



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

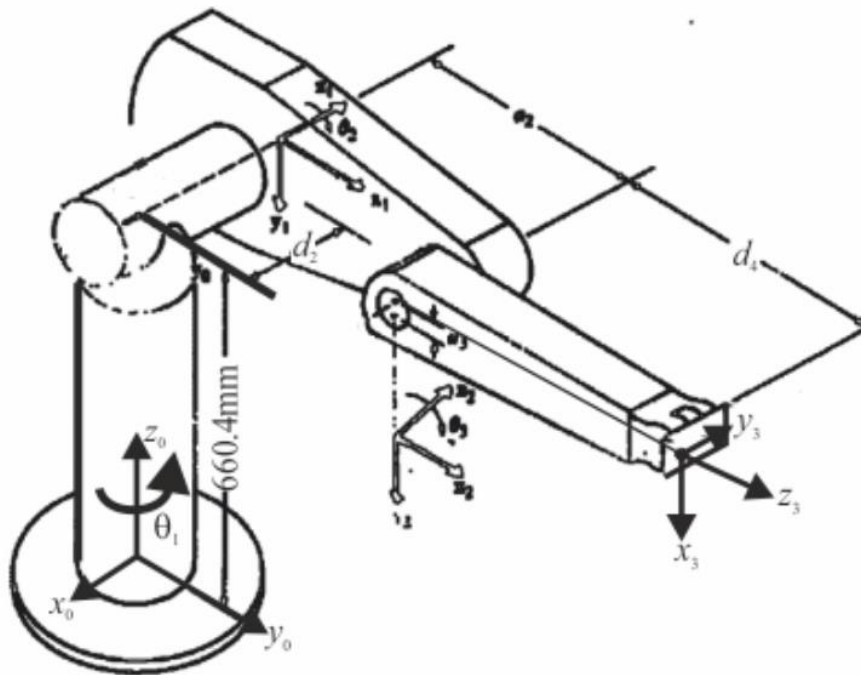
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και
Τεχνολογίας Υπολογιστών.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ
2016-17

PROJECT 2

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΠΟΛΑΤΟΓΛΟΥ 228424

1. Compute in symbolic form the matrix $A_0^3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = A_0^3(\bar{\theta})$



Αρχικά, υπολογίζονται οι D-H parameters απ' το παραπάνω σχήμα και με τα αντίστοιχα διανύσματα όπως αυτά παρουσιάζονται.

D-H parameters				
joint i	Θ_i^*	d_i (in mm)	a_i (in mm)	α_i
1	90	d_1+r	0	-90
2	0	d_2+r	d_2	0
3	90	0	$-a_3$	90

Και η παράλληλη μετατόπιση απ' το O_2 στο O_3 κατά d_4 στον z άξονα.

,όπου $r=0.02m$, $d_1=0.6604m$, $a_2=0.4318$, $d_2=0.14909$, $a_3=-0.02032$, $d_4=0.4337$.

Για το εν λόγω project χρησιμοποιήθηκε το symbolic της matlab και το robotic toolbox του Peter Corke.

Μετατρέπουμε όλες τις γωνίες που μεταβάλλονται σε symbolic με την εντολή sym.

```
th1 = sym('th1');
th2 = sym('th2');
th3 = sym('th3');
```

Καθορίζουμε τις παραμέτρους που μας δίνονται.

```
r=0.020;
d1=0.6604;
a2=0.4318;
d2=0.14909;
```

```
a3=-0.02032;
d4=0.43307;
```

Στην συνέχεια χρησιμοποιώντας τις εντολές `trotz(x,y ή z)` και `transl` από το `robotic toolbox` του peter corke δημιουργούμε τους πίνακες μετασχηματισμού διαδοχικών συστημάτων αξόνων A_{i-1}^i και εν τέλη τον ζητούμενο ολικό πίνακα μετασχηματισμού A_0^6 .

T = `trotz`(θ) θα δώσει τον ομογενή μετασχηματισμό(πίνακα 4x4) που εκφράζει την περιστροφή κατά theta ακτίνια γύρω από τον z άξονα.

```
T=
[ cos(θ), -sin(θ), 0, 0]
[ sin(θ),  cos(θ), 0, 0]
[      0,      0, 1, 0]
[      0,      0, 0, 1]
```

T = `trotx`(θ) θα δώσει τον αντίστοιχο μετασχηματισμό περιστροφής γύρω από τον x άξονα.

```
T =
[ 1,      0,      0, 0]
[ 0, cos(θ), -sin(θ), 0]
[ 0, sin(θ),  cos(θ), 0]
[ 0,      0,      0, 1]
```

T = `transl`(x, y, z) θα δώσει τον ομογενή μετασχηματισμό(πίνακα 4x4) που εκφράζει την μετατόπιση κατά x,y και z.

```
T =
[ 1, 0, 0, x]
[ 0, 1, 0, y]
[ 0, 0, 1, z]
[ 0, 0, 0, 1]
```

Άρα, όλοι οι πίνακες μετασχηματισμού διαδοχικών συστημάτων αξόνων μπορούν να περιγραφούν από την έκφραση:

$$\text{trotz}(\theta_1) * \text{transl}(x_1, y_1, z_1) * \text{transl}(x_2, y_2, z_2) * \text{trotx}(\theta_2)$$

Καλείται η συνάρτηση `DH_parameters` που επιστρέφει του ομογενείς πίνακες A_0^1 , A_0^2 και A_0^3 .

```
function [A01,A02,A03] = DH_parameters(th)

r=0.020;d1=0.6604;a2=0.4318;d2=0.14909;a3=-0.02032;d4=0.43307;

A01 = trotx(th(1))*transl(0,0,d1+r)*transl(0,0,0)*trotz(-pi/2);
A12 = trotx(th(2))*transl(0,0,d2+r)*transl(a2,0,0)*trotz(0);
A23 = trotx(th(3))*transl(0,0,0)*transl(a3,0,0)*trotz(pi/2);
A23=[1 0 0 d4;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1]*A23;

A02=simplify(vpa(A01*A12));
A03=simplify(vpa(A01*A12*A23));

end
```

$$A_0^3 =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_1), & -1.0 \sin(\theta_1), & \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos(\theta_1), \\ 0.865 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) - 0.169 \sin(\theta_1) + 0.0203 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) - \\ 0.0203 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) \\ \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_1), & \cos(\theta_1), & \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin(\theta_1), & 0.169 \cos(\theta_1) + \\ 0.865 \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) + 0.0203 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) - \\ 0.0203 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) \sin(\theta_1) \\ -1.0 \sin(\theta_2 + \theta_3), & 0, & \cos(\theta_2 + \theta_3), \\ 0.0203 \sin(\theta_2 + \theta_3) - 0.865 \sin(\theta_2) + 0.68 \\ 0, & 0, & 0, \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

2. Compute the 4×4 inertia matrices J_i of each link $i = 1, 2, 3$

Οι inertia matrices είναι της μορφής:

$$J_i = \int {}^i \mathbf{r}_i {}^i \mathbf{r}_i^T dm = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix}$$

$$\text{,όπου } dm = \iiint \rho dx dy dz$$

Αρκεί λοιπόν, να προσδιορίσουμε τα όρια κάθε συνδέσμου τα οποία αντιπροσωπεύουν τις αποστάσεις σε κάθε άξονα από το αμέσως επόμενο σημείο συντεταγμένων (Οι $i=1,2,3$):

Link 1:

$$Z: -(r^2 - x^2)^{1/2}, (r^2 - x^2)^{1/2}$$

$$X: -r, r$$

$$Y: r, r+d_1$$

Link 2:

Ο σύνδεσμος 2 αποτελείται από το άθροισμα ενός μικρού κυλίνδρου με μήκος d_2 και ενός μεγάλου κυλίνδρου με μήκος $a_2 + 80 \text{ mm}$. Ο inertia matrix αποτελείται από το άθροισμα των 2 επιμέρους 4×4 inertia matrix.

