



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

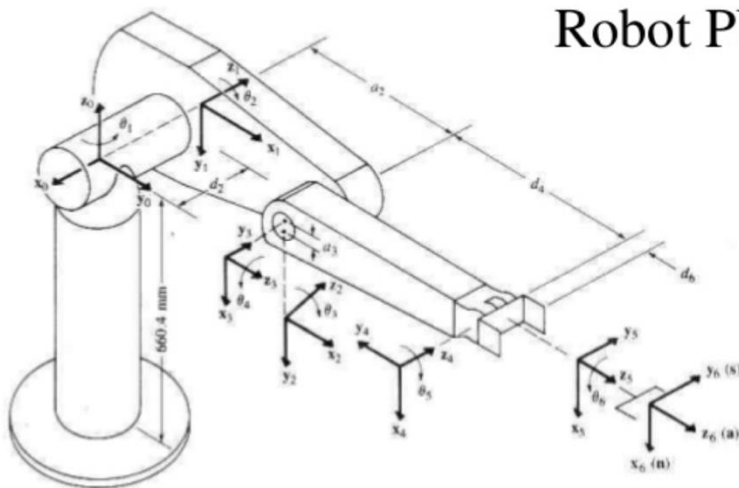
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας Υπολογιστών.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ
2016-17

PROJECT 1

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΠΟΛΑΤΟΓΛΟΥ 228424

Robot PUMA 560



PUMA robot arm link coordinate parameters					
Joint i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Joint range
1	90	-90	0	0	-160 to +160
2	0	0	431.8 mm	149.09 mm	-225 to 45
3	90	90	-20.32 mm	0	-45 to 225
4	0	-90	0	433.07 mm	-110 to 170
5	0	90	0	0	-100 to 100
6	0	0	0	56.25 mm	-266 to 266

1. Compute in symbolic form the matrix $A_0^6(\theta_1, \dots, \theta_6)$

Αρχικά, υπολογίζονται οι D-H parameters απ' το παραπάνω σχήμα και με τα αντίστοιχα διανύσματα όπως αυτά παρουσιάζονται.

D-H parameters				
joint i	Θ_i^*	d_i (in mm)	a_i (in mm)	α_i
1	90	0	0	-90
2	0	149,09	431,8	0
3	90	0	-20,32	90
4	0	433,07	0	-90
5	0	0	0	90
6	0	56,25	0	0

Για το εν λόγω project χρησιμοποιήθηκε το symbolic και robotic toolbox της matlab. Μετατρέπουμε όλες τις γωνίες που μεταβάλλονται σε symbolic με την εντολή sym.

```

th1 = sym('th1');
th2 = sym('th2');
th3 = sym('th3');
th4 = sym('th4');
th5 = sym('th5');
th6 = sym('th6');

```

Καθορίζουμε τις παραμέτρους που μας δίνονται.

```
a2=43.18;  
d2=14.909;  
a3=-2.032;  
d4=43.307;  
d6=5.625;
```

Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εντολές `trot(x,y ή z)` και `transl` από το `robotic toolbox` του peter corke δημιουργούμε τους πίνακες μετασχηματισμού διαδοχικών συστημάτων αξόνων A_{i-1}^i και εν τέλη τον ζητούμενο ολικό πίνακα μετασχηματισμού A_0^6 .

$T = \text{trotz}(\theta)$ θα δώσει τον ομογενή μετασχηματισμό (πίνακα 4×4) που εκφράζει την περιστροφή κατά θ ακτίνια γύρω από τον z άξονα.

```
T =  
[ cos(theta), -sin(theta), 0, 0]  
[ sin(theta),  cos(theta), 0, 0]  
[      0,      0, 1, 0]  
[      0,      0, 0, 1]
```

$T = \text{trotx}(\theta)$ θα δώσει τον αντίστοιχο μετασχηματισμό περιστροφής γύρω από τον x άξονα.

```
T =  
[ 1,      0,      0, 0]  
[ 0, cos(theta), -sin(theta), 0]  
[ 0, sin(theta),  cos(theta), 0]  
[ 0,      0,      0, 1]
```

$T = \text{transl}(x, y, z)$ θα δώσει τον ομογενή μετασχηματισμό (πίνακα 4×4) που εκφράζει την μετατόπιση κατά x, y και z .

```
T =  
[ 1, 0, 0, x]  
[ 0, 1, 0, y]  
[ 0, 0, 1, z]  
[ 0, 0, 0, 1]
```

Άρα, όλοι οι πίνακες μετασχηματισμού διαδοχικών συστημάτων αξόνων μπορούν να περιγραφούν από την έκφραση: `trotz (θ1) *transl (x1,y1, z1) *transl (x2, y2, z2) *trotx (θ2)`

Λαμβάνοντας υπόψη τις D-H parameters γράφουμε τον εξής κώδικα:

```
A01 = trotz(th1)*transl(0,0,0)*transl(0,0,0)*trotx(-pi/2)  
  
A12 = trotz(th2)*transl(a2,0,0)*transl(0,0,d2)*trotx(0)  
A23 = trotz(th3)*transl(a3,0,0)*transl(0,0,0)*trotx(pi/2)  
  
A03=A01*A12*A23  
  
A34 = trotz(th4)*transl(0,0,0)*transl(0,0,d4)*trotx(-pi/2)  
A45 = trotz(th5)*transl(0,0,0)*transl(0,0,0)*trotx(pi/2)  
A56 = trotz(th6)*transl(0,0,0)*transl(0,0,d6)*trotx(0)  
A46=A34*A45*A56  
  
A06=A03*A46
```

Χρησιμοποιήθηκε και η εντολή `pi = sym('pi');` μόνο στην εμφάνιση των πινάκων για να αποφύγουμε τα τεράστια δεκαδικά.

