Электротехника и электроника

Переходные процессы в электрических цепях

Переходными называют процессы, возникающие в электрической цепи при переходе от одного установившегося состояния к другому.

Переходный режим

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt,$$

Принужденный режим

$$u = R i_{np} + L \frac{di_{np}}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i_{np} dt$$

Свободный режим

$$0 = R(i - i_{np}) + L\frac{d}{dt}(i - i_{np}) + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}(i - i_{np})\,dt$$

$$0 = R\,i_{cв} + L\frac{di_{cв}}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_{cв}\,dt$$

Первый закон коммутации

В любой ветви с индуктивностью ток (и магнитный поток) в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией, и далее начинает изменяться от этого значения.

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

Второй закон коммутации

В любой ветви с ёмкостью напряжение (и заряд) на ней в момент коммутации сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией, и далее начинает изменяться от этого значения.

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

Выводы

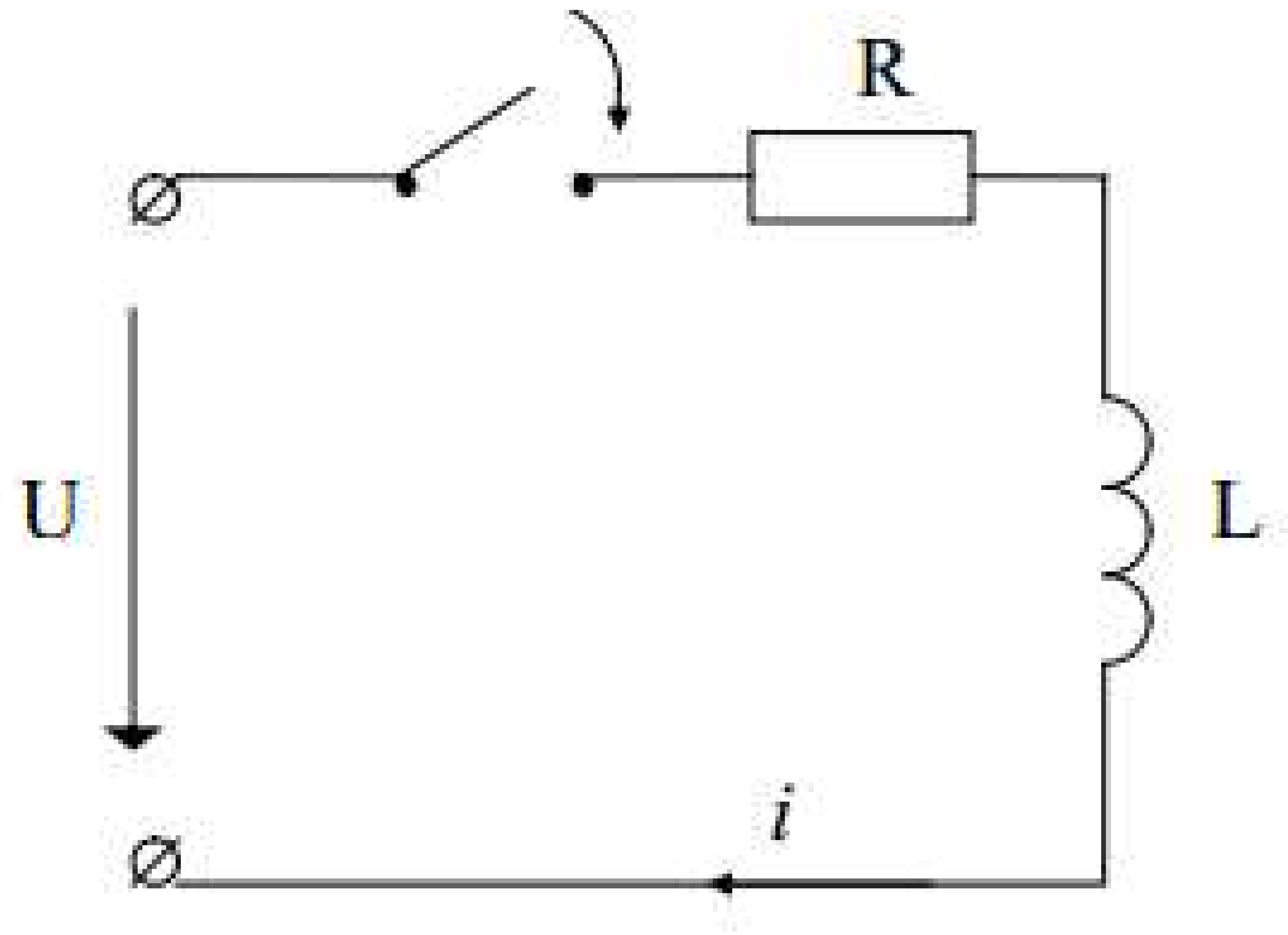
При переходе цепи от одного состояния к другому мгновенному протеканию переходного процесса мешают только ёмкости и индуктивности цепи.

- При отсутствии тока в индуктивности в момент коммутации он равен нулю (разрыв).
- При отсутствии напряжения на ёмкости в момент коммутации оно равно нулю (короткое замыкание).

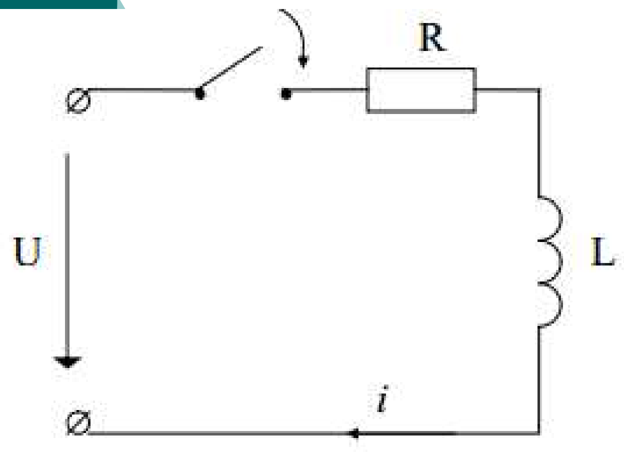
Общая методика расчета переходных процессов классическим методом

- Запись выражения для искомой переменной в виде $x(t)=x_{пр} + x_{св}$
- Нахождение принужденной составляющей общего решения на основании расчета установившегося режима послекоммутационной цепи.
- Составление характеристического уравнения и определение его корней.
- Подстановка полученных выражений принужденной и свободной составляющих в соотношение.
- Определение начальных условий и на их основе – постоянных интегрирования.