Για τον μικρό κύλινδρο έχουμε:

$$Z: -r-d_2, -r$$

$$X: -a_2 - (r^2 - y^2)^{1/2}, -a_2 + (r^2 - y^2)^{1/2}$$

$$Y: -r, r$$

Για τον μεγάλο κύλινδρο έχουμε:

Z:-r, r

X:-a2-0.08, 0

Y:-(r.^2-z.^2).^(1/2), (r.^2-z.^2).^(1/2))

Link 3:

Z:-d4, 0

X:-(r.^2-y.^2).^(1/2), (r.^2-y.^2).^(1/2)

Y:-r, r

Η συνάρτηση που υλοποιείται:

Παίρνει σαν όρισμα τα άκρα των ολοκληρωμάτων και επιστρέφει τον 4x4 inertia matrix.

```
function [J] = inertia1(z1,z2,x1,x2,y1,y2)
    y=sym('y');z=sym('z');x=sym('x');r=sym('r');d2=sym('l');m=sym('m');
    th=sym('th');R=sym('R');
    r=0.020; %aktina
    d1=0.6604;d2=0.14909; %d se metra
    p=10^4;

    xyz=[x y z 1];
    for i=1:4
        for j=i:4
            fun=(p*xyz(i)*xyz(j));
            mesa=int(fun,z,z1,z2);
            meseo=int(mesa,x,x1,x2);
            ekso=int(meseo,y,y1,y2);
            J(i,j)=ekso ;
            if i~=j
                J(j,i)=J(i,j); %summetrikos
            end
        end
    end
end
```

Και έχουμε τους 3 inertia matrixes:

$$J(:, :, 1) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.00082988, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1.3194, & 0, & 2.9063 \\ 0, & 0, & 0.00082988, & 0 \\ 0, & 2.9063, & 0, & 8.2988 \end{bmatrix}$$

$$J(:, :, 2) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.91106, & 0, & 0.076486, & -2.4548 \\ 0, & 0.0008305, & 0, & 0 \\ 0.076486, & 0, & 0.02086, & -0.17713 \\ -2.4548, & 0, & -0.17713, & 8.305 \end{bmatrix}$$

$$J(:, :, 3) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.00054421, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0.00054421, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0.34022, & -1.1784 \\ 0, & 0, & -1.1784, & 5.4421 \end{bmatrix}$$

3. Compute in symbolic form the dynamics of the 3DoF manipulator

$$D_{3 \times 3}(\bar{\theta}) \ddot{\bar{\theta}} + C_{3 \times 1}(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}) + G_{3 \times 1}(\bar{\theta}) = \bar{\tau}_{3 \times 1}$$

Για τον υπολογισμό του $\mathbf{D}_{3 \times 3}$ όρου:

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n \text{Tr}(\mathbf{U}_{jk} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T), \text{ όπου } n=3$$

, \mathbf{J}_i οι inertia matrixes που υπολογίσαμε παραπάνω και

$$U_{ij} = \frac{\partial A_0^i}{\partial \theta_j}$$

Αρχικά, υλοποιούμε την συνάρτηση που υπολογίζει την παράγωγο κάθε A_0^i ως προς θ και την αποθηκεύει σε έναν 4 διαστάσεων πίνακα, όπως φαίνεται παρακάτω.

$$\bar{\theta}=[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$$

```
function U = derivatives(th,A)
for i=1:3
    for j=1:i
        U(:,:,i,j)=simplify(diff(A(:,:,i),th(j)));
        if i~=j
            U(:,:,j,i)=U(:,:,i,j); %summetrikos
        end
    end
end
end
```

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τον D, χρησιμοποιώντας την παραπάνω μεθοδολογία.

```
D=sym(zeros(3));
for i=1:3
    for k=1:3
        for j=max(i,k):3
            D(i,k)=D(i,k)+trace(U(:,:,j,k)*J(:,:,j)*transpose(U(:,:,j,i)));
        end
        if i~=j
            D(k,i)=D(i,k); %summetrikos
        end
    end
end
```

Για τον υπολογισμό του πίνακα $C_{3 \times 1}$:

$C = h = \text{coriolis} + \text{centrifugal force}$

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m, \quad h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Tr} (U_{jkm} J_j U_{ji}^T)$$

,όπου $n=3$, $\dot{q} = \dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]$

Υπολογίζουμε τον C, χρησιμοποιώντας την παραπάνω μεθοδολογία.

```

h=sym([0 0 0]);
for i=1:3
    for k=1:3
        for m=1:3
            h1=sym(0);
            j=sort([i k m]);
            for j=j(1):3
                dU=diff(U(:,:,j,k),th(m));
                h1=h1+trace(dU*J(:,:,j)*transpose(U(:,:,j,i)));
            end
            h(i)=h(i)+h1*thdot(k)*thdot(m);
        end
    end
end
h=h.';

```

Για τον υπολογισμό του πίνακα $\mathbf{G}_{3 \times 1}$:

$G = c =$ gravity loading force

$$c_i = \sum_{j=i}^n (-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^T \mathbf{r}_j)$$

Το g αποτελεί το διάνυσμα βαρύτητας και έχει την μορφή $\bar{g} = [0 \ 0 \ -9.81 \ 0]$

Το (4,4) στοιχείο των inertia matrix είναι η μάζα του κάθε συνδέσμου (m_j).

Η 4^η στήλη(και γραμμή αφού είναι συμμετρικός) διαιρεμένη με την μάζα του κάθε συνδέσμου είναι το κέντρο βάρους του (\tilde{r}_j).