Και παρουσιάζονται οι πίνακες:

A01 =

```
[ cos(th1), 0, -sin(th1), 0]
[ sin(th1), 0, cos(th1), 0]
[    0, -1,    0, 0]
[    0, 0,    0, 1]
```

A12 =

```
[ cos(th2), -sin(th2), 0, (2159*cos(th2))/50]
[ sin(th2), cos(th2), 0, (2159*sin(th2))/50]
[    0,    0, 1,    14909/1000]
[    0,    0, 0,    1]
```

A23 =

```
[ cos(th3), 0, sin(th3), -(254*cos(th3))/125]
[ sin(th3), 0, -cos(th3), -(254*sin(th3))/125]
[    0, 1,    0,    0]
[    0, 0,    0,    1]
```

A03 =

```
[ cos(th1)*cos(th2)*cos(th3) - cos(th1)*sin(th2)*sin(th3), -sin(th1),
cos(th1)*cos(th2)*sin(th3) + cos(th1)*cos(th3)*sin(th2), (2159*cos(th1)*cos(th2))/50
- (14909*sin(th1))/1000 + (254*cos(th1)*sin(th2)*sin(th3))/125 -
(254*cos(th1)*cos(th2)*cos(th3))/125]
[ cos(th2)*cos(th3)*sin(th1) - sin(th1)*sin(th2)*sin(th3), cos(th1),
cos(th2)*sin(th1)*sin(th3) + cos(th3)*sin(th1)*sin(th2), (14909*cos(th1))/1000 +
(2159*cos(th2)*sin(th1))/50 + (254*sin(th1)*sin(th2)*sin(th3))/125 -
(254*cos(th2)*cos(th3)*sin(th1))/125]
[    - cos(th2)*sin(th3) - cos(th3)*sin(th2),    0,    cos(th2)*cos(th3) -
sin(th2)*sin(th3),    (254*cos(th2)*sin(th3))/125 -
(2159*sin(th2))/50 + (254*cos(th3)*sin(th2))/125]
[    0,    0,    0,
1]
```

A34 =

```

[ cos(th4), 0, -sin(th4),    0]
[ sin(th4), 0,  cos(th4),    0]
[    0, -1,    0, 43307/1000]
[    0, 0,    0,    1]

```

A45 =

```

[ cos(th5), 0, sin(th5), 0]
[ sin(th5), 0, -cos(th5), 0]
[    0, 1,    0, 0]
[    0, 0,    0, 1]

```

A56 =

```

[ cos(th6), -sin(th6), 0, 0]
[ sin(th6), cos(th6), 0, 0]
[    0,    0, 1, 45/8]
[    0,    0, 0, 1]

```

A46 =

```

[ cos(th4)*cos(th5)*cos(th6) - sin(th4)*sin(th6), - cos(th6)*sin(th4) -
cos(th4)*cos(th5)*sin(th6), cos(th4)*sin(th5),  (45*cos(th4)*sin(th5))/8]
[ cos(th4)*sin(th6) + cos(th5)*cos(th6)*sin(th4), cos(th4)*cos(th6) -
cos(th5)*sin(th4)*sin(th6), sin(th4)*sin(th5),  (45*sin(th4)*sin(th5))/8]
[          -cos(th6)*sin(th5),          sin(th5)*sin(th6),          cos(th5),
(45*cos(th5))/8 + 43307/1000]
[          0,          0,          0,
1]

```

%Ολικος πίνακας μετασχηματισμού

A06 =

$$\begin{aligned} & [(\cos(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}))(\sin(\text{th4})\sin(\text{th6}) - \\ & \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\cos(\text{th6})) - \sin(\text{th1})\cos(\text{th4})\sin(\text{th6}) + \\ & \cos(\text{th5})\cos(\text{th6})\sin(\text{th4})) - \cos(\text{th6})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \\ & \cos(\text{th1})\cos(\text{th3})\sin(\text{th2})), (\cos(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \\ & \cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}))(\cos(\text{th6})\sin(\text{th4}) + \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\sin(\text{th6})) - \\ & \sin(\text{th1})\cos(\text{th4})\cos(\text{th6}) - \cos(\text{th5})\sin(\text{th4})\sin(\text{th6})) + \\ & \sin(\text{th5})\sin(\text{th6})(\cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th1})\cos(\text{th3})\sin(\text{th2})), \\ & \cos(\text{th5})(\cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th1})\cos(\text{th3})\sin(\text{th2})) - \\ & \sin(\text{th1})\sin(\text{th4})\sin(\text{th5}) - \cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \\ & \cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\cos(\text{th3})), (2159\cos(\text{th1})\cos(\text{th2}))/50 - (14909\sin(\text{th1}))/1000 + \\ & (\cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th1})\cos(\text{th3})\sin(\text{th2}))((45\cos(\text{th5}))/8 + \\ & 43307/1000) + (254\cos(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}))/125 - \\ & (45\sin(\text{th1})\sin(\text{th4})\sin(\text{th5}))/8 - (45\cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) \\ & - \cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}))/8 - (254\cos(\text{th1})\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}))/125] \\ & [(\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \cos(\text{th2})\cos(\text{th3})\sin(\text{th1}))(\sin(\text{th4})\sin(\text{th6}) - \\ & \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\cos(\text{th6})) + \cos(\text{th1})\cos(\text{th4})\sin(\text{th6}) + \\ & \cos(\text{th5})\cos(\text{th6})\sin(\text{th4})) - \cos(\text{th6})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th2})\sin(\text{th1})\sin(\text{th3}) + \\ & \cos(\text{th3})\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})), (\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \\ & \cos(\text{th2})\cos(\text{th3})\sin(\text{th1}))(\cos(\text{th6})\sin(\text{th4}) + \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\sin(\text{th6})) + \\ & \cos(\text{th1})\cos(\text{th4})\cos(\text{th6}) - \cos(\text{th5})\sin(\text{th4})\sin(\text{th6})) + \\ & \sin(\text{th5})\sin(\text{th6})(\cos(\text{th2})\sin(\text{th1})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th3})\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})), \\ & \cos(\text{th5})(\cos(\text{th2})\sin(\text{th1})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th3})\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})) + \\ & \cos(\text{th1})\sin(\text{th4})\sin(\text{th5}) - \cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \\ & \cos(\text{th2})\cos(\text{th3})\sin(\text{th1})), (14909\cos(\text{th1}))/1000 + (2159\cos(\text{th2})\sin(\text{th1}))/50 + \\ & (\cos(\text{th2})\sin(\text{th1})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th3})\sin(\text{th1})\sin(\text{th2}))((45\cos(\text{th5}))/8 + \\ & 43307/1000) + (45\cos(\text{th1})\sin(\text{th4})\sin(\text{th5}))/8 + \\ & (254\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}))/125 - \\ & (45\cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\sin(\text{th1})\sin(\text{th2})\sin(\text{th3}) - \cos(\text{th2})\cos(\text{th3})\sin(\text{th1}))/8 - \\ & (254\cos(\text{th2})\cos(\text{th3})\sin(\text{th1}))/125] \\ & [(\sin(\text{th4})\sin(\text{th6}) - \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\cos(\text{th6}))(\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \\ & \cos(\text{th3})\sin(\text{th2})) - \cos(\text{th6})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}) - \sin(\text{th2})\sin(\text{th3})), \\ & (\cos(\text{th6})\sin(\text{th4}) + \cos(\text{th4})\cos(\text{th5})\sin(\text{th6}))(\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \\ & \cos(\text{th3})\sin(\text{th2})) + \sin(\text{th5})\sin(\text{th6})(\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}) - \sin(\text{th2})\sin(\text{th3})), \\ & \cos(\text{th5})(\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}) - \sin(\text{th2})\sin(\text{th3})) - \cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) \\ & + \cos(\text{th3})\sin(\text{th2})), \\ & (254\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}))/125 - (2159\sin(\text{th2}))/50 + (254\cos(\text{th3})\sin(\text{th2}))/125 + \\ & ((45\cos(\text{th5}))/8 + 43307/1000)(\cos(\text{th2})\cos(\text{th3}) - \sin(\text{th2})\sin(\text{th3})) - \\ & (45\cos(\text{th4})\sin(\text{th5})(\cos(\text{th2})\sin(\text{th3}) + \cos(\text{th3})\sin(\text{th2}))/8] \\ & [\\ & 0, \\ & 0, \\ & 0, \\ & 1] \end{aligned}$$

