



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή: Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Εξάμηνο: 5^ο

Μάθημα: Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

Ονοματεπώνυμο	Στογιάν Ντανιέλα
Αριθμός Μητρώου	03118140

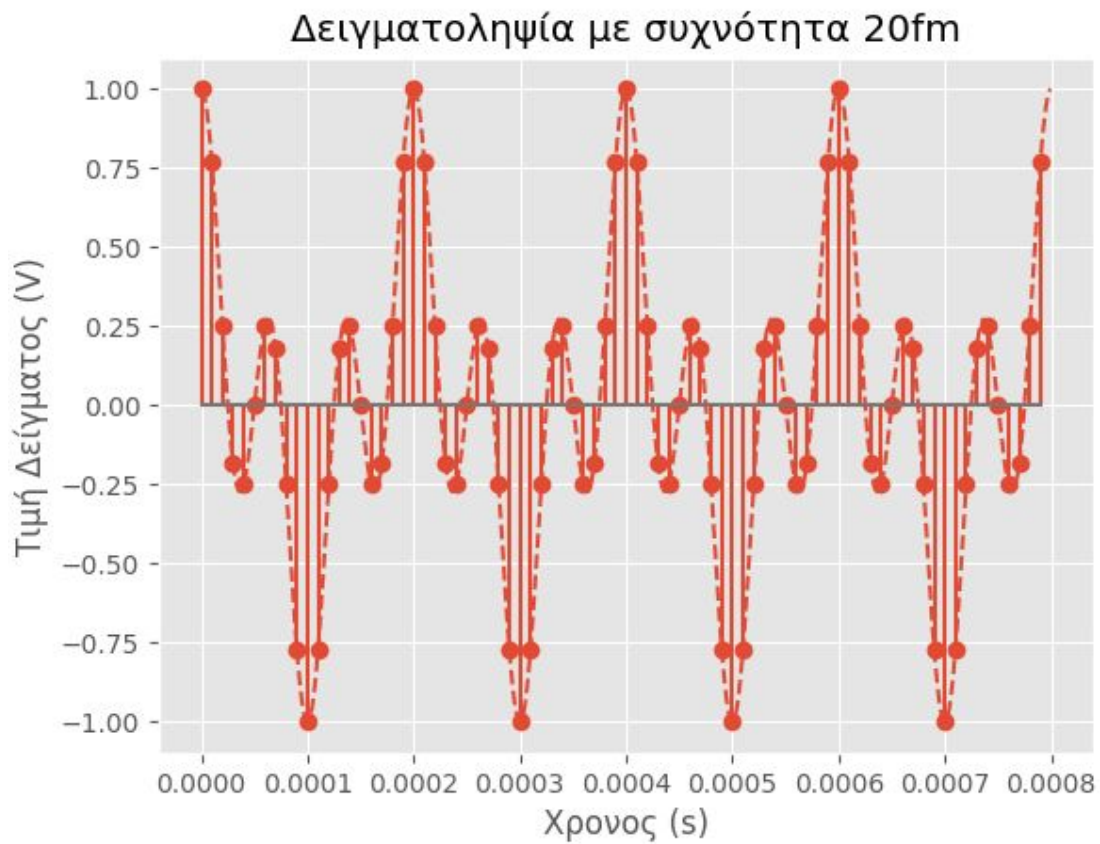
1ο Ερώτημα

1α. Δειγματοληψία σήματος

Στο ερώτημα αυτό θα δειγματοληψήσουμε ένα σήμα, με δύο διαφορετικές συχνότητες. Το σήμα μας είναι το $y(t) = A \cdot \cos(2\pi f_m t) \cdot \cos[2\pi(AM + 2)f_m t]$, όπου $f_m = 5\text{kHz}$ και $AM = 0$.

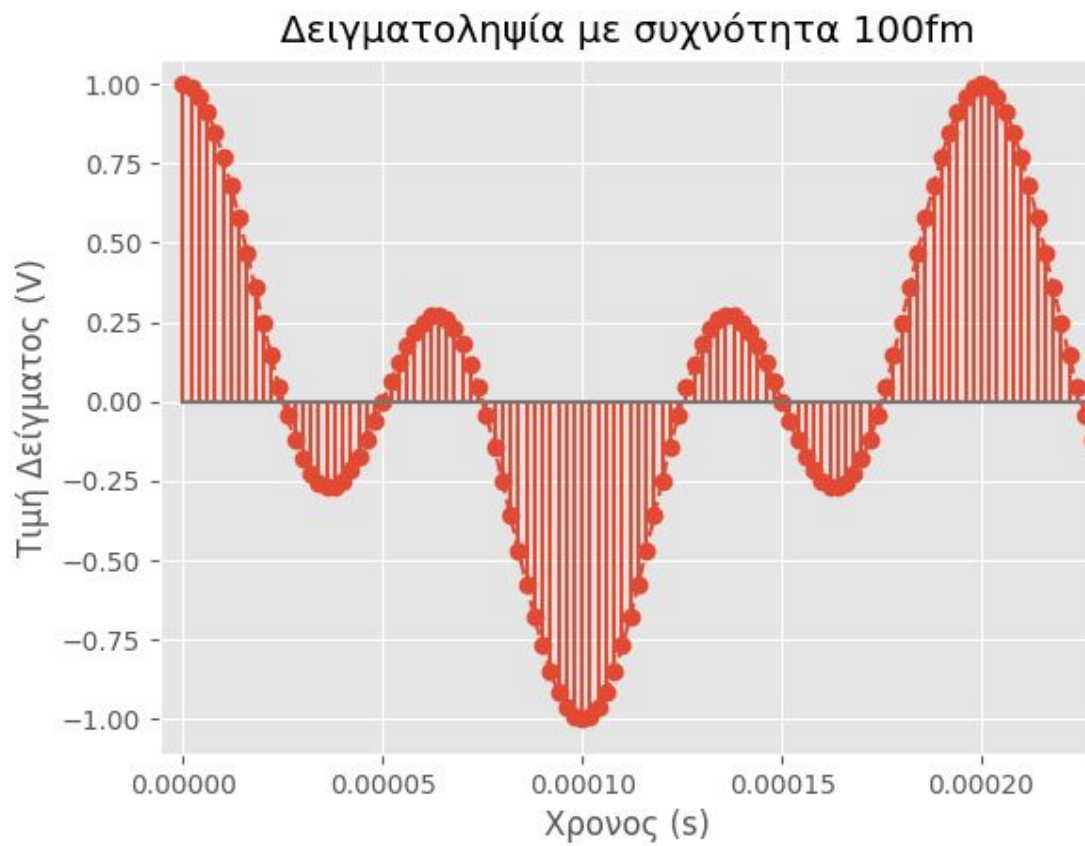
ι) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_s = 20f_m$

Παρακάτω φαίνονται 4 περίοδοι του σήματος με συχνότητα δειγματοληψίας 100kHz .



ii) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_s=100\text{fm}$

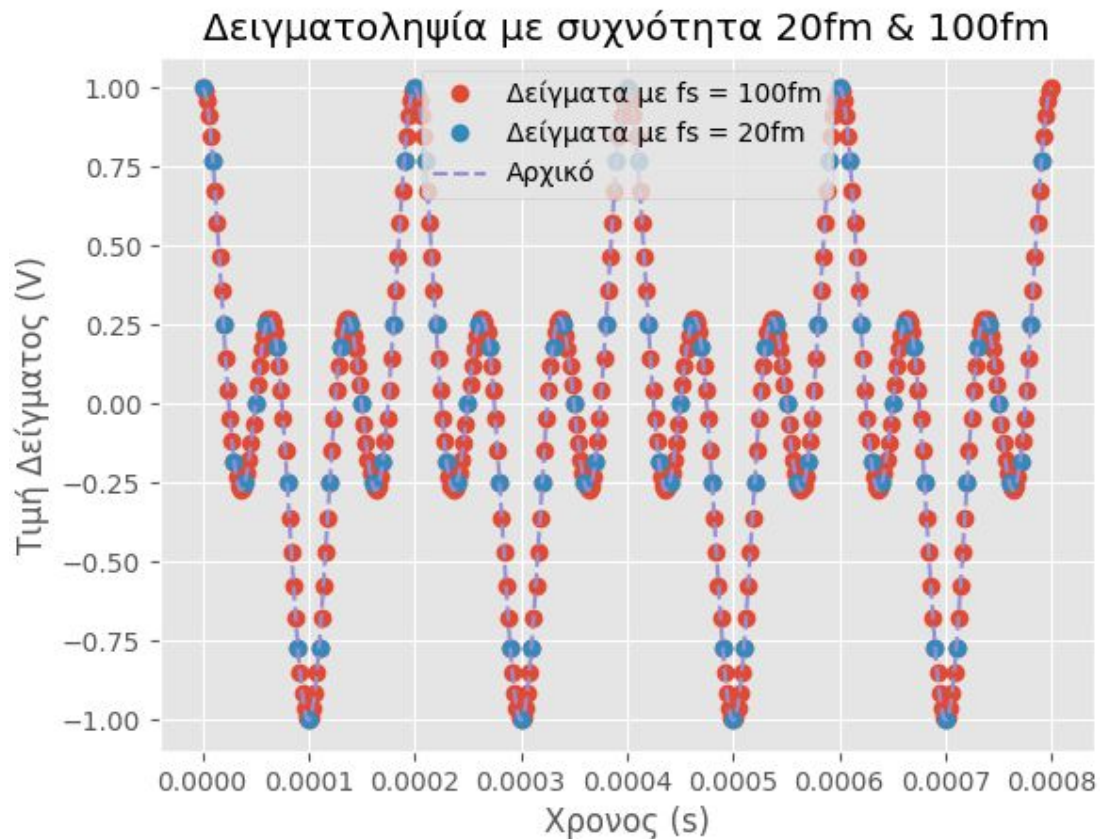
Ομοίως φαίνονται το σήμα με συχνότητα δειγματοληψίας 500kHz .



Στο σχήμα αυτό δεν φαίνονται και οι 4 κύκλοι ώστε να είναι καλύτερα ορατά τα σημεία που προκύπτουν από την δειγματοληψία.

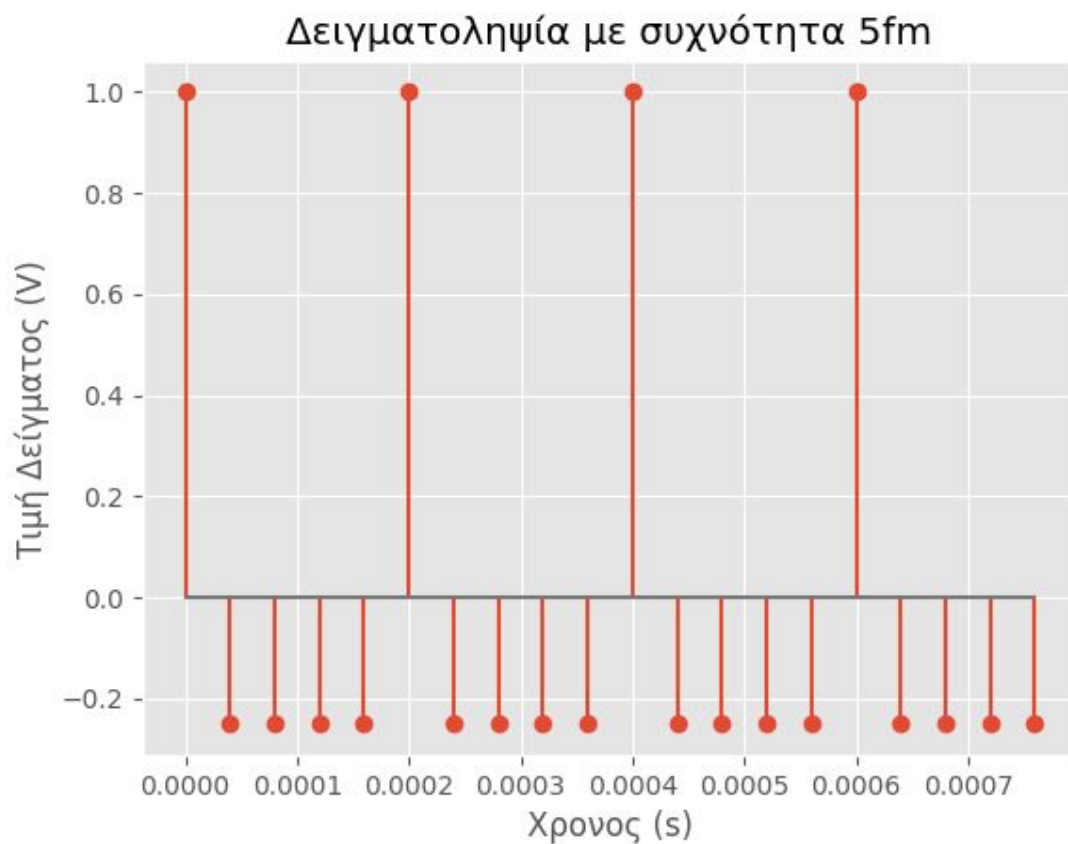
iii) Δειγματοληψία με συχνότητα $f_s=100\text{fm}$

Τέλος παρουσιάζονται και τα δύο διαγράμματα από κοινού.