Υπολογίζουμε τον G, χρησιμοποιώντας την παραπάνω μεθοδολογία.


```

g=sym([ 0 0 -9.81 0]); %dianusma varhthtas
m=sym([J(4,4,1) J(4,4,2) J(4,4,3)]); %dianusma mazas
rp=sym([J(:,4,1)/m(1) J(:,4,2)/m(2) J(:,4,3)/m(3)]);
c=sym([0; 0; 0]);

for i=1:3
    for j=i:3
        c(i)= c(i)-m(j)*g*U(:, :, i, j)*rp(:, j);
    end
end

end

```

Τέλος, υπολογίζουμε την δυναμική:

$$D_{3 \times 3}(\bar{\theta})\ddot{\bar{\theta}} + C_{3 \times 1}(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}) + G_{3 \times 1}(\bar{\theta}) = \bar{\tau}_{3 \times 1}$$

$$\text{,όπου } \ddot{\bar{\theta}} = [\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3]$$

%% 3) COMPUTES IN SYMBOLIC FORM THE DYNAMICS

```

U=derivatives(th,A);

[D C G]=compute(J,U,th,thdot);

torque=D*thdotdot.'+G+C;
torque=vpa(torque,4)

```

Στην συνάρτηση compute τρέχουν οι παραπάνω αλγόριθμοι και επιστρέφουν τους αντίστοιχους πίνακες. Στην συνέχεια υπολογίζεται η ροπή από τον παραπάνω τύπο.

4. Plot $\tau(t), t \in [0, 12]$ for joint trajectories (expressed in degrees)

$$\bar{\theta}^d(t) = \begin{bmatrix} A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t\right) \\ A_2 \sin\left(\frac{2\pi}{T_2}t\right) \\ 40^\circ + A_3 \sin\left(\frac{2\pi}{T_3}t\right) \end{bmatrix}, \text{ where } A_1 = 2 \text{ } A_2 = 2 \text{ } A_3 = 80 \text{ and } T_1 = 2 \text{ } T_2 = 3 \text{ } T_3 = 6 \text{ seconds.}$$

Record

$$\bar{\tau}_{\max} = \begin{bmatrix} \tau_1^{\max} \\ \tau_2^{\max} \\ \tau_3^{\max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max_t \tau_1(t) \\ \max_t \tau_2(t) \\ \max_t \tau_3(t) \end{bmatrix}$$

Στο αρχικό πρόγραμμα έχουμε τον εξής κώδικα:

```
% 4) PLOT TORQUES

t=0:0.1:12; %dianusma xronou

A1=80*pi/180;A2=40*pi/180;A3=40*pi/180; %metatroph se rad
T1=6;T2=3;T3=2;

[tdesired thdesired thdotdesired thdotdotdesired] = er4(th,thdot,thdotdot,torque,t);

figure , plot(t, tdesired(1,:), '-b')
hold on, plot(t, tdesired(2,:), '-r')
hold on, plot(t, tdesired(3,:), '-c')
legend('t1', 't2', 't3')
title('t')
```

που καλεί την συνάρτηση:

```

function [tdesired,thdesired,thdotdesired,thdotdotdesired] = er4(th,thdot,thdotdot,torque,t)

th1 = sym('th1');th2 = sym('th2');th3 = sym('th3');pi=sym('pi');
th1dot = sym('th1dot');th2dot = sym('th2dot');th3dot = sym('th3dot');
th1dotdot = sym('th1dotdot');th2dotdot = sym('th2dotdot');th3dotdot = sym('th3dotdot');
A1=80*pi/180;A2=40*pi/180;A3=40*pi/180;
T1=6;T2=3;T3=2;

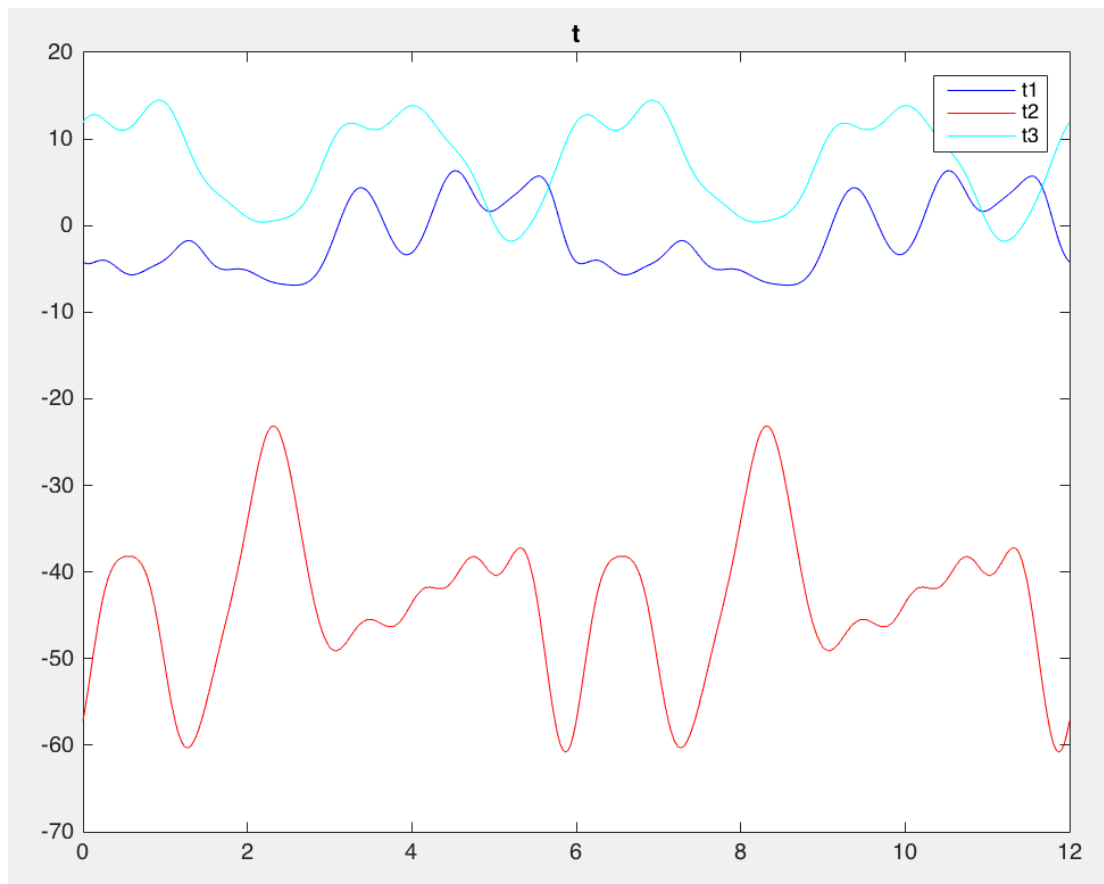
thdesired=subs(th',{th1, th2, th3},{A1*sin(2*pi*t/T1) A2*sin(2*pi*t/T2) A2+A3*sin(2*pi*t/T3)});
thdotdesired=subs(thdot',{th1dot, th2dot, th3dot},{ (4*pi^2*cos((pi*t)/3))/27, ...
    (4*pi^2*cos((2*pi*t)/3))/27, (2*pi^2*cos(pi*t))/9});
thdotdotdesired=subs(thdotdot',{th1dotdot, th2dotdot, th3dotdot},{...
    { -(4*pi^3*sin((pi*t)/3))/81, -(8*pi^3*sin((2*pi*t)/3))/81, -(2*pi^3*sin(pi*t))/9}});

tdesired=vpa(subs(torque,{th1 th2,th3,th1dot,th2dot,th3dot,th1dotdot,th2dotdot,th3dotdot}...
,{thdesired(1,:) thdesired(2,:) thdesired(3,:) thdotdesired(1,:) thdotdesired(2,:)...
    thdotdesired(3,:) thdotdotdesired(1,:) thdotdotdesired(2,:) thdotdotdesired(3,:)}),3);

end

