

## **ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ КОДІВ ХЕМІНГА**

**Мета роботи:** навчитися складати програми кодування інформації з використанням завадостійких кодів Хемінга.

### **Теоретичні відомості**

#### **Технологія завадостійкого кодування**

Передавання інформації в системах зв'язку завжди супроводжується впливом завад та шумів. Це призводить до того, що сигнал на вході приймача відрізняється від переданого. В аналоговому зв'язку ступінь відповідності прийнятого повідомлення переданому оцінюється за допомогою відношення потужності сигналу до потужності шуму, а в цифровому зв'язку – з використанням ймовірності появи бітових помилок. Одним із засобів підвищення надійності роботи систем зв'язку є використання завадостійкого кодування, що забезпечує зменшення ймовірності появи бітових помилок в процесі передавання інформації.

У каналах зв'язку із завадами, ефективним засобом підвищення достовірності передавання інформації є застосування завадостійкого кодування. Цей метод передавання інформації базується на застосуванні спеціальних кодів, які виявляють або виправляють помилки зумовлені впливом завад та шумів. Можливості виявлення та виправлення помилок у кодових комбінаціях визначається властивостями завадостійкого коду.

Завадостійкий код за допомогою якого тільки виявляються помилки, є кодом виявлення помилок. Виправлення помилок при такому методі кодування інформації зазвичай проводиться шляхом повторного передавання спотворених повідомлень. Запит про повторення передається каналом зворотного зв'язку. Після отримання повідомлення про запит повторного передавання каналом зворотного зв'язку передавач здійснює повторну передачу повідомлення. Такий механізм виправлення помилок передбачає повторне передавання одного повідомлення, чи групи повідомлень. У випадку підтвердження прийому повідомлень, передавач продовжує процес передавання інформації з останнього підтвердженого повідомлення.

Завадостійкий код, що виправляє виявлені помилки, називається кодом виправлення помилок. У випадку використання коду, що забезпечує

виправлення помилок фіксується не тільки сам факт наявності помилки у кодовій комбінації, але і встановлюється які саме кодові символи прийняті помилково, що дозволяє їх виправити без повторної передачі.

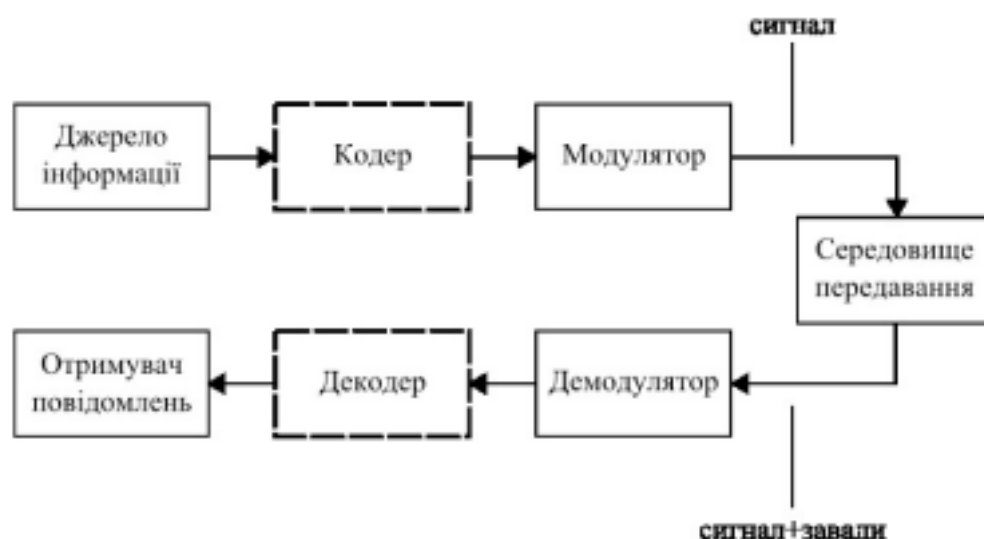


Рис. 5.1. Схема використання технології кодування інформації в системі зв'язку

Функція кодера полягає у введенні в інформаційний потік надлишкових двійкових символів (кодування), а декодера — відновлення початкової послідовності біт (декодування). Реалізація цих пристроїв може бути як апаратною так і програмною. В першому випадку забезпечується максимальна швидкодія, але функціональні можливості такого пристрою будуть обмежуватися виконанням операцій тільки для одного типу кодів. При програмній реалізації, швидкодія такого пристрою буде де-що гіршою, проте можна забезпечити роботу з кількома кодами.