2. Given the bounds of θ_1 thru θ_3 compute points of the working space in 3D from $\bar{p}_{3 \times 1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$, where

$$A_0^3 = \left[\begin{array}{c|c} R_{3 \times 3} & \bar{p}_{3 \times 1} \\ \hline 0_{3 \times 1} & 1 \end{array} \right]$$

Για να το πετύχουμε αυτό θα δημιουργήσουμε ένα τριπλό loop όπου στο καθένα θα μεταβάλλουμε την θ_1 (εξωτερικό loop), θ_2 και θ_3 αντίστοιχα.

Η θ_1 κινείται από -160 μέχρι +160 μοίρες.

Η θ_2 κινείται από -225 μέχρι 45 μοίρες.

Η θ_3 κινείται από -45 μέχρι 225 μοίρες.

%Χρησιμοποιούμε τον παραπάνω πίνακα A03 που δημιουργήσαμε

%Με το N προσδιορίζουμε τον αριθμό επαναλήψεων του κάθε loop. (N^3 όλα τα σημεία)

%Επιλέγουμε το βήμα μεταβολής της γωνίας θ_1, θ_2 και θ_3 μέσω της σταθερής μεταβολής

%στην κάθε συνθήκη for του i, j ή k αντίστοιχα.

N=30;

m=1;

for i= 1:N+1

l=1;

for j= 1:1:N+1

for k=1:4:N+1

%Χρησιμοποιώντας την εντολή subs δίνουμε τις τιμές που θέλουμε

%στις γωνίες και συνεπώς στον πίνακα A03. Αρχικά πηγαίνουμε κάθε

%joint σε μία ακραία του θέση, έτσι ώστε η θέση του να

%μεταβληθεί από την αρχική μέχρι την τελική του τιμή.

%Έτσι λοιπόν αρχικοποιούμε την θ_2 στο $+\pi/4$, έτσι ώστε με αρνητική

%μεταβολή της να οδηγείται μέχρι το κατώτατο όριο της -225

%Ομοίως και για την θ_3 , την αρχικοποιούμε στο $-\pi/4$ και με

%θετική μεταβολή φτάνει στο ανώτατο όριο της +225. Την θ_1 απλα

%την μεταβάλλουμε μέσα στο εύρος των 320 μοιρών μιας και δεν

%έχουμε ορίσει μια αρχική θέση για το robotic arm.

Position=subs(A03, {th1, th2, th3}, {1.7778*pi*(i-1)/N -1.5*pi*(j-1)/N+pi/4 +1.5*pi*(k-1)/N-pi/4});

%Η 4η στήλη του 4x4 πίνακα Position είναι και αυτή που μας ενδιαφέρει καθώς

%περιγράφει τη θέση του τρέχοντος σημείου στον χώρο

%Αποθηκεύουμε λοιπόν την 4η στήλη στον m*4 πίνακα P, όπου το m δηλώνει το

%πλήθος των σημείων (N^3 σύνολο)

P(m,:)=double(Position(:,4));

m=m+1;

end

end

end

%Μετατρέπουμε την κάθε στήλη του πίνακα P σε 3 διανύσματα Px, Py, Pz αντίστοιχα, μιας και η εντολή boundary δέχεται μόνο διανύσματα.
%Το κάθε ένα από αυτά υποδηλώνει το μήκος του κάθε σημείου από τον x,y,z άξονα αντίστοιχα.

```
Px=P(:,1);
Py=P(:,2);
Pz=P(:,3);
figure

plot3(Px,Py,Pz, '.', 'MarkerSize',10)
grid on
title('Puma 560 Workspace')

xlabel('x(in cm)') % x-axis label
ylabel('y(in cm) ') % y-axis label
zlabel('z(in cm) ') % y-axis label
axis square
```

Εναλλακτικά ένας άλλος κώδικας που μας δίνει τα ίδια αποτελέσματα αλλά με μικρότερη ταχύτητα απόκρισης είναι:

%Χρησιμοποιούμε την συνάρτηση SerialLink του robotic toolbox.

```
L(1) = Link([0 0 0 -pi/2]);
L(2) = Link([0 14.909 43.18 0]);
L(3) = Link([0 0 -2.032 pi/2]);

Puma560 = SerialLink(L);
Puma560.name = 'Puma 560';
Puma560.plot([0 0 0]);

Puma560.fkine([th1 th2 th3]);

N=40;
m=1;
for i=1:N+1

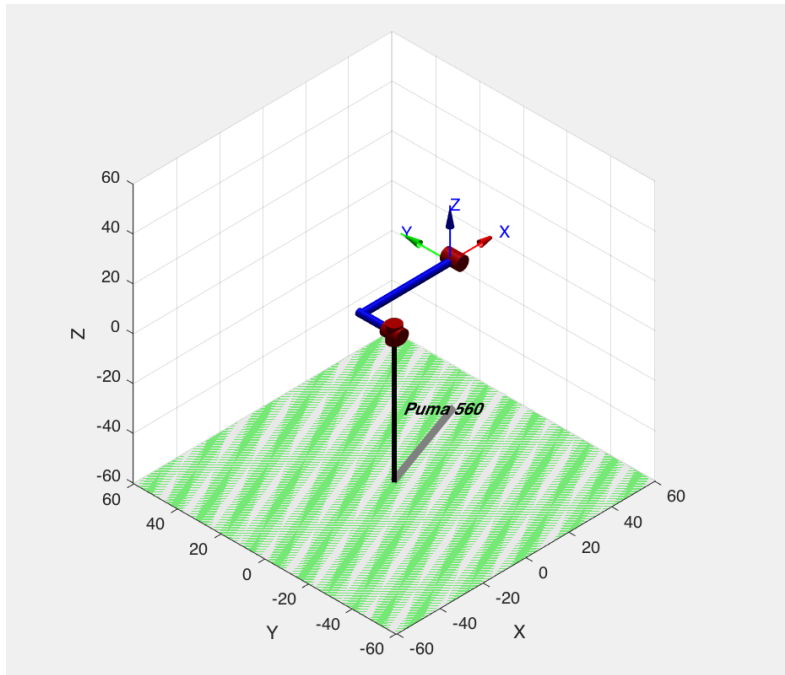
    for j=1:1:N+1

        for k=1:1:N+1

            Position = Puma560.fkine([1.7778*pi*(i-1)/N -1.5*pi*(j-1)/N+pi/4
+1.5*pi*(k-1)/N-pi/4]); %den pirazw +pi/2 %sunexizei pish apthn arxh
            P(m,:)=double(Position(:,4));
            m=m+1;

        end
    end
end
```

Ο βραχίονας με τους 3 πρώτους joint:

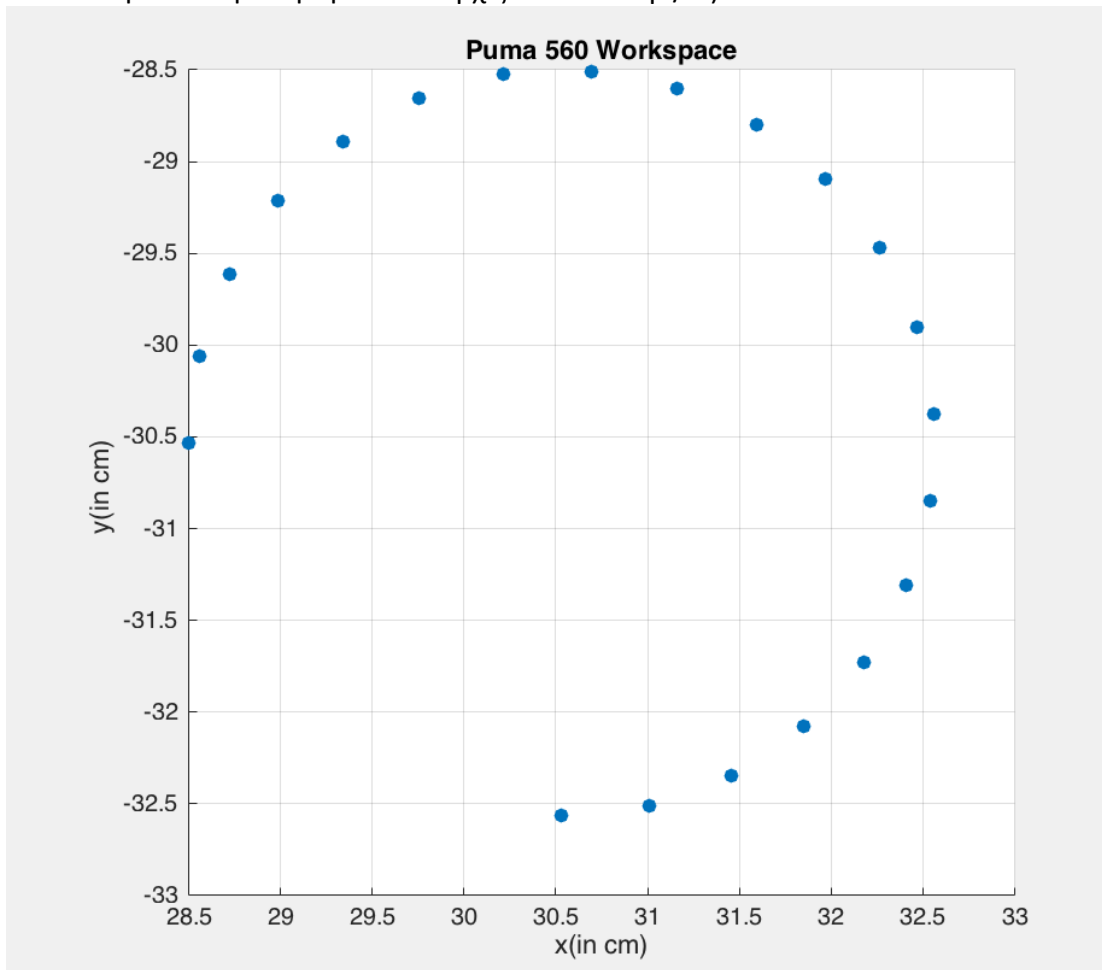


Αρχικά, θα γίνει ανάλυση για τον κάθε joint ξεχωριστά.

Για $\theta_1, \theta_2 = \text{fixed}$ μεταβάλλουμε θ_3 από -45 μέχρι 225 .

