

Лабораторна робота №4
**ДОСЛІДЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ
ПОСЛІДОВНОСТЕЙ**

Мета роботи: навчитися складати програми для генерування та дослідження кореляційних властивостей псевдовипадкових послідовностей.

Теоретичні відомості

До появи технології розширення спектра сигналів передавання інформації в радіозв'язку здійснювалося за допомогою вузькосмугових сигналів. Використання цієї технології забезпечує підвищення завадозахищеності систем радіозв'язку. У випадку наявності потужного джерела завад частотний спектр якого знаходиться в межах смуги каналу зв'язку, передавання інформації стає неможливим. Розширення спектра сигналів було спробою зробити процес передавання інформації більш завадозахищеним та таємним з метою усунення можливості його виявлення.

Для класифікації сигналів за смугою частот, яку вони займають в теорії зв'язку використовують поняття бази сигналу:

$$B = T_s \cdot \Delta F \quad (4.1)$$

де T_s – тривалість сигналу;

ΔF – ширина частотного спектра сигналу.

Якщо база сигналу $B \gg 1$ він є широкосмуговим, а якщо $B = 1$ він є вузькосмуговим. Існує кілька методів розширення спектра сигналів, а саме: пряме розширення спектра, стрибками частоти та за рахунок передавання гармонічного переносника у випадкові моменти часу. Проте, в реальних системах радіозв'язку своє застосування знайшли лише два методи – прямого розширення спектра та розширення стрибками частоти.

Пряме розширення спектра (DSSS). Під час прямого розширення спектра кожний біт інформаційного потоку модулюється (кодується) псевдовипадковою двійковою послідовністю. В результаті спектр інформаційного сигналу збільшується пропорційно довжині послідовності, а сам сигнал отримує властивості шумоподібного. Далі спектр утвореного сигналу переноситься у задану смугу частот.

В теорії електрозв'язку використовується поняття псевдовипадкових послідовностей для позначення таких послідовностей, які мають властивості подібні до випадкових сигналів. Хоча ці послідовності повинні відповідати властивостям випадкових сигналів, вони є детермінованими, періодичними, відомими передавачу та приймачу.

Послідовності відіграють важливу роль для процесу розширення спектра сигналів і повинні добиратися на основі певних критеріїв. Для забезпечення можливості прийому інформації послідовності, які використовуються для зв'язку, повинні легко відрізнятися одна від одної. Послідовності можуть бути двійковими $\{1, -1\}$ чи багаторівневими. До методів формування послідовностей ставляться високі вимоги, оскільки від кореляційних властивостей отриманих послідовностей та їхньої кількості в ансамблі залежить функціонування системи зв'язку.

Для використання псевдовипадкових послідовностей з метою розширення частотного спектра сигналів вони повинні володіти наступними статистичними властивостями:

- кількість "1" та "0" в послідовності повинна бути близькою (у випадку непарності послідовності), або рівною – правило врівноваженості;
- псевдовипадкова послідовність довжиною із N чіп не повинна містити більше ніж $2^{-n} \cdot N$ серій однакових чіпів довжиною n ;
- властивості АКФ та ВКФ послідовностей повинні бути такими, щоб забезпечити надійний прийом сигналів.

Забезпечення зазначених вище властивостей гарантує відсутність у послідовностях довгих серій однакових елементів, поява яких в свою чергу впливає на кореляцію.

Автокореляція (автокореляційна функція) характеризує зв'язок між сигналом і його копією зсунутою в часі на величину τ . Автокореляційна функція (АКФ) має такі властивості:

- автокореляційна функція періодичного сигналу є періодичною;
- функція є парною;
- значення автокореляційної функції при $\tau = 0$ еквівалентне енергії сигналу;

Взаємна кореляційна функція характеризує зв'язок між двома різними сигналами.

