Parte teórica

Determinação do comprimento P

Pode-se determinar o comprimento P da sequência $y[n]$ gerada na saída do sistema em função de K e D, comprimentos da entrada $x[n]$ e $y[n]$ respectivamente, com o método de cálculo analítico da convolução. Tal procedimento faz referência ao exemplo dado em aula pelo professor e ao exemplo 11 do capítulo 2 do livro texto. A operação de convolução é dada por

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \tag{1}$$

Iniciamos o processo operando sobre a resposta ao impulso. O objetivo é obter $h[n-k]$ neste primeiro momento. A função de resposta ao impulso pode ser esboçada (como sugere o enunciado) por:

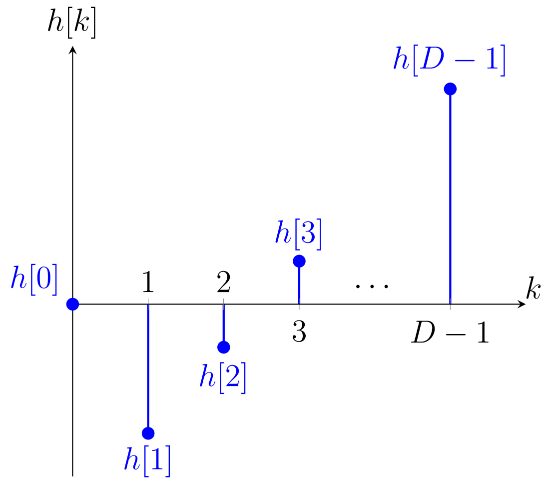

Figura 1: Resposta ao impulso.

Espelhamos o sinal

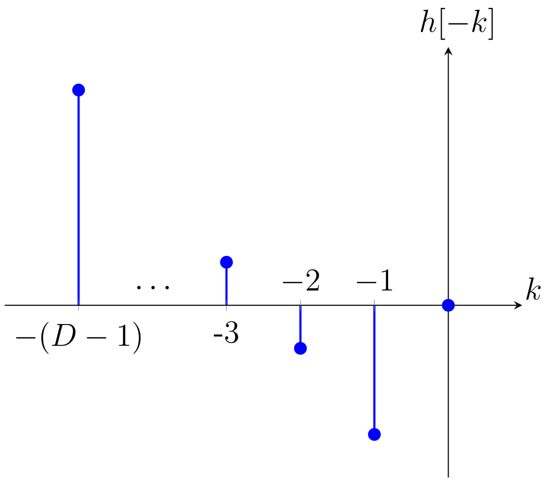

Figura 2: Resposta ao impulso espelhada.

e efetuamos um deslocamento de n amostras e forma-se o sinal $h[n-k]$

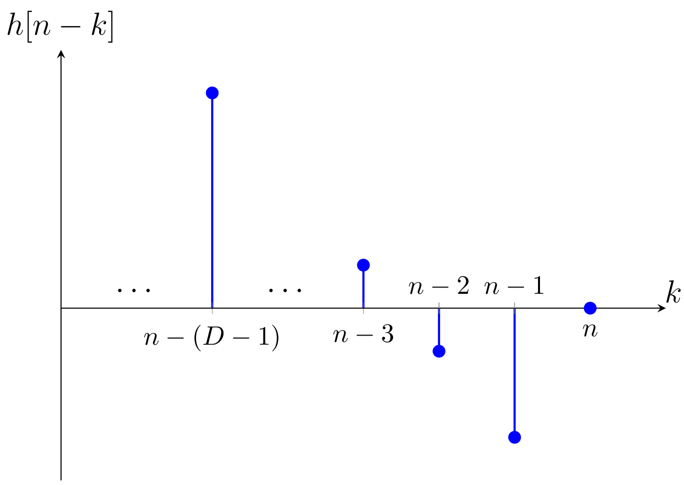

Figura 3: Resposta ao impulso espelhada e deslocada de n amostras.

