Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών Πάτρας
Τομέας Συστημάτων και Αυτομάτου Ελέγχου

Εργαστήριο Ψηφιακών Συστημάτων Ελέγχου
Ακαδημαϊκό Έτος 2015-2016

Γιώργος Μπολάτογλου

Γραμμικοποίηση με ανατροφοδότηση εξόδου και έλεγχος Κινούμενου Ανεστραμμένου Εκκρεμούς

1)

$$\dot{\theta} = \dot{\theta} = 0 * \theta + \dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = f(x) + g(x)u$$

Αν αναγάγουμε τα παραπάνω σε πίνακες:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{0} \\ 1 \end{bmatrix} [f(x) + g(x)u]$$

$$ή$$

$$\begin{bmatrix} x1 \\ \dot{x}2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{0} \\ 1 \end{bmatrix} [f(x) + g(x)u]$$

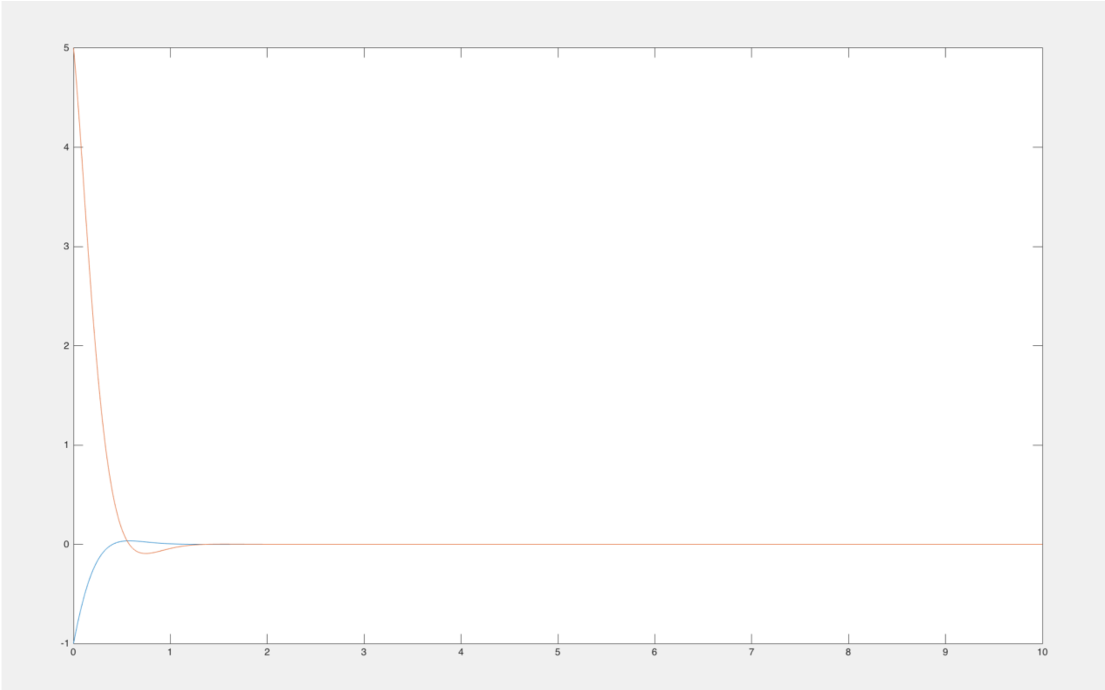
,όπου x1= θ και x2= θ

2)

Για την υλοποίηση του ελεγκτή με **Kp=40** και **Kd=10** σε συνεχές χρόνο:

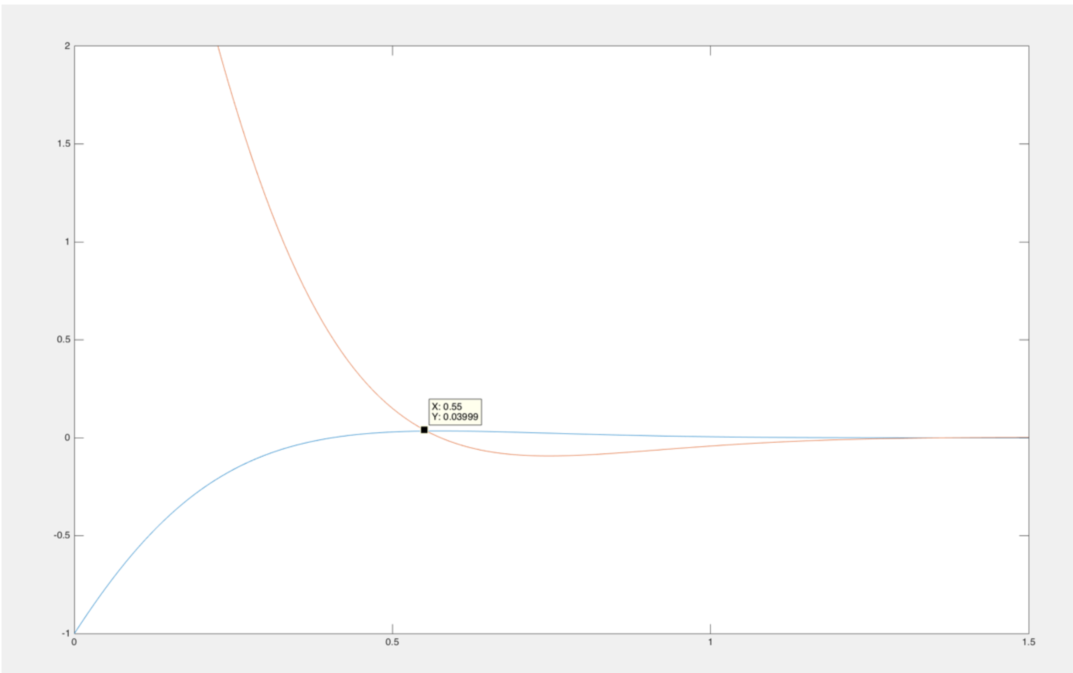
```
clc; clear all;
T_s=0.01;
z0=[ -1 5 ]';
t_in=0;
t_fin=10;
[t,z]= ode45(@odefun, [t_in:T_s:t_fin], z0);
plot(t,z)
```

```
function zdot = odefun(t,z)
M=1;m=1;l=0.3;g=10;
zdot(1)=z(2);
fx= (m*l*sin(z(1))+cos(z(1))*(z(2)).^2-(m+M)*g*sin(z(1)))/...
    (m*l*cos(z(1))^2)-(2*(m+M)*l);

gx=(cos(z(1)))/(m*l*(cos(z(1))).^2-2*(m+M)*l);
kp=40;
kd=10;
u=(-fx-kp*z(1)-kd*z(2))/gx;
zdot(2)=fx+gx*u;
zdot = zdot';

end
```



