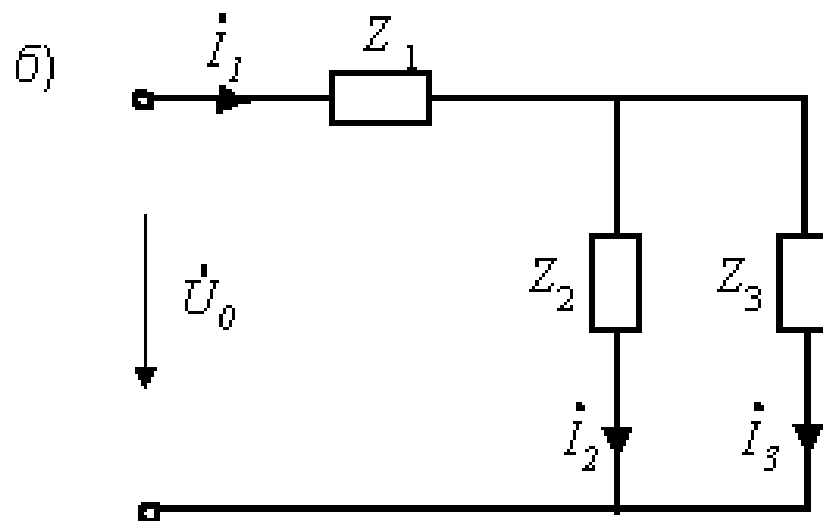
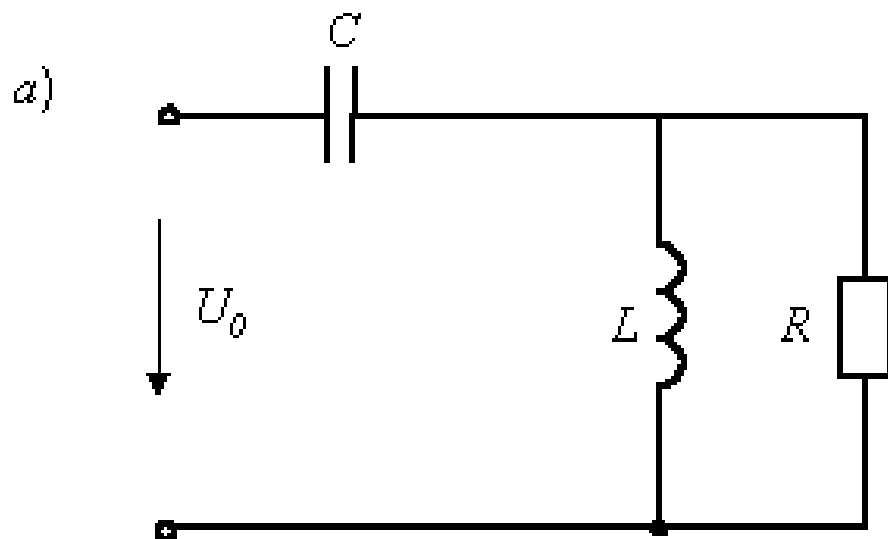
## Пример расчета параметров цепи переменного тока



$$Z_1 = 1/j\omega C = 10/j = -j10; \quad Z_2 = j\omega L = j10; \quad Z_3 = R = 10$$

$$\begin{aligned} Z_{\text{BX}} &= Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = -j10 + \frac{j10 \cdot 10}{j10 + 10} = \\ &= -j10 + \frac{1000}{200} + \frac{1000}{200}j = -j10 + 5 + j5 = 5 - j5 \end{aligned}$$

