

Chapitre 21 Variables aléatoires sur un espace probabilisé fini**I - Variables aléatoires réelles****1) Généralités****2) Loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle****3) Fonction de répartition****4) Image d'une variable aléatoire réelle par une application****5) Espérance et moments**

Théorème de transfert, variance, écart-type.

6) Inégalités classiques

Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.

II - Lois de probabilité usuelles**1) La loi certaine****2) La loi uniforme****3) Loi de Bernoulli****4) Loi binomiale****5) Loi hypergéométrique****Exemples de compétences attendues**

Si X est une variable aléatoire finie,

- ❶ Savoir donner sa loi (données de $X(\Omega)$ et des $P(X = k)$ avec $k \in X(\Omega)$),
- ❷ savoir déterminer sa fonction de répartition F_X ,
- ❸ savoir calculer $E(X)$ et $V(X)$ (espérance et variance de X),
- ❹ Si $u : X(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$ est une application, savoir déterminer la loi de $u(X)$ et savoir calculer directement $E(u(X))$ (par le théorème de transfert).
- ❺ Savoir simuler (avec Python) une variable aléatoire dans des cas assez simples ou dans le cas où la loi est usuelle.
- ❻ Connaître les caractéristiques des lois usuelles et reconnaître les situations où elles interviennent. Savoir justifier rigoureusement pourquoi on a affaire à telle ou telle loi.

Questions de cours possibles :

- Définition de la variance d'une variable aléatoire finie. Formule de König-Huygens. Application au calcul de la variance d'une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$ connaissant la formule de son espérance.
- Définitions et propriétés des lois usuelles (Bernoulli, binomiale, uniforme, hypergéométrique).
- Formules et calculs des espérances d'une variable suivant la loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$ et d'une variable suivant la loi binomiale de paramètre (n, p) .

Chapitre 22 : Développements limités**I - Généralités****1) Fonction négligeable devant une autre en un point****2) Développement limité****3) Quelques développements limités usuels****4) Premiers résultats sur les DL**

troncature d'un DL, DL en 0 de fonctions paires ou impaires, partie principale d'un DL, conséquence de l'existence d'un DL d'ordre 1 sur la régularité de la fonction au point considéré, théorème de primitivation d'un DL.

II - Opérations sur les développements limités en 0**1) Somme de développements limités****2) Produit de développements limités****3) Composition de développements limités****4) Quotients de développements limités****III - Applications des développements limités****1) Calculs de limites, d'équivalents, étude d'existence d'extrémum local****2) Etude de régularité en un point à problème****3) Equation de la tangente et position relative par rapport à la tangente****4) Recherche d'asymptotes obliques****Exemples de compétences attendues**

- ❶ Connaître la formule de Taylor-Young en 0 (hypothèse et conclusion).
Savoir identifier les dérivées n^e en 0 à partir d'un DL en 0 d'une fonction f définie et de classe C^n au voisinage de 0.
- ❷ Connaître les développements limités usuels.
- ❸ Savoir calculer des développements limités de combinaisons linéaires, de produits et de composées de fonctions.
- ❹ Savoir déterminer un équivalent d'une fonction en un point $a \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ à l'aide d'un développement limité en a .
- ❺ À l'aide d'un développement limité d'ordre 1 d'une fonction f en un réel a ,
savoir déterminer si f est prolongeable par continuité en a et déterminer $f(a)$ le cas échéant (après prolongement).
Le cas échéant, savoir déterminer si la fonction est dérivable en a et déterminer $f'(a)$ si tel est le cas.
- ❻ À l'aide d'un développement limité d'ordre ≥ 2 d'une fonction f en un réel a ,
savoir "lire" l'équation de la tangente à la courbe de f en a et déterminer la position locale de cette tangente par rapport à la courbe.
- ❼ À l'aide d'un développement limité d'ordre ≥ 2 d'une fonction f en $\pm\infty$,
savoir déterminer l'équation d'une éventuelle asymptote oblique à la courbe de f en $\pm\infty$ ainsi que la position locale de cette asymptote par rapport à la courbe de f .
- ❽ Savoir utiliser les développements limités, dans une démarche guidée, pour l'étude locale d'une fonction.

Question de cours possible : Expliquer ce que la notation $f = o_g$ signifie. Donner tous les DL usuels en 0.