Η απόκριση με το μπλε χρώμα είναι η απόκριση της γωνιάς του εκρεμμούς και η δεύτερη με το πορτοκαλί της γωνιακής ταχύτητας του εκρεμμούς.

Παρατηρούμε πως ο χρόνος αποκατάστασης είναι γύρω στα 1 με 2 s, πράγμα που ικανοποιεί την δεύτερη συνθήκη(Ts $\leq$ 8 sc).



Μικραίνοντας λίγο το t_fin και χρησιμοποιώντας τον κέρσορα βλέπουμε πως η συνολική υπερύψωση δεν ξεπερνάς το 4%, πράγμα που ικανοποιεί και την πρώτη συνθήκη(υπερύψωση h $\leq$ 20%).

Για διακριτό χρόνο:

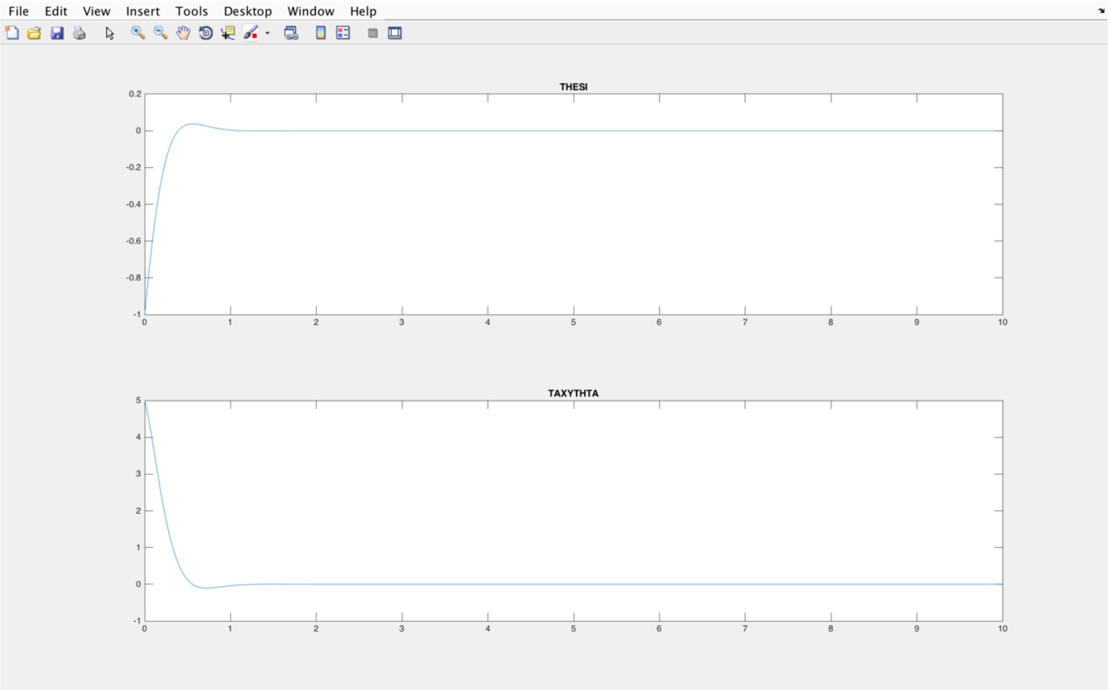
arx

```
clc; clear all;
T_s=0.01;
z0=[ -1 5 ]';
t_in=0;
t_fin=10;
cnt=1;
M=1;m=1;l=0.3;g=10;
kp=40;
kd=10;
z=z0;
x_system=z0;
for t=t_in:T_s:t_fin-T_s
    cnt=cnt+1; %counter increment
    fx= (m*l*sin(z(1))+cos(z(1))*(z(2)).^2-(m+M)*g*sin(z(1)))/...
    ((m*l*cos(z(1))^2)-(2*(m+M)*l));
    gx=(cos(z(1)))/(m*l*(cos(z(1))).^2-2*(m+M)*l);
    u=(-fx-kp*z(1)-kd*z(2))/gx; %input specification
    [tode,z]= ode45(@(t,z)odefun(t,z,u), [t t+T_s],[z]);
    szx_ode=size(z);z=z(szx_ode(1),:)';x_system(:,cnt)=z;
end
t=[t_in:T_s:t_fin];
%plot(t,x_system(2,:))
subplot(2,1,1),plot(t,x_system(1,:)),title('THESI')
subplot(2,1,2),plot(t,x_system(2,:)),title('TAXYTHTA')
```

odefun:

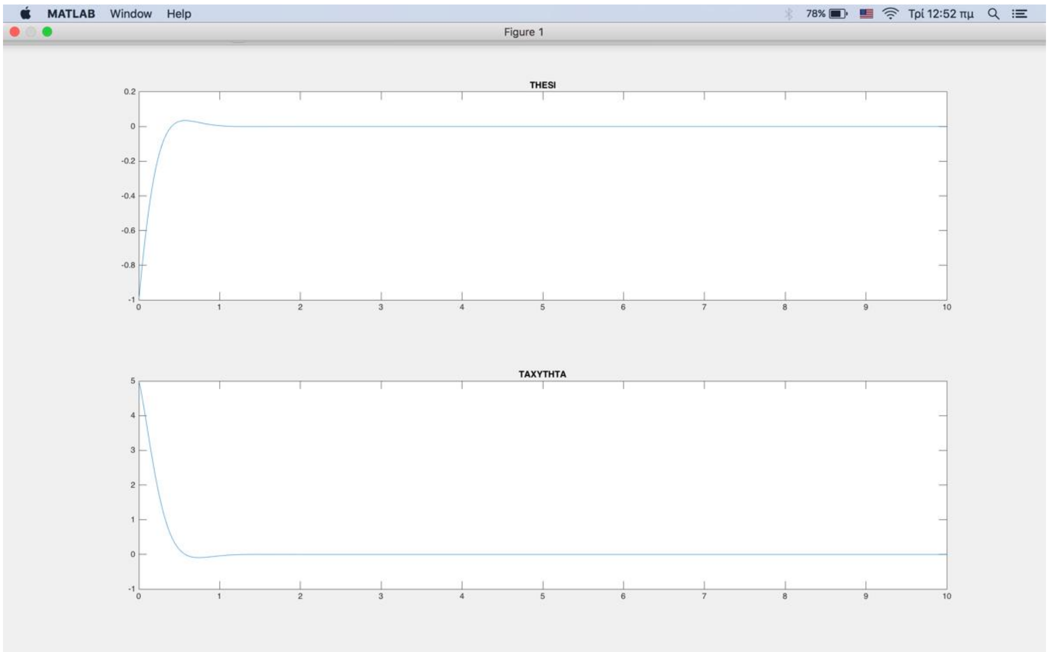
```
function zdot = odefun(t,z,u)
M=1;m=1;l=0.3;g=10;
zdot(1)=z(2);
fx= (m*l*sin(z(1))+cos(z(1))*(z(2)).^2-(m+M)*g*sin(z(1)))/...
    ((m*l*cos(z(1))^2)-(2*(m+M)*l));

gx=(cos(z(1)))/(m*l*(cos(z(1))).^2-2*(m+M)*l);

zdot(2)=fx+gx*u;
zdot = zdot';

end
```

Για Ts=0.01

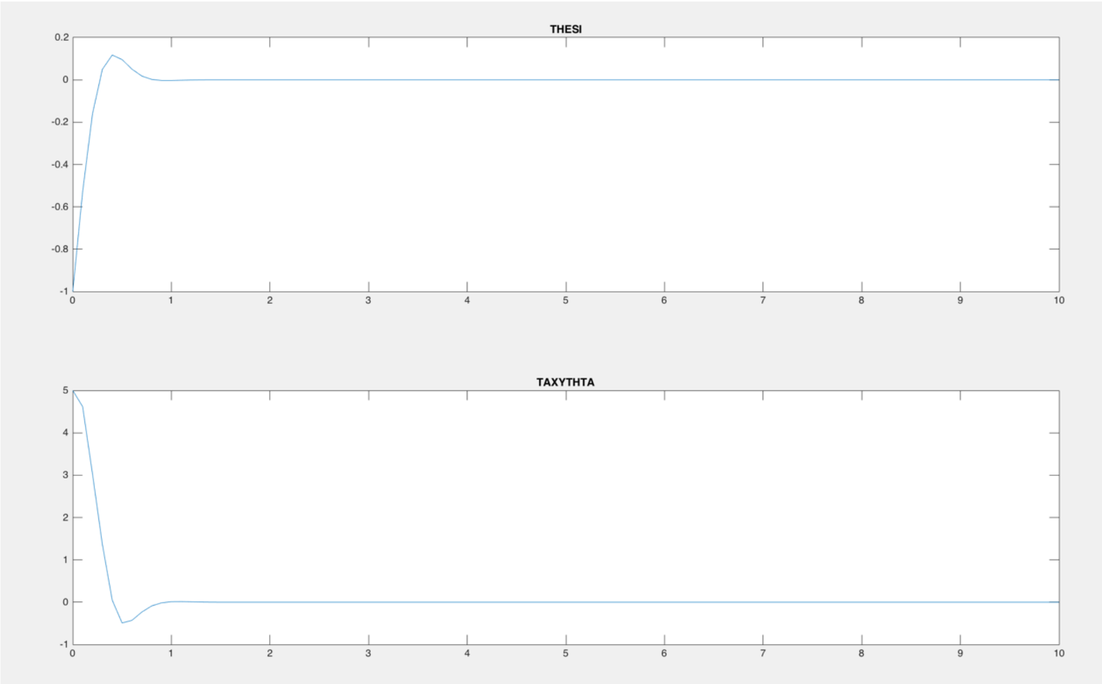


3)Διερεύνηση της απόκρισης του συστήματος για διαφορετικές περιόδους δειγματοληψίας.

