

Интерполяция многочленом.

Лукьянчиков Иван  
Группа 424

**1) Постановка задачи.** Имеется функция  $f$ . Заданы на узлы  $x_0, x_1, \dots, x_N$  и известно значение  $f$  в этих узлах  $f_0, f_1, \dots, f_N$ . Требуется построить полином  $N$  степени, проходящий через  $N + 1$  точку  $(x_i, f_i)$ .

**2) Решение задачи.** Искомый полином может быть получен следующими способами: 1) По формуле интерполяционного многочлена Лагранжа

$$P_n^*(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

2) Решив систему

$$\begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} = c_0 * \begin{pmatrix} x_0^N \\ x_1^N \\ \vdots \\ x_N^N \end{pmatrix} + \dots + c_N * \begin{pmatrix} x_0^0 \\ x_1^0 \\ \vdots \\ x_N^0 \end{pmatrix}$$

**3) Реализация задачи.** Задача была реализована на языке программирования C++. Мною был разработан class myvector и в рамках этого класса были реализованы следующие функции: сложение векторов, умножение вектора на скаляр, и скалярное произведение векторов. Также была реализована функция решающая систему линейных уравнений методом Гаусса. И все посчитано.

**4) Тестирование.** На отрезке  $[-1, 1]$  была взята равномерная сетка из 9 узлов и значения функции  $10 * x^8 + x^3 + 3x^2 + 7$ , и по данным значениям строился полином 8 степени. Были посчитаны коэффициенты для искомого полинома и на равномерной сетке из 17 узлов рассмотрено отклонение от искомой функции. Также на равномерной сетке из 17 рассмотрено отклонение от искомой функции значений полученных по формуле интерполяционного многочлена Лагранжа.

1)

$$\text{delta}_g = +0.39813$$

2)

$$\text{delta}_l = +8.67362e - 19$$

Аналогичная процедура была проделана на отрезке  $[-1, 1]$  для  $|x|$ , который приближался полиномом 12 степени.

1)

$$\text{delta}_g = +97.8128$$

2)

$$\text{delta}_l = +1.20607$$