Включение цепи R, L на постоянное напряжение



Включение цепи R, L на постоянное напряжение



По 2 закону Кирхгофа:

$$U = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Ток переходного режима:

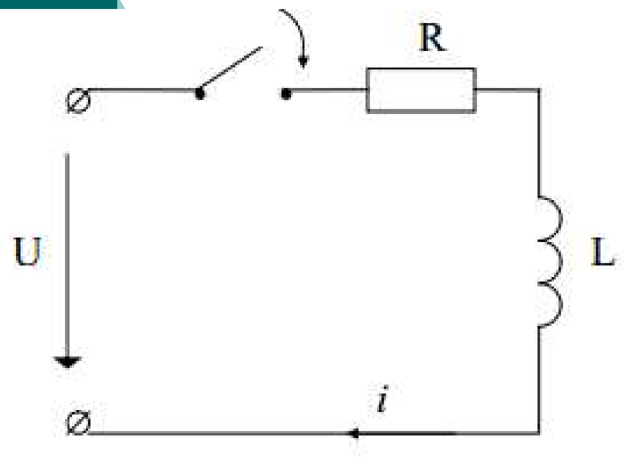
$$i = i_{пр} + i_{св}$$

Принужденный режим: $i_{пр} = const = U/R$

Свободный режим: $0 = L\frac{di_{св}}{dt} + Ri_{св}$

Характеристическое уравнение: $pL+R=0$

Включение цепи R, L на постоянное напряжение



- $$p = -R/L$$

$$i_{\text{св}} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Ток переходного режима:

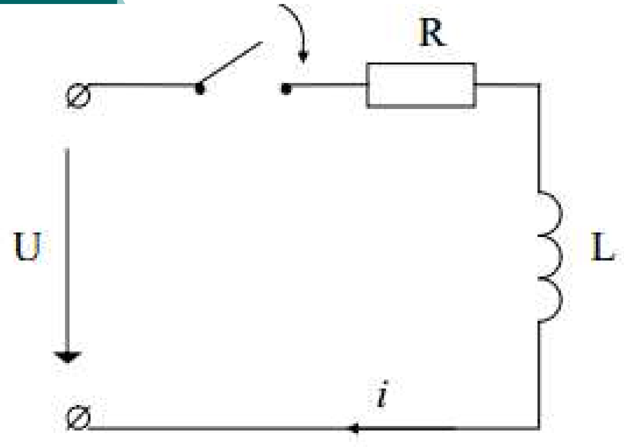
$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Постоянная интегрирования:

$i_L(0_+) = i_L(0_-)$ ➔ $i_L(0) = 0$

$0 = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}; \;\; A = -\frac{U}{R}$

Включение цепи R, L на постоянное напряжение



$$i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$L/R = \tau \;\left([\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\text{Гн}}{\text{Ом}} = \frac{\text{Ом}\cdot\text{с}}{\text{Ом}} = \text{с}\right)$$

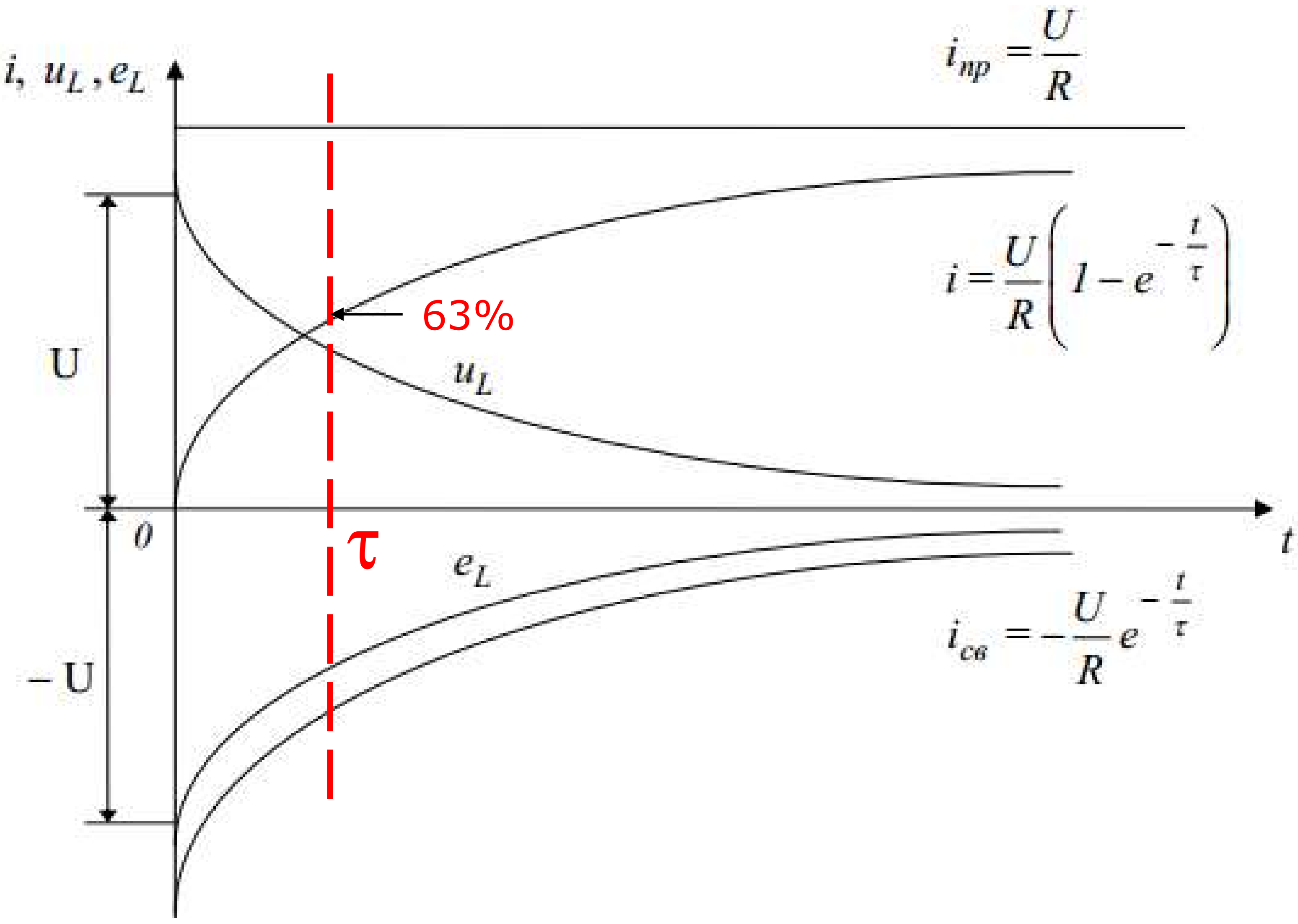
$$i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = i_{\text{пр}}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Напряжение на индуктивности