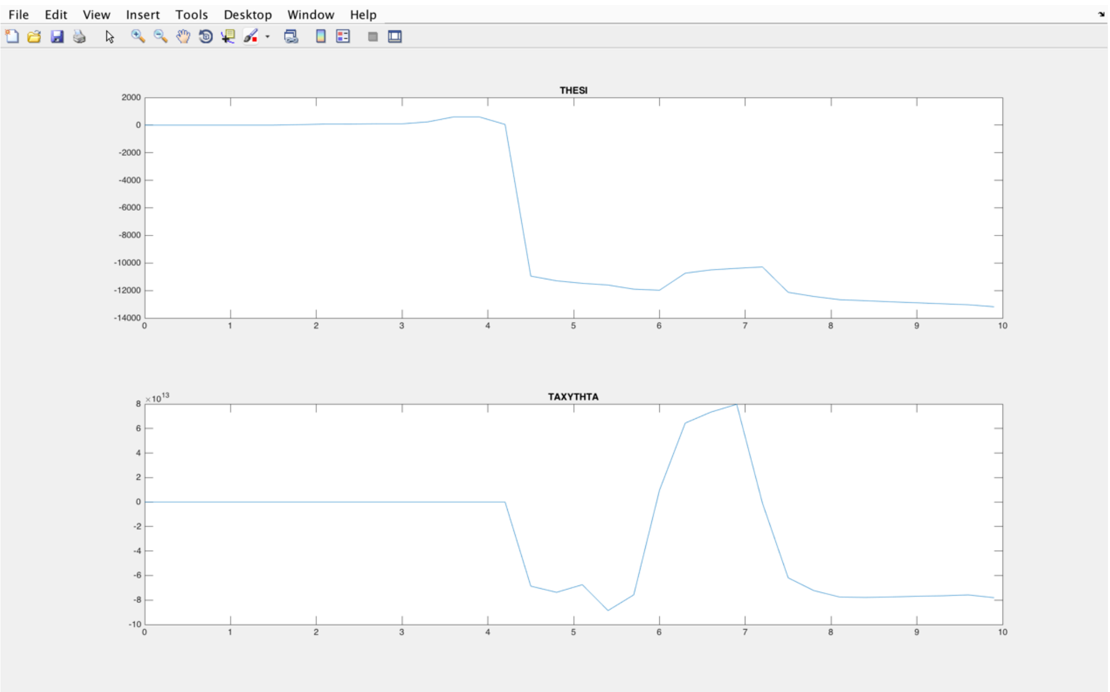
Για Ts=0.001s



Για Ts=0.1s

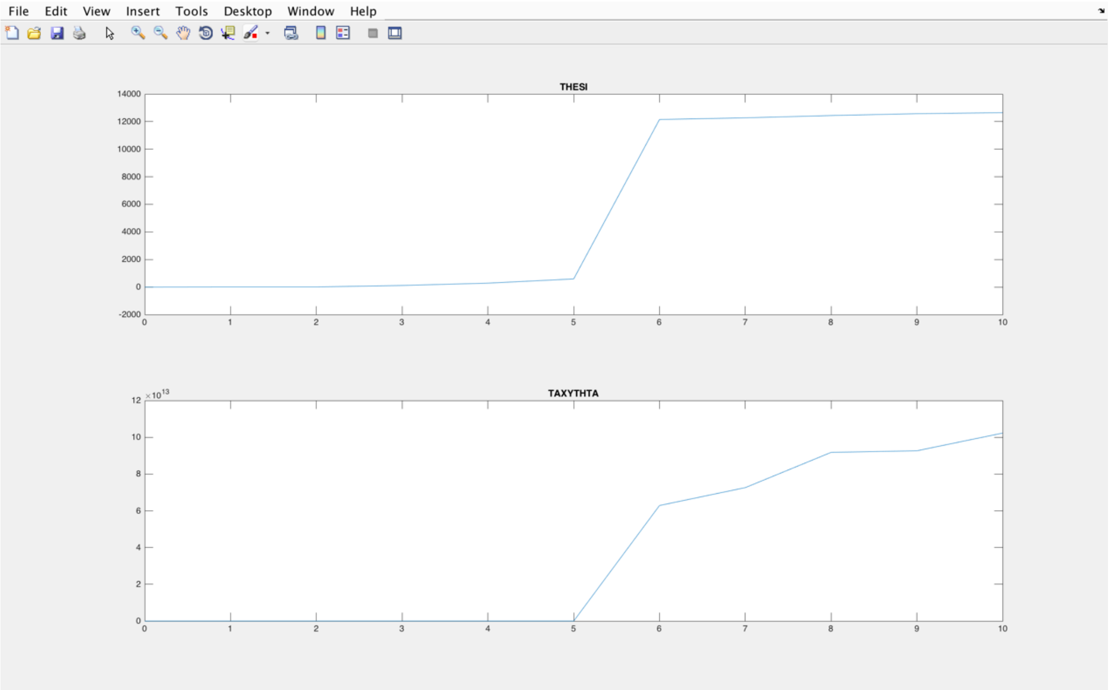


Για Ts=0.3s

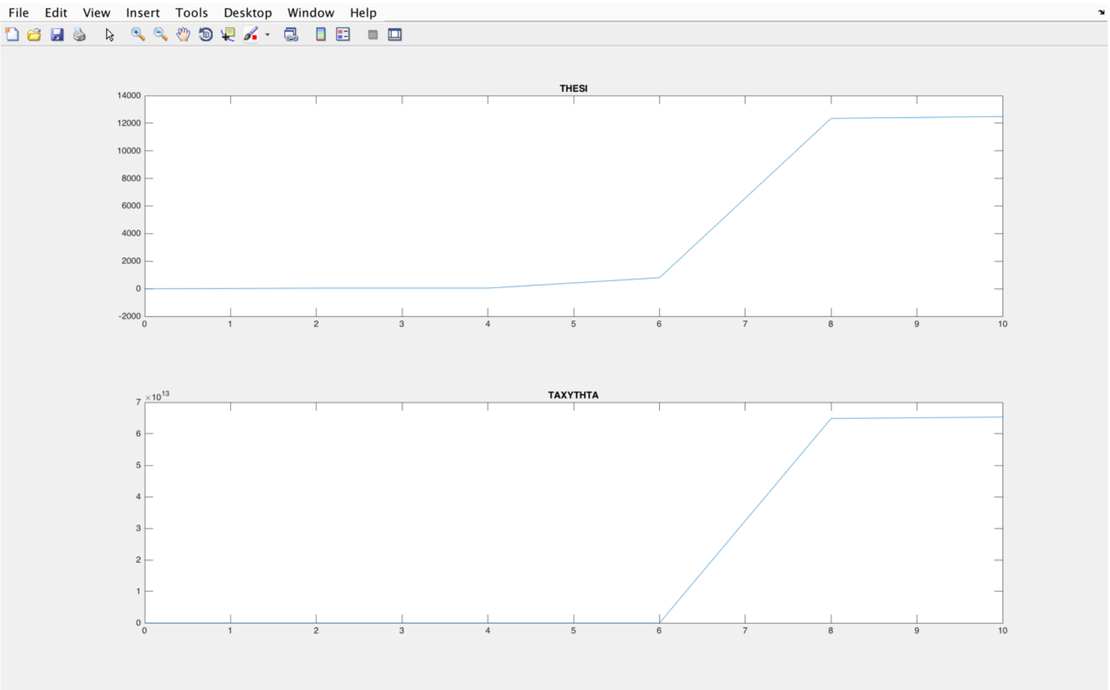


Παρατηρούμε πως για περίοδο δειγματοληψίας 0.2-0.3s και μετα το σύστημα είναι ασταθες

