

Chapitre 12 : Calcul matriciel**I - Définitions**

- 1) Notion de matrice
- 2) Matrices carrées particulières

II - Opérations sur les matrices

- 1) Somme et multiplication par un scalaire
- 2) Multiplication des matrices
- 3) Propriétés des opérations $+$, \cdot , \times
- 4) Matrices transposées

III - Matrices carrées inversibles

- 1) Généralités
- 2) Matrices inverses de matrices particulières
- 3) Puissances entières négatives d'une matrice inversible
- 4) Matrice carrée inversibles de taille 2

Polynôme annulateur, formule de la matrice inverse, résolution des systèmes linéaires de Cramer à 2 équations, 2 inconnues.

IV - Rang d'une matrice

- 1) Matrice échelonnée
- 2) Rang d'une matrice
- 3) Résultats liés au rang
- 4) Systèmes linéaires et matrices inversibles

Exemples de compétences attendues

- ❶ Savoir effectuer un produit matriciel.
- ❷ Savoir calculer les puissances d'une matrice carrée.
- ❸ Savoir si une matrice carrée de taille 2 est inversible et calculer sa matrice inverse le cas échéant.
- ❹ Savoir déterminer si une matrice carrée est inversible à l'aide d'un polynôme annulateur et calculer la matrice inverse le cas échéant.
- ❺ Savoir calculer le rang d'une matrice, et, pour une matrice carrée, en déduire si la matrice est inversible.
- ❻ Savoir calculer la matrice inverse d'une matrice carrée inversible (par résolution d'un système de Cramer).
- ❼ Connaître et savoir utiliser les propriétés des opérations matricielles (distributivité de \times sur $+$, associativité de \times , inverse d'un produit de matrices carrées inversibles, de la transposée d'une matrice carrée inversible, transposée d'un produit de matrice, etc.).
- ❽ Savoir utiliser les propriétés des matrices carrées particulières (triangulaires, diagonales).

Exemples de questions de cours :

- Démonstration du fait que le produit de deux matrices carrées triangulaires supérieures (de même taille) est une matrice triangulaire supérieure avec expression des coefficients diagonaux du produit.
- Calculer $\begin{pmatrix} \lambda & a & b \\ 0 & \lambda & c \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$ pour tout entier naturel n (en justifiant) où $(\lambda, a, b, c) \in \mathbb{C}^4$.
- Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice carrée de taille 2 soit inversible et formule de la matrice inverse (démonstration attendue).