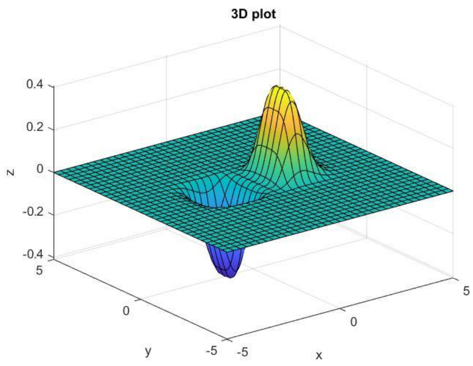
<u>ΕΡΓΑΣΙΑ 1η</u>
<u>Ελαχιστοποίηση με χρήση Παραγώγων</u>

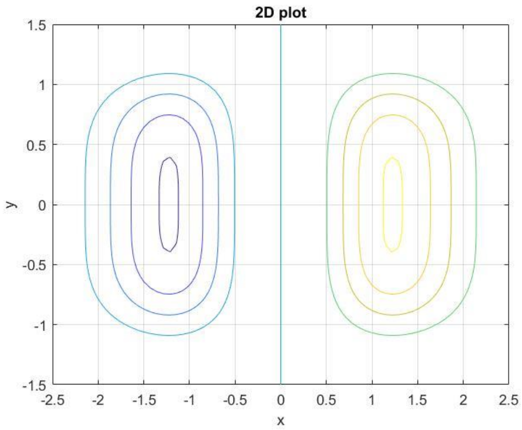
<u>ΘΈΜΑ 1Ο</u>

<u>Μορφή f(x)</u>

Σε 3 διαστάσεις:



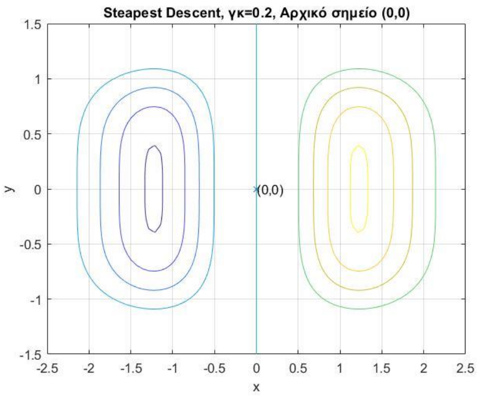
Σε 2 διαστάσεις:

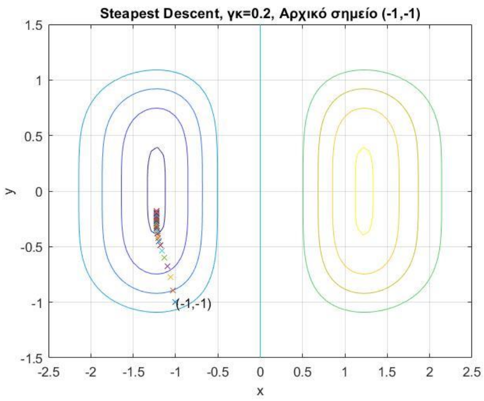


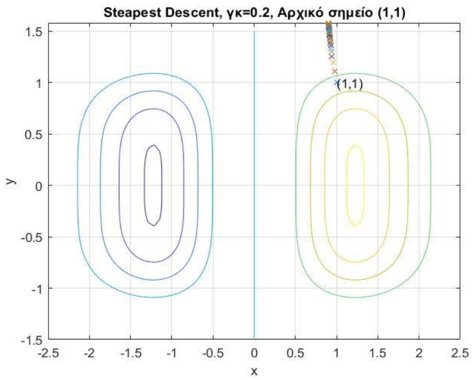
<u>ΘΈΜΑ 2Ο</u>

<u>Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου</u>

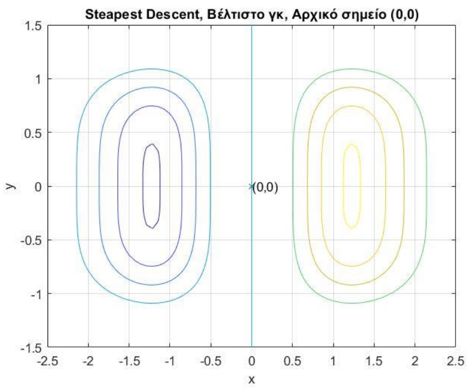
<u>Α)</u> Με $γ_κ$ = 0,2 σταθερά:

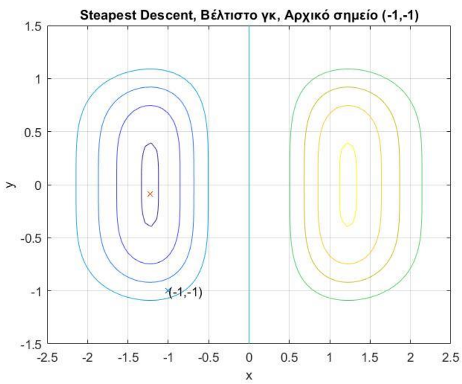


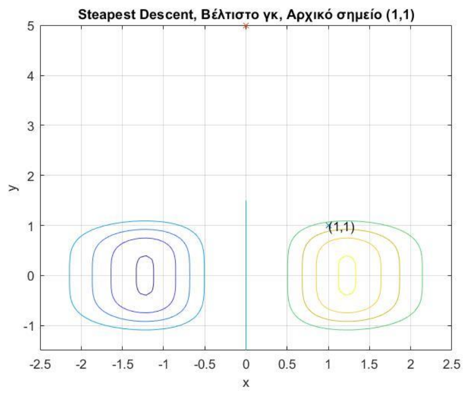




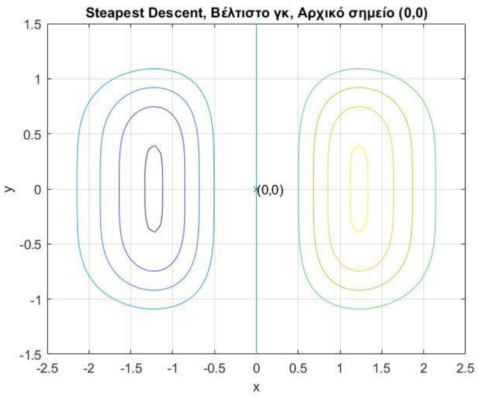
B) Με $γ_κ$ για να ελαχιστοποιεί την $f(x_k + g_k d_k)$:

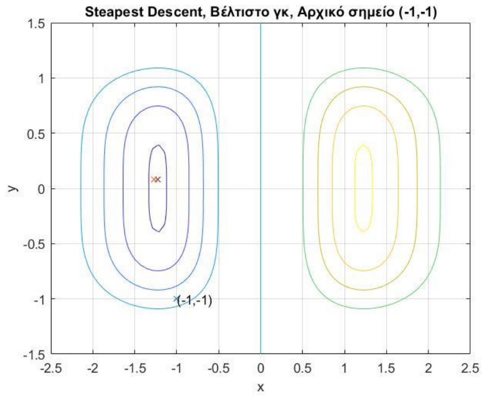


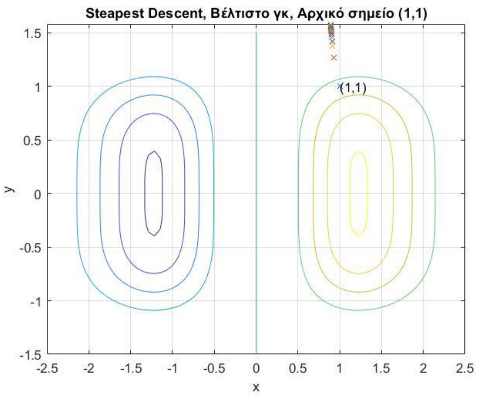




Γ) Με $γ_κ$ βάση του κανόνα Armijo:



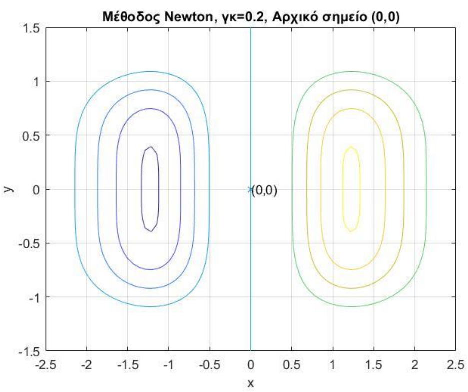


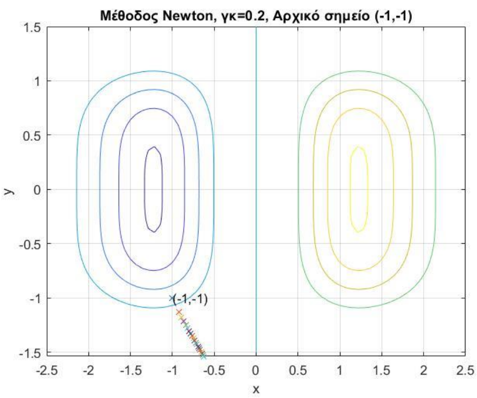


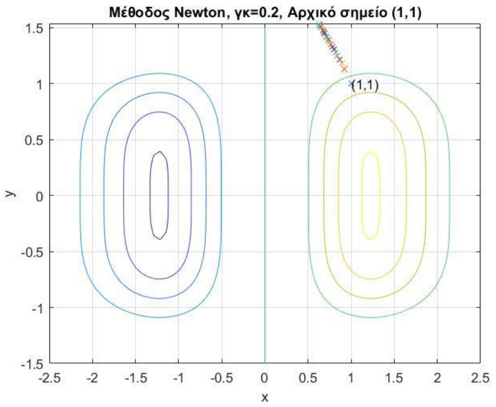
<u>ΘΈΜΑ 3^{O}</u>

<u>Μέθοδος Newton</u>

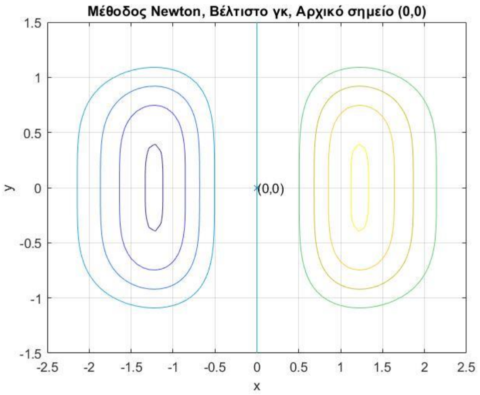
Α) Με γ_κ = 0,2 σταθερά:

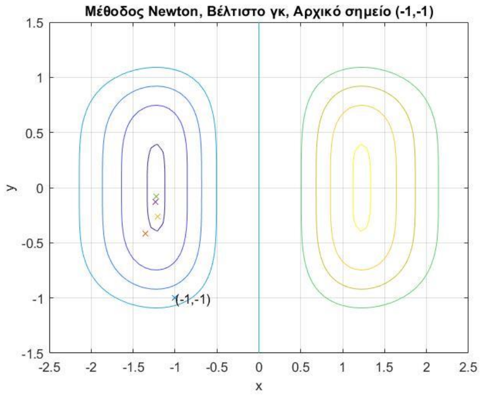


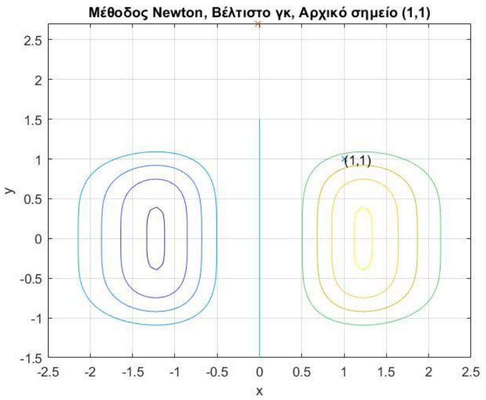




Β) Με γ_κ για να ελαχιστοποιεί την $f(x_k + g_k d_k)$:



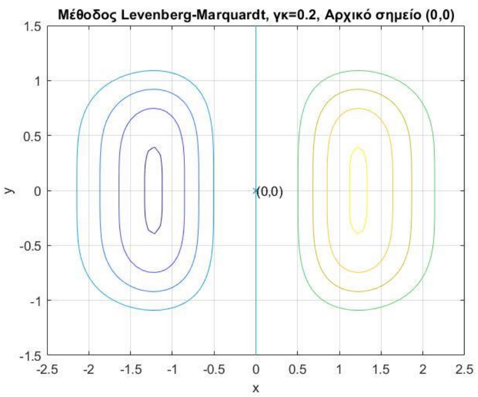


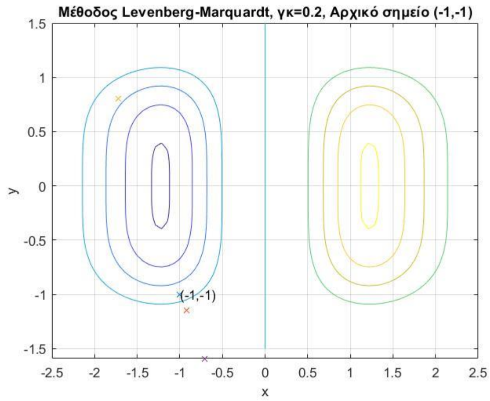


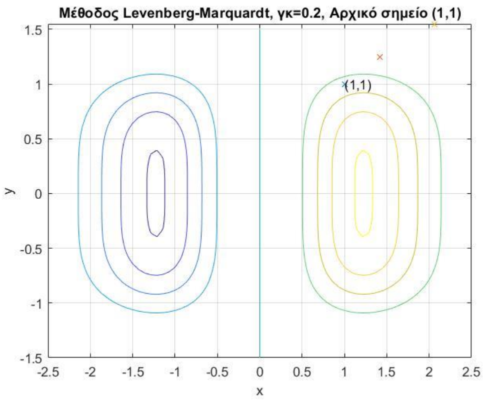
<u>ΘΈΜΑ 4^{O}</u>

<u>Μέθοδος Levenberg-Marquardt</u>

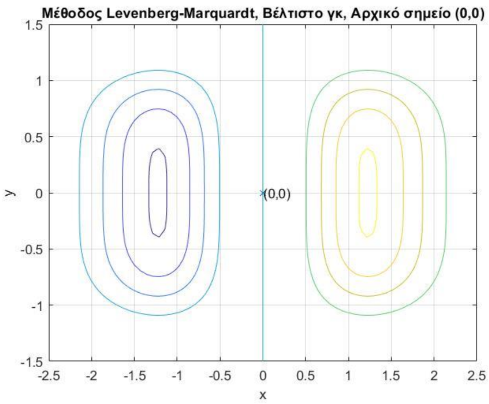
Α) Με γ_κ = 0,2 σταθερά:

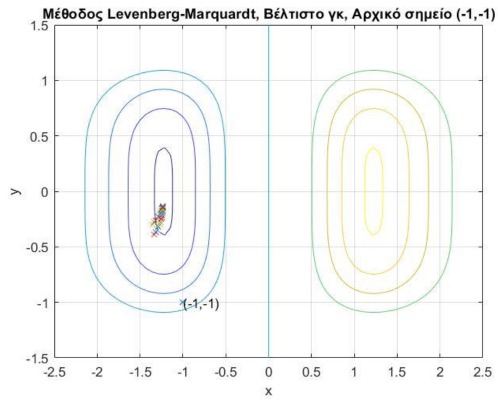


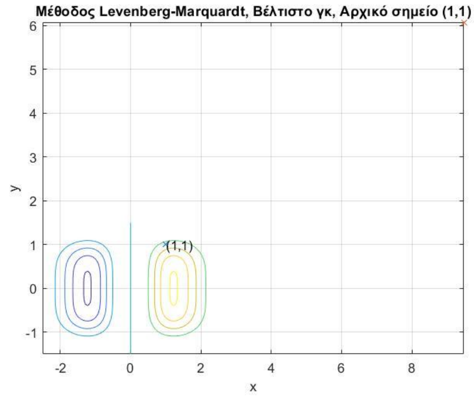




B) Με $γ_κ$ για να ελαχιστοποιεί την $f(x_k + g_k d_k)$:







ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρατηρούμε διαφορετικές συμπεριφορές όσων αφορά την σύγκλιση σε κάθε αλγόριθμο, οι οποίες εξαρτώνται και από την επιλογή του αρχικού σημείου (x_o,y_o) αλλά και από την επιλογή του βήματος γ_κ. Επίσης όλες οι μέθοδοι διαφοροποιούνται και στον αριθμό κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης.

Αρχικά στην μέθοδο της Μέγιστης Καθόδου βλέπουμε ότι για κάθε επιλογή γ_κ ξεκινώντας από το σημείο (-1,-1) ο αλγόριθμος συγκλίνει στο ελάχιστο. Από την άλλη ξεκινώντας από το (1,1) βλέπουμε ότι απομακρυνόμαστε από την μέγιστη τιμή αλλά χωρίς να συγκλίνει στο ελάχιστο, καθώς εγκλωβίζεται σε κάποιο τοπικό ελάχιστο όπου η παράγωγος είναι ίση με το 0. Τέλος σε κάθε περίπτωση που ξεκινάμε από το (0,0) ο αλγόριθμος δεν θα τρέξει καθώς η κλίση είναι μηδενική, δηλαδή βρισκόμαστε εγκλωβισμένοι σε κάποιο τοπικό ακρότατο.

Όσων αφορά την επιλογή του γ_κ, παρατηρούμε ότι αυτό που επηρεάζεται κυρίως στην Μέγιστη Κάθοδο είναι ο ρυθμός σύγκλισης/απόκλισης του αλγορίθμου. Βλέπουμε ότι με σταθερό γ_κ απαιτούνται πολλές επαναλήψεις για να συγκλίνει στο ελάχιστο με σημείο έναρξης το (-1,-1), ενώ με τη βέλτιστη επιλογή γ_κ ή με τον κανόνα Armijo απαιτούνται μόλις 2 και 3, αντίστοιχα, επαναλήψεις.

Παρόμοια συμπεράσματα μπορούμε να πάρουμε και από τις μεθόδους Newton και Levenberg-Marquardt, με μικρές διαφορές. Πρώτον, στην Newton για σταθερό γ_κ ο αλγόριθμος δεν συγκλίνει ποτέ στο ελάχιστο, ανεξάρτητα από το σημείο εκκίνησης (ίσως είναι λάθος του κώδικα μου). Παρόλα αυτά, εάν διαλέξουμε γ_κ για να ελαχιστοποιείται η $f(x_{k+1})$ παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος συγκλίνει στο ελάχιστο και με γρήγορο ρυθμό, αφού απαιτούνται μόνο 5 επαναλήψεις. Δεύτερον στην Levenberg-Marquardt, επιλέγοντας γ_κ τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιείται η $f(x_{k+1})$, βλέπουμε ότι βοηθάει τον αλγόριθμο να συγκλίνει στο ελάχιστο. Τέλος, παρατηρούμε ότι όπως και προηγουμένως για κάθε επιλογή γ_κ ο αλγόριθμος ξεκινώντας από το (0,0) θα παραμείνει σε εκείνο το σημείο, ενώ ξεκινώντας από το (1,1) θα αποκλίνει και δεν θα φτάσει ποτέ στο ελάχιστο.