Για Ts=1s

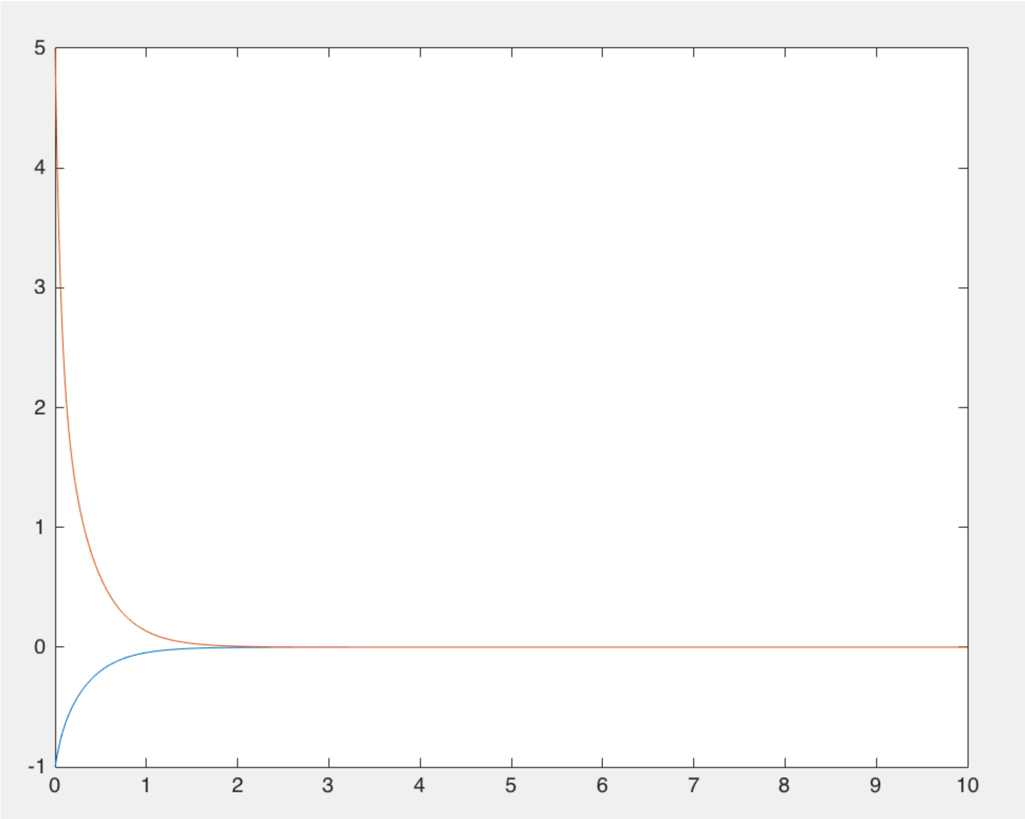


Για Ts=2s

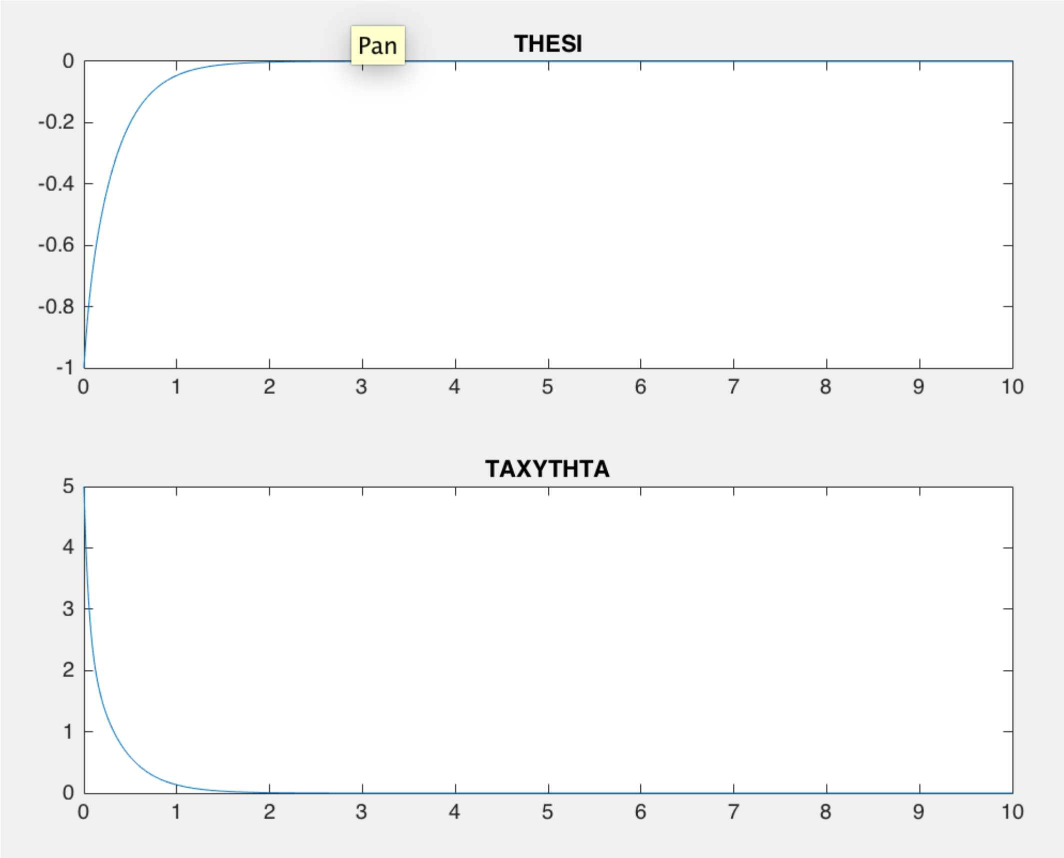


Τώρα για την υλοποίηση ενός άλλου ελεγκτή με μηδενική υπερύψωση επιλέγουμε **Kp=50** και **Kd=20**