1β. Δειγματοληψία σήματος με $f_s = 5 \cdot f_m$

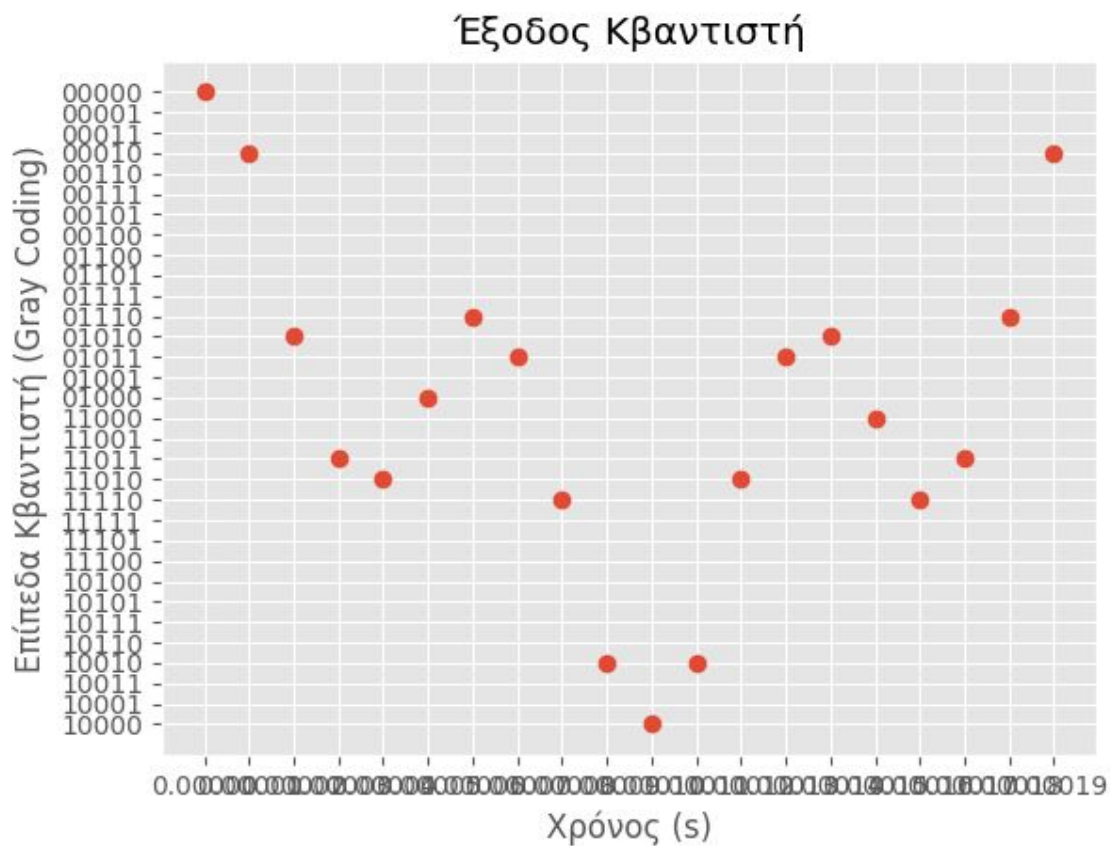
Στην περίπτωση αυτή είμαστε πολύ κοντά στο φαινόμενο aliasing στο οποίο θα είχαμε επικαλύψεις. Γενικά γνωρίζουμε από το θεώρημα δειγματοληψίας Nyquist-Shannon ότι για να μην χαθεί πληροφορία από το σήμα μας, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε συχνότητα δειγματοληψίας τουλάχιστον διπλάσια από την συχνότητα του σήματός μας. Δηλαδή πρέπει να ισχύει $f_s > 2 \cdot f_m$. Στην συγκεκριμένη περίπτωση παρόλο που ισχύει η συνθήκη αυτή, εξακολουθούμε να χάνουμε ένα μέρος της πληροφορίας καθώς η συχνότητα αυτή δεν επαρκεί για να φανερώσει ικανοποιητικά όλες τις αρμονικές του σήματός μας.



2ο Ερώτημα

2α.Κβάντιση του σήματος

Αρχικά υλοποιούμε τον ομοιόμορφο mid riser κβαντιστή μας με 5 bits κβάντιση, και στην είσοδό του χρησιμοποιούμε το σήμα από το ερώτημα 1 με συχνότητα δειγματοληψίας 100kHz. Τα επίπεδα του κβαντιστή θα είναι 2^5 ενώ το μέγεθος βήματος θα είναι $\Delta = 2 \cdot A / 2^5$. Κάθε επίπεδο αναπαριστάται με δυαδικούς αριθμούς σε κωδικοποίηση gray. Το αποτέλεσμα της κβάντισης του σήματος φαίνεται παρακάτω:



2β.Τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης

i)Τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης των πρώτων 10 δειγμάτων
 Αρχικά παίρνουμε τα 10 πρώτα δείγματα του δειγματοληπτημένου σήματος και στη συνέχεια υπολογίζουμε με την χρήση της Python την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης του νέου σήματος. Το αποτέλεσμα είναι το εξής:

$$\sigma = 0.02872879233451184$$

ii)Τυπική απόκλιση σφάλματος κβάντισης των πρώτων 20 δειγμάτων
 Ομοίως επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για τα 20 πρώτα δείγματα και το αποτέλεσμα που παίρνουμε είναι:

$$\sigma = 0.027962553119250295$$

iii)SNR κβάντισης

Για τον υπολογισμό του SNR σε db χρησιμοποιούμε την τυπική απόκλιση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα και επομένως θα είναι $\log(\text{var}(\text{σήματος})/\text{var}(\text{κβαντισμένου σήματος}))$.

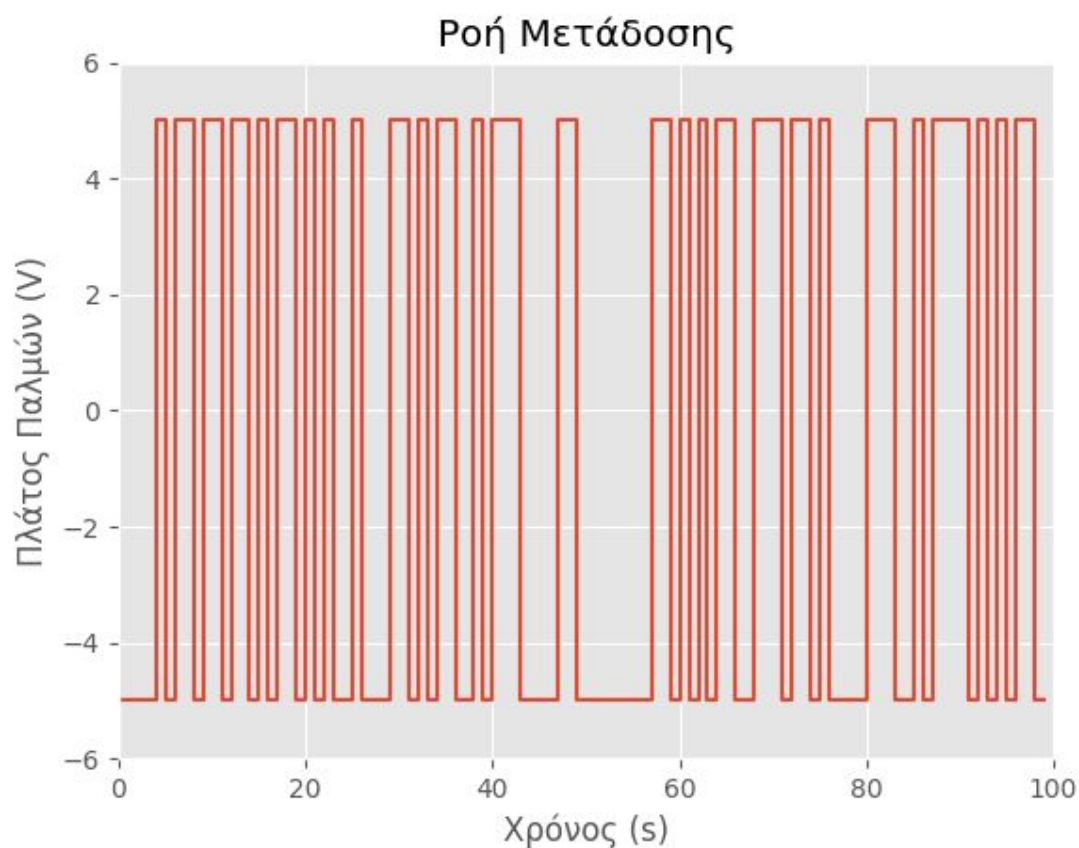
10 δείγματα : 45.38210119927234

20 δείγματα : 51.98513313363934

Το θεωρητικό SNR υπολογίζεται ως $SNR = 10\log(\frac{P}{\sigma^2})$, όπου $\sigma^2 = \frac{1}{3} \cdot A^2 \cdot 2^{-2 \cdot bits}$, το οποίο προκύπτει 55.79. Παρατηρούμε ότι το θεωρητικό SNR δεν διαφέρει πολύ από τα πειραματικά. Ωστόσο αυτή η μικρή διαφορά, οφείλεται στο γεγονός ότι για τα πειραματικά πήραμε μόνο τα πρώτα 10 και 20 δείγματα αντίστοιχα, και όχι ολόκληρο το σήμα.