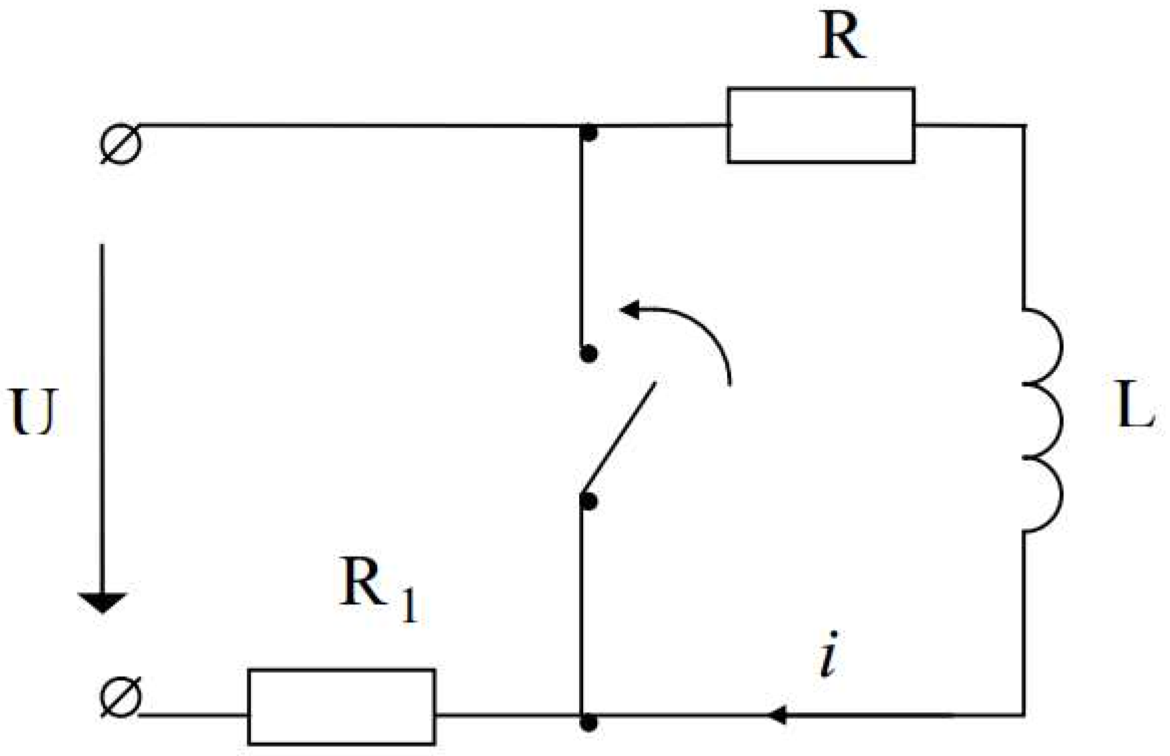
$$U_L = L\frac{di}{dt} = L\left(\frac{U}{R}\cdot\frac{R}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

Эдс самоиндукции: $e_L = -Ue^{-\frac{t}{\tau}}$

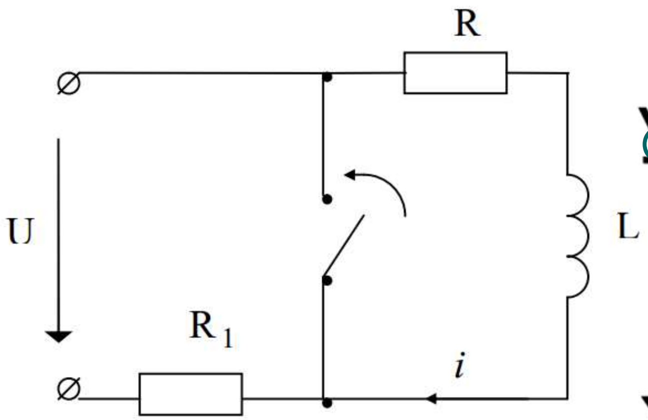
Включение цепи R, L на постоянное напряжение