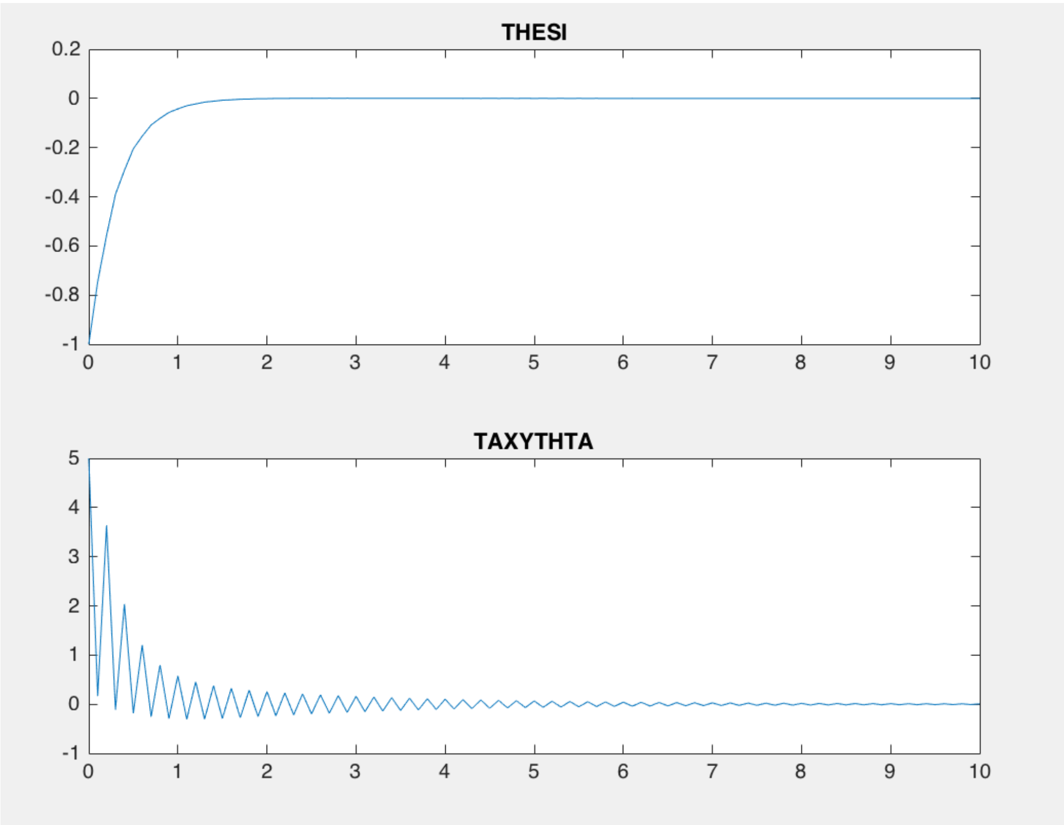
Απόκριση σε συνεχές χρόνο:



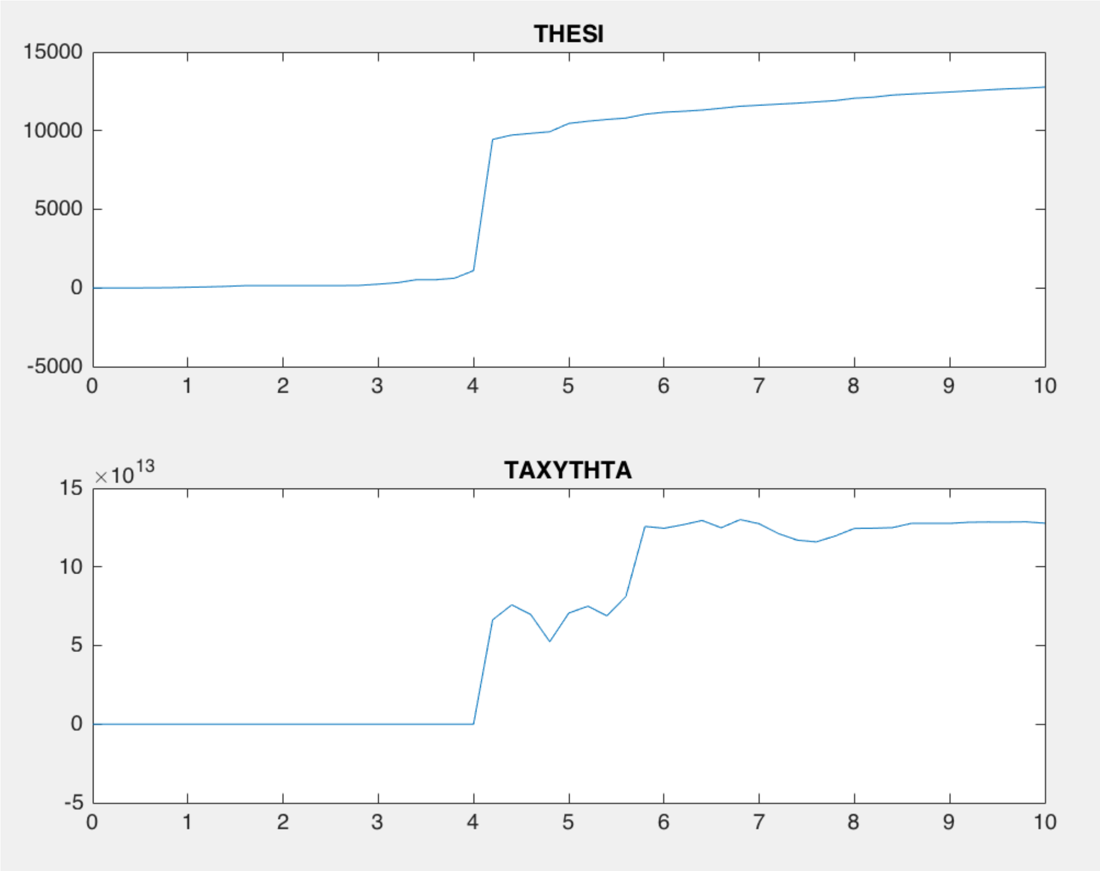
Για διακριτό χρονο: Ts=0.001



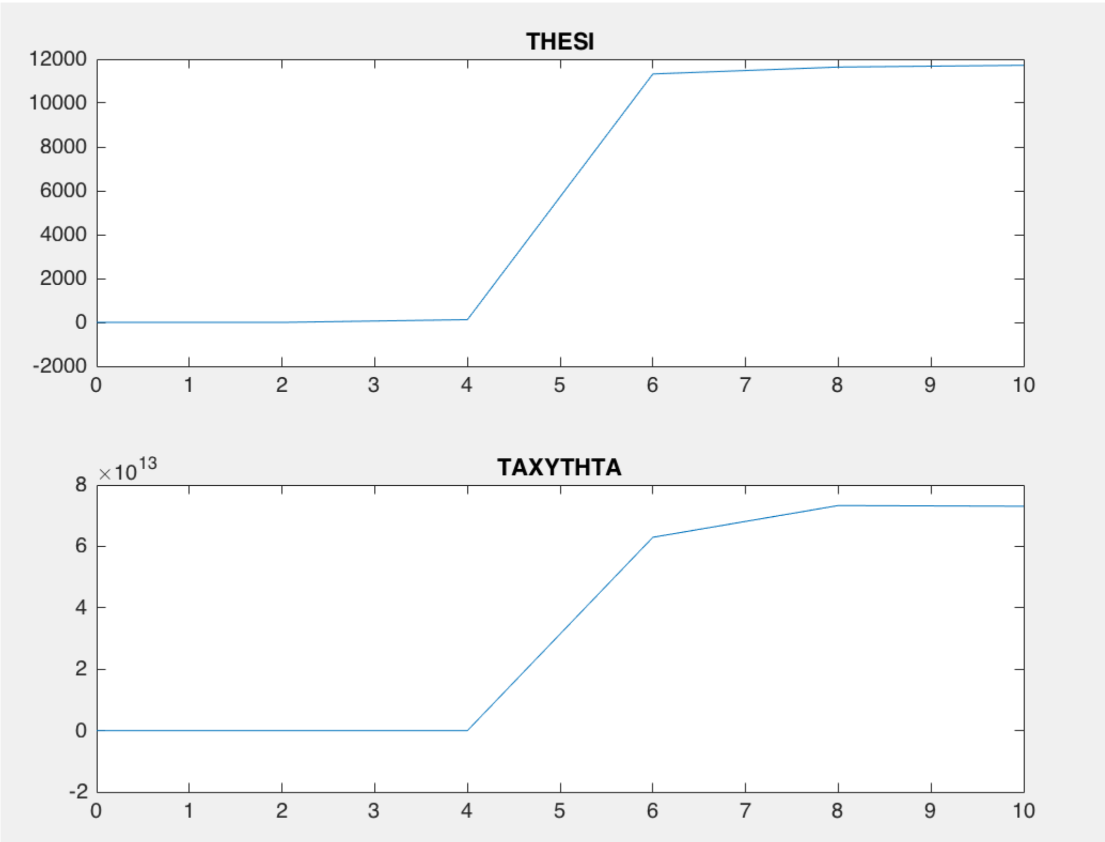
Ts=0.1s



Ts=0.2s


THESI
15000
10000
5000
0
-5000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
TAXYTHTA
$\times 10^{13}$
15
10
5
0
-5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Ts=2s


THESI
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
-2000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
TAXYTHTA
$\times 10^{13}$
8
6
4
2
0
-2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

4)Γραμμικοποίηση γύρω από την θέση ισορροπίας του συστήματος.

Για θ=0+Δθ, $\dot{\theta} = 0 + \Delta\dot{\theta}$, $\ddot{\theta} = 0 + \Delta\ddot{\theta}, u = 0 + \Delta u$:

$$\Delta\ddot{\theta} = \frac{\left(mlsin(\Delta\theta) + \cos(\Delta\theta)\,\Delta\dot{\theta}^2 - (m+M)gsin(\Delta\theta)\right)}{ml\cos^2(\Delta\theta) - 2(m+M)l} + \frac{\cos(\Delta\theta)}{mlcos^2(\Delta\theta) - 2(m+M)l}\Delta u$$

Από Taylor :