```

Για $T_s=0.01s$ έχουμε:



Για τον υπολογισμό των μεγίστων:

%% 4) DISPLAY MAX TORQUES

```
tsorted1=sort(tdesired(1,:), 'descend');  
tsorted2=sort(tdesired(2,:), 'ascend');  
tsorted3=sort(tdesired(3,:), 'descend');  
max_torque=[abs(tsorted1(1)) abs(tsorted2(1)) abs(tsorted3(1))]
```

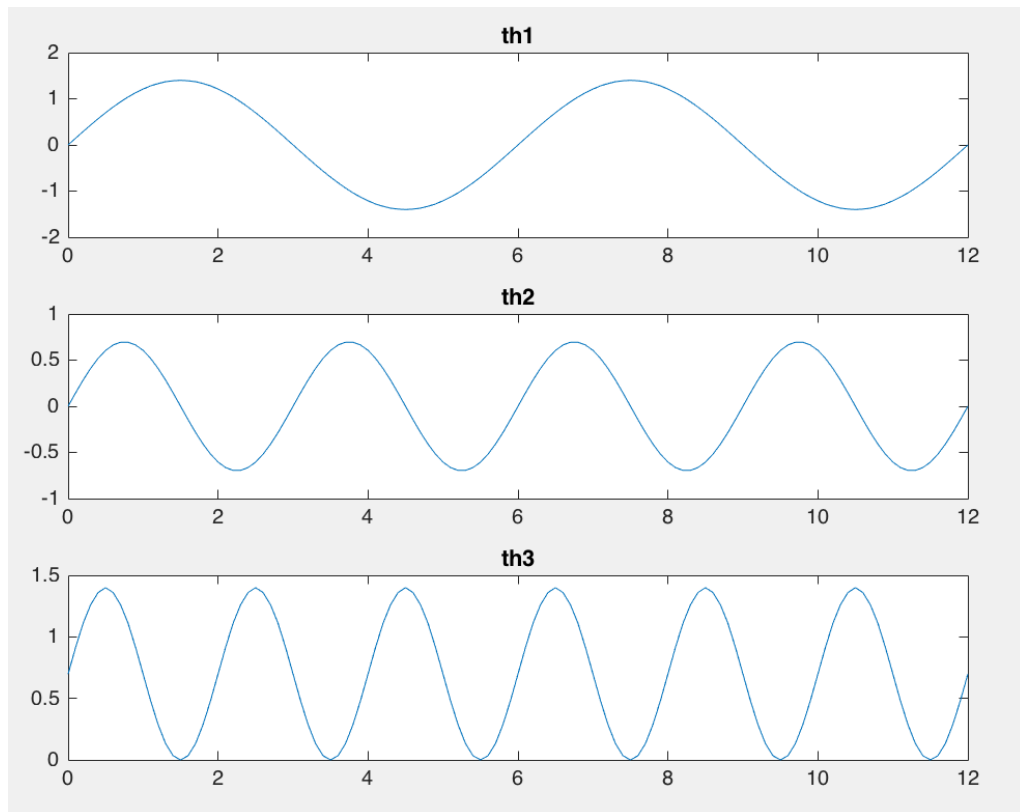
$$\tau_{\max} = \begin{bmatrix} 6.34 \\ 60.8 \\ 14.5 \end{bmatrix}$$

5. Design a computed torque the robot forces its joints to track these

desired angles for $\bar{\theta}(0) = \begin{bmatrix} -160^\circ \\ -225^\circ \\ -45^\circ \end{bmatrix}$.

Assume that K_d , K_p are diagonal positive matrices. Select their diagonal elements so that you have a satisfactory response, while the maximum torque applied to the motors does not exceed $2\tau_{\max}$

Τα θd απ' το προηγούμενο ερώτημα είναι τα εξής:



Νόμος ελέγχου που καλούμαστε να υλοποιήσουμε:

$$\bar{\tau}_{3 \times 1} = D_{3 \times 3}(\bar{\theta}) \left[\ddot{\bar{\theta}}^d + K_d (\dot{\bar{\theta}}^d - \dot{\bar{\theta}}) + K_p (\bar{\theta}^d - \bar{\theta}) \right] + C_{3 \times 1}(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}) + G_{3 \times 1}(\bar{\theta})$$

Χρησιμοποιώντας την odefun θα προσδιορίσουμε τα $\dot{\bar{\theta}}$ και $\bar{\theta}$ για ένα μικρό step στον χρόνο λύνοντας την γραμμική πλέον διαφορική εξίσωση η οποία μας δίνει το σφάλμα $\bar{\varepsilon} = \bar{\theta}^d - \bar{\theta}$ και $\dot{\bar{\varepsilon}} = \dot{\bar{\theta}}^d - \dot{\bar{\theta}}$

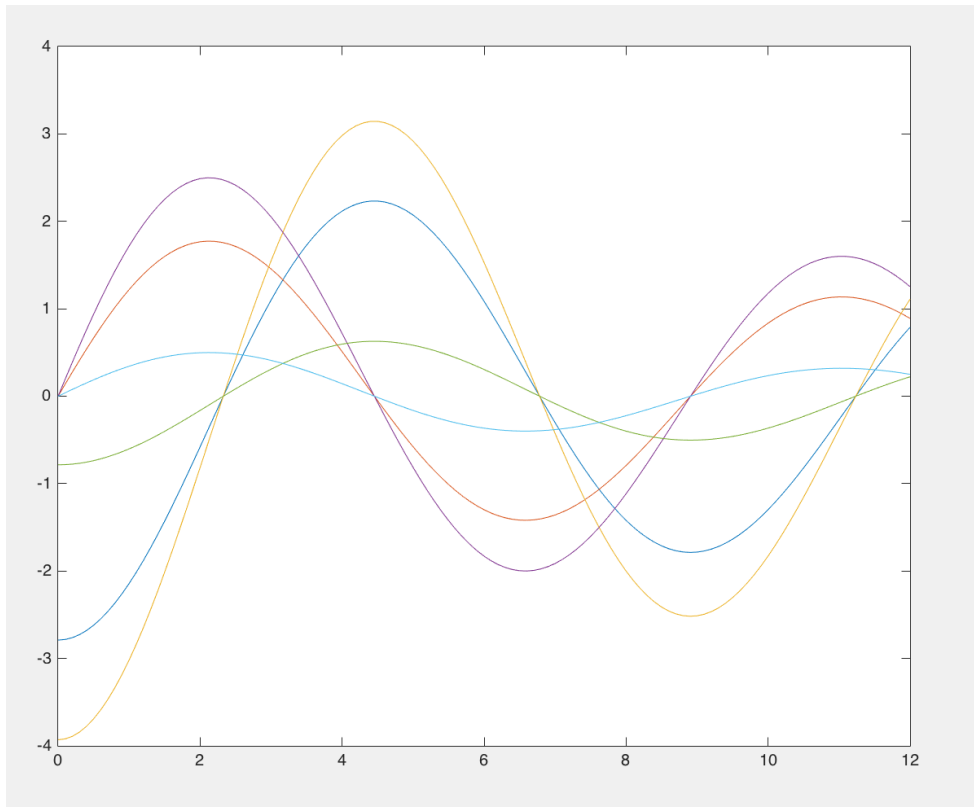
Η διαφορική λοιπόν είναι $\ddot{\bar{\varepsilon}} + K_d \dot{\bar{\varepsilon}} + K_p \bar{\varepsilon}$