Короткое замыкание цепи r, L



Короткое замыкание цепи r, L



Уравнение Кирхгофа:

$$0 = Ri + L\frac{di}{dt}$$

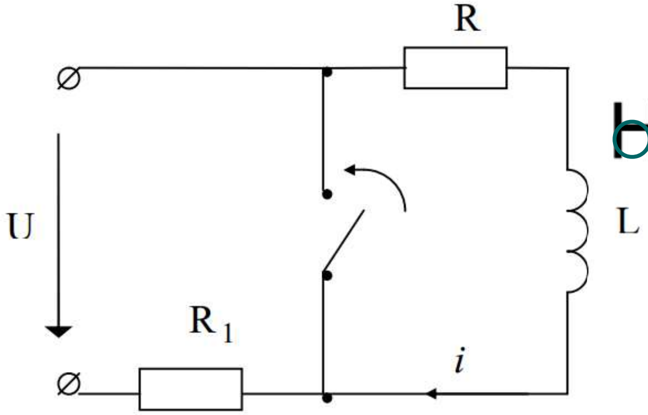
Характеристическое уравнение: $pL+R=0$; $p = -R/L$

Решение: $i = i_{\text{св}} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i(0_+) = i(0_-) = \frac{U}{R+R_1}; A = \frac{U}{R+R_1}$$

$$i = \frac{U}{R+R_1}e^{-\frac{t}{\tau}} = Ie^{-\frac{t}{\tau}}$$

Короткое замыкание цепи r, L

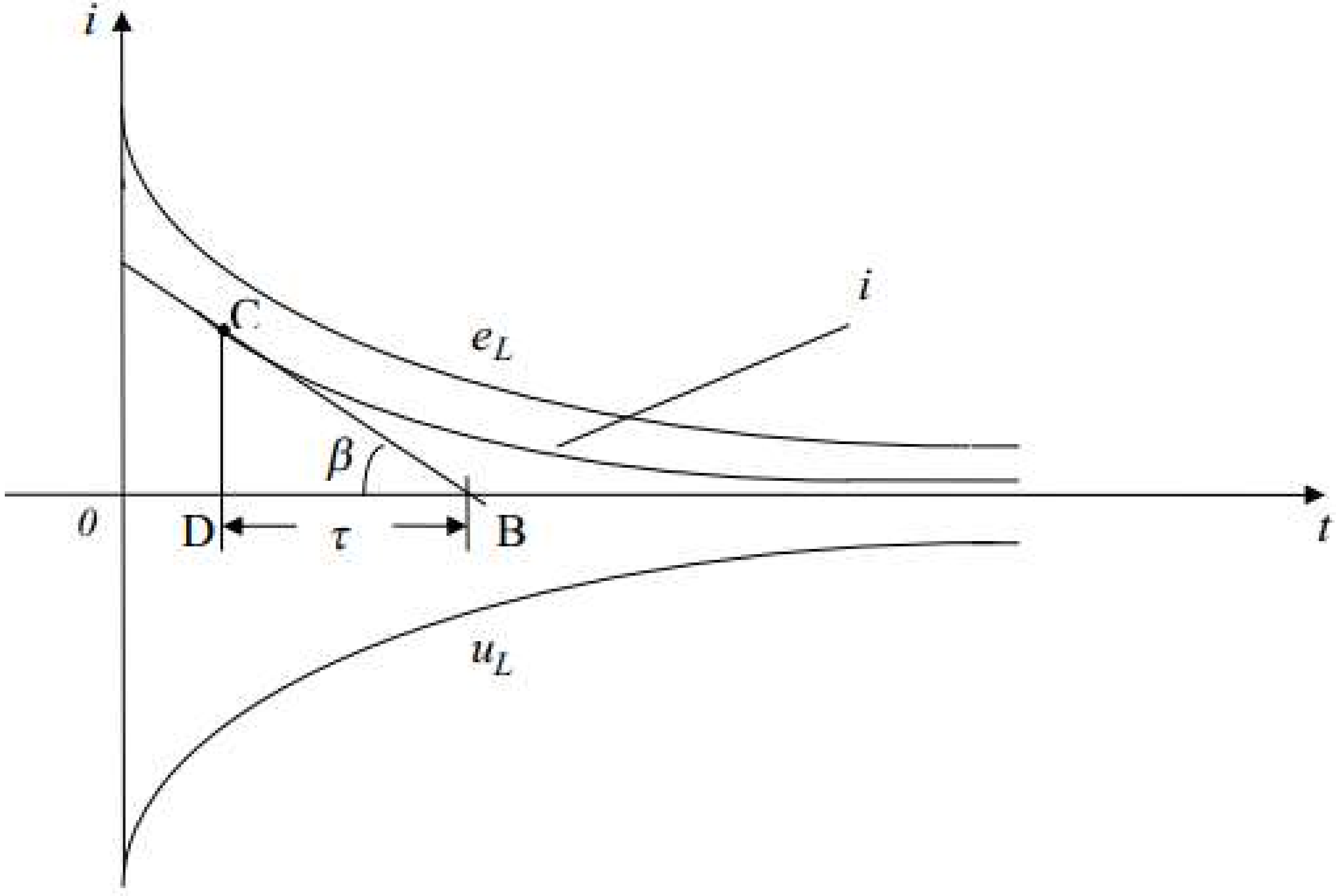


Напряжение на индуктивности:

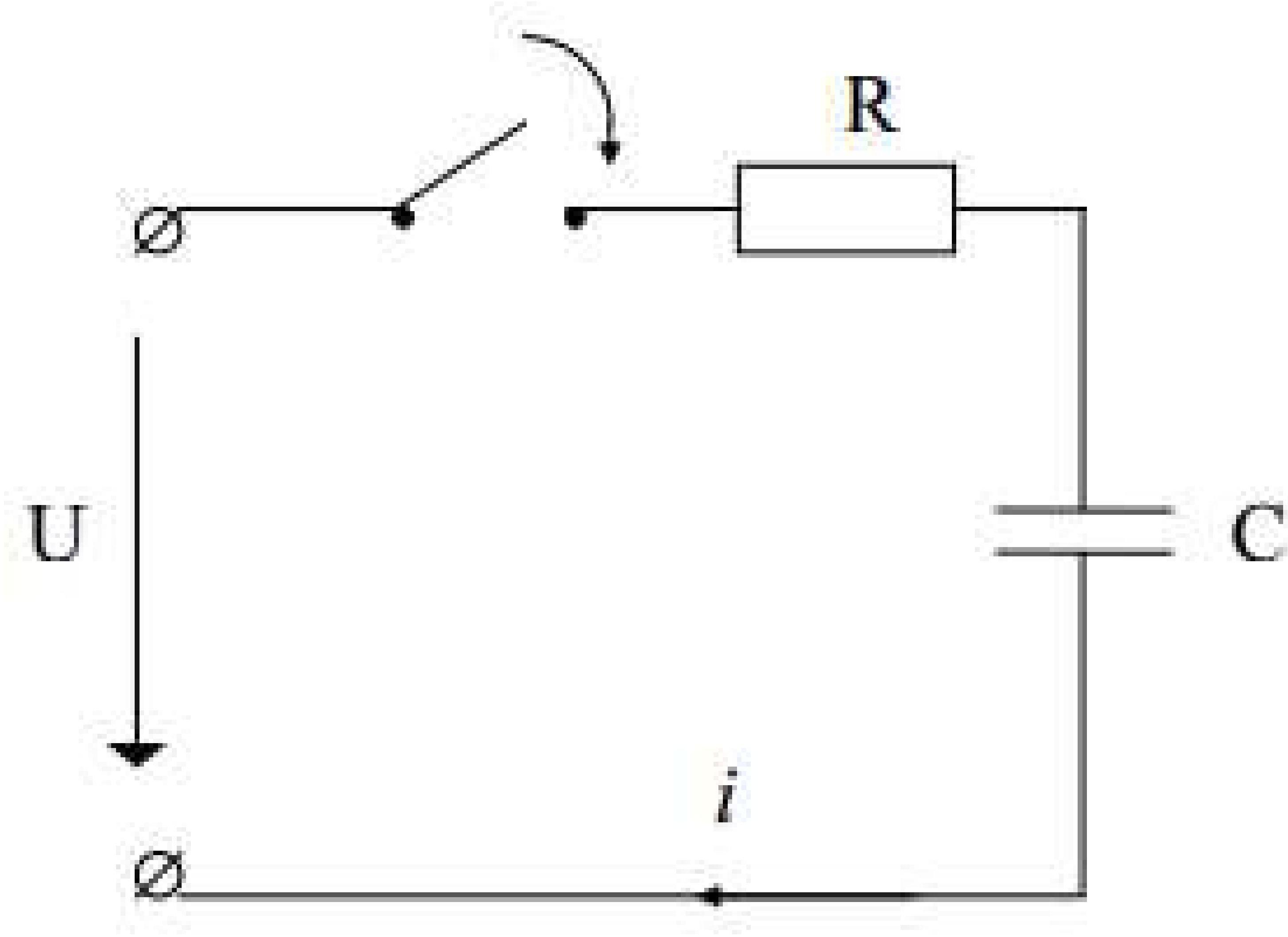
$$U_L = L\frac{di}{dt} - LIe^{-\frac{t}{\tau}} =$$

$$= -RIe^{-\frac{t}{\tau}} = -U_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

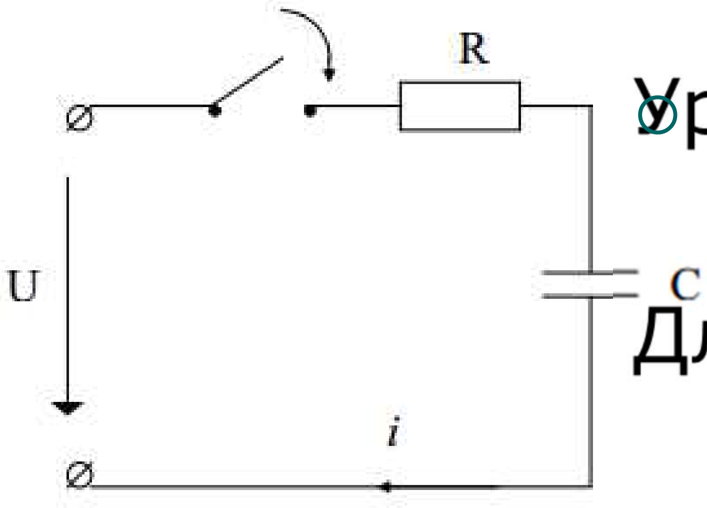
Короткое замыкание цепи r, L



Включение цепи на постоянное напряжение



Включение цепи на постоянное напряжение



Уравнение Кирхгофа:

$$U = Ri + u_c$$

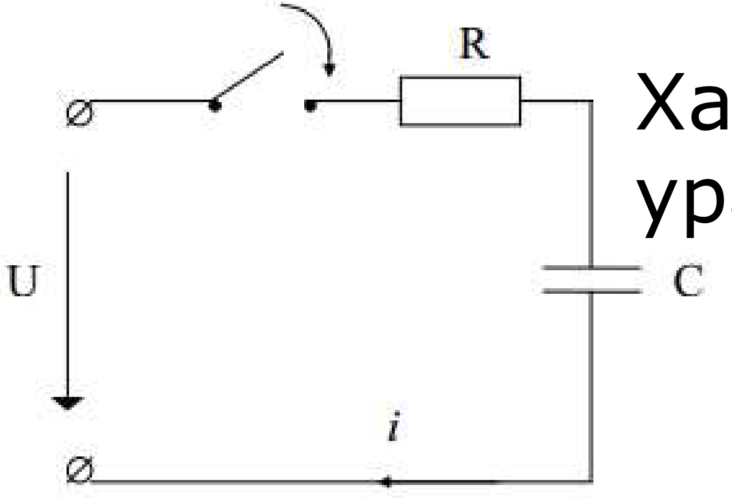
Для тока: $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