#### Принципи завадостійкого кодування

Застосування завадостійких кодів, що виправляють помилки в системах зв'язку пов'язане з певними аспектами. Одним із таких аспектів є те, що застосування завадостійкого коду забезпечує виправлення помилок при певному співвідношенні сигнал/шум. Якщо це відношення є меншим за деяке порогове значення завадостійкий код не може виправити наявні помилки в кодовій комбінації та створює додаткові помилки в процесі декодування повідомлень.

Для забезпечення коригуючих властивостей, кодова послідовність повинна мати додаткові (надлишкові) символи, які використовуватимуться в процесі

декодування для виправлення помилок. Чим більшою є надлишковість коду, тим більшою є його здатність виявляти та виправляти помилки. В даний час відомо багато різних завадостійких кодів, які відрізняються принципами формування кодових комбінацій, завадостійкими властивостями.



Рис. 5.2. Структура кодової комбінації деякого коду (канонічна форма)

Кодова комбінація складається з інформаційних та перевірочних символів. У випадку чіткого розмежування інформаційних та перевірочних символів коди називають роздільними, або блочними. Інформаційні символи - це символи послідовності, що надходить на вхід кодера каналу. Ці символи представляють передане повідомлення. Перевірочні символи формуються на основі інформаційних символів у відповідності до алгоритму побудови коду. Під час декодування, з отриманої приймачем кодової комбінації виділяються перевірочні символи та порівнюються із символами сформованими згідно алгоритму функціонування коду. Якщо перевірочні символи не співпадають це означає, що в процесі передавання інформації відбулися помилки.

Кількість розрядів  $n$  в кодовій комбінації прийнято називати довжиною коду. Символи кожного розряду двійкового коду можуть приймати значення 0 і 1. Кількість одиниць в кодовій комбінації називають вагою кодової комбінації і позначають  $\omega$ . Наприклад, кодова комбінація 1110101101 характеризується довжиною  $n = 10$  та вагою  $\omega = 7$ .

Внаслідок дії шумів та завад виникають помилки, які полягають в тому, що в одному або декількох розрядах кодової комбінації нулі переходять в одиниці і навпаки, одиниці переходять в нулі. В результаті створюється нова помилкова кодова комбінація. Якщо помилки відбуваються тільки в одному розряді кодової комбінації, то їх називають одноразовими (однократними). За наявності помилок в двох, трьох і більше розрядах помилки називають двократними, трьохкратними. Пакетною називають помилку, яка виникає у кількох сусідніх розрядах одночасно. Для виявлення місця в кодовій комбінації, де є спотворення біт, використовується вектор помилки (модель помилки) –  $e$ . Вектор помилки  $n$ -розрядного коду – це  $n$ -розрядна комбінація, одиниці в якій

вказують на розташування спотворених символів кодової комбінації. Сума по модулю два для спотвореної кодової комбінації і вектора помилки дає початкову неспотворену (правильну) комбінацію.

В якості кількісної характеристики відмінності кодових комбінацій між собою використовується кодова відстань  $d$  (відстань Хеммінга) - число позицій у яких символи кодових комбінацій відрізняються. Для визначення кодової відстані між комбінаціями двійкового коду треба підрахувати число одиниць у векторі, утвореному після додавання за модулем 2 кодових комбінацій. Мінімальна кодова відстань коду визначається як найменше значення кодової відстані для всіх дозволених пар коду.

Щоб код виправляв помилки кратності  $t_{\text{випр}}$ , мінімальна відстань Хемінга між дозволеними кодовими комбінаціями повинна визначатися такою нерівністю:

$$d_{\min} \geq 2 \cdot t_{\text{випр}} + 1 \quad (5.1)$$

Таким чином, будь-який завадостійкий код характеризується рядом показників: довжиною  $n$ , основою  $m$ , кількістю інформаційних символів  $k$ , кількістю надлишкових символів  $r = n - k$  та мінімальною кодовою відстанню.