## Пример расчета параметров цепи переменного тока

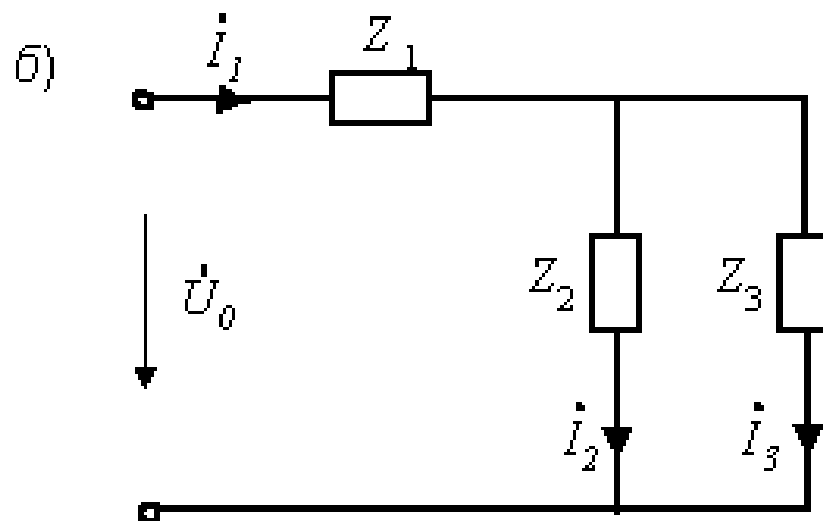
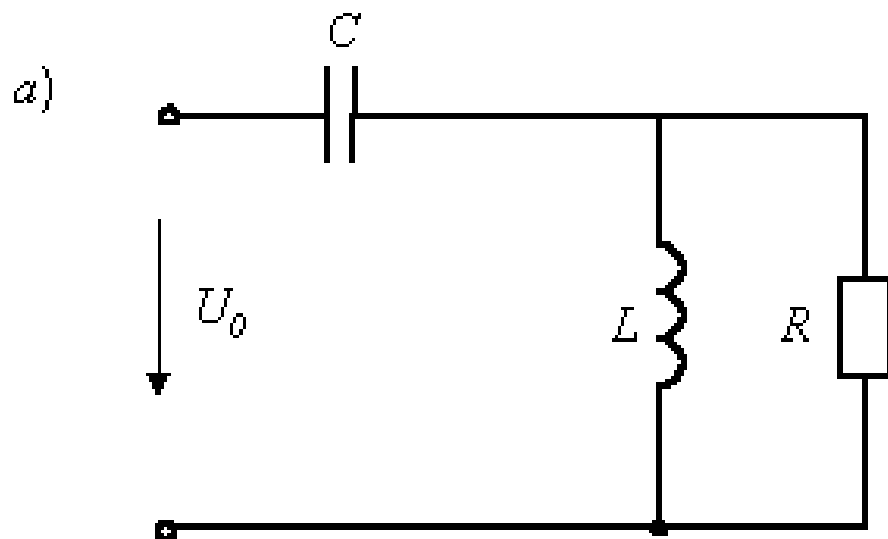


$$\dot{I}_1 = \dot{U}_0 / Z_{ex} = 10 / (5 - j5) = 1 + j$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 = (1 + j)(-j10) = 10 - j10$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_0 - \dot{U}_1 = 10 - (10 - j10) = j10$$