$$U = RC\frac{du_c}{dt} + u_c$$

При $t = \propto$ $\frac{du_c}{dt}$=0

Для напряжения: $u_{спр} = U$

Включение цепи на постоянное напряжение



Характеристическое уравнение:

$$RCp+1=0$$

$$p = -1/RC$$

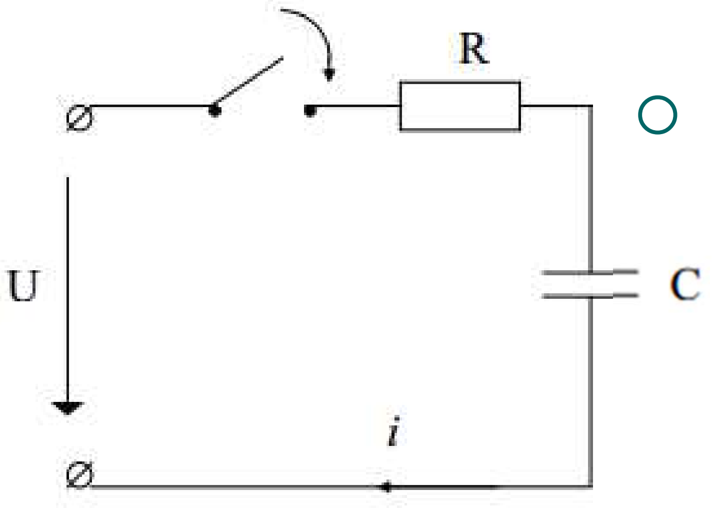
$$u_c = u_{\text{спр}} + u_{c\text{св}} = U + Ae^{pt}$$

При t=0: $u_c(0_+) = uc(0_-) = 0$ ➔ A = -U

Примем τ=RC

$$uc = U(1 - e^{pt}) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Включение цепи на постоянное напряжение



$$i = C\frac{du_c}{dt} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

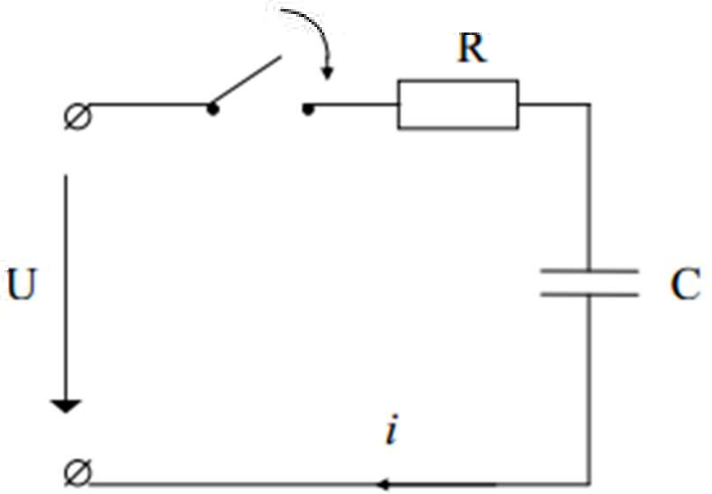
$$u_C = \frac{1}{C}\int idt \Rightarrow U = Ri + \frac{1}{C}\int idt$$

После дифференцирования: $0 = R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{C}$

$$i_{\text{пр}} = 0;\; Rp + \frac{1}{C} = 0; p = -\frac{1}{RC}$$

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Включение цепи на постоянное напряжение



$$U = Ri(0) + u_{C(0)}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$U = Ri(0)$$

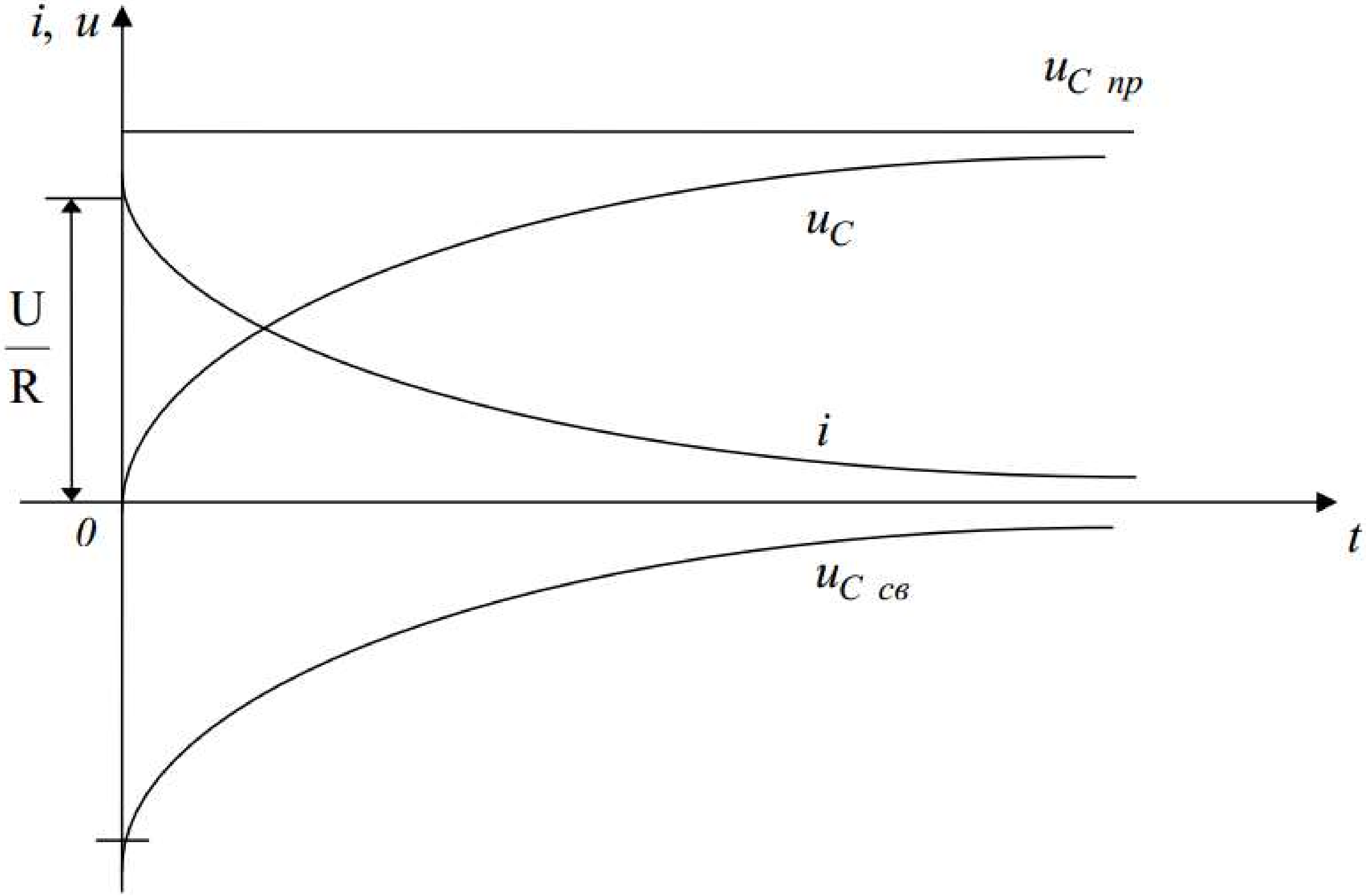
$$i(0) = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{U}{R} = A$$