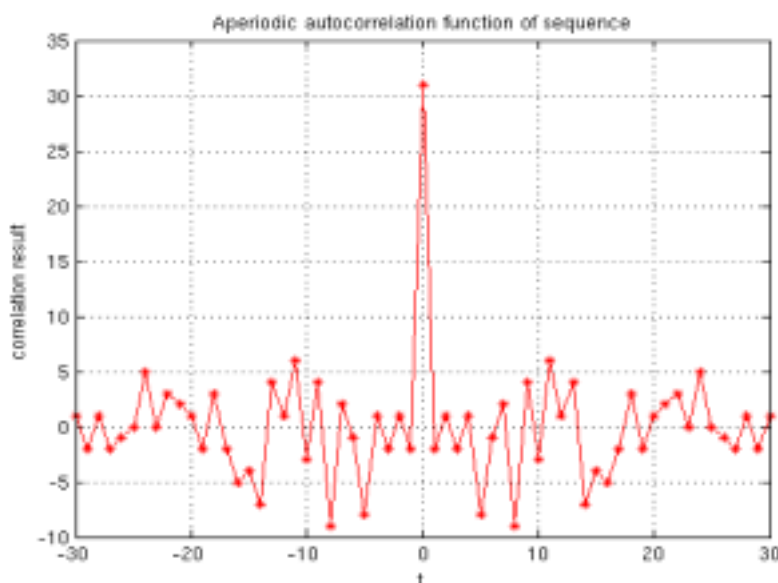


Рис. 4.1. Автокореляційна функція послідовності Голда

Для оцінки можливості застосування псевдовипадкових послідовностей в системах радіозв'язку з кодовим розділенням каналів необхідно дослідити їхні кореляційні функції. Оскільки, послідовності можуть бути періодичними, або неперіодичними для досліджень їхніх кореляційних властивостей використовують періодичну та аперіодичну кореляційні функції. Для побудови кореляційних функцій між дискретними сигналами $a = \{a_0, a_1, \dots, a_{N-1}\}$, $b = \{b_0, b_1, \dots, b_{N-1}\}$ слід використати наступні формули:

$$R_{a,b}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n \cdot b_{n+\tau} \quad (4.2)$$

де $R_{a,b}(\tau)$ – періодична кореляційна функція;

τ – дискретний часовий зсув між послідовностями;

N – довжина послідовності.

$$C_{a,b}(\tau) = \begin{cases} 0 & |\tau| \geq N \\ \sum_{n=0}^{N-1-\tau} a_{n-\tau} \cdot b_n & 1-N \leq \tau \leq 0 \\ \sum_{n=0}^{N-1-\tau} a_n \cdot b_{n+\tau} & 0 \leq \tau \leq N-1 \end{cases} \quad (4.3)$$

де $C_{a,b}(\tau)$ – аперіодична кореляційна функція.

Щоб уникнути помилкового детектування інформації, модульованої псевдовипадковою послідовністю, центральний пелюсток АКФ послідовності повинен бути малої тривалості ($2\tau_c$) та не містити бокових пелюстків. Ця умова може виконуватися лише для випадкових сигналів. Якщо час кореляції τ_c менший тривалості сигналу T , у детермінованих сигналах АКФ не може дорівнювати нулю за межами часової області $[-\tau_c, \tau_c]$. В наслідок цього АКФ послідовностей міститимуть бокові пелюстки з різною амплітудою.