2γ.Ροή μετάδοσης bits του σήματος

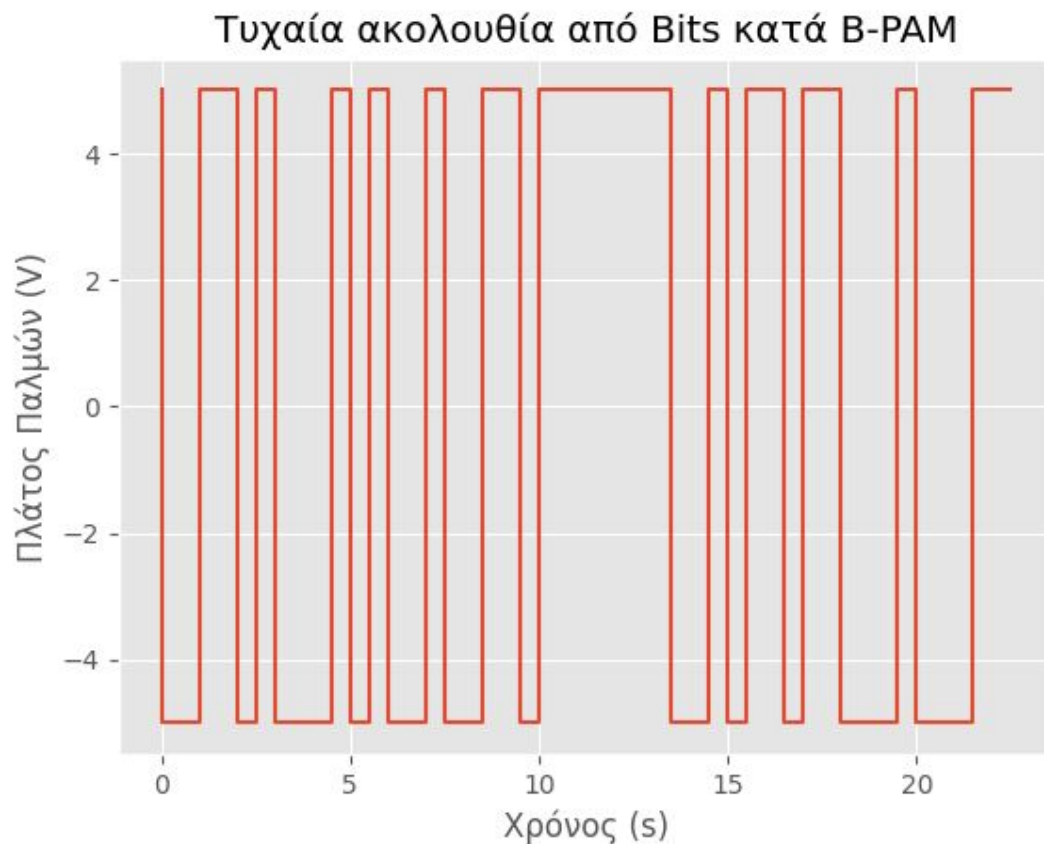
Αφού πρώτα κβαντίσαμε το σήμα και ορίσαμε αρίθμηση με κωδικοποίηση gray για κάθε επίπεδο, να μετατρέψουμε το σήμα σε bitstream με κωδικοποίηση γραμμής Polar NRZ. Η διάρκεια ενός παλμού διαρκεί 1 msec ενώ για κάθε bit αν είναι 1 θα αναπαριστάται με παλμό πλάτους 5 Volt ενώ αν είναι 0 με παλμό πλάτους -5 Volt. Το διάγραμμα που δημιουργείται είναι το εξής:



3ο Ερώτημα

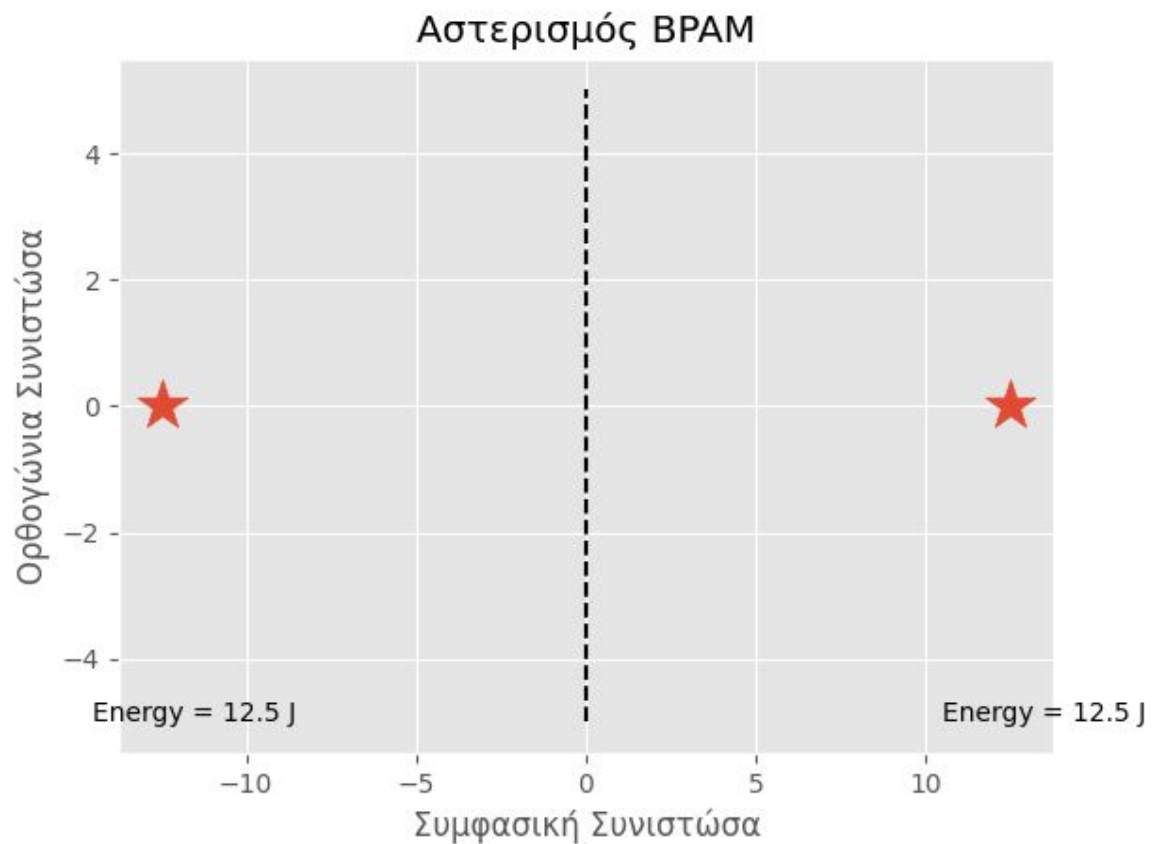
3α.Διαμόρφωση B-PAM τυχαίας ακολουθίας bits

Αρχικά παράγουμε μια ακολουθία 46 bits με ίση πιθανότητα εμφάνισης 0 και 1 και την διαμορφώνουμε κατά B-PAM με πλάτος $A = 5V$. Σημειώνεται ότι κάθε φορά το πρόγραμμα παράγει μια διαφορετική ακολουθία, επομένως το παρακάτω διάγραμμα είναι ενδεικτικό.



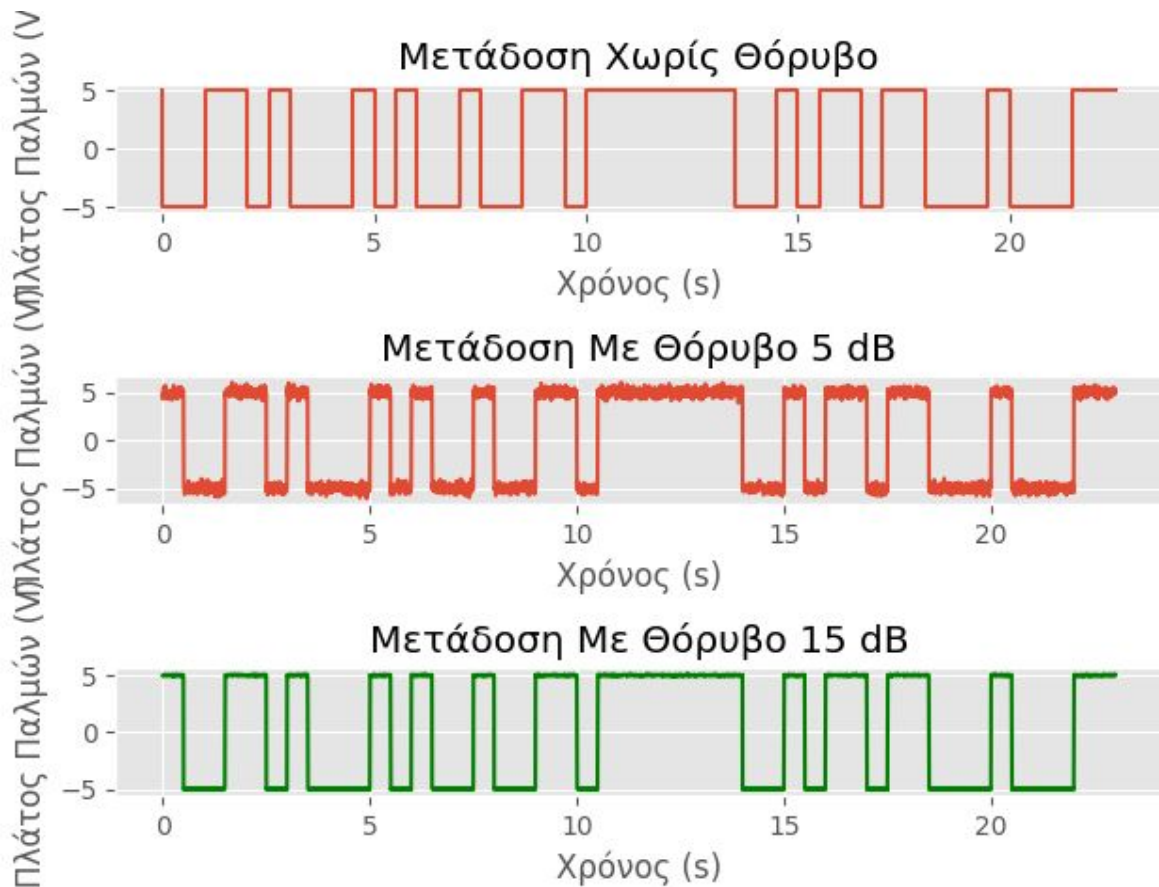
3β. Διάγραμμα Αστερισμού B-PAM

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τον αστερισμό του B-PAM ο οποίος αποτελείται από δύο κυματομορφές $s_1(t)$, $s_2(t)$, οι οποίες αναπαριστούν τα bits 0 και 1. Στην συγκεκριμένη περίπτωση αφού δεν έχουμε θόρυβο, στο διάγραμμα θα φαίνονται μόνο δύο σημεία στις θέσεις $\pm\sqrt{E}=12.5$.