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

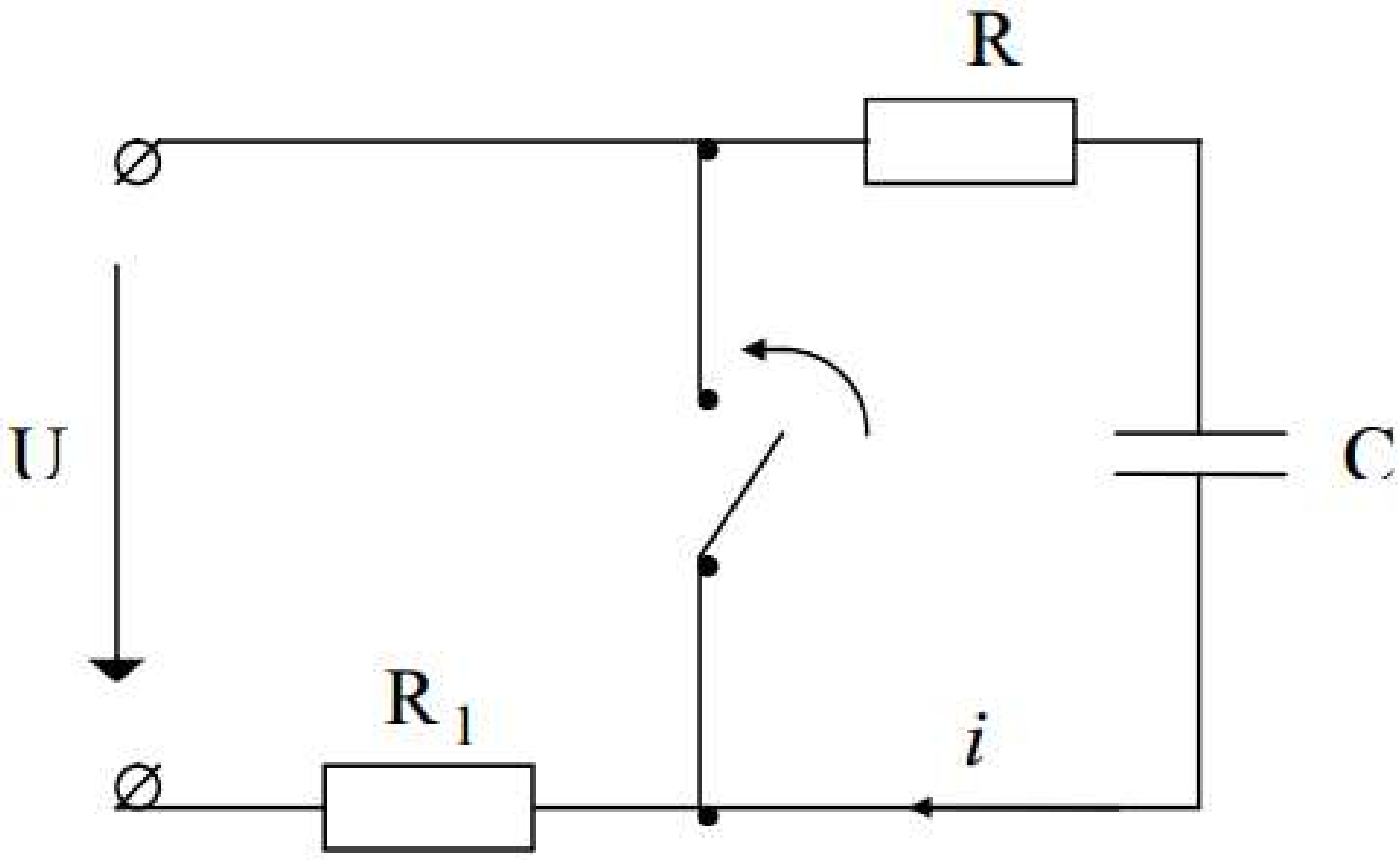
$$uC = \frac{1}{C}\int_0^t idt = \frac{1}{C}\cdot\frac{U}{R}\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}dt = \frac{U(-\tau)}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}[t..0]$$