Σαν αρχικές τιμές έχω για την θέση $\theta(0)$ και για ταχύτητα $= 0$

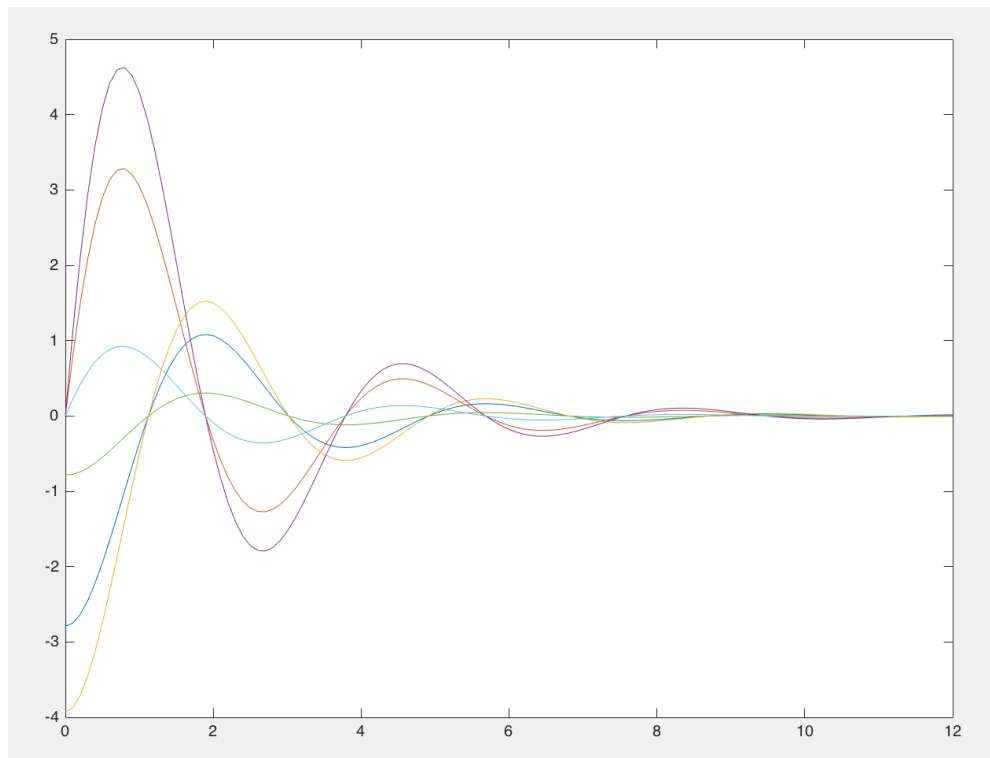
Για διάφορα K_p και K_d με όλα τα στοιχεία τους ίδια:

Διαγράμματα για $\bar{\theta}=[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$ και $\dot{\bar{\theta}}=[\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]$

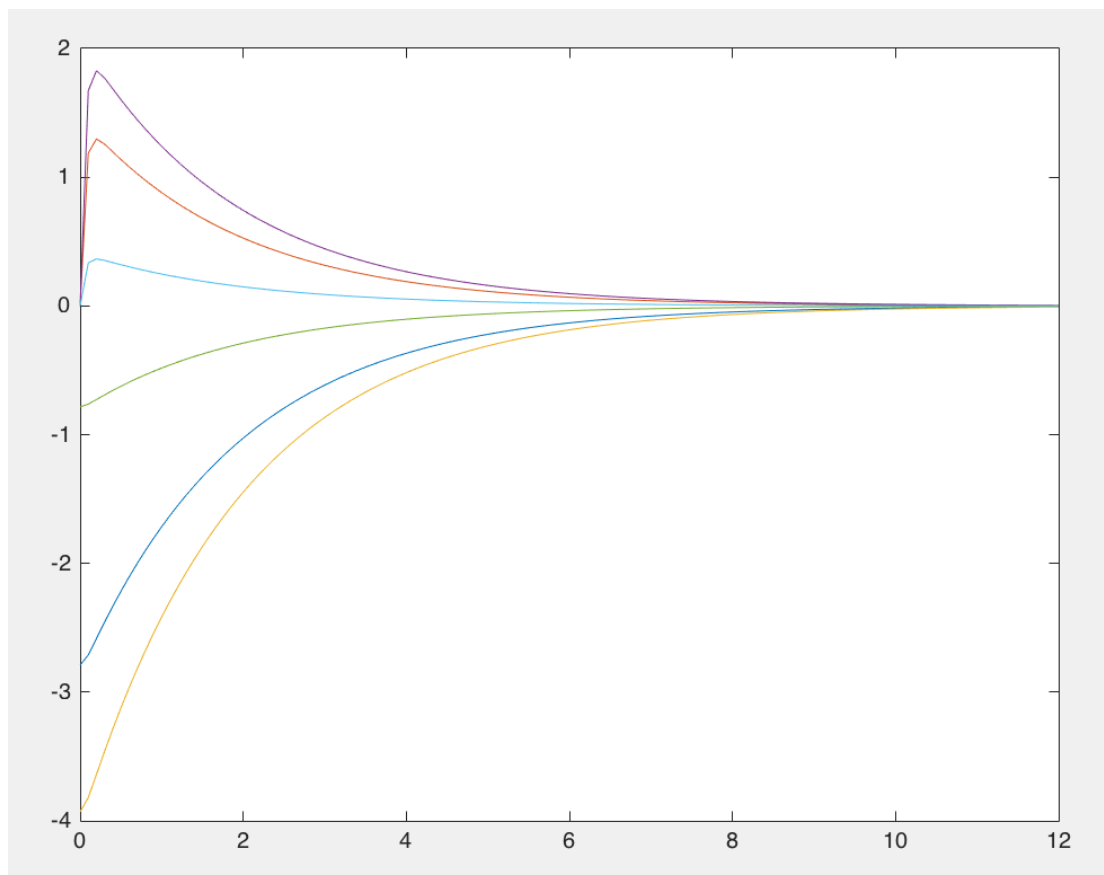
Για $K_p=0.5, K_d=0.1$:



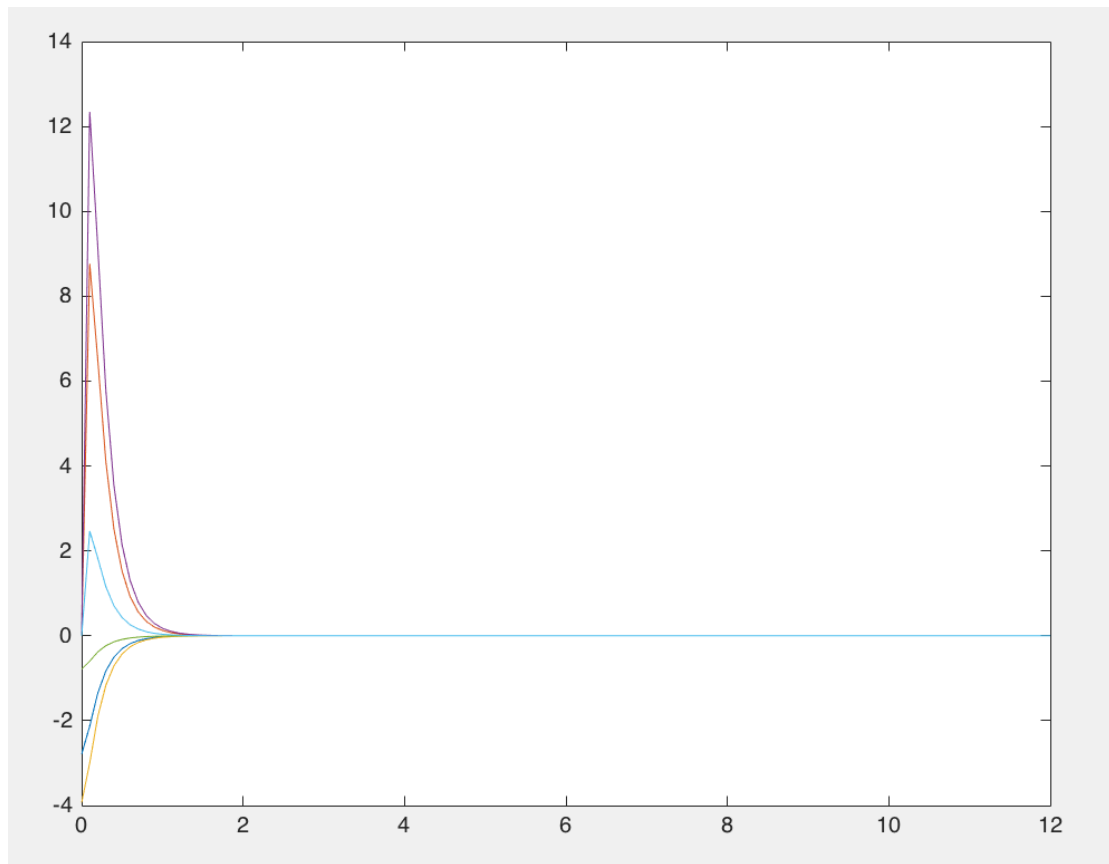
Για $K_p=3, K_d=1$:



Για $K_p=10$, $K_d=20$:



Για $K_p=100$, $K_d=25$:



Παρατηρούμε πως για μεγαλύτερα K_p και K_d μειώνεται πολύ πιο γρήγορα το σφάλμα με το πέρας του χρόνου. Άρα για μια βέλτιστη λύση θα μπορούσαμε να επιλέξουμε τεράστια K , όπως τότε θα έπρεπε να δώσουμε και πάρα πολύ μεγάλη ροπή στο σύστημα. Εδώ έχουμε περιορισμό $2\tau_{max}$!

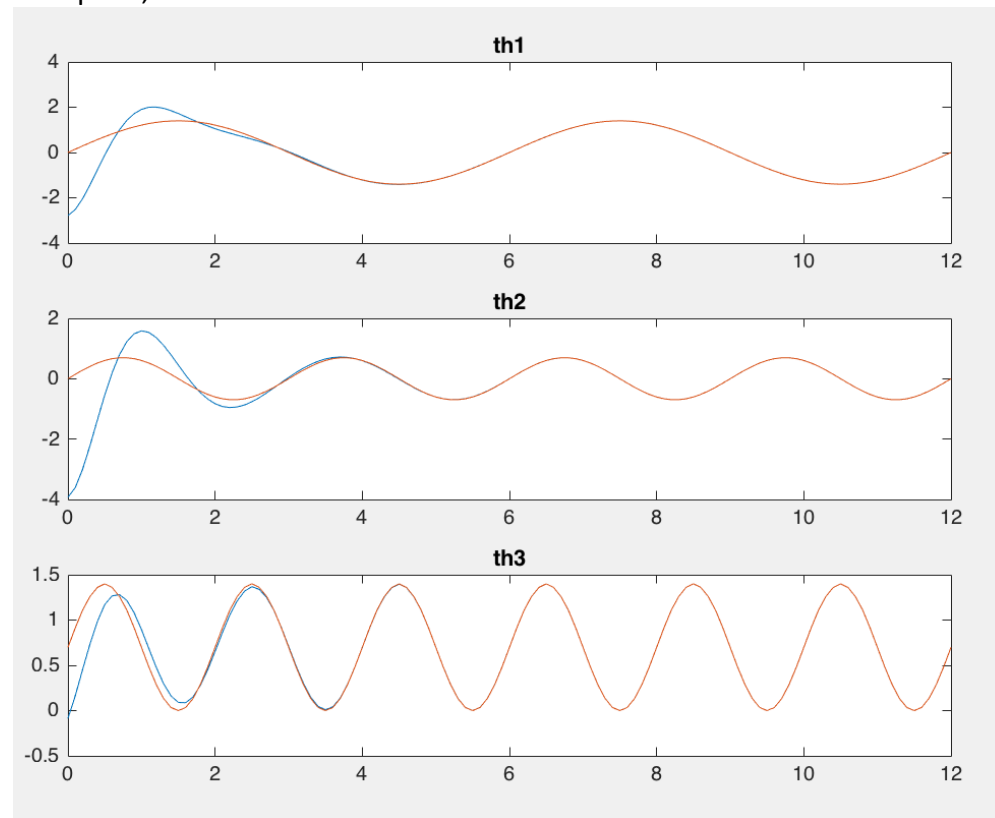
Άρα λοιπόν θα πρέπει για κάθε χρονική στιγμή να υπολογίζουμε την ροπή σύμφωνα με την εξίσωση

$$\bar{\tau}_{3 \times 1} = D_{3 \times 3}(\bar{\theta}) \left[\ddot{\bar{\theta}}^d + K_d (\dot{\bar{\theta}}^d - \dot{\bar{\theta}}) + K_p (\bar{\theta}^d - \bar{\theta}) \right] + C_{3 \times 1}(\bar{\theta}, \dot{\bar{\theta}}) + G_{3 \times 1}(\bar{\theta})$$