3γ. AWGN θόρυβος στο σήμα

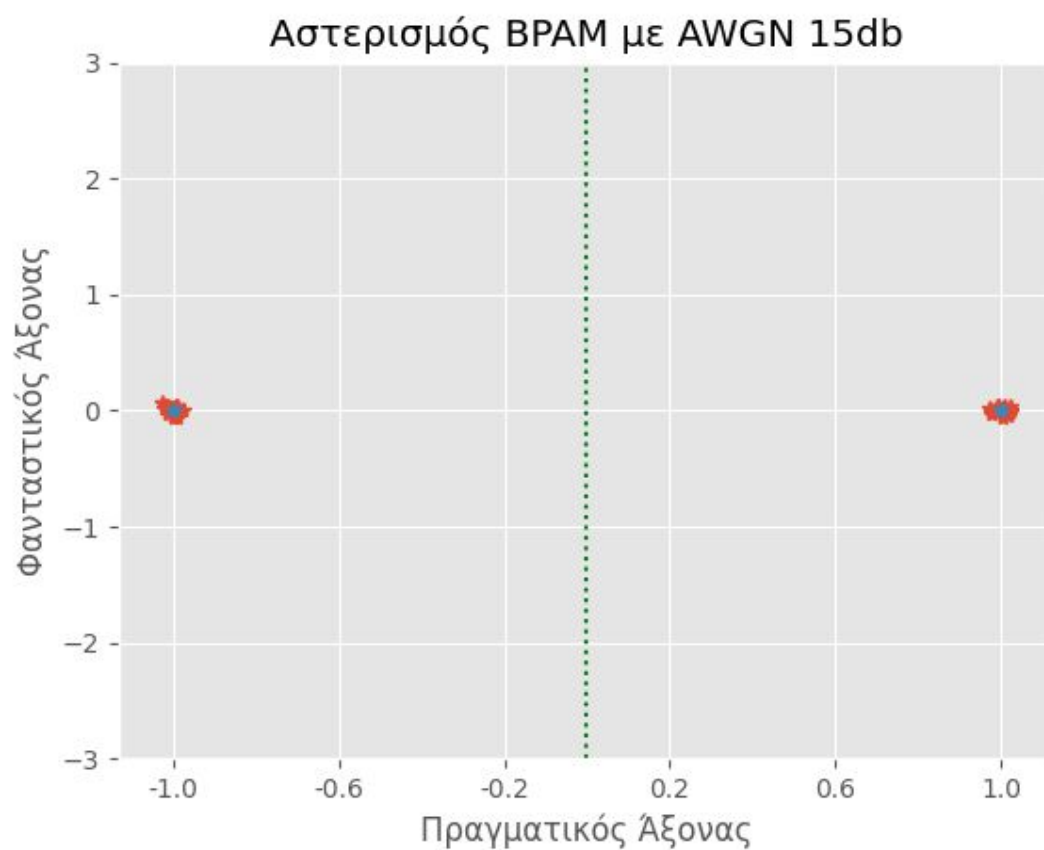
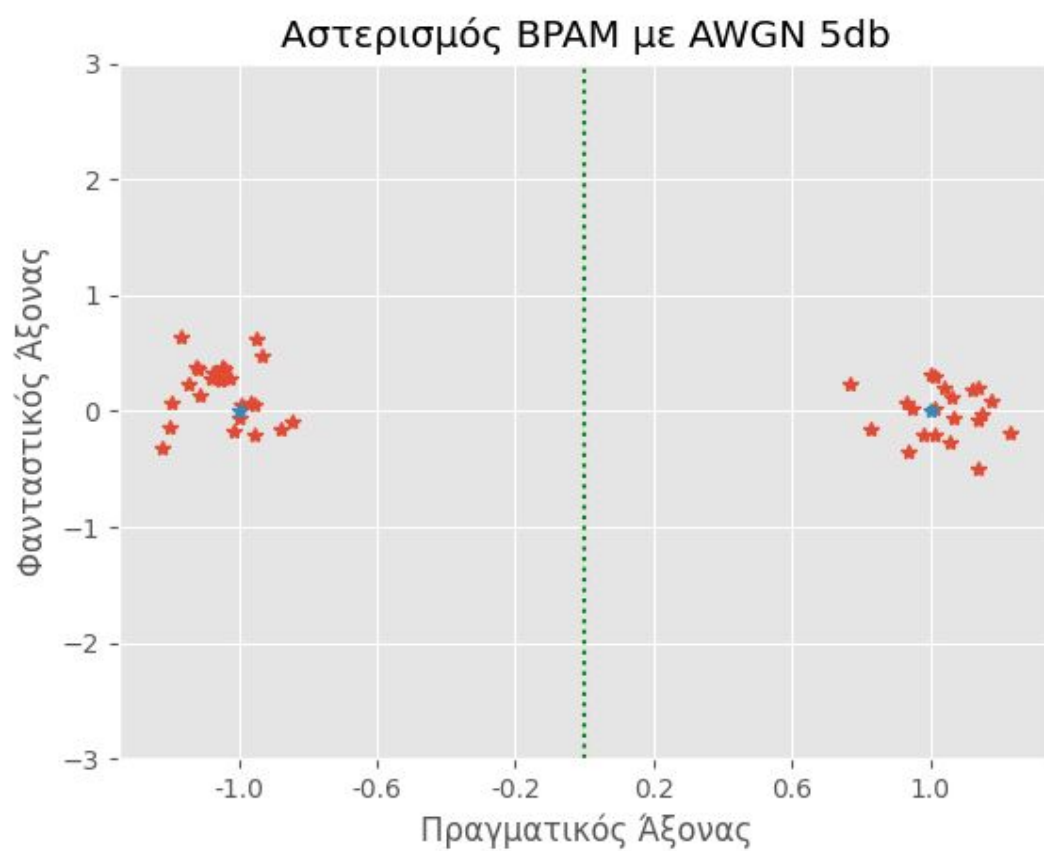
Αρχικά κατασκευάζουμε μια συνάρτηση θορύβου και στη συνέχεια τον προσθέτουμε στο σήμα B-PAM που έχουμε δημιουργήσει για τιμές $E_b/N_0 = 5$ και 15 db. Στη συγκεκριμένη περίπτωση χρησιμοποιούμε πραγματικό θόρυβο, επομένως τα διαγράμματα προκύπτουν ως εξής:



Παρατηρούμε ότι για μικρότερο λόγο E_b/N_0 , έχουμε πιο θορυβώδες κανάλι και μεγαλύτερη πιθανότητα κάποιο bit να αλλοιωθεί και να αλλάξει τιμή.

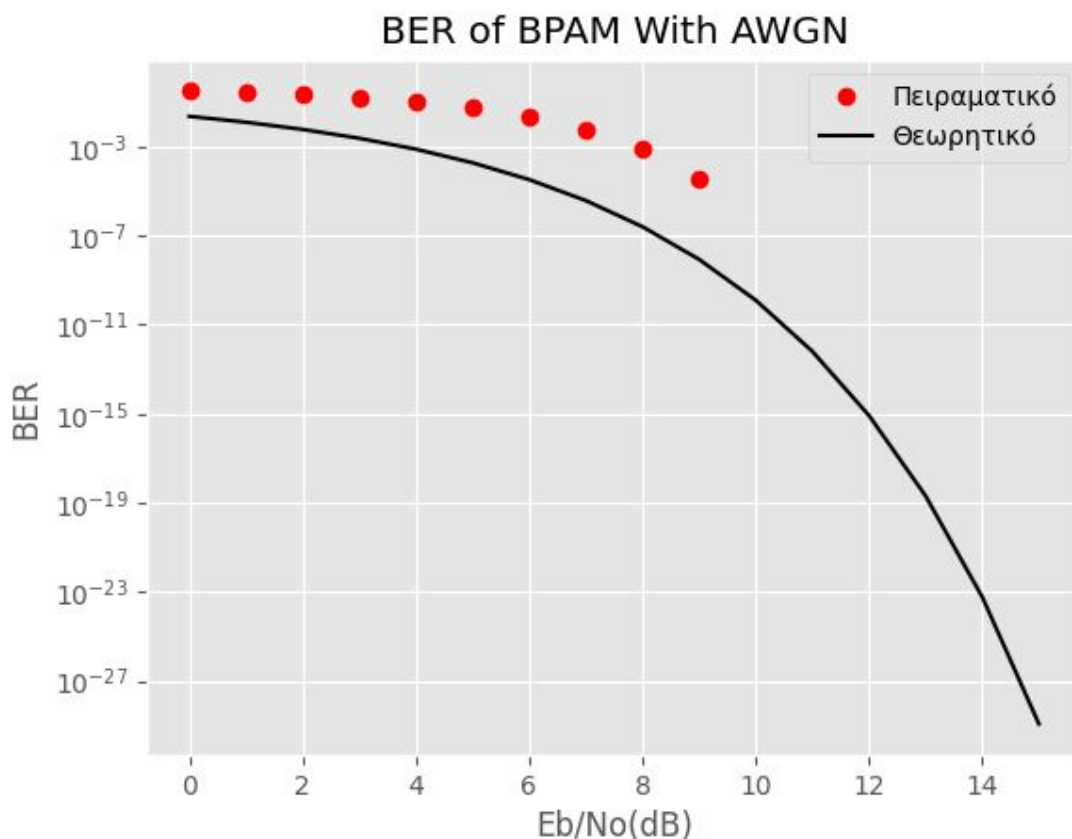
3δ. Διαγράμματα αστερισμών για 5,15 db

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τα διαγράμματα αστερισμών για τα σήματα του προηγούμενου ερωτήματος, αφού όμως έχουμε χρησιμοποιήσει μιγαδική τυχαία μεταβλητή του θορύβου. Ομοίως με πριν παρατηρούμε ότι όσο μειώνεται ο λόγος E_b/N_0 τόσο πιο εύκολο είναι ένα bit να περάσει το 0 και να αλλάξει τιμή.



3ε.Πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου BER

Αφού παράξουμε αρκετά bits, τους προσθέτουμε θόρυβο για E_b/N_0 να παίρνουν τιμές από το 0 έως 15 και στη συνέχεια υπολογίζουμε πόσο συχνά εμφανίζονται λανθασμένα bits σε σχέση με το αρχικό σήμα. Παρατηρούμε όπως είναι αναμενόμενο ότι καθώς αυξάνεται ο λόγος, το bit error rate μειώνεται ραγδαία. Ωστόσο το πειραματικό διάγραμμα απέχει ελάχιστα από το πειραματικό καθώς δεν έχουμε εξετάσει άπειρες φορές το πείραμα.



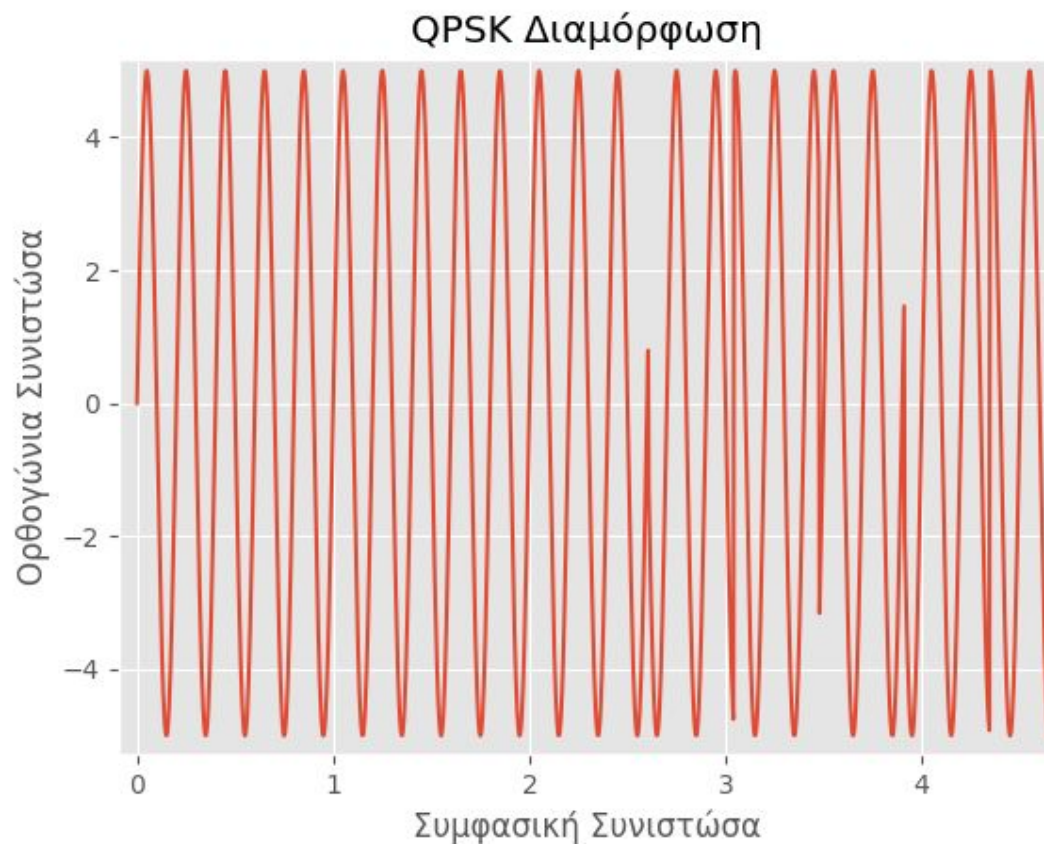
4ο Ερώτημα

4α.QPSK διαμόρφωση και διάγραμμα αστερισμού

Αρχικά, όπως και στην προηγούμενη άσκηση, παράγουμε μια τυχαία ακολουθία 46 bits και στη συνέχεια τα διαμορφώνουμε κατά QPSK. Πιο συγκεκριμένα θα ορίσουμε τέσσερις κυματομορφές για να αναπαραστήσουμε τα bits σε σύμβολα 00, 01, 11, 10 (gray code). Η φάση των κυματομορφών ορίζεται από την εκφώνηση και θα είναι οι εξής:

$s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t - 3\pi/4)$, για 00
 $s_2(t) = A \cos(2\pi f_c t + 3\pi/4)$, για 01
 $s_3(t) = A \cos(2\pi f_c t + \pi/4)$, για 11
 $s_4(t) = A \cos(2\pi f_c t - \pi/4)$, για 10

