

НИУ ИТМО

Факультет ПИИКТ

Лабораторная работа №2
Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 54

Выполнил Бойко Г. А., группа Р3116

г. Санкт-Петербург, 2024

Задание:	2
Основные этапы вычисления:	2
Дополнительное задание:.....	5
Решение:	5
Заключение:	5
Список использованной литературы:.....	5

Задание:

На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Основные этапы вычисления:

1) 39

N	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	1	1	0	0	0	1	0	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Таким образом, синдром $S = 101$, следовательно, ошибка в бите i_2 .

Правильное сообщение: 0110

2) 71

N	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	0	0	0	1	0	1	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

Таким образом, синдром $S = 010$, следовательно, ошибка в бите r_2 .

Правильное сообщение: 0101

3) 3

N	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	0	1	1	0	0	0	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

Таким образом, синдром $S = 111$, следовательно, ошибка в i_4 .

Правильное сообщение: 1001

4) 23

N	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	1	0	0	1	0	0	1	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	s_1

2		X	X			X	X	S ₂
4				X	X	X	X	S ₃

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

Таким образом, синдром $S = 010$, следовательно, ошибка в бите r_2 .

Правильное сообщение: 0001

5) 54

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Сообщение	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	S ₁
2		X	X			X	X			X	X			X	X	S ₂
4				X	X	X	X					X	X	X	X	S ₃
8								X	X	X	X	X	X	X	X	S ₄

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

Таким образом, синдром $S = 1000$, следовательно, ошибка в r_1 .

Правильное сообщение: 00111100011

6) $2^r \geq r + i - 1$, где r - минимальное число контрольных разрядов, i - диапазон информационных разрядов.

$$i = (39 + 71 + 3 + 23 + 54) * 4 = 760$$

Т. о. $2^r \geq r + 759$, минимальное значение $r = 10$.

Коэффициент избыточности равен $\frac{r}{i+r} = \frac{10}{770} = 0,013$

Дополнительное задание:

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Решение:

```
d = list(map(int, input()))
s1 = d[0] ^ d[2] ^ d[4] ^ d[6]
s2 = d[1] ^ d[2] ^ d[5] ^ d[6]
s3 = d[3] ^ d[4] ^ d[5] ^ d[6]
res = str(s1) + str(s2) + str(s3)
mp = {
    "000": ["отсутствует", -1],
    "100": ["в бите r1", 0],
    "010": ["в бите r2", 1],
    "110": ["в бите i1", 2],
    "001": ["в бите r3", 3],
    "101": ["в бите i2", 4],
    "011": ["в бите i3", 5],
    "111": ["в бите i4", 6]
}
print("Ошибка " + mp[res][0])
if mp[res][1] != -1: d[mp[res][1]] = 1 if d[mp[res][1]] == 0 else 1
print(str(d[2]) + str(d[4]) + str(d[5]) + str(d[6]))
```

Заключение:

В процессе выполнения лабораторной работы я научился синтезировать помехоустойчивый код. Поработал с декодированием кода Хэмминга (7, 4) и (15, 11). Научился вычислять минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Список использованной литературы:

1. Балакшин П.В., Соснин В.В. Информатика: методическое пособие. Санкт-Петербург: 2015
2. Липницкий В. А., Чесалин Н. В. Линейные коды и кодовые последовательности. Минск: 2008