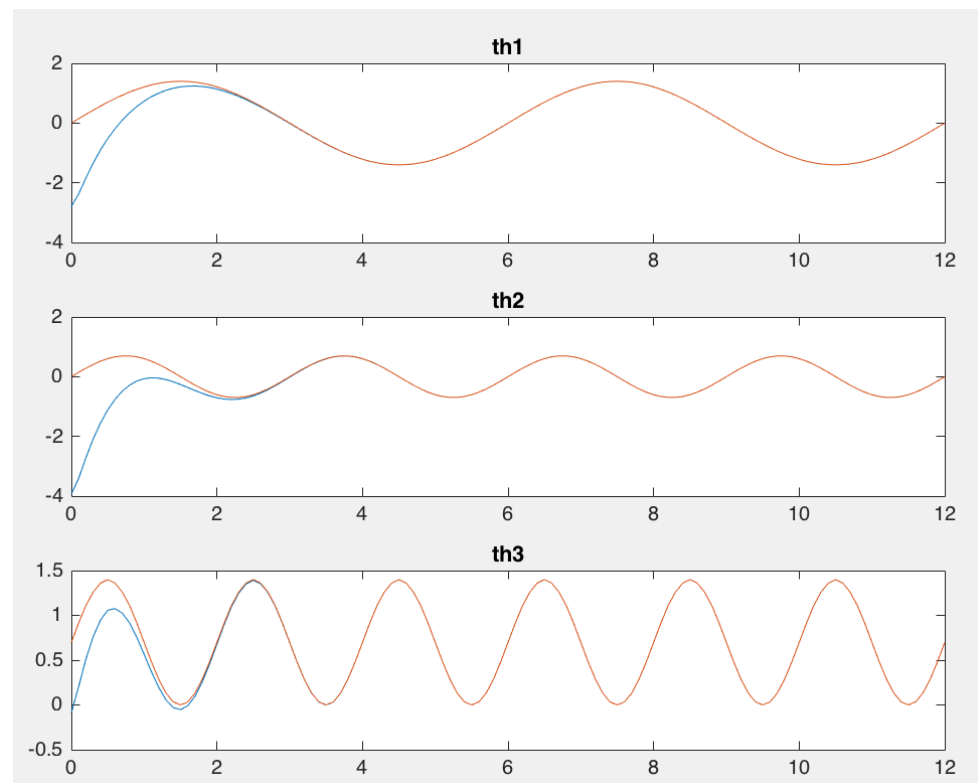
Και να συγκρίνουμε αν ξεπερνά τα $2\tau_{max}$.

Για κάποιες random τιμές των K_p και K_d βλέπουμε πως μετά από κάποια δευτερόλεπτα προσεγγίζει την $\theta_{desired}$:

Για $K_p=10$, $K_d=2.5$:



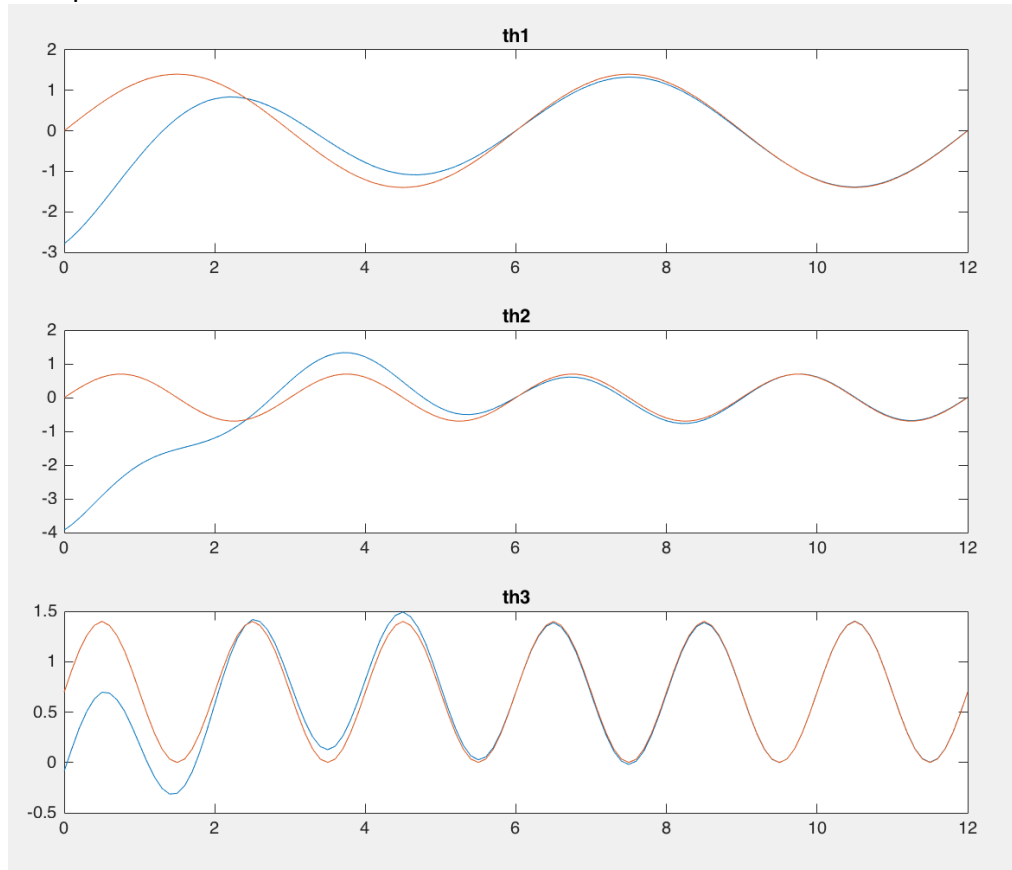
Για $K_p=34$, $K_d=20$:



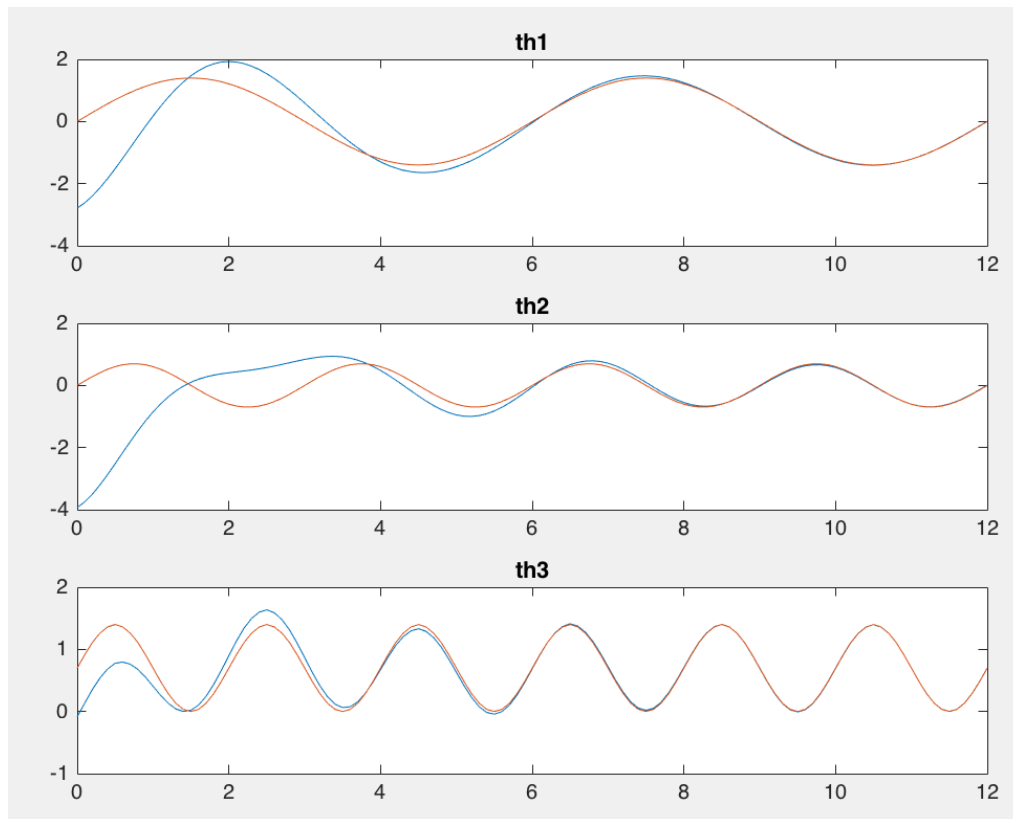
Συγκρίνοντας τώρα την ροπή για κάθε χρονική στιγμή με την τ_{max} βρίσκουμε κάποιους συνδυασμούς που να ικανοποιούν αυτήν την συνθήκη.

