

Chapitre 10 : Polynômes à coefficients réels ou complexes**I - Notion de polynôme**

- 1) Monômes
- 2) Polynômes
- 3) Opérations sur les polynômes
 - a) Addition
 - b) Multiplication externe
 - c) Multiplication de deux polynômes
 - d) Composition
 - e) Propriétés des opérations $+$, $.$ et \times
 - f) Propriétés de l'opération \circ

II - Racines d'un polynôme

- 1) Généralités sur les racines
- 2) Polynômes dérivés et ordre de multiplicité d'une racine
 - a) Définition
 - b) Dérivées d'ordre supérieur
 - c) Ordre de multiplicité d'une racine
- 3) Théorème de factorisation

Théorème de d'Alembert-Gauss

Théorème (factorisation dans $\mathbb{C}[X]$)

Exemples.

Compétences à acquérir

- ❶ Savoir déterminer l'ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme.
- ❷ Savoir factoriser un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$.
- ❸ Savoir déterminer si un polynôme divise ou non un autre polynôme (cas simples).

Exemples de question de cours :

- Énoncer complètement et précisément le théorème de factorisation dans $\mathbb{C}[X]$.
- Énoncer précisément les règles sur les degrés (degré d'une somme, d'un produit, d'une composée de polynômes).
- Donner l'expression des coefficients de $P \times Q$ en fonction des coefficients de P et de Q (avec démonstration).
- Énoncer la caractérisation de l'ordre de multiplicité d'une racine d'un polynôme P faisant intervenir les dérivées successives de P .

Chapitre 11 : Calcul matriciel**I - Définitions**

- 1) Notion de matrice
- 2) Matrices carrées particulières

II - Opérations sur les matrices

- 1) Somme et multiplication par un scalaire
- 2) Multiplication des matrices
- 3) Propriétés des opérations $+$, $.$, \times
- 4) Quelques sous-ensembles de matrices stables par les opérations.
- 5) Puissances de matrices
- 6) Polynômes de matrices
- 7) Matrice transposée

Définition, matrices symétriques et matrices antisymétriques.

III - Matrices carrées inversibles

- 1) Généralités
- 2) Matrices inverses de matrices particulières
- 3) Puissances entières négatives d'une matrice inversible
- 4) Matrice carrée inversibles de taille 2

Polynôme annulateur, formule de la matrice inverse, résolution des systèmes linéaires de Cramer à 2 équations, 2 inconnues.

IV - Rang d'une matrice

- 1) Matrice échelonnée
- 2) Rang d'une matrice
- 3) Résultats liés au rang
- 4) Systèmes linéaires et matrices inversibles

Exemples de compétences attendues

- ❶ Savoir effectuer un produit matriciel.
- ❷ Savoir calculer les puissances d'une matrice carrée.
- ❸ Savoir si une matrice carrée de taille 2 est inversible et calculer sa matrice inverse le cas échéant.
- ❹ Savoir déterminer si une matrice carrée est inversible à l'aide d'un polynôme annulateur et calculer la matrice inverse le cas échéant.
- ❺ Savoir calculer le rang d'une matrice, et, pour une matrice carrée, en déduire si la matrice est inversible.
- ❻ Savoir calculer la matrice inverse d'une matrice carrée inversible (par résolution d'un système de Cramer).
- ❼ Connaître et savoir utiliser les propriétés des opérations matricielles (distributivité de \times sur $+$, associativité de \times , inverse d'un produit de matrices carrées inversibles, de la transposée d'une matrice carrée inversible, transposée d'un produit de matrice, etc.).
- ❽ Savoir utiliser les propriétés des matrices carrées particulières (triangulaires, diagonales).

Exemples de questions de cours ou d'application du cours :

- Démonstration de l'associativité du produit matriciel : $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$ (sous réserve que les produits sont bien définis).
- Calculer $\begin{pmatrix} \lambda & a & b \\ 0 & \lambda & c \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$ pour tout entier naturel n (en justifiant) où $(\lambda, a, b, c) \in \mathbb{C}^4$.
- Condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice carrée de taille 2 soit inversible et formule de la matrice inverse (démonstration attendue).