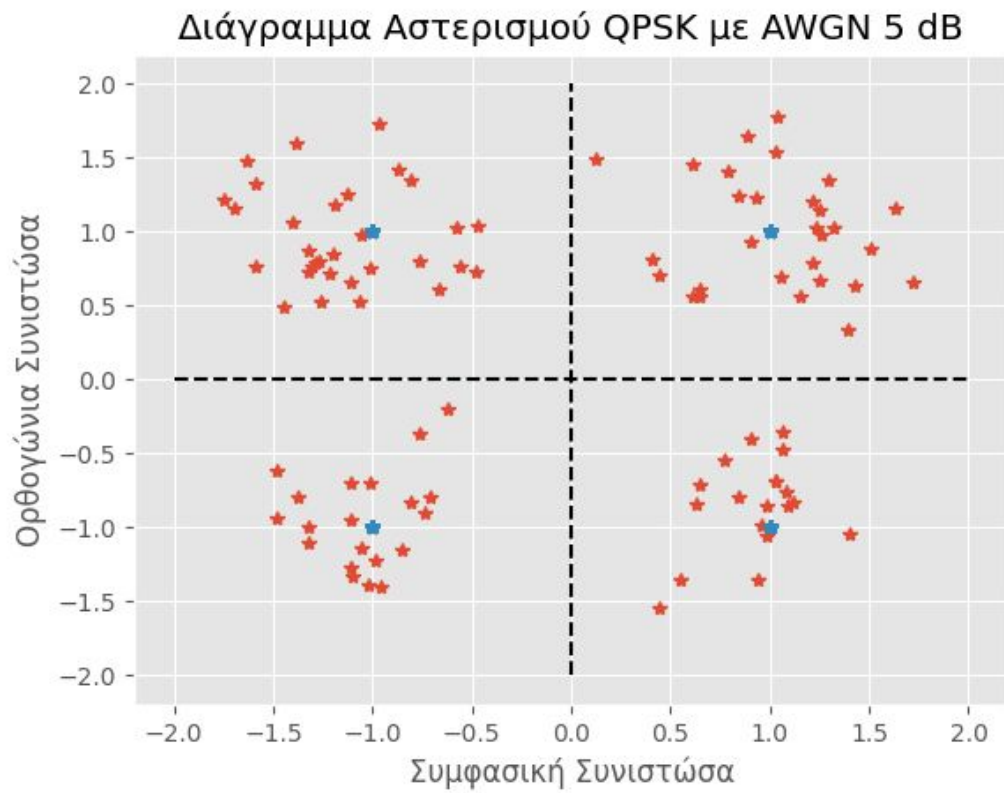
Έτσι το διαμορφωμένο σήμα θα είναι:



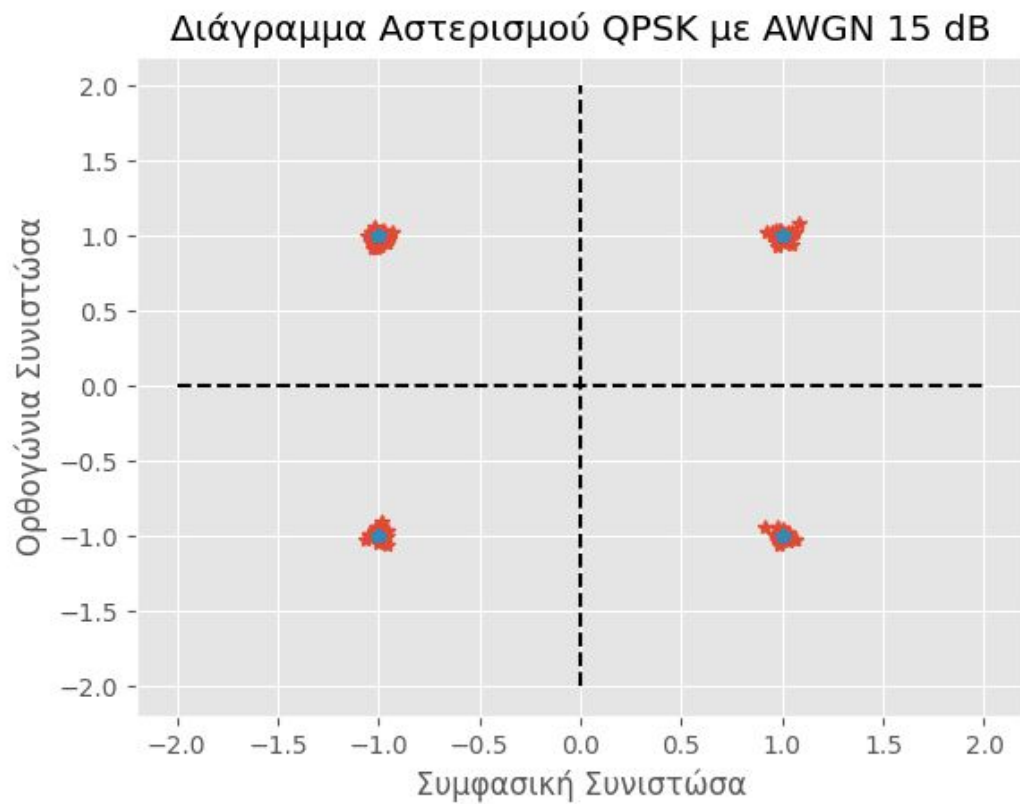
4β. Διάγραμμα αστερισμού για θόρυβο 5 και 15 db.

Όμοια με την άσκηση 3, παράγουμε θόρυβο και αφού το προσθέσουμε στην ακολουθία των bits δημιουργούμε τα διαγράμματα αστερισμού:

Διάγραμμα αστερισμού για 5 db:

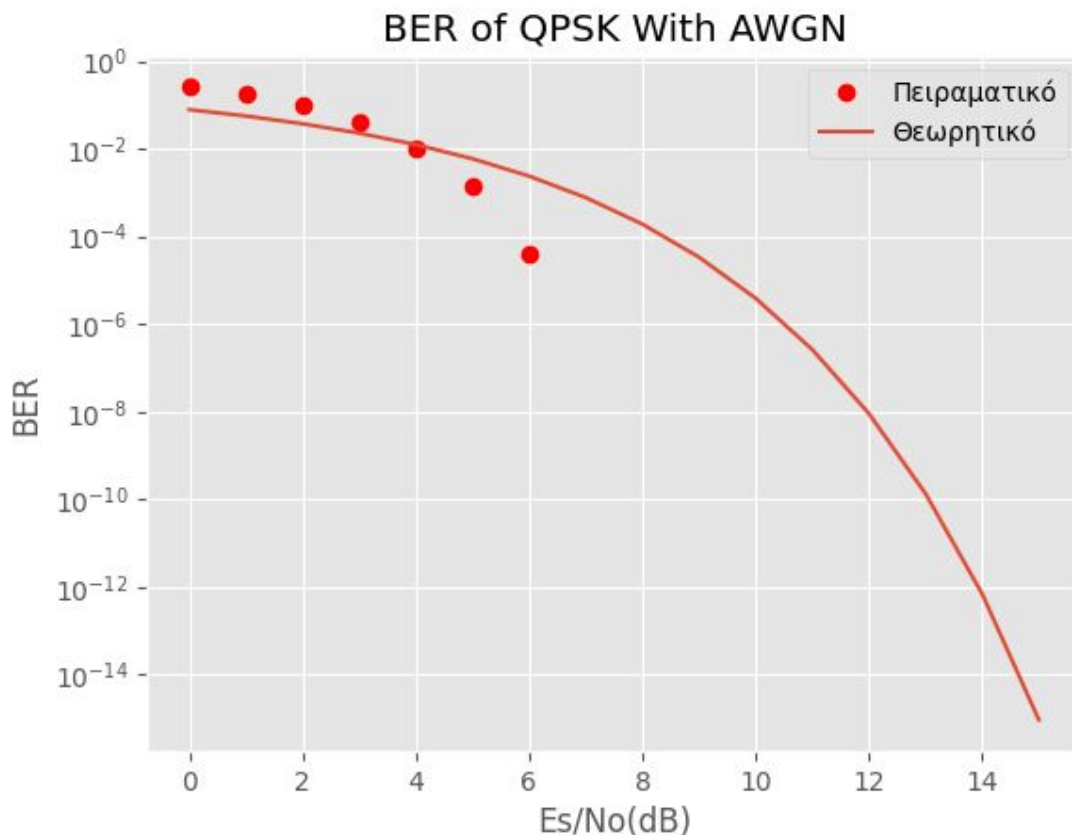


Διάγραμμα αστερισμού για 15 db:



4γ.Πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου BER

Επειτα ,αφού παράξουμε τυχαία ακολουθία από αρκετά bits, συγκρίνουμε το αρχικό μας σήμα με σήμα για θόρυβο από 0-15 db και υπολογίζουμε τα σφάλματα. Και πάλι παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται ο λόγος E_b/N_0 τα σφάλματα μειώνονται ραγδαία όπως φαίνονται και στο διάγραμμα:



4δ.Μετάδοση και ανάκτηση κειμένου

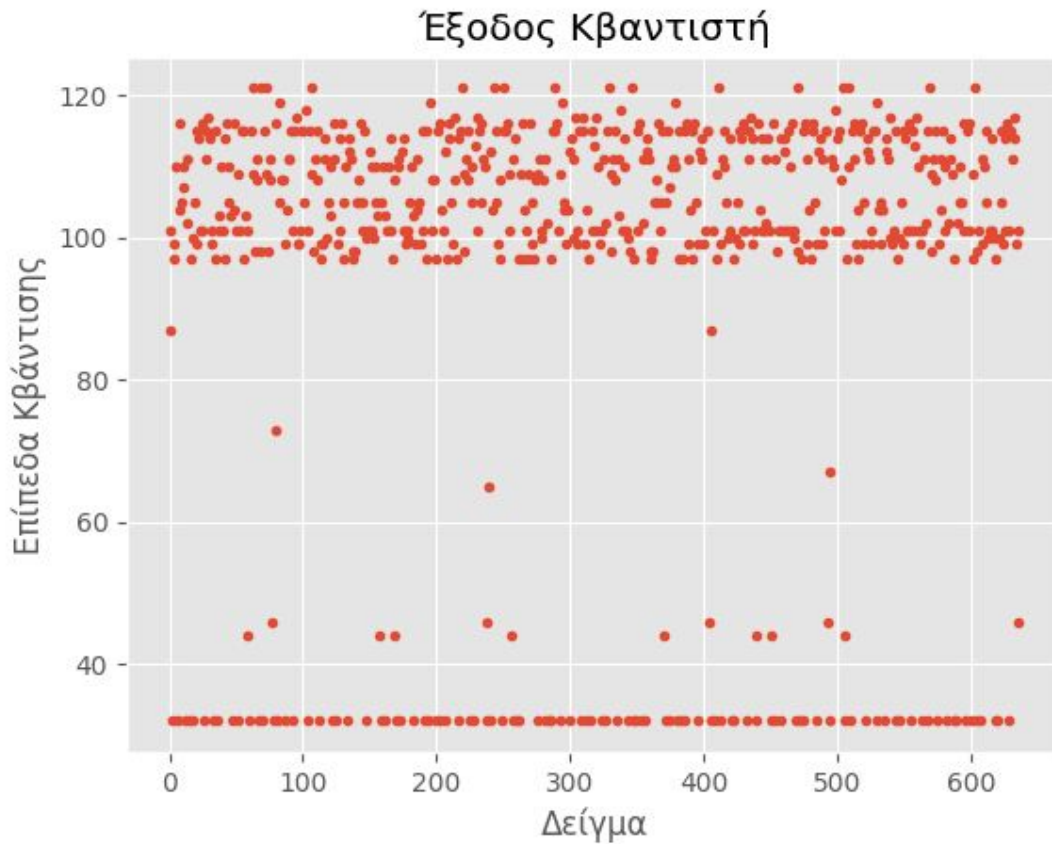
ι)Μετατροπή κειμένου (ASCII) σε binary

Αρχικά καλούμαστε να μετατρέψουμε ένα κείμενο σε binary μορφή, ώστε να μπορούμε να το επεξεργαστούμε στη συνέχεια.

