

Chapitre 16

 : Géométrie du plan et de l'espaceI - Vecteurs et points du plan ou de l'espace1) Vecteurs du plan

- a) Généralités
- b) Colinéarité de deux vecteurs du plan

2) Points du plan3) Cas de l'espace4) Le produit scalaire usuel (ou canonique)

- a) Définitions
- b) Propriétés
- c) Vecteurs orthogonaux
- d) Norme euclidienne

II - Droites et plans1) Deux notations

$Vect(\vec{u})$  et  $Vect(\vec{u}, \vec{v})$

2) Droites du plan

- a) Définitions d'une droite dans le plan
- b) Equation cartésienne d'une droite dans le plan
- c) Coefficient directeur (pente) d'une droite
- d) Equations paramétriques d'une droite dans le plan
- e) Droites parallèles
- f) Intersection de deux droites
- g) Equation cartésienne d'une droite passant par un point et de vecteur normal donné
- h) Droites orthogonales

3) Les plans de l'espace

- a) Définitions d'un plan dans l'espace :
- b) Equations paramétriques d'un plan dans l'espace
- c) Equation cartésienne d'un plan dans l'espace

4) Les droites de l'espace

- a) Définitions d'une droite dans l'espace
- b) Equations paramétriques d'une droite dans l'espace
- c) Equations cartésiennes d'une droite dans l'espace

5) ExemplesIII - Compléments en rapport avec la structure euclidienne1) Projeté orthogonal2) Distance d'un point à une droite3) Les cercles du planIV - Barycentre1) Définition du barycentre2) Propriétés usuelles

**Exemples de compétences attendues**

- ❶ Savoir "jongler" entre les diverses représentations des objets géométriques du plan ou de l'espace (représentation par point et direction, représentation paramétrique, équation(s) cartésiennes, point et vecteur normal (pour un plan de l'espace ou une droite du plan))
- ❷ Savoir en déduire des résultats élémentaires (incidence, parallélisme, droite perpendiculaire à un plan)
- ❸ Savoir déterminer, reconnaître et interpréter l'équation d'un cercle du plan
- ❹ Savoir introduire le produit scalaire pour traduire l'orthogonalité et manipuler des distances.
- ❺ Savoir calculer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite (dans le plan), d'un point sur un plan (dans l'espace) et en déduire la distance du point à cette droite ou à ce plan.
- ❻ Connaître les caractérisations du barycentre d'un système pondéré et savoir déterminer ses coordonnées.
- ❼ Savoir utiliser les propriétés du barycentre d'un système pondéré.

*Question de cours possible* :

Donner la définition du barycentre d'un système pondéré. Calculer les coordonnées d'un barycentre dans un cas concret.

**Chapitre 17 : L'espace vectoriel  $\mathbb{K}^n$  et ses sous-espaces vectoriels**

Dans tout ce chapitre  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ .

**I - L'espace vectoriel  $\mathbb{K}^n$** 

1) Définition de l'espace vectoriel  $\mathbb{K}^n$

2) Règles de calculs

3) Exemples

**II - Sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{K}^n$** 

1) Définition et exemples

2) Combinaisons linéaires

**III - Indépendance linéaire, base**

1) Familles libres, familles liées


2) Familles génératrices, bases

**IV - Théorie de la dimension**

1) Dimension d'un sous-espace vectoriel

2) Familles libres, familles génératrices et dimension

3) Dimension et inclusion

 **À noter !**

| Pas de notion de rang d'une famille de vecteurs pour cette semaine.

**Exemples de compétences attendues**

- ❶ Savoir justifier qu'une partie de  $\mathbb{K}^n$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{K}^n$ .  
(en utilisant la définition, ou en mettant en évidence une famille génératrice)
- ❷ Savoir déterminer un système d'équations cartésiennes décrivant un sous-ev de  $\mathbb{K}^n$  à partir d'une famille génératrice du sous-ev.
- ❸ Savoir effectuer le procédé inverse : déterminer une famille génératrice d'un sous-ev de  $\mathbb{K}^n$  à partir d'un système d'équations cartésiennes décrivant celui-ci.
- ❹ Savoir déterminer si une famille est libre ou liée.
- ❺ Pour  $n = 2, 3, 4$ , savoir montrer qu'une famille de vecteurs est une base de  $\mathbb{K}^n$  en déterminant dans le même temps l'expression des coordonnées d'un vecteur quelconque de  $\mathbb{K}^n$  dans cette base.
- ❻ Si  $E$  est un sous-ev de  $\mathbb{K}^n$ , savoir trouver une base de  $E$  en trouvant d'abord une famille génératrice de  $E$  puis en montrant qu'elle est libre.
- ❼ Si  $m = \dim E$  est connu, savoir montrer qu'une famille de vecteurs  $\mathcal{F}$  de  $E$  est une base de  $E$  en vérifiant :
  - que  $\mathcal{F}$  est génératrice de  $E$  et  $\text{Card}\mathcal{F} = m$ , ou
  - que  $\mathcal{F}$  est libre et  $\text{Card}\mathcal{F} = m$ .
- ❽ Savoir montrer l'égalité de deux sous-ev de  $\mathbb{K}^n$  : Si  $E$  et  $F$  sont deux sous-ev de  $\mathbb{K}^n$  tels que  $E \subset F$  et  $\dim E = \dim F$ , alors  $E = F$ .
- ❾ Savoir utiliser les techniques matricielles pour calculer le rang d'une famille  $\mathcal{F}$  de vecteurs de  $\mathbb{K}^n$  et déterminer
  - si la famille  $\mathcal{F}$  est libre ( $\text{Card}\mathcal{F} = \text{rg}\mathcal{F}$ ) ou liée,
  - si  $\mathcal{F}$  est une base de  $\text{Vect}\mathcal{F}$  ( $\text{Card}\mathcal{F} = \text{rg}\mathcal{F}$ ),
  - si  $\mathcal{F}$  est génératrice de  $\mathbb{K}^n$  ( $\text{rg}\mathcal{F} = n$ ) et, le cas échéant, si  $\mathcal{F}$  est une base de  $\mathbb{K}^n$  ( $\text{Card}\mathcal{F} = \text{rg}\mathcal{F} = n$ ).

**Questions de cours possibles :**

- Démontrer que, si  $\mathcal{F}$  est une famille de vecteurs de  $\mathbb{K}^n$ , alors  $\text{Vect}\mathcal{F}$  est un sous-espace vectoriel et c'est le plus petit (au sens de l'inclusion) qui possède les vecteurs de  $\mathcal{F}$ .
- Soit  $\mathcal{F} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_p)$  une famille de vecteurs de  $\mathbb{K}^n$  et  $\vec{x}$  un vecteur de  $\mathbb{K}^n$ . Si  $\mathcal{F}$  est libre et  $\vec{x} \notin \text{Vect}\mathcal{F}$ , montrer que la famille  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_p, \vec{x})$  est encore libre.