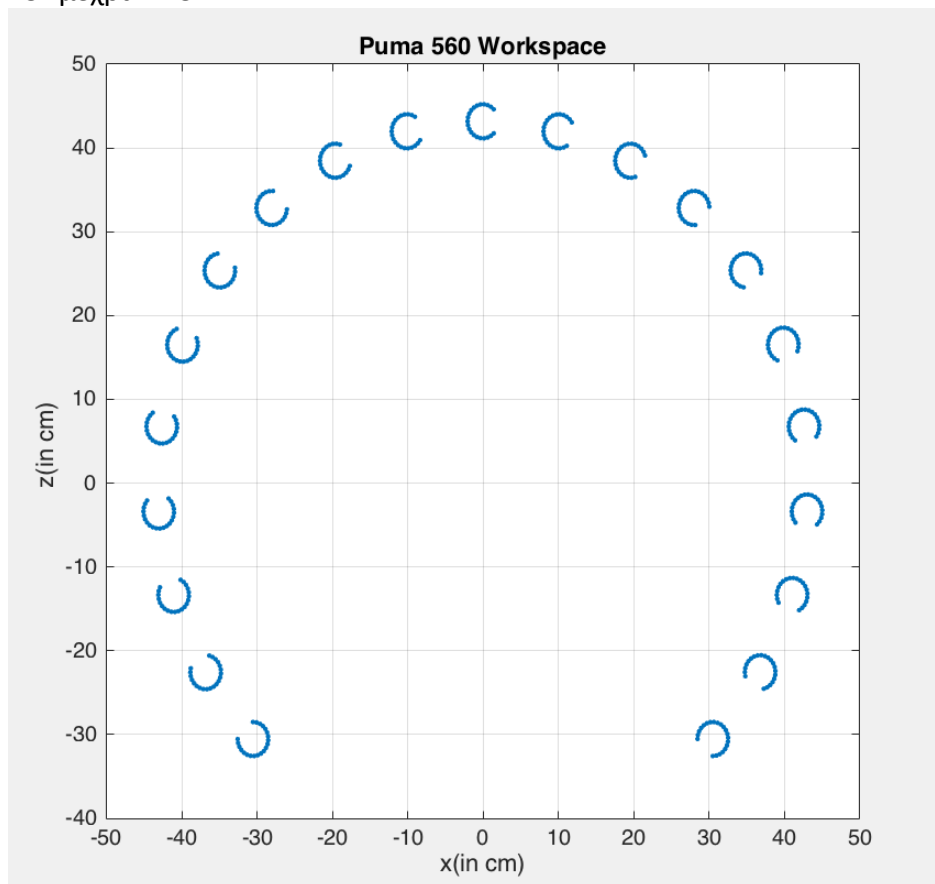
(Η θέση του θ_2 που επιλέχθηκε αντιστοιχεί στην αρχική θέση του θ_2 , $\theta_{20} = +\pi/4$.

Γι' αυτό η κυκλική κίνηση του a_3 αρχίζει από το $-\pi/2$.)



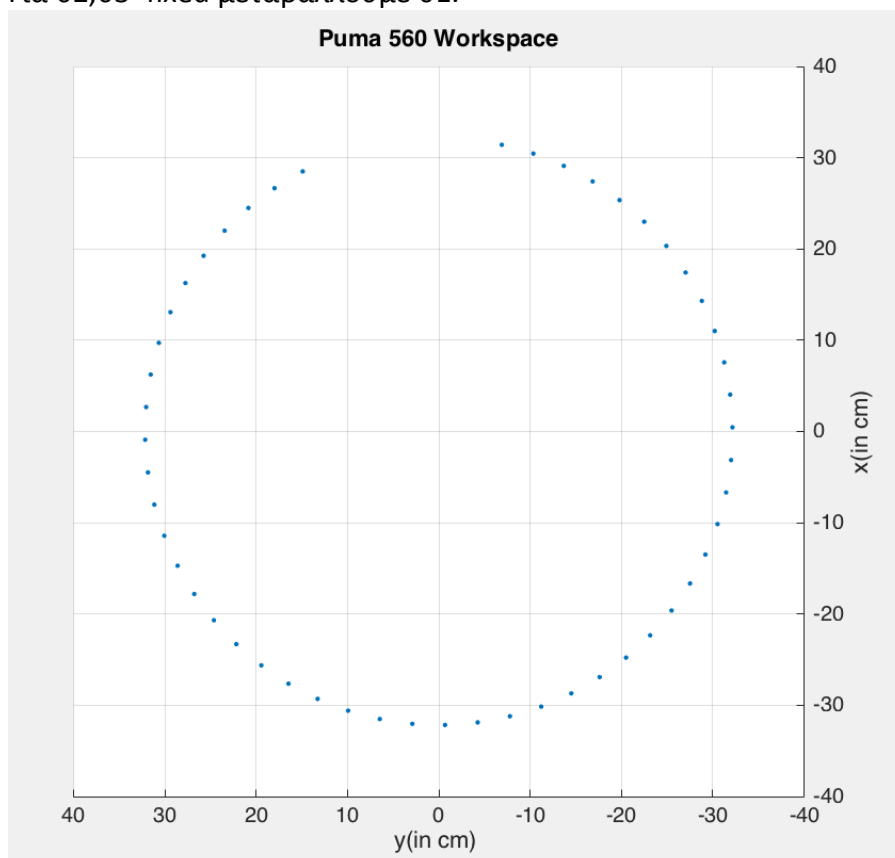
Σχ.1

Για $\theta_1 = \text{fixed}$ μεταβάλλουμε θ_2 και θ_3 . Όπως παρατηρούμε θ_2 μεταβάλλεται από -45° μέχρι -225° .



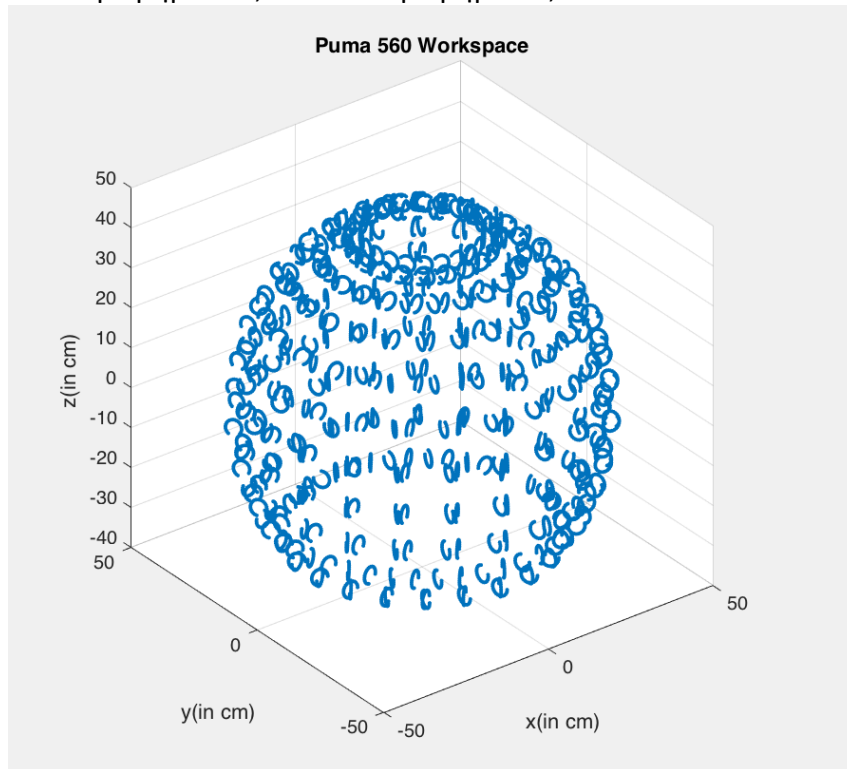
Σχ.2

Για $\theta_2, \theta_3 = \text{fixed}$ μεταβάλλουμε θ_1 .