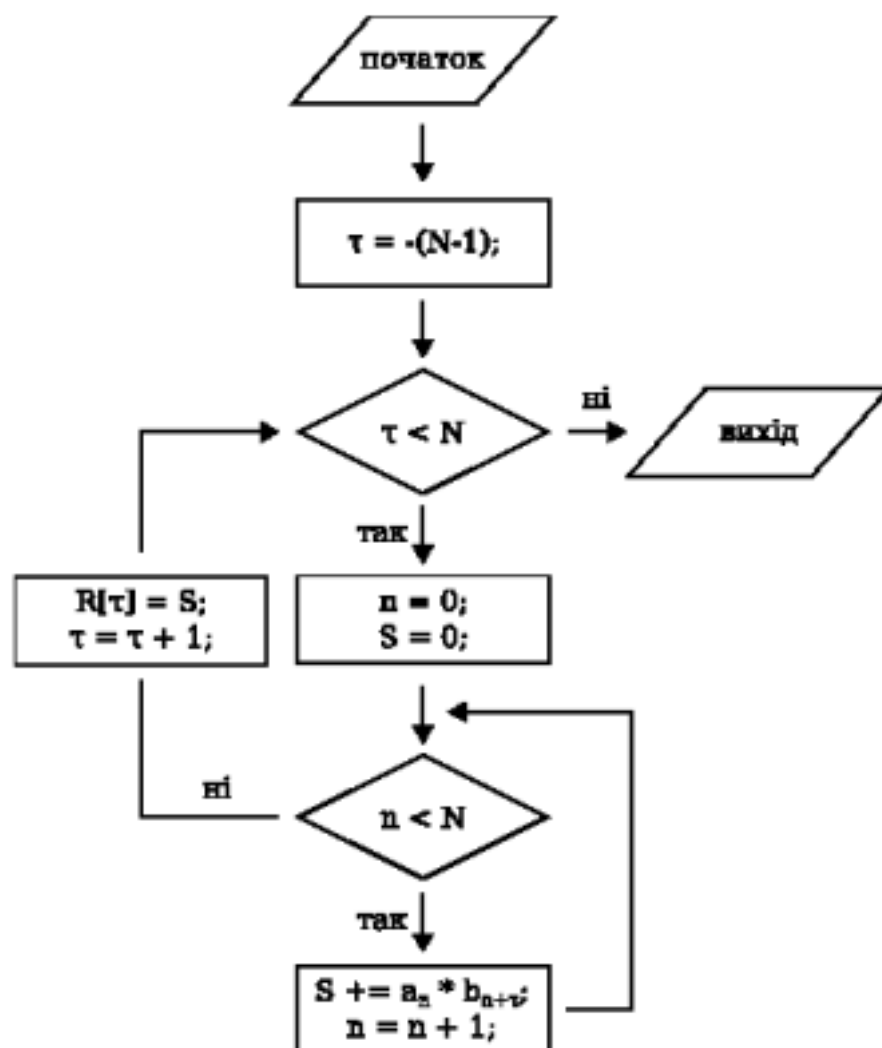


Рис. 4.2. Блок-схема алгоритму побудови аперіодичної кореляційної функції

Наявність бокових пелюстків має негативний вплив на процес прийому інформації в системах радіозв'язку зв'язку з кодовим розділенням каналів. За певних умов можливе помилкове детектування інформації на основі

кореляційного відгуку зумовленого наявністю бокових пелюстків АКФ. Таким чином, для надійної синхронізації, вимірювання часових затримок, або часового розпізнавання сигналів в системах на основі технології розширення спектру, псевдовипадкові послідовності повинні мати мінімальну величину амплітуди найбільшого бокового пелюстка АКФ.

Серед псевдовипадкових послідовностей, що відповідають вказаним вище вимогам слід виділити m -послідовності, послідовності Лежандра, послідовності Баркера, тощо. Послідовності Баркера та m -послідовності є невеликими за кількістю класами послідовності з низьким рівнем бокових пелюстків. Кількість послідовностей Баркера не перевищує 7, а їхня довжина обмежується величиною $N = 13$.

+1 -1

+1 +1 -1

+1 -1 +1 +1

+1 +1 +1 -1 +1

+1 +1 +1 -1 -1 +1 -1

+1 +1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1

+1 +1 +1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 +1 -1 +1

Послідовності Лежандра відповідають менш строгим вимогам, ніж m -послідовностей, внаслідок чого їхня кількість є більшою.

Методика формування m -послідовностей

Кожний наступний елемент m -послідовності визначається на основі p попередніх. Вказавши початкові значення d_0, d_1, \dots, d_{n-1} та коефіцієнти рекурсії $f_{n-1}, f_{n-2}, \dots, f_0$, можна отримати нескінчену лінійну послідовність. Для отримання послідовностей, які мають максимально можливий період $N = 2^n - 1$, коефіцієнти рекурсії повинні відповідати коефіцієнтам примітивного поліному:

$$f(x) = 1 \cdot x^0 + f_1 \cdot x^1 + f_2 \cdot x^2 + \dots + 1 \cdot x^n \quad (4.4)$$

де n – максимальний степінь поліному;

f_n - коефіцієнти поліному.