- cosΔθ → 1
- sin Δθ → Δθ
- $\cos^2(\Delta\theta) \to 1$

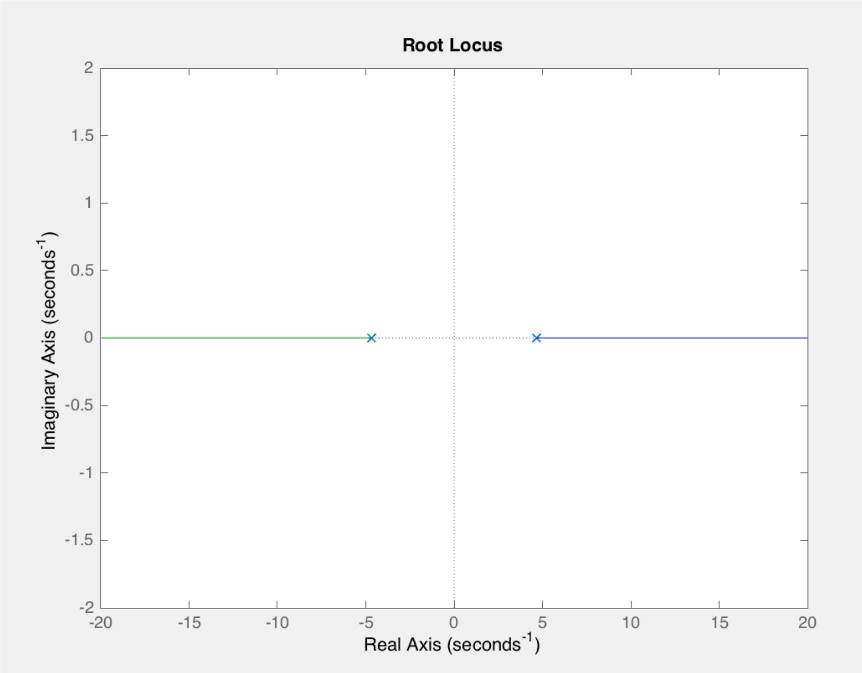
$\Delta\dot{\theta}^2 \to 0$ (πολύ μικρή μεταβολή)

$$\Delta\ddot{\theta} = \frac{\left(0{,}3\Delta\theta - 20(\Delta\theta)\right) + \Delta u}{0{,}3 - 1{,}2} = \frac{\Delta\dot{\theta} + \Delta u}{-0{,}9} = -1{,}11\Delta\dot{\theta} - 1{,}11\Delta u = -1.11\Delta u$$

Από Laplace:

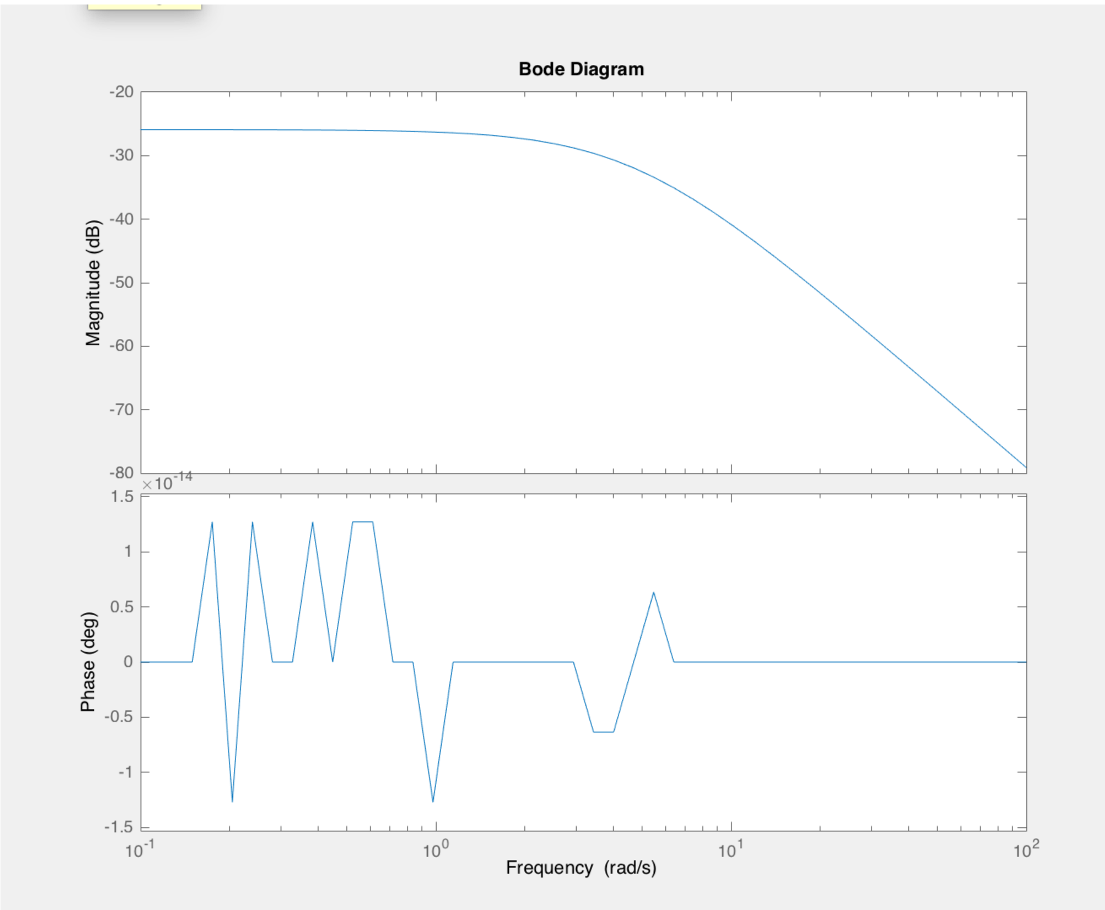
- Δθ(t) → Δθ(s)
- Δu(t) → Δu(s)
- $\Delta\theta(\ddot{t}) \to s^2\Delta\theta(s)$

$$s^2\Delta\theta - 21{,}89\Delta\theta = -1{,}11\Delta u \to \frac{\Delta\theta}{\Delta u}(s) = -\frac{1{,}11}{s^2 - 21.89} = -\frac{1.11}{(s-4.679)(s+4.679)}$$



Χρησιμοποιούμε τον παρακάτω κώδικα για την εύρεση των pm,gm και την εμφλανιση του bode διαγράμματος.

```
s=tf('s');
G=-1.11/(s^2-21.89);
%rlocus(G);
%step(G);
%bode(G);
[Gm,Pm] = margin(G)
margin(G)
```




```
Gm =

   Inf


Pm =

   Inf
```

Κάτι τέτοιο το βλέπουμε και απ’ το σχήμα αφού στο magnitude diagram η καμπύλη δεν τέμνει ποτέ τον οριζόντιο άξονα.