Neste segundo momento iremos avaliar os extremos da convolução discreta. Para isso, analisaremos, primeiramente $n = 0$, posição que a resposta ao impulso "toca" o sinal de entrada

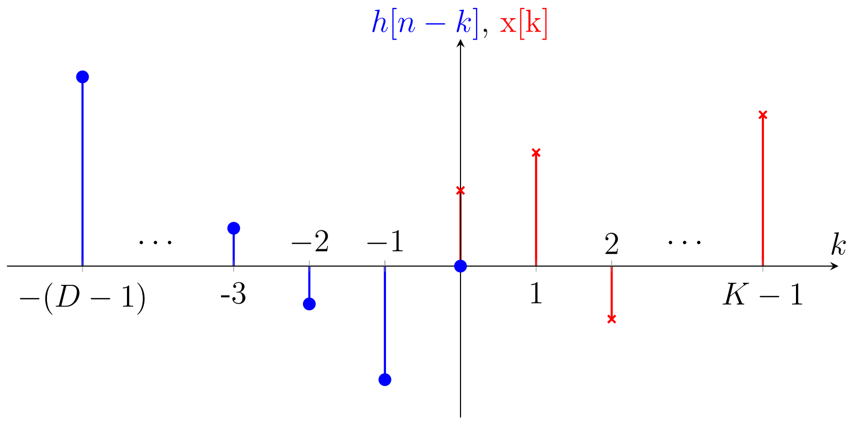

Figura 4: Primeira posição do deslocamento no processo de convolução.

Dessa imagem podemos notar que $n < 0$ implica $y[n] = 0$ uma vez que um nessas regiões os produtos das amostras da resposta ao impulso com a entrada seriam nulas. Isso se dá porque $x[n] = 0$ para $n < 0$, por definição do sinal. O outro extremo pode ser analisado por partes. Imagine primeiramente que o deslocamento será de $n = K - 1$. Nessa condição, a amostra $h[0]$ coincidirá com a amostra $x[K-1]$. Com essa intuição, podemos imaginar então a segunda parte do raciocínio, quando a amostra $h[D-1]$ coincida com $x[K-1]$. Essa será o outro extremo do cálculo da convolução. Para que essa situação ocorra, teremos que fazer o deslocamento ser $n = K + D - 2$. Segue o gráfico dessa última condição:

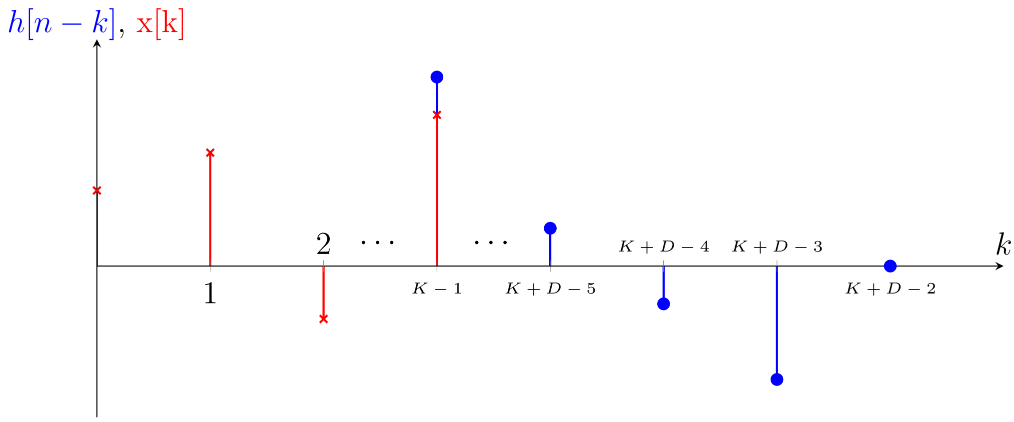

Figura 5: Última posição do deslocamento no processo de convolução.

Note que com um incremento unitário no deslocamento todos os produtos se anulam, como no caso de $n < 0$. Dado isso, temos também $y[n] = 0$ para $n > K + D - 2$, e, podemos escrever, de uma forma mais ampla:

$$y[n] = \begin{cases} x[n] * h[n], & 0 \leq n \leq K + D - 2 \\ 0, & \textit{caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

Fica evidente dessa análise que o comprimento temporal da saída $y[n]$ será dado por

$$P = K + D - 1 \tag{3}$$

a soma de uma unidade em relação ao intervalo definido na função por partes de deve por esse conjunto iniciar em zero.