#### Коди Хемінга

Код Хемінга (Hamming code) - це простий клас блочних кодів, який має наступну структуру:

$$(n, k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - m) \quad (5.2)$$

де  $m = 2, 3, \dots$  натуральні числа.

Мінімальна кодова відстань для цього коду  $d_{\min} = 3$ , тому він здатний виправляти всі однократні помилки, або визначати всі моделі помилки з двох, або меншого числа помилок в кодовій комбінації. Код Хемінга в неканонічній формі будується таким чином, щоб кількість перевірочних розрядів визначалася числом  $r = n - k$ , а самі перевірочні розряди вказували на номер позиції із спотвореним бітом. Для цього перевірочні символи повинні знаходитися на номерах позиції, що визначаються степеню двійки ( $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{r-1}$ ), щоб входити тільки у одне перевірочне рівняння. Інформаційні символи розташовуються в решті позицій. Значення перевірочних символів повинне

визначатися виходячи із умови забезпечення парної кількості одиниць на позиціях, які вони контролюють. Результат першої перевірки дає цифру молодшого розряду синдрому в двійковому записі. Якщо результат цієї перевірки рівний 1 то один із символів перевіреної кодової комбінації спотворений. Таким чином, першою перевіркою повинні бути охоплені символи з номерами, що містять в двійковому записі одиниці в першому розряді, а саме позиції з номерами: 1, 3, 5, 7, і т.д. Результат другої перевірки дає цифру другого розряду синдрому. Тому, другою перевіркою повинні бути охоплені символи з номерами, що містять в двійковому записі одиниці в другому розряді: 2, 3, 6, 7, і т.д. Третій розряд - 4, 5, 6, 7, і т.д. Визначимо позиції розташування перевірочних символів для інформаційної послідовності 1001, код (7,4). Оскільки її довжина  $k = 4$ , структура кодової комбінації матиме такий вигляд:

<b>номер позиції:</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>кодова комбінація:</b>	<b><math>p_1</math></b>	<b><math>p_2</math></b>	<b>1</b>	<b><math>p_3</math></b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Рис. 5.3. Розташування розрядів коду Хемінга (7,4)

Значення перевірочних символів визначається згідно зазначеної вище умови, і буде рівним  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = 0$ ,  $p_3 = 1$ . Отримана кодова комбінація матиме вигляд (неканонічна форма представлення):

**0 0 1 1 0 0 1**

Для формування дозволених кодових комбінації також можна використати породжуючу -  $G$ , або перевірочну матрицю -  $H$ . Отримані на основі них кодові комбінації будуть представлені у канонічній формі. Породжуюча матриця коду Хемінга  $G$  містить  $n$  стовпців та  $k$  рядків і складається із одиначної матриці розміром  $k \times k$  та доповняльної матриці розміром  $k \times r$ . Одиначна матриця містить одиниці по діагоналі, а доповняльна формується шляхом виписування із списку натуральних чисел представлених у двійковій формі тих, які містять не менше  $d_{\min}-1$  одиниць. Наприклад, породжуюча матриця для коду Хемінга (7, 4) має такий вигляд:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Перестановка доповняльної та одиничної матриці не впливають на коректуючі властивості коду, а лише змінюють спосіб його представлення.

При використанні породжуючої матриці дозволена кодова комбінація  $u$  формується шляхом перемноження інформаційної послідовності представленої рядком-вектором  $x$  на матрицю  $G$ .

$$u = x \cdot G \quad (5.4)$$

Кодові комбінації коду Хемінга (7,4) можна сформувати і описати за допомогою структури кодера.

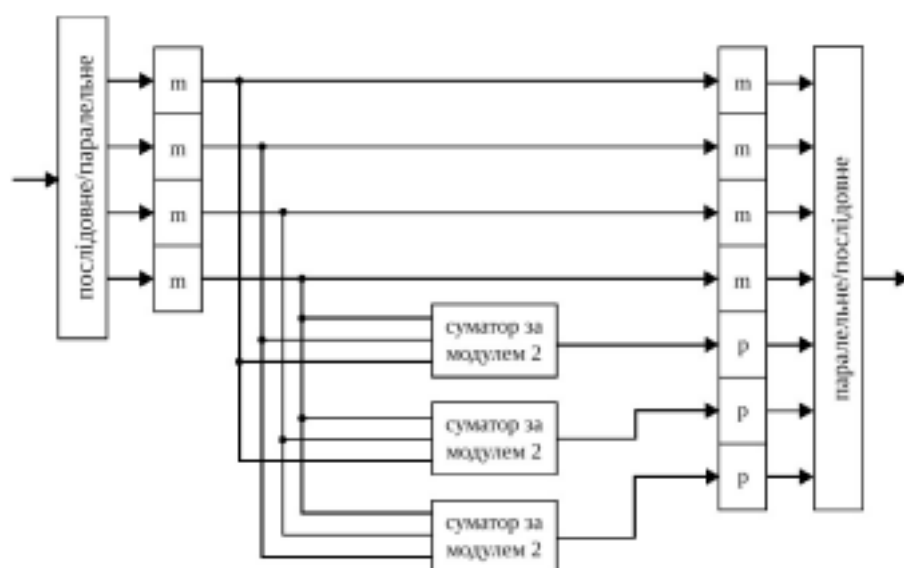


Рис. 5.4. Схема апаратного кодера коду Хемінга (7,4)

## Порядок роботи

1. Запустити середовище розробки програм на мові C/C++ (BorlandC, GCC, MinGW, Dev-C++, Visual Studio, тощо).
2. Вибрати із залікової книжки дві останні цифри **m** (передостання) та **n** (остання).
3. Сформуванати згідно варіанту дозволена кодова комбінація коду Хемінга:
  - a) неканонічна форма з використанням позицій, (табл. 5.1, 2-стовпець);
  - b) канонічна форма з використанням матриці G, (табл. 5.1, 3-стовпець).

Таблиця 5.1

**Варіанти завдань**

Варіант mod(mn, 20)	Інформаційна комбінація	Інформаційна комбінація
0	F	6
1	4	D
2	2	6
3	5	8
4	6	A
5	1	0
6	9	8
7	A	1
8	4	8
9	1	B
10	D	2
11	F	0
12	C	E
13	D	6
14	E	F
15	1	2
16	A	C
17	D	7
18	3	B
19	F	2

### Контрольні запитання

1. Для чого використовується завадостійке кодування?
2. Які функції кодера в системі зв'язку?
3. Що таке завадостійкий код?
4. Чим характеризується завадостійкий код?
5. Що таке мінімальна кодова відстань?
6. Що таке вага коду?
7. Які властивості мають коди Хемінга?
8. Для чого призначена породжуюча матриця?
9. З чого складається породжуюча матриця?
10. Яка структура кодера коду Хемінга?

### Зміст звіту

1. Титульний лист
2. Тема та мета роботи
3. Короткі теоретичні відомості
- 4. Результати виконаної роботи**
- 5. Висновок**



## ЛІТЕРАТУРА

1. Березин Б.И., Березин С.Б. Программирование на С и С++ - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2001. - 288 с.
2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. Пер. с англ. М.: Мир, 1986, 576 с.
3. Бояринов И.М. Помехоустойчивое кодирование числовой информации – М. Наука, 1983, 196 с.
4. Витерби А.Д., Омура Д.К. Принципы цифровой связи и кодирования – М. Ридио и связь, 1982, 536 с.
5. Керниган Б., Ритчи Д.. Язык программирования С, 2-е издание - М.: Вильямс — 2009. - 292 с.
6. Папас К., Мюррей У. Программирование на С и С++ - К.: Издательская группа ВНУ, 2000. - 320 с.
7. Шилдт Г. Справочник программиста С/С++, 3-е изд.: Пер. с англ. - М. Издательский дом “Вильямс”, 2003. - 432 с.
8. Цымбал В.П. Теория информации и кодирование: 4-е изд., перераб. и доп. - К. : Вища шк., 1992, 263 с.: ил.