$$= U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

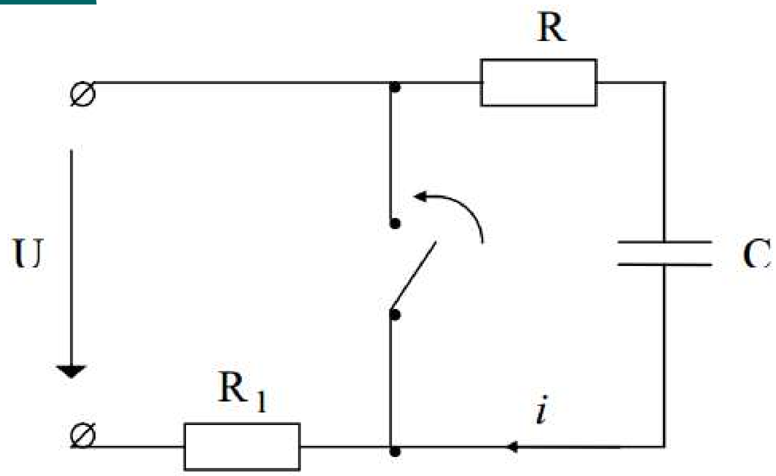
Включение цепи на постоянное напряжение



Короткое замыкание цепи



Короткое замыкание цепи



- $$0 = Ri + u_C$$
  $$i = C\frac{du_C}{dt}$$

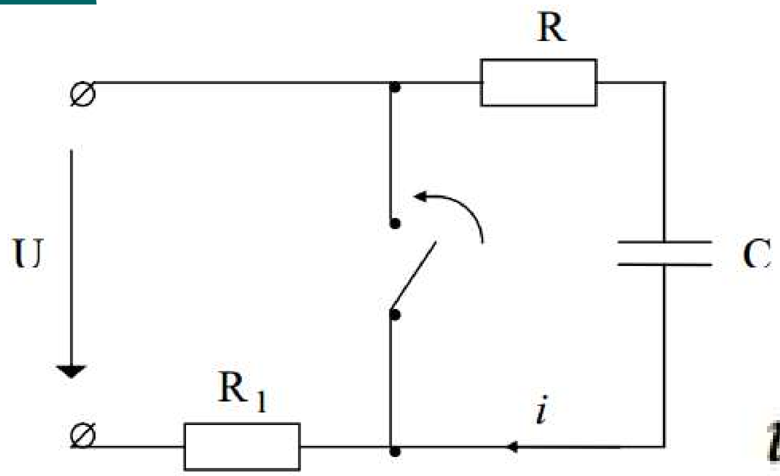
$$0 = RC\frac{du_C}{dt} + u_C.$$

$$u_{C\ np} = 0. \qquad 0 = RCp + 1$$

$$p = -\frac{1}{RC}.$$

$$u_C = u_{C\ np} + u_{C\ cв} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Короткое замыкание цепи



$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U$$

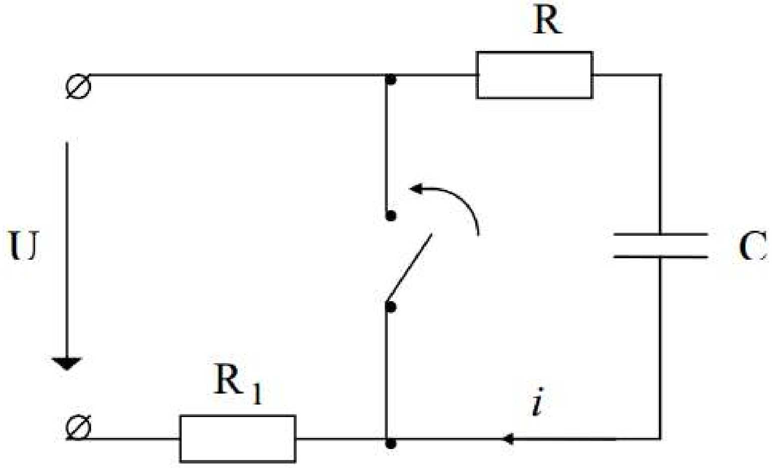
$$U = A$$

$$u_C = Ue^{pt} = Ue^{-\frac{t}{RC}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = CU\left(-\frac{1}{RC}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int idt \quad 0 = Ri + \frac{1}{C}\int idt \quad 0 = R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C}$$

Короткое замыкание цепи



$$i_{np} = 0$$

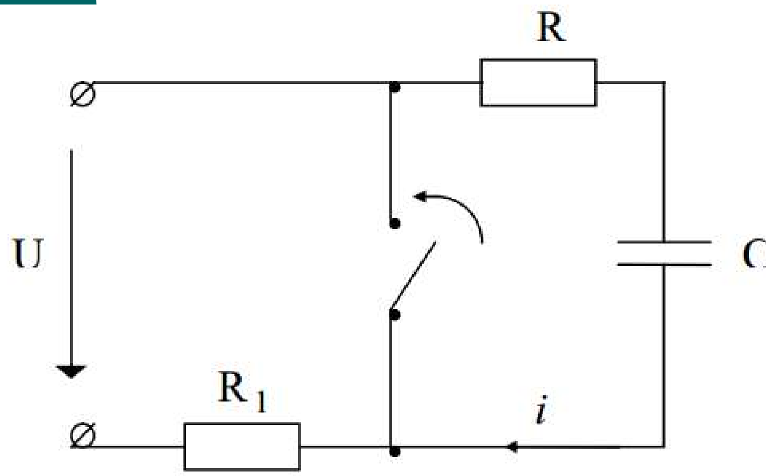
$$0 = Rp + \frac{1}{C} \quad \text{и} \quad p = -\frac{1}{RC}$$

$$i = i_{np} + i_{cв} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U$$

$$0 = Ri(0) + U \qquad i(0) = -\frac{U}{R}$$

Короткое замыкание цепи



$$-\frac{U}{R} = A \quad \text{и} \quad i = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} idt = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} idt + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} idt =$$

$$= u_C(0) + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} idt = U + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

Короткое замыкание цепи