Αυτοι οι συνδυασμοί είναι (K_p , K_d διαγώνιοι πίνακες παντα με στοιχεία= K_p και K_d)

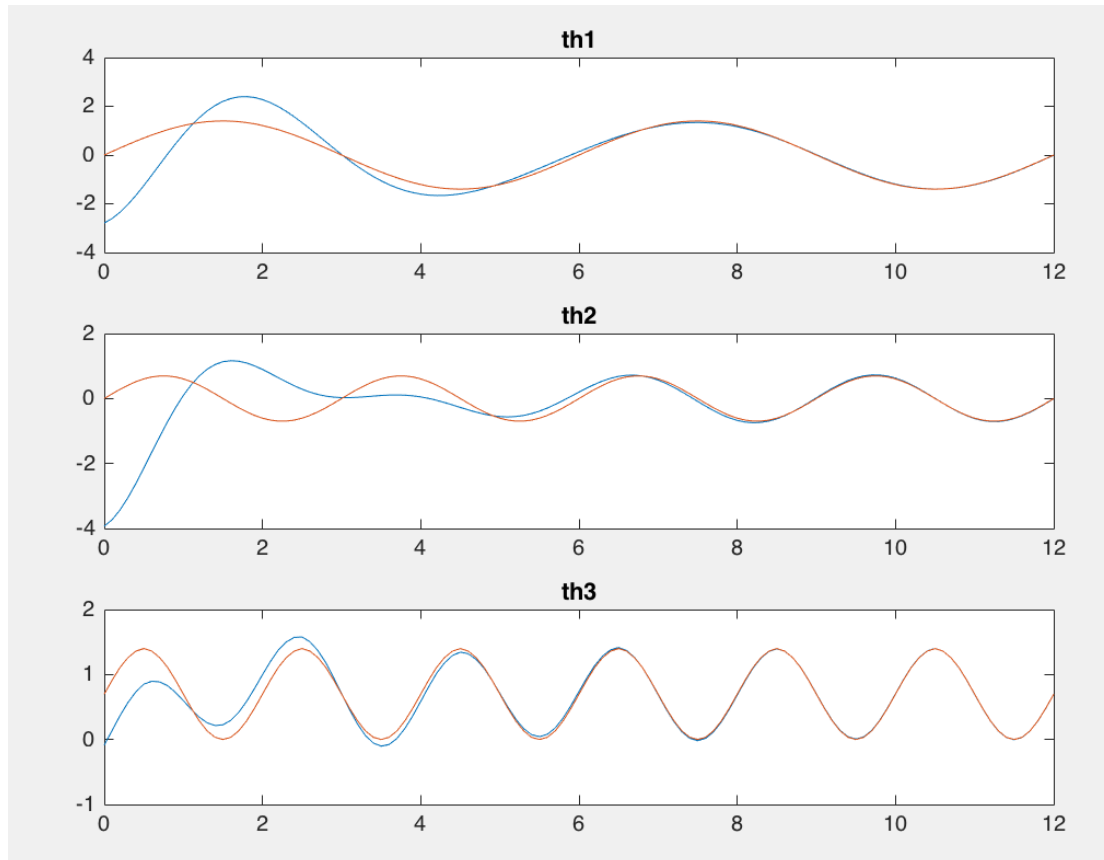
Για $K_p=1$ $K_d=1$



Για $K_p=2$, $K_d=1$



Για $K_p=2$, $K_d=1$



Στο αρχικό πρόγραμμα έχουμε τον εξής κώδικα:

```
q1=double([ -160*pi/180]);
q2=double([ -225*pi/180]);
q3=double([ -45*pi/180]);

u=0;
T_s=0.1;
z0=[q1 0 q2 0 q3 0]';
t_in=0;
t_fin=12;
cnt=1;
z=z0;
diaf=z0;
n=1;
Kp=3;Kd=1;

for t=t_in:T_s:t_fin-T_s
    cnt=cnt+1; %counter increment
    [tode,z]= ode45(@(t,z) F(t,z,D,C,G,th,thdot,thdotdot,thdesired,thdotdesired,thdotdotdesired,Kp,Kd), [t t+T_s]

    szx_ode=size(z);
    z=z(szx_ode(1),:);
    diaf(:,cnt)=z;
end
t=t_in:T_s:t_fin;

Kp=eye(cnt)*Kp;
Kd=eye(cnt)*Kd;

plot(t,diaf)
```

που καλεί την function

```
function zdot=F(t,z,D,C,G,th,thdot,thdotdot,qdesired,qdotdesired,qdotdotdesired,Kp,Kd)
th1 = sym('th1');th2 = sym('th2');th3 = sym('th3');pi=sym('pi');
th1dot = sym('th1dot');th2dot = sym('th2dot');th3dot = sym('th3dot');

zdot=zeros(6,1); % since output must be a column vector

zdot(1)=z(2);
zdot(3)=z(4);
zdot(5)=z(6);

zdot(2)=-Kp*z(1)-Kd*zdot(1);
zdot(4)=-Kp*z(3)-Kd*zdot(3);
zdot(6)=-Kp*z(5)-Kd*zdot(5);

Dfound=subs(D,{th1 th2,th3},{z(1) z(3) z(5) });
Cfound=subs(C,{th1 th2,th3,th1dot,th2dot,th3dot},{z(1) z(3) z(5) z(2) z(4) z(6)}); %pinakas C
Gfound=subs(G,{th1, th2, th3},{z(1) z(3) z(5) }); %pinakas G
Dinv=inv(Dfound); %pinakas D^(-1)

torque1=Dinv*(qdotdotdesired(:,n)+(qdotdesired(:,n)-qdot(:,n))+(qdesired(:,n)-q(:,n)))+Gfound+Cfound;

end
```