Примітивні поліноми є аналогами простих чисел і складають підклас неприводимих поліномів. Генерування m -послідовностей засобами цифрової техніки здійснюється за допомогою регістру циклічного зсуву із зворотним зв'язком. Зв'язки між елементами цього пристрою визначаються структурою

примітивного поліному.

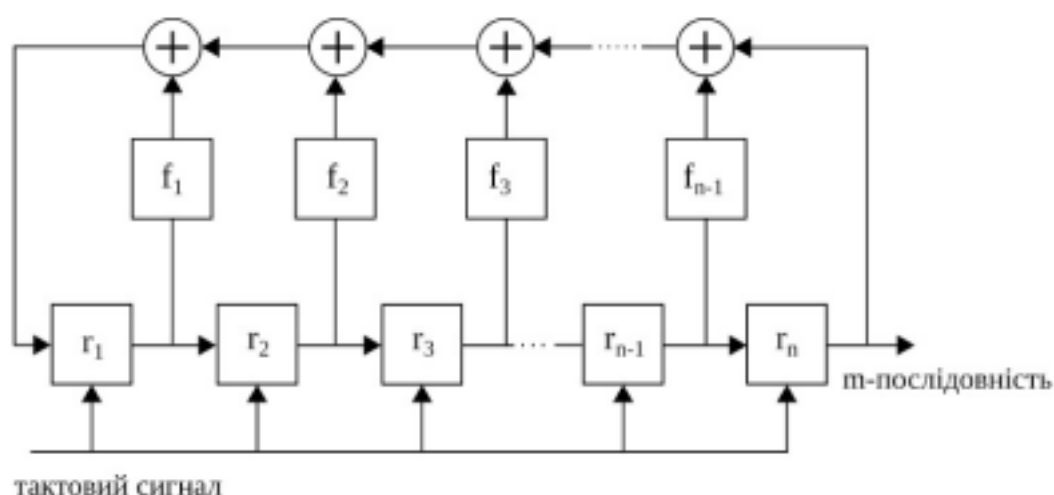


Рис. 4.3. Структура регістру циклічного зсуву зі зворотним зв'язком

Методика генерування m -последовательностей, дозволяє отримати послідовності періодична АКФ у яких приймає лише два значення.

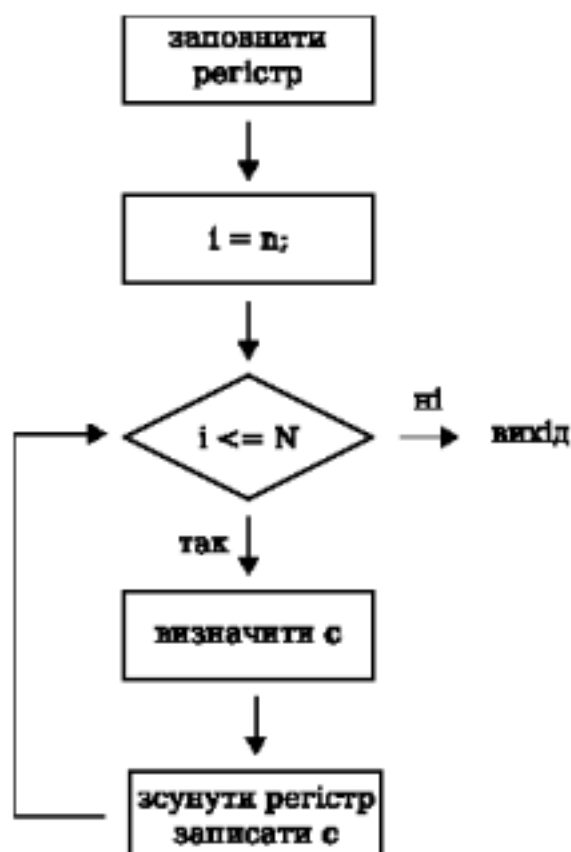


Рис. 4.4. Спрощена блок-схема алгоритму генерування m -последовательності

Алгоритм генерування m -послідовностей є таким:

1. Заповнюються комірки регістра зсуву r_1, r_2, \dots, r_{n-1} початковими значеннями, які повинні належати множині $\{0, 1\}$, але в той же початкова послідовність не повинна складатися із всіх нулів.
2. Знаходження нового значення s для зберігання в комірці r_1 , яке визначається на основі примітивного поліному та операції додавання за модулем два значень з інших комірок регістра.
3. Зсув вправо вмісту регістра та заповнення вакантної комірки r_1 значенням s .
4. Повернення до кроку 2, якщо кількість отриманих біт, включно з n початковими, рівна $N = 2^n - 1$ завершується формування m -послідовності.

Порядок роботи

1. Запустити середовище розробки програм на мові C/C++ (BorlandC, GCC, MinGW, Dev-C++, Visual Studio, тощо).
2. Вибрати із залікової книжки дві останні цифри **m** (передостання) та **n** (остання).
3. Сформуванати згідно варіанту (табл. 4.1) m -послідовність на основі примітивного поліному.
4. Побудувати графік періодичної автокореляційної функції послідовності.

Таблиця 4.1

Варіанти завдань

Варіант $\text{mod}(mn, 17)$	Довжина, $N = 2^n - 1$	Поліном
0	3	$1+x+x^2$
1	7	$1+x+x^3$
2	7	$1+x^2+x^3$
3	15	$1+x+x^4$
4	15	$1+x^3+x^4$
5	31	$1+x^2+x^5$
6	31	$1+x^3+x^5$
7	31	$1+x+x^2+x^3+x^5$
8	31	$1+x+x^2+x^4+x^5$
9	31	$1+x+x^3+x^4+x^5$
10	31	$1+x^2+x^3+x^4+x^5$
11	63	$1+x+x^6$
12	63	$1+x+x^3+x^4+x^6$
13	63	$1+x^5+x^6$
14	63	$1+x+x^2+x^5+x^6$
15	63	$1+x^2+x^3+x^5+x^6$
16	63	$1+x+x^4+x^5+x^6$

Контрольні запитання

1. З якою метою здійснюється розширення спектру сигналів?
2. Що таке псевдовипадкова послідовність?
3. Яке застосування псевдовипадкових послідовностей?
4. Що таке автокореляція?
5. Що таке автокореляційна функція?
6. Яким чином побудувати автокореляційну функцію?
7. Для чого використовуються примітивні поліноми?
8. Яка властивість m -послідовностей?
9. Яка структура регістру зсуву зі зворотним зв'язком?
10. Який алгоритм генерування m -послідовностей?

Зміст звіту

1. Титульний лист
2. Тема та мета роботи
3. Короткі теоретичні відомості
4. **Результати виконаної роботи**
5. **Висновок**

ЛІТЕРАТУРА

1. Березин Б.И., Березин С.Б. Программирование на С и С++ - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2001. - 288 с.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Варакин Л.Е. - М. : Радио и связь, 1985. - 384 с.
3. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение каналов. Принципы и приложения / Ипатов В.П. - М. : Техносфера, 2007. - 488 с.
4. Керниган Б., Ритчи Д.. Язык программирования С, 2-е издание - М.: Вильямс — 2009. - 292 с.
5. Лафоре Л. Объектно-ориентирование программирование в С++, 4-е издание — М.: Питер, 2004. - 923 с.
6. Папас К., Мюррей У. Программирование на С и С++ - К.: Издательская группа BHV, 2000. - 320 с.
7. Шилдт Г. Справочник программиста С/С++, 3-е изд.: Пер. с англ. - М. Издательский дом "Вильямс", 2003. - 432 с.
8. Lee J.S. CDMA system engineering handbook / J.S. Lee, L.E. Miller. - Boston : Artech House, 1998. - 1228 p.