Χρησιμοποιώντας εντολές της python από τη βιβλιοθήκη binascii το καταφέρνουμε εύκολα.

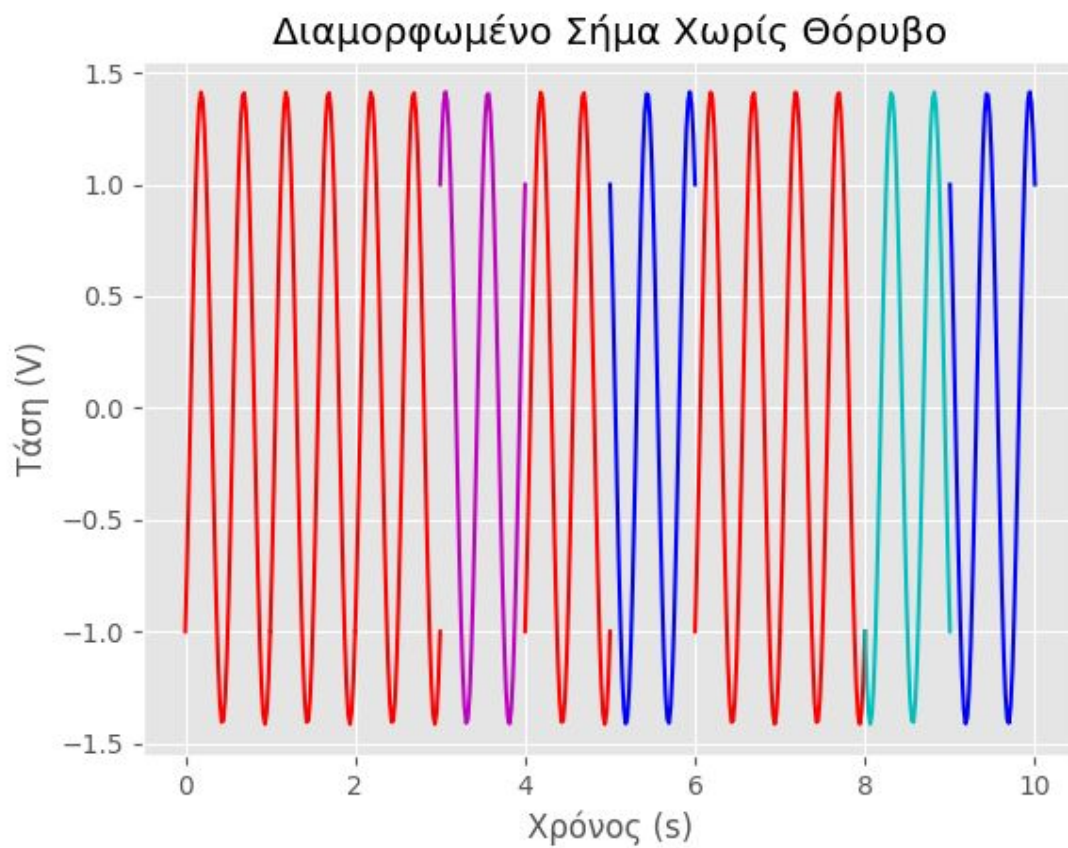
ii) Κβάντιση του σήματος

Όπως και στο ερώτημα 2, κατασκευάζουμε έναν 8-bit κβαντιστή με 2^8 επίπεδα και $\Delta = 2 \cdot A / 2^8$, τον οποίο στη συνέχεια χρησιμοποιούμε για το σήμα του κειμένου που δημιουργήσαμε. Το κβαντισμένο σήμα φαίνεται παρακάτω:



iii) QPSK διαμόρφωση σήματος

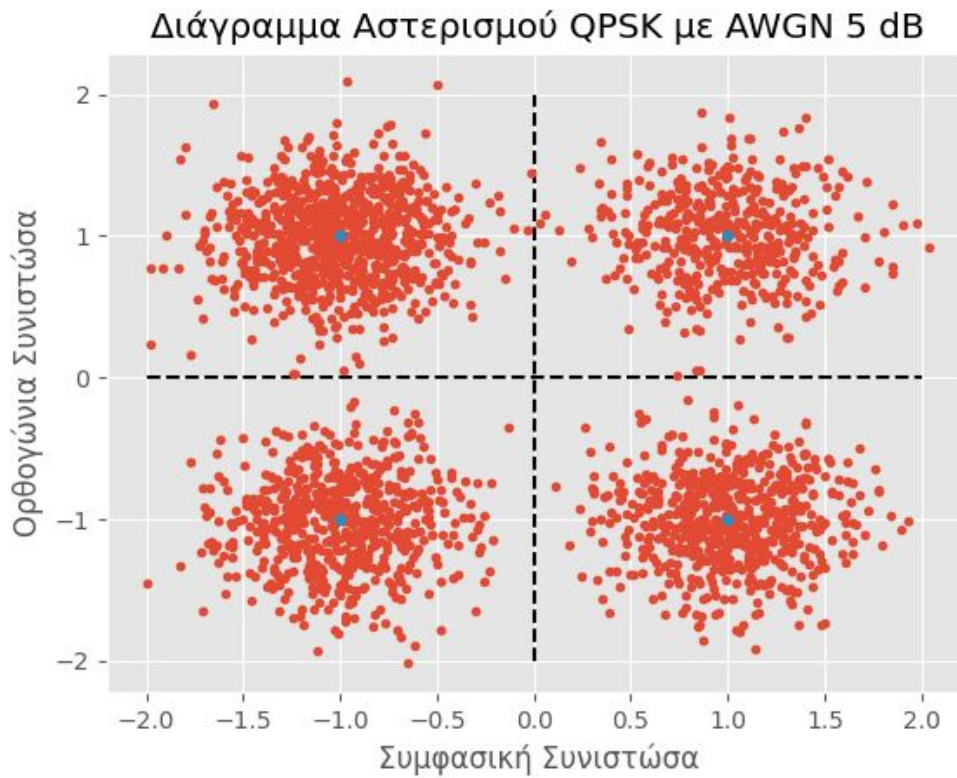
Αφού έχουμε κβαντίσει το σήμα, μπορούμε όπως στο ερώτημα 4α να χρησιμοποιήσουμε διαμόρφωση QPSK για να αναπαραστήσουμε την binary συμβολοσειρά μας. Θα χρησιμοποιήσουμε τις ίδιες κυματομορφές s_1, s_2, s_3, s_4 για να αναπαραστήσουμε τα σύμβολα και το αποτέλεσμα είναι το εξής:



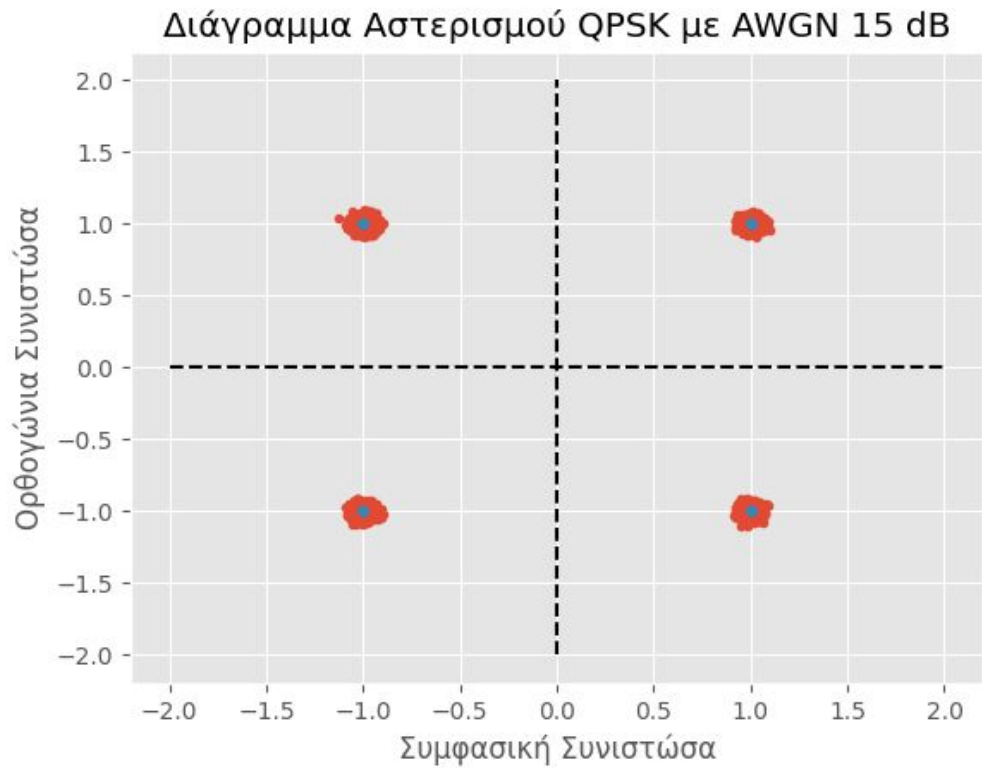
Σημείωση: Προβάλουμε ένα μόνο τμήμα του διαγράμματος ώστε να φαίνεται η αλλαγή φάσης.

in,v) Προσθήκη θορύβου και αναπαράσταση διαγραμμάτων αστερισμού
Αφού πρώτα προσθέσουμε θόρυβο στο κβαντισμένο σήμα, στη συνέχεια αναπαριστούμε τα διαγράμματα αστερισμού για θόρυβο 5 και 15 db, όπως στα προηγούμενα ερωτήματα.

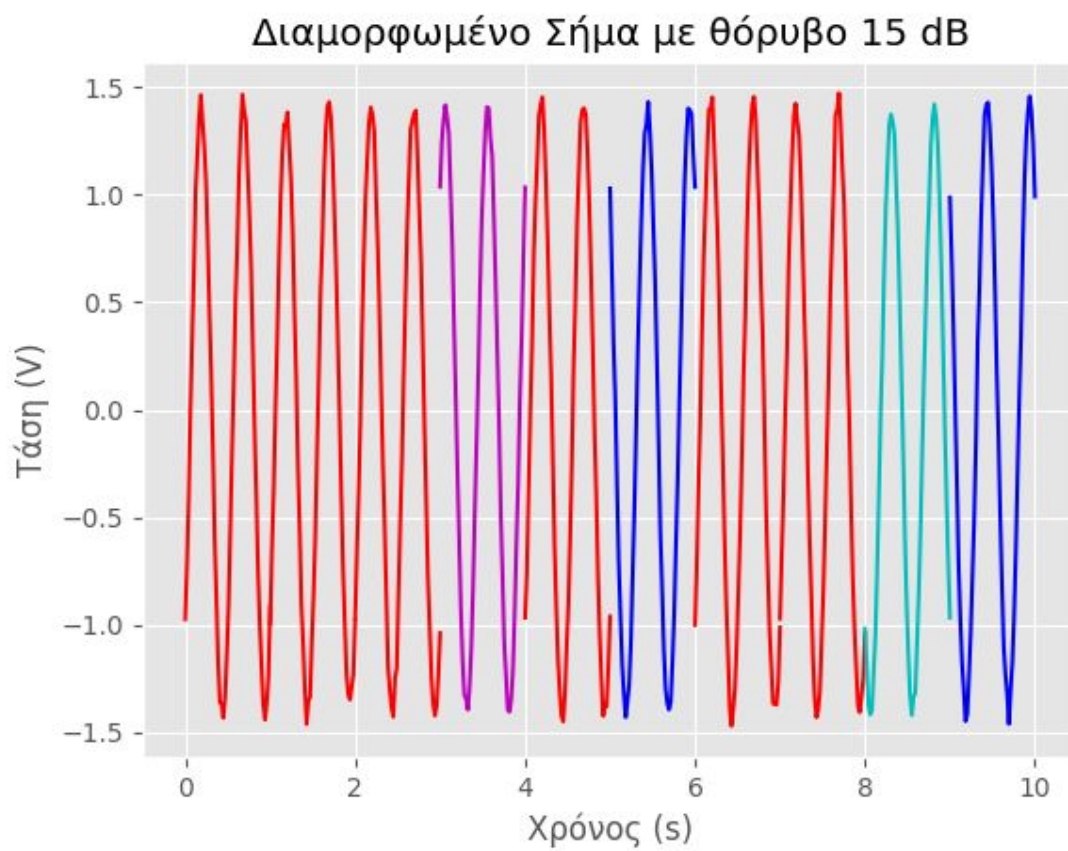
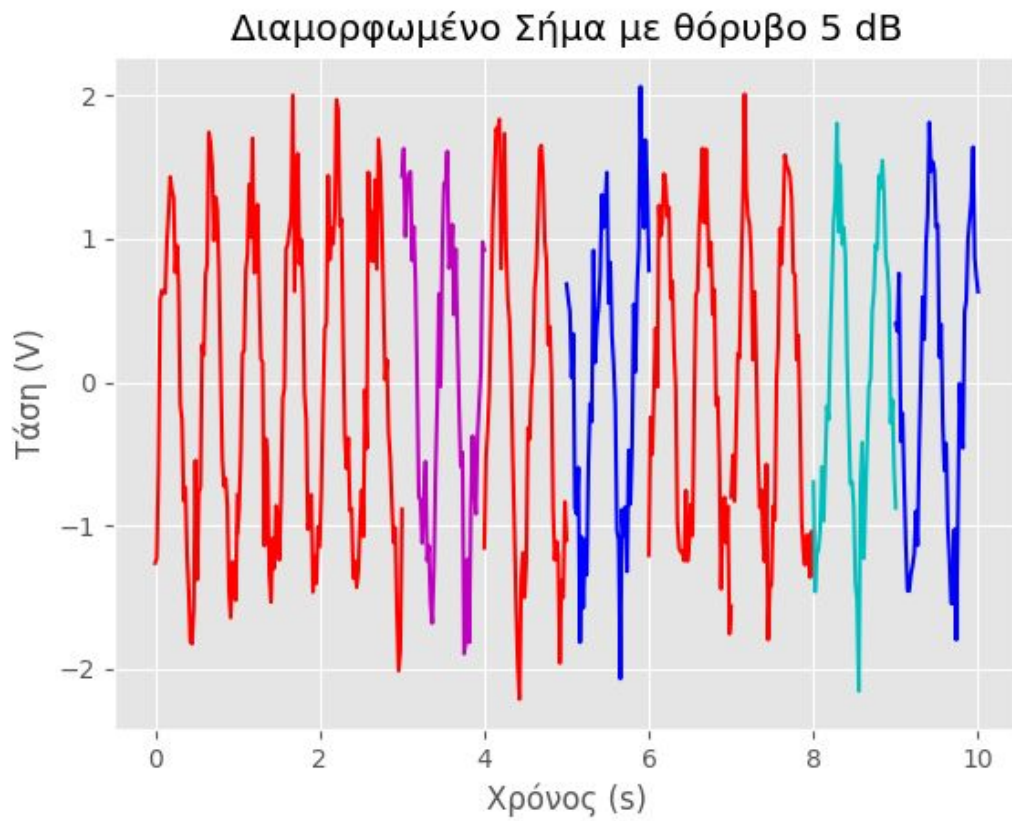
Διάγραμμα αστερισμού για 5 db:



Διάγραμμα αστερισμού για 15 db:

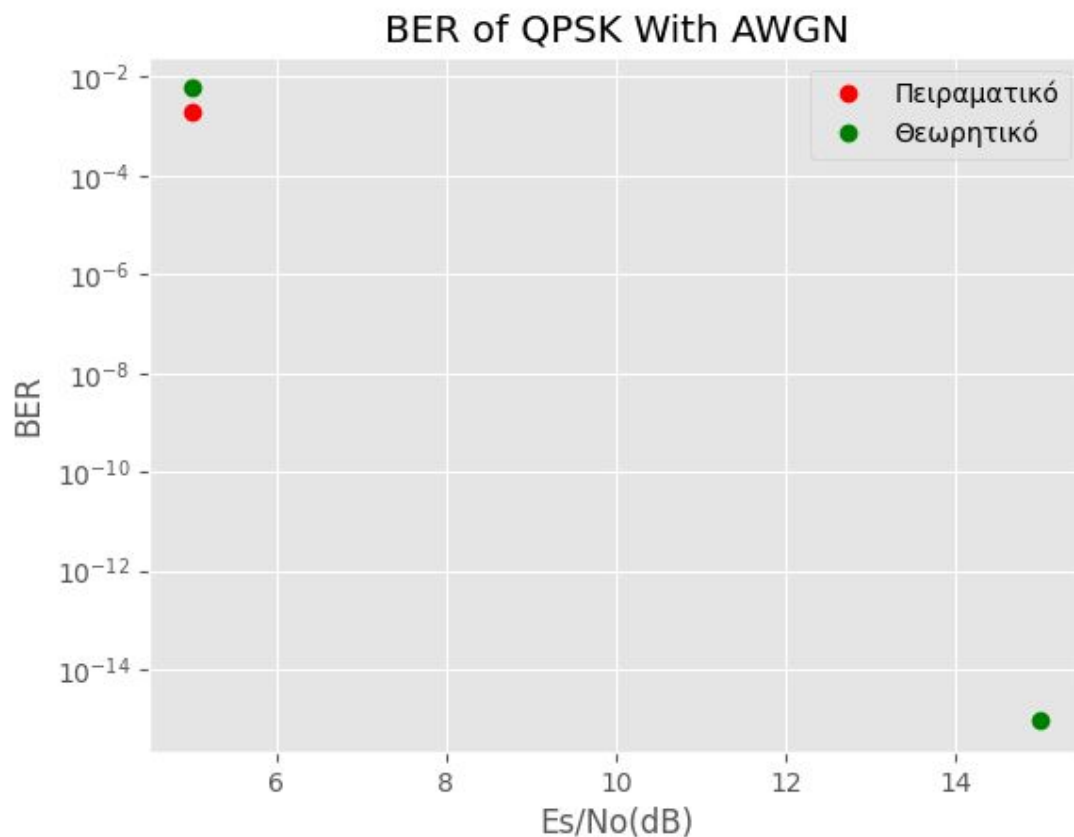


Παρακάτω παραθέτουμε και το QPSK σήμα με θόρυβο 5 και 15 db.



vi) Υπολογισμός της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου (BER)

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με τα προηγούμενα ερωτήματα, υπολογίζουμε το θεωρητική και το πειραματική τιμή του εσφαλμένου ψηφίου, αυτή τη φορά μόνο για θόρυβο με τιμές 5 και 15 db.



vii) Αποδιαμόρφωση και ανακατασκευή κειμένου

Αφού προσθέσαμε θόρυβο, κάνουμε αποδιαμόρφωση υπολογίζοντας από το διάγραμμα αστερισμού σε ποιο σύμβολο αντιστοιχεί κάθε σημείο (παίρνοντας την ελάχιστη απόσταση) και ανακατασκευάζουμε την ακολουθία bits. Έπειτα μετατρέπουμε την binary ακολουθία ξανά σε ASCII και παρατηρούμε τα αποτελέσματα:

Κείμενο για θόρυβο 5 db:

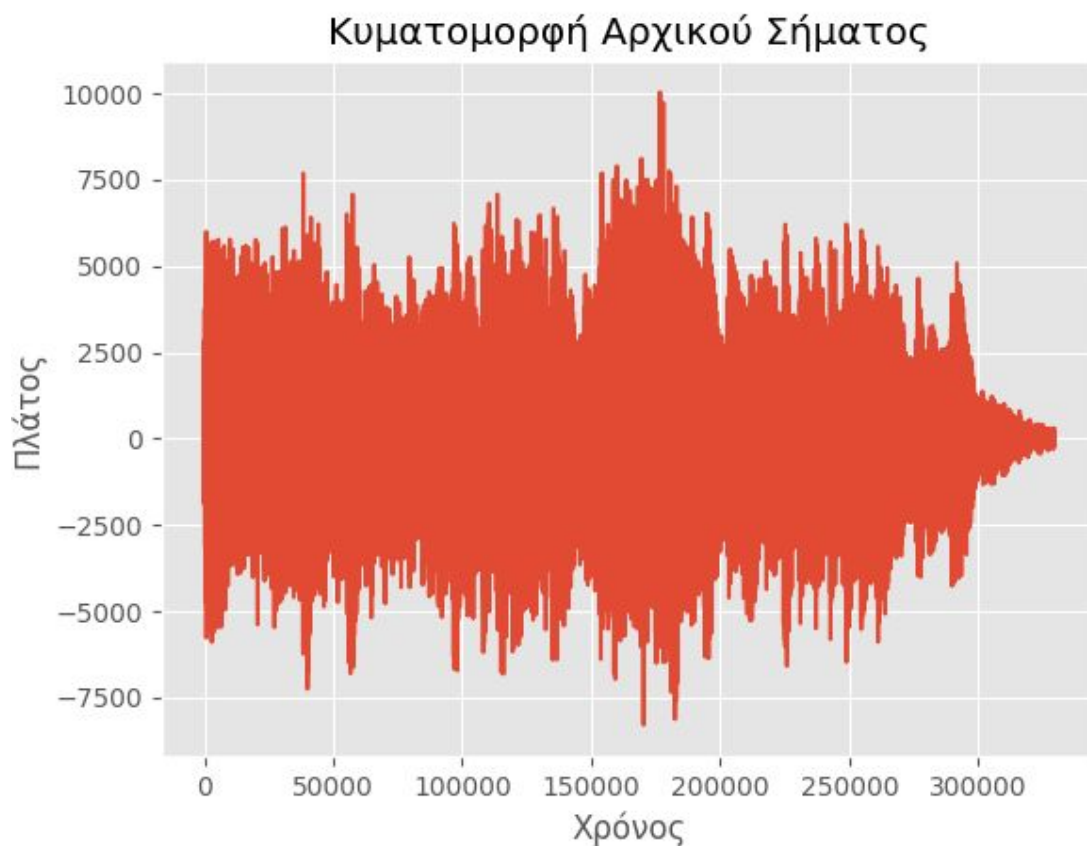
We can think of a discrete source as generating the message, symbol by symbol. It will choose successive symbols according to certain probabilities depending, in general, on preceding choices as well as the particular symbols in question. A physical system, or a mathematical model of a system which produces such a sequence of symbols governed by a set of probabilities, is known as a stochastic process. We may consider a discrete source, therefore, to be represented by a stochastic process. Conversely, any stochastic process which produces a discrete sequence of symbols chosen from a finite set may be considered a discrete source.

Κείμενο για θόρυβο 15 db:

We can think of a discrete source as generating the message, symbol by symbol. It will choose successive symbols according to certain probabilities depending, in general, on preceding choices as well as the particular symbols in question. A physical system, or a mathematical model of a system which produces such a sequence of symbols governed by a set of probabilities, is known as a stochastic process. We may consider a discrete source, therefore, to be represented by a stochastic process. Conversely, any stochastic process which produces a discrete sequence of symbols chosen from a finite set may be considered a discrete source.

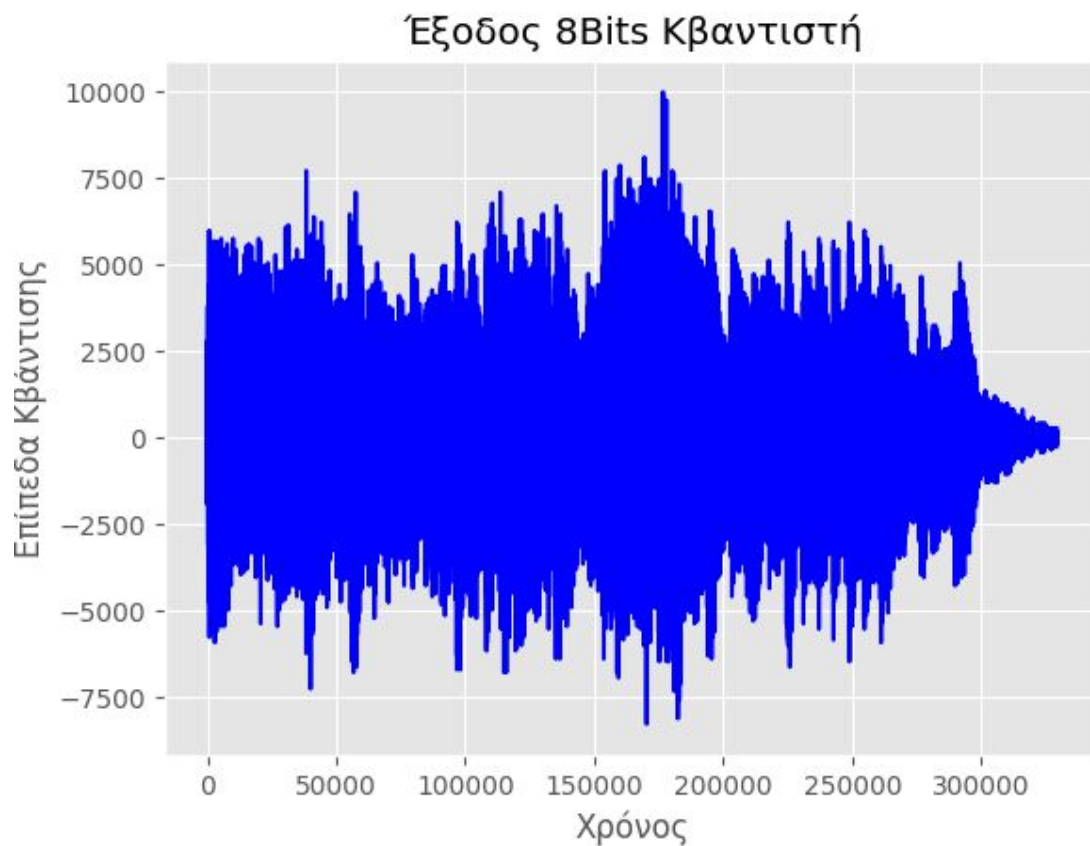
5ο Ερώτημα

5α.Ανάγνωση αρχείου και αναπαράσταση κυματομορφής
Με τη βοήθεια της βιβλιοθήκης wavefile στην python καταφέρνουμε να διαβάσουμε και να αναπαραστήσουμε την κυματομορφή του αρχείου:



5β.Κβάντιση σήματος

Στη συνέχεια θέλουμε να κβαντίσουμε το σήμα μας, οπότε κατασκευάζουμε έναν 8-bit ομοιόμορφο κβαντιστή με 2^8 επίπεδα και $\Delta = 2 \cdot A / 2^8$. Το κβαντισμένο σήμα προκύπτει ως εξής:



5γ. Διαμόρφωση QPSK

Όπως είδαμε σε προηγούμενα ερωτήματα, για τη διαμόρφωση QPSK ορίζουμε τέσσερα σύμβολα, 2 bits το καθένα, τα οποία αποτελούνται από ένα συνημίτονο με διαφορετική φάση το καθένα. Τα σύμβολα που θα χρησιμοποιήσουμε είναι τα εξής:

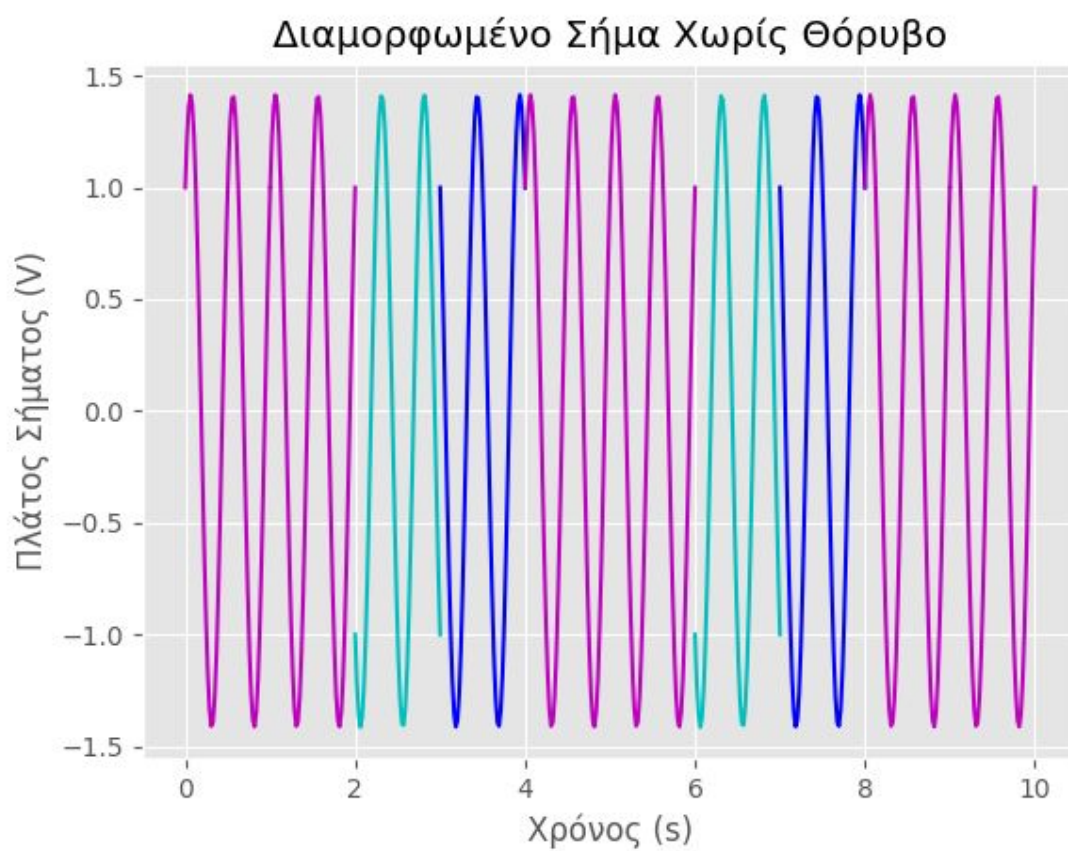
$$s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t - 3\pi/4) \quad , \text{για } 00$$

$$s_2(t) = A \cos(2\pi f_c t + 3\pi/4) \quad , \text{για } 01$$

$$s_3(t) = A \cos(2\pi f_c t + \pi/4) \quad , \text{για } 11$$

$$s_4(t) = A \cos(2\pi f_c t - \pi/4) \quad , \text{για } 10$$

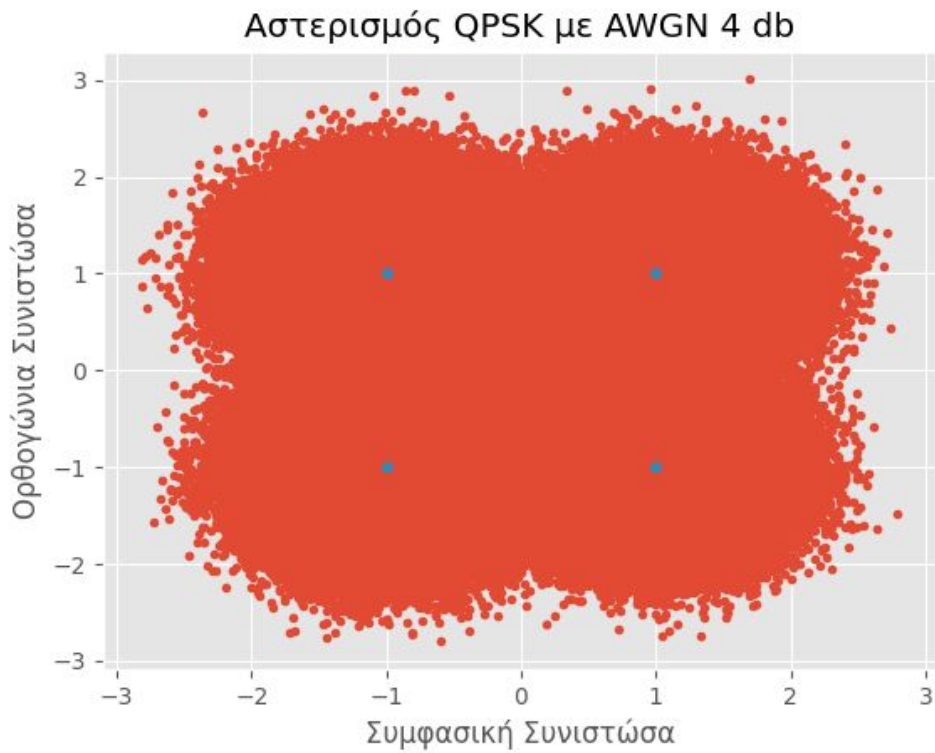
Επομένως το σήμα που προκύπτει φαίνεται παρακάτω:



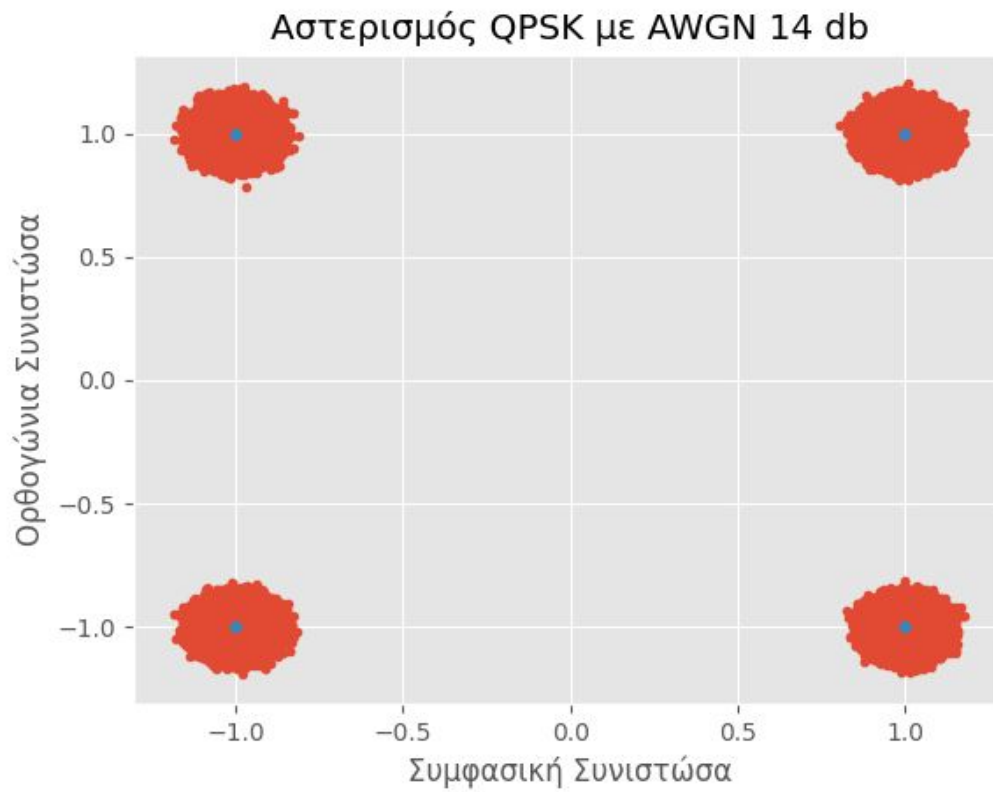
5δ,ε. Προσθήκη αωgn θορύβου και αστερισμοί

Αφού προσθέσουμε θόρυβο στο κβαντισμένο σήμα, κατασκευάζουμε τα διαγράμματα αστερισμού για θόρυβο 4 και 14 db, όπως στα προηγούμενα ερωτήματα.