## Пример расчета параметров цепи переменного тока



$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{23}/Z_2 = j10/j10 = 1$$

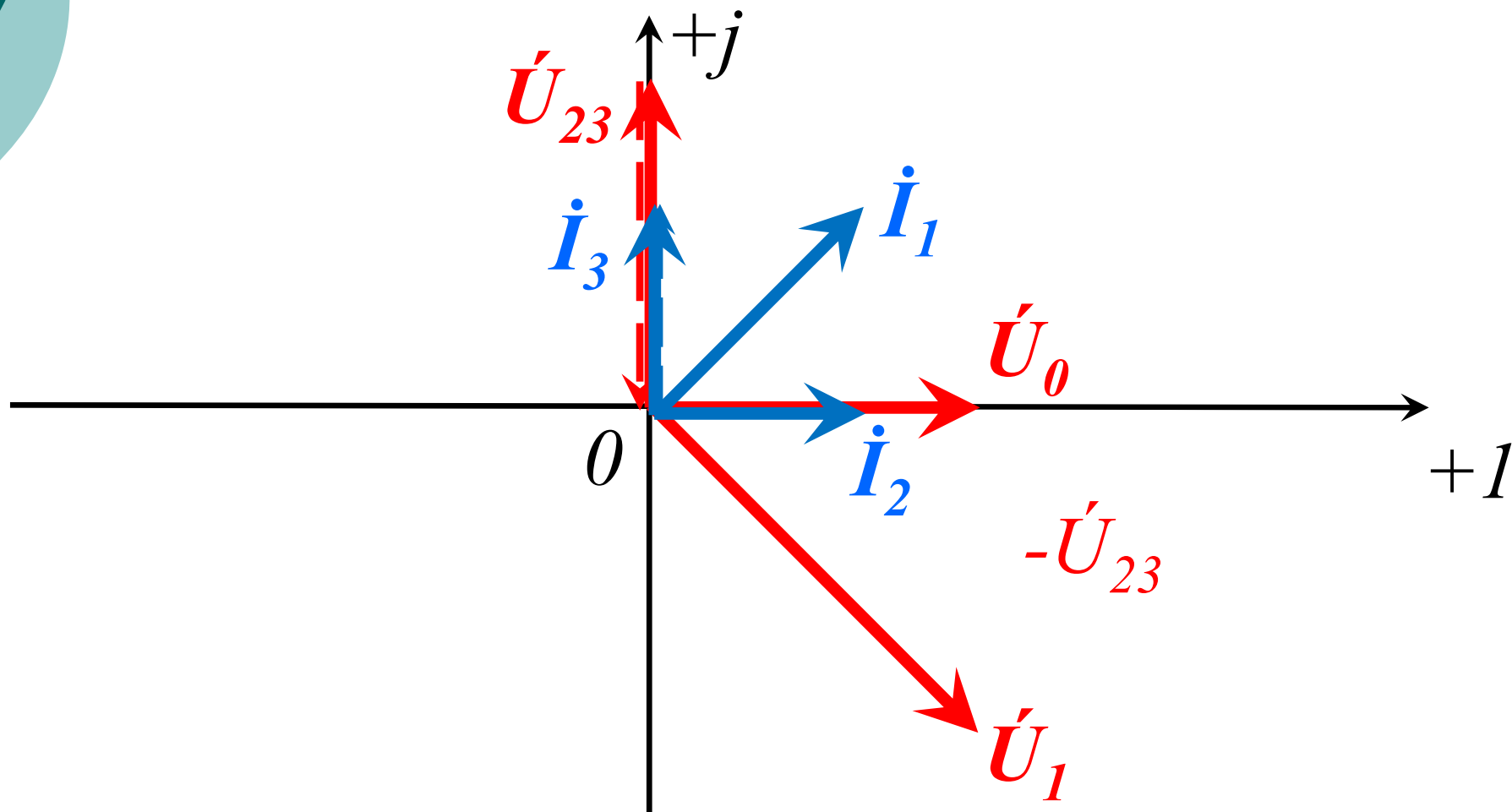
$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 1 + j - 1 = j$$

## Векторная диаграмма

$$\dot{U}_0 = 10; \dot{U}_1 = 10 - j10; \dot{U}_{23} = j10$$

---

$$\dot{I}_1 = 1 + j; \dot{I}_2 = 1; \dot{I}_3 = j$$

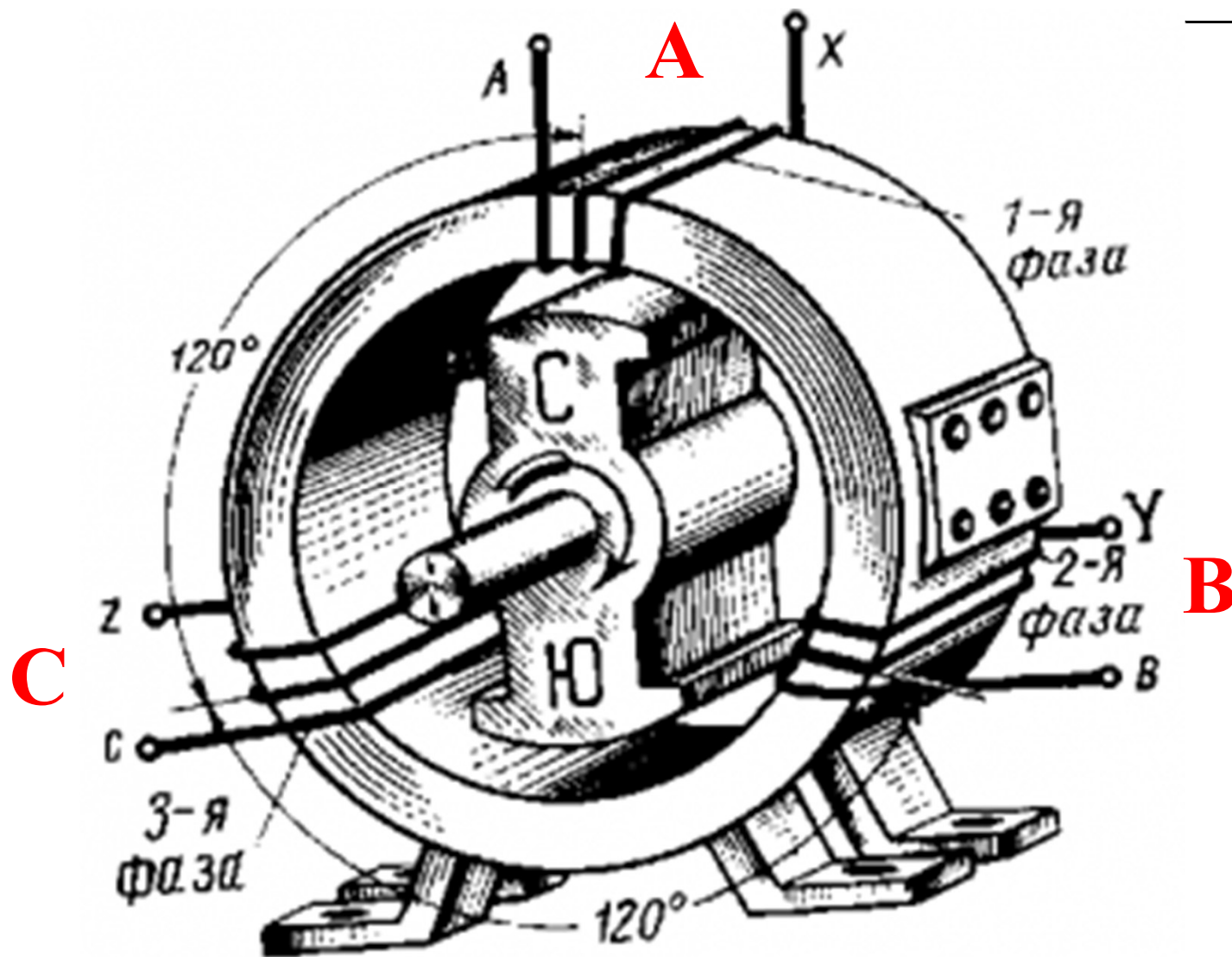




# Трёхфазный ток

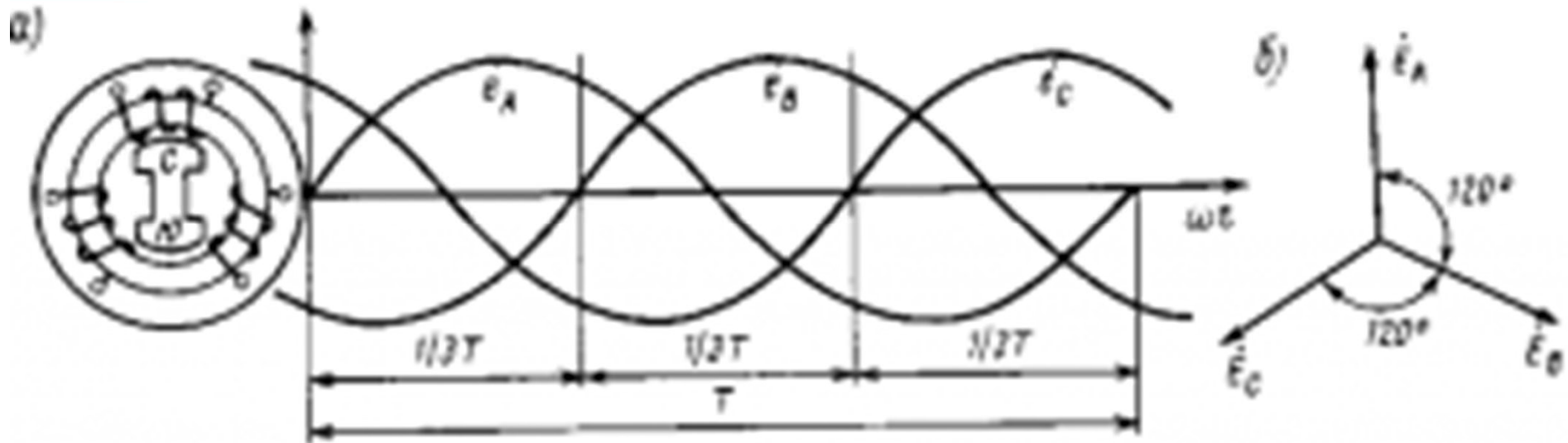
---

# Генератор трехфазного тока



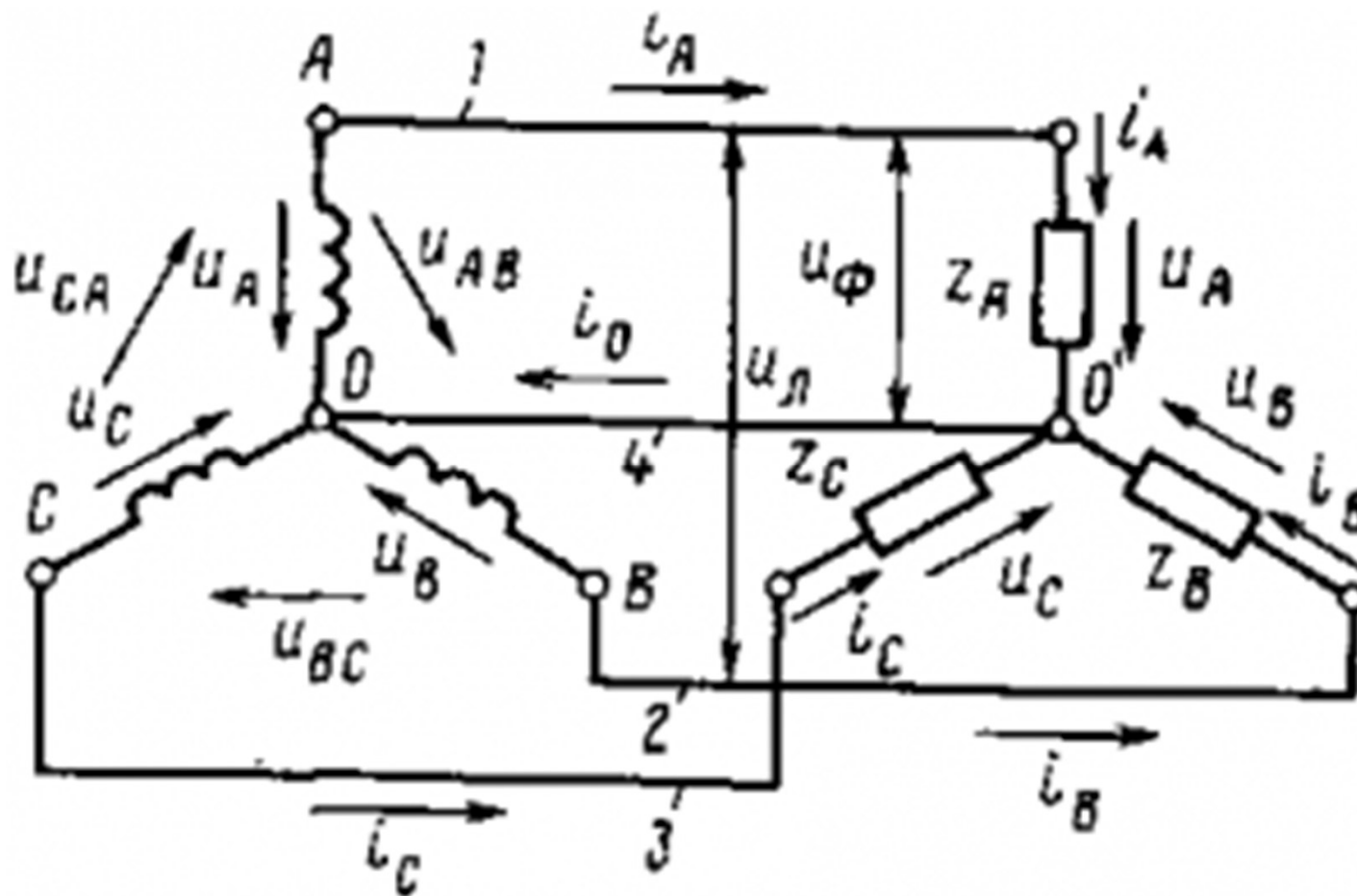


# Трёхфазное напряжение

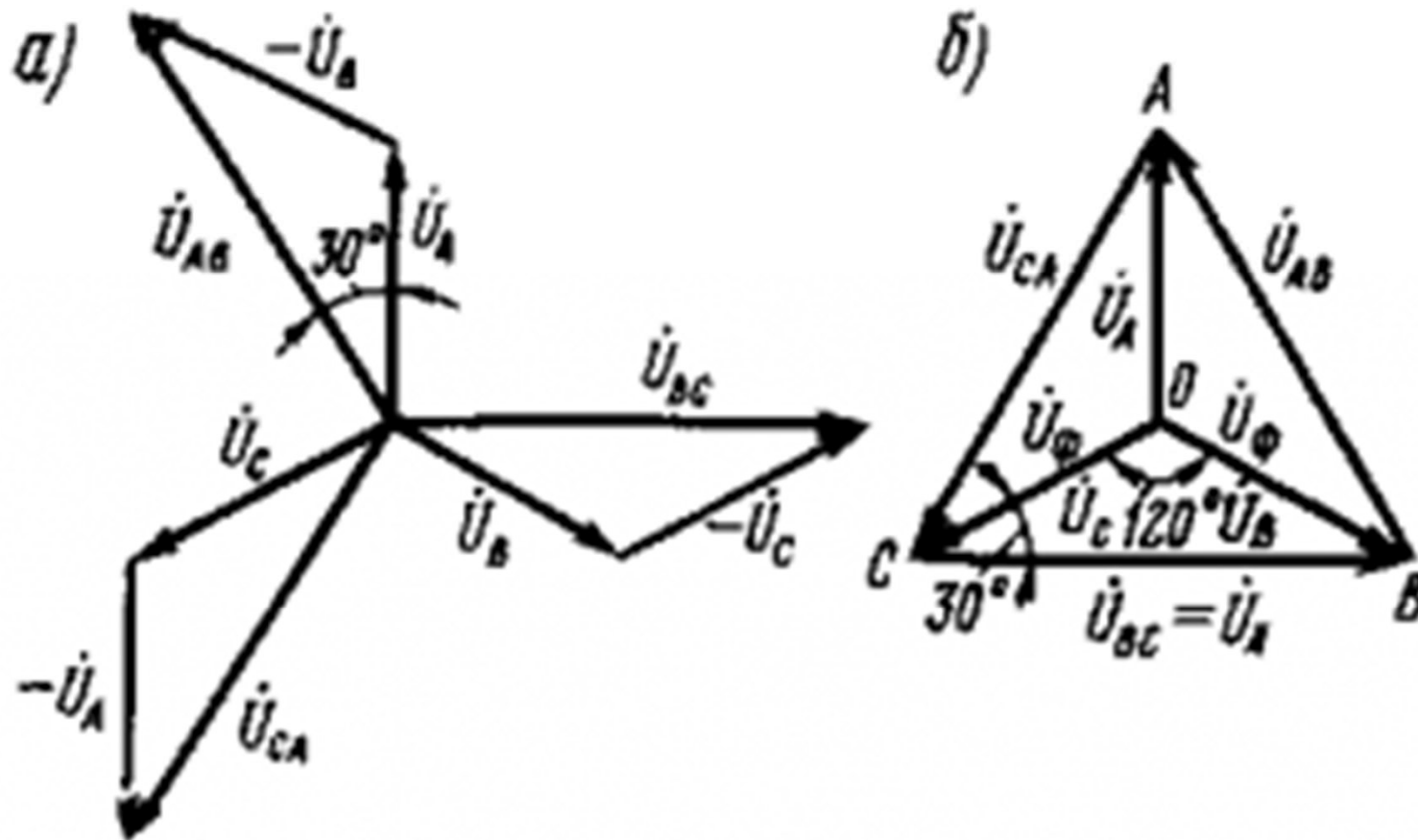


$$e_A + e_B + e_C = 0$$

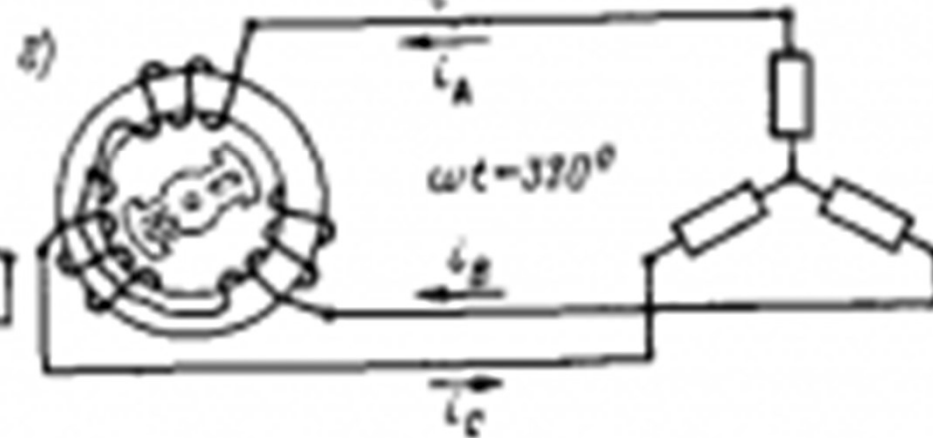
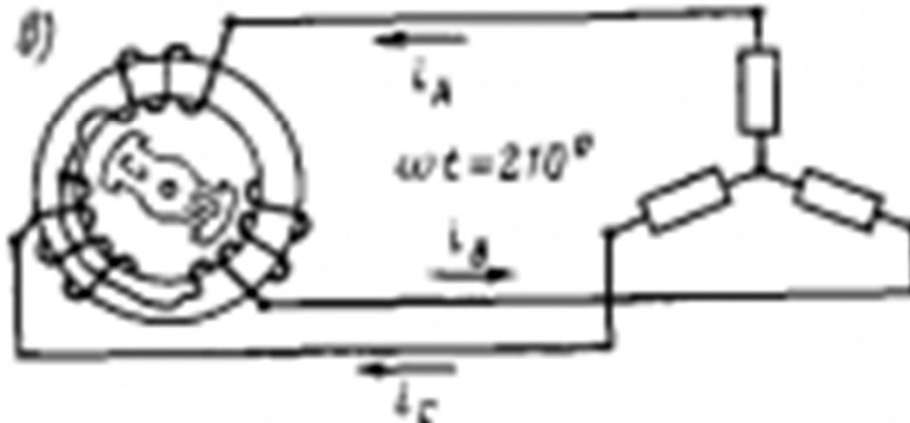
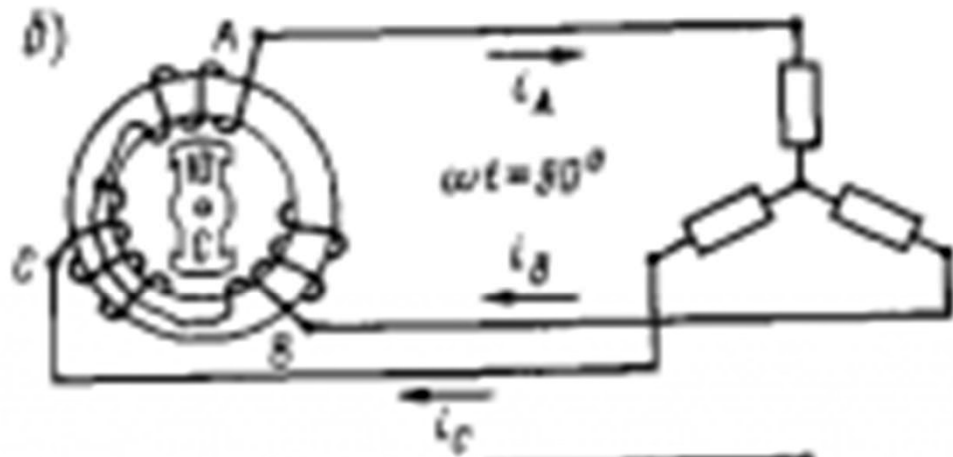
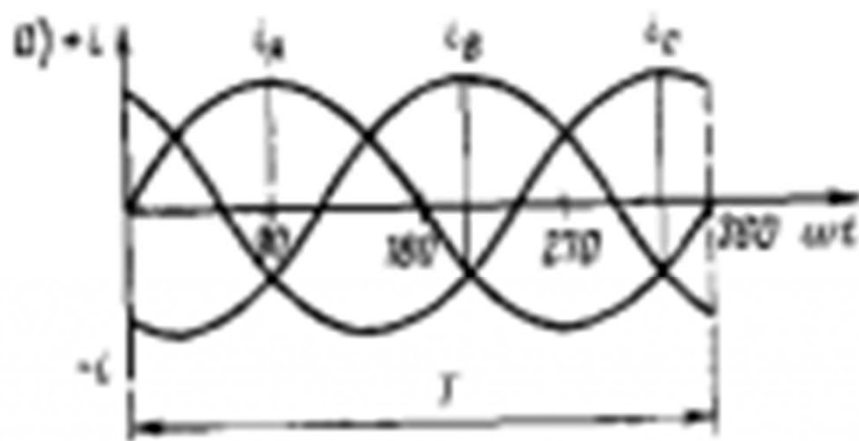
## Схема соединения «Звездой»



# Векторные диаграммы



# Соединение без нулевого провода



# Соединение «треугольником»