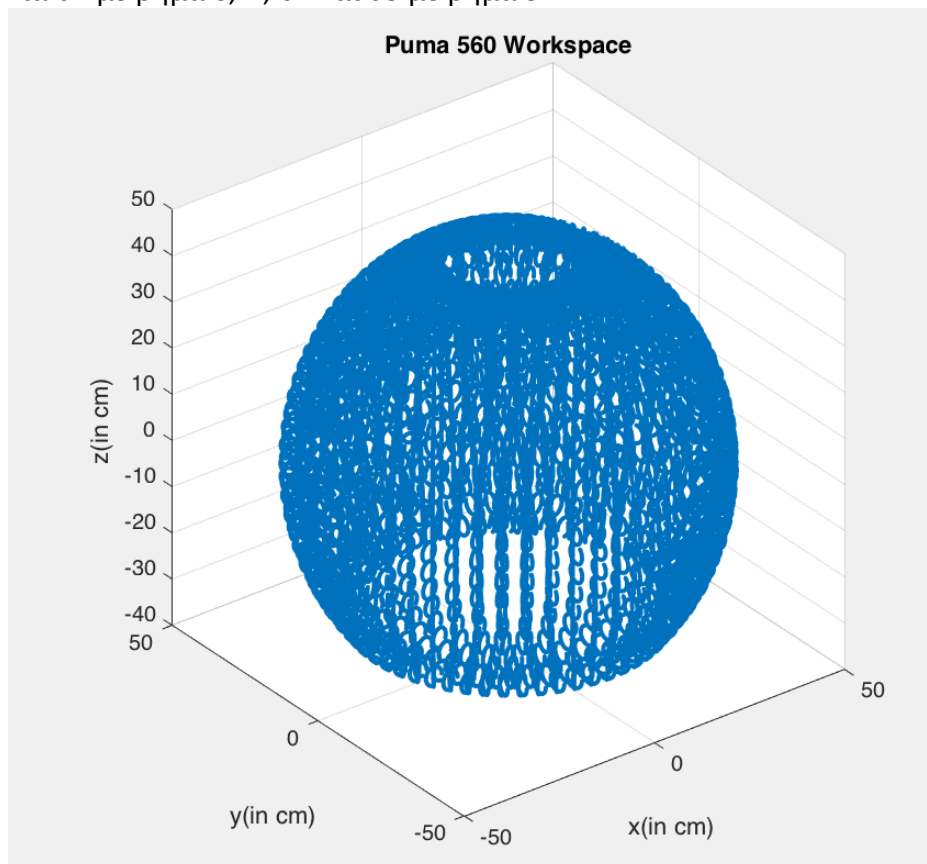


Σχ.3

Επομένως, αν περιστρέψουμε τα σημεία του σχ.2, όπως βλέπουμε στο σχ.3 θα δημιουργηθεί ο ζητούμενος χώρος εργασίας.
Για θ_1 με βήμα 16° , θ_2 και θ_3 με βήμα $13,5^\circ$:



Για θ_1 με βήμα $6,4^\circ$, θ_2 και θ_3 με βήμα $5,4^\circ$:

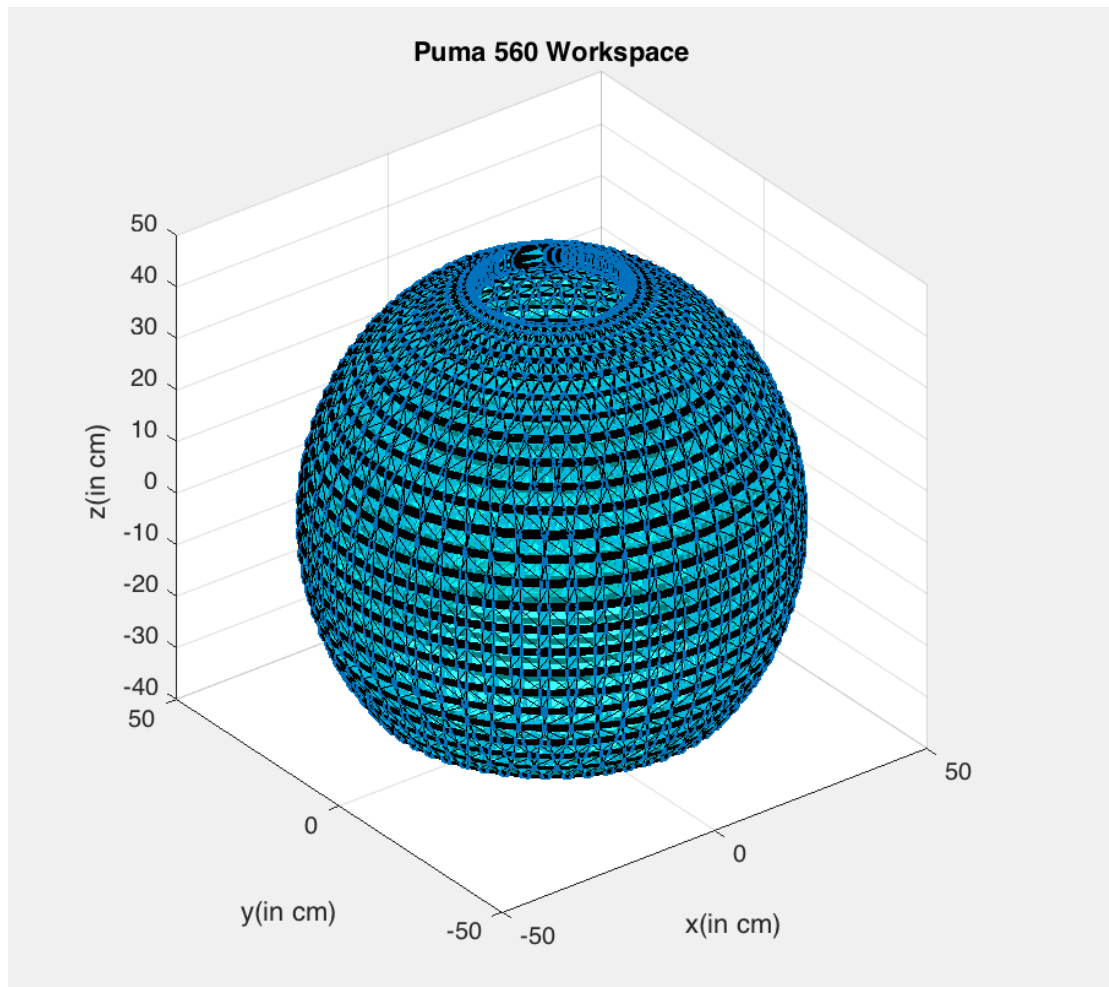


Για να είμαστε πιο ακριβής λοιπόν θα χρειαστεί να δημιουργήσουμε ένα συμπαγές κέλυφος που να περιλαμβάνει στο εσωτερικό του όλα τα σημεία που δημιουργούνται απ' τον $p_{3 \times 1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ του πίνακα A03.

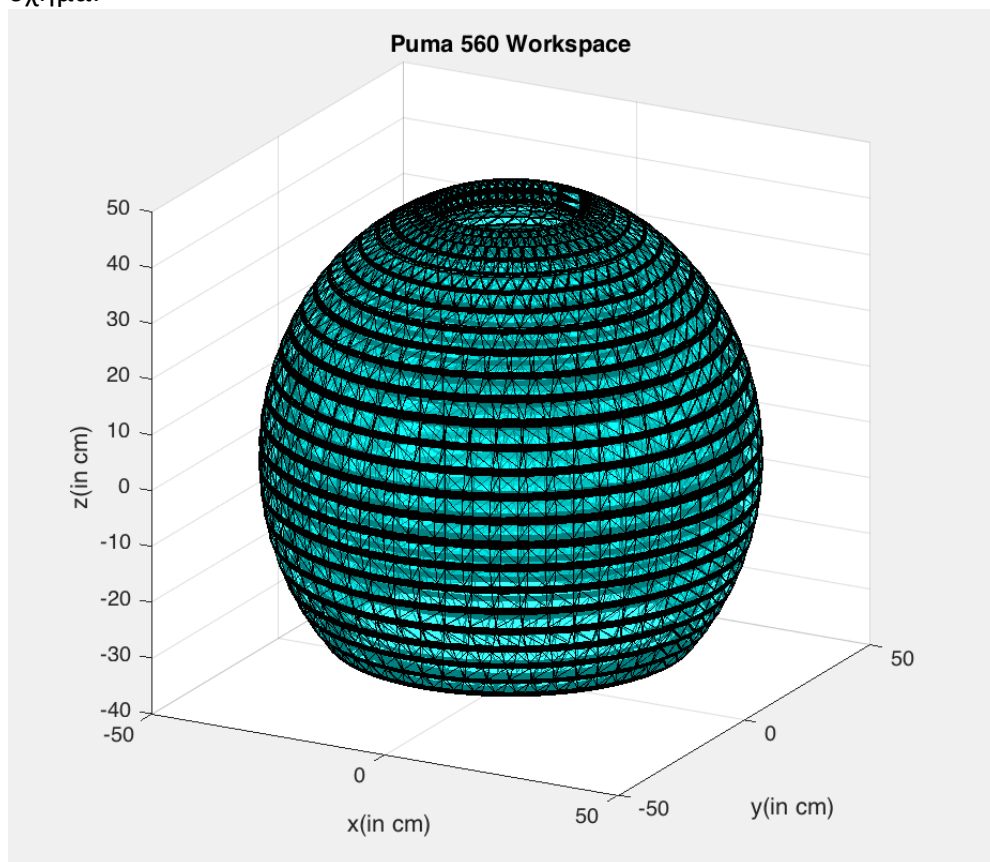
Χρησιμοποιούμε τις εξής εντολές:

```
k = boundary(Px,Py,Pz);  
hold on  
trisurf(k,Px,Py,Pz,'Facecolor','cyan','FaceAlpha',0.5)
```

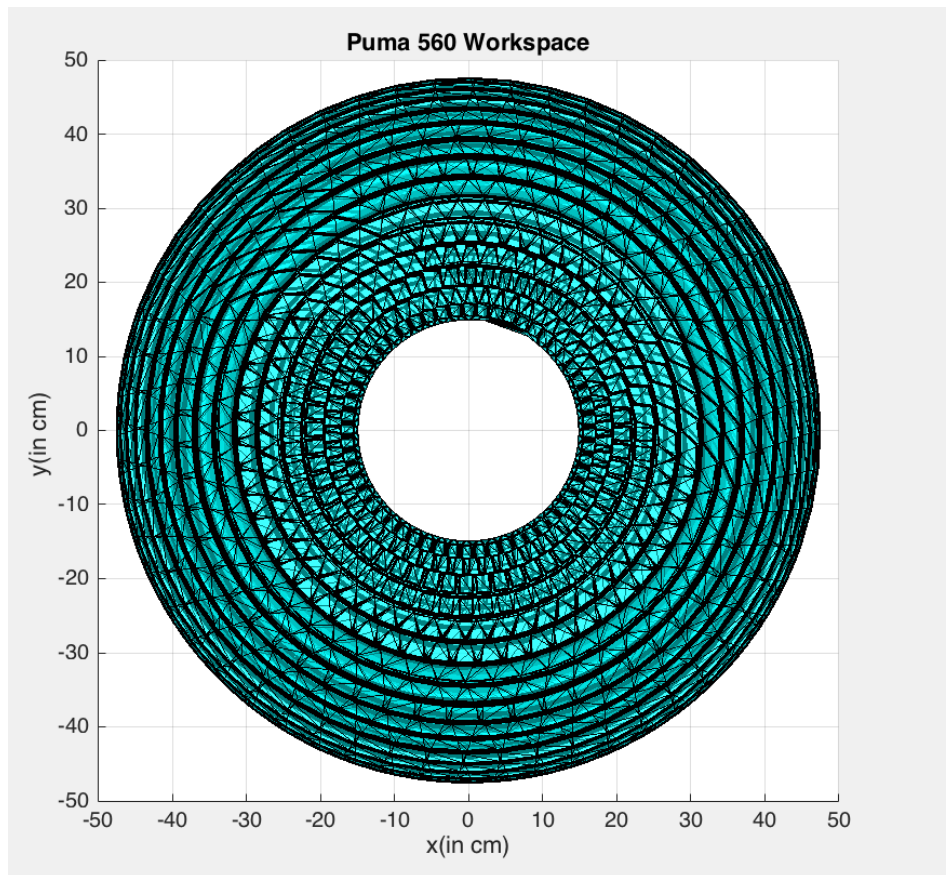
Για θ_1 με βήμα $6,4^\circ$, θ_2 και θ_3 με βήμα 5.4° :



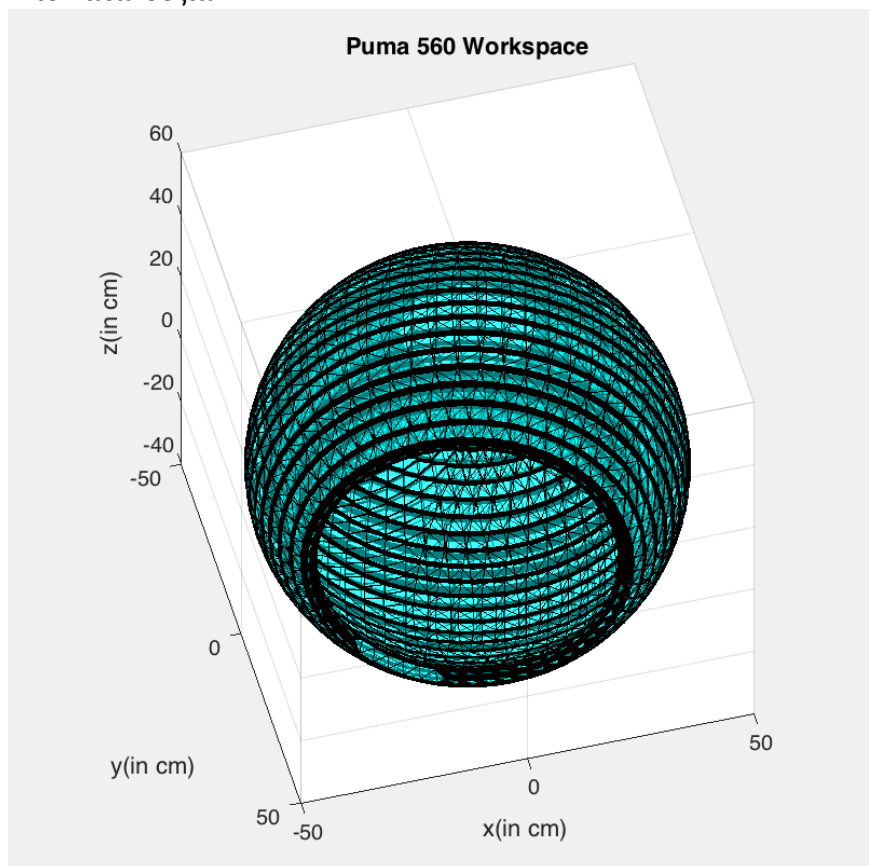
Αφαιρούμε την εντολή plot3 για να είναι πιο ευδιάκριτο και έχουμε το επιθυμητό σχήμα:



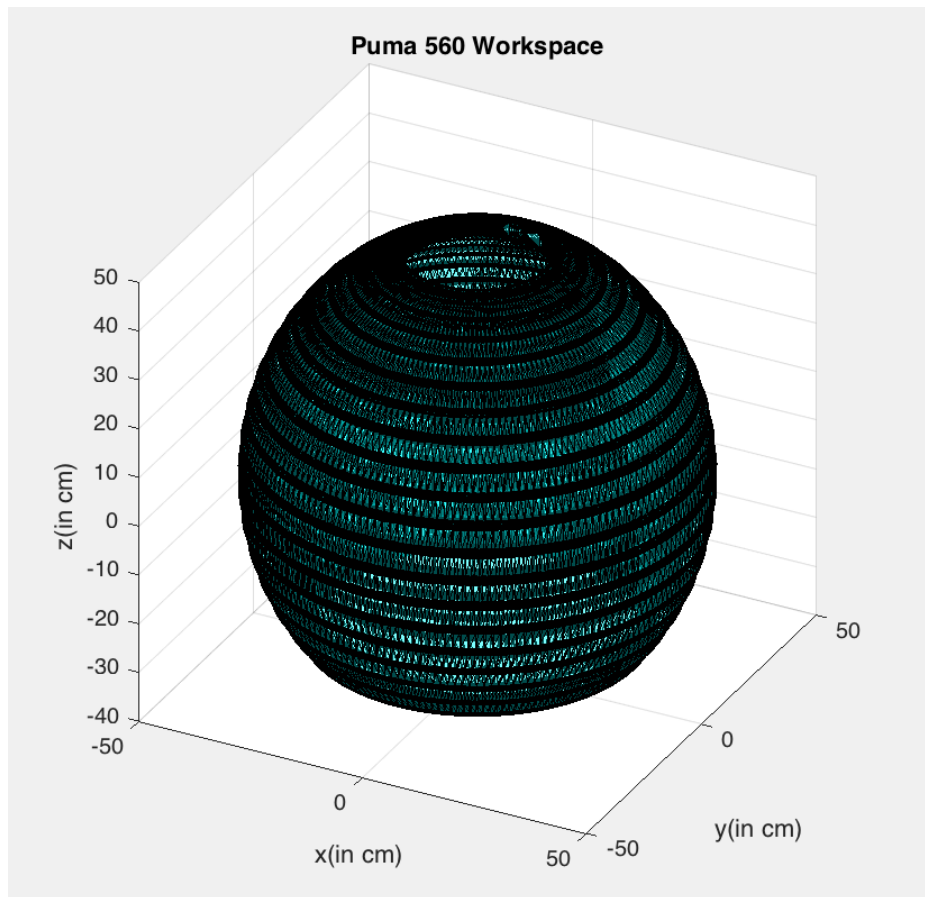
Κάτοψη:



Από κάτω δεξιά:



Για θ_1 με βήμα 2° , θ_2 και θ_3 με βήμα $6,75^\circ$:



Τέλος ανυψώνουμε τον χώρο εργασίας κατά 60,04cm(την απόσταση που απέχει ο joint0 από το έδαφος):
 $Pz = P(:,3) + 60,04;$
Και ξανακάνουμε plot.

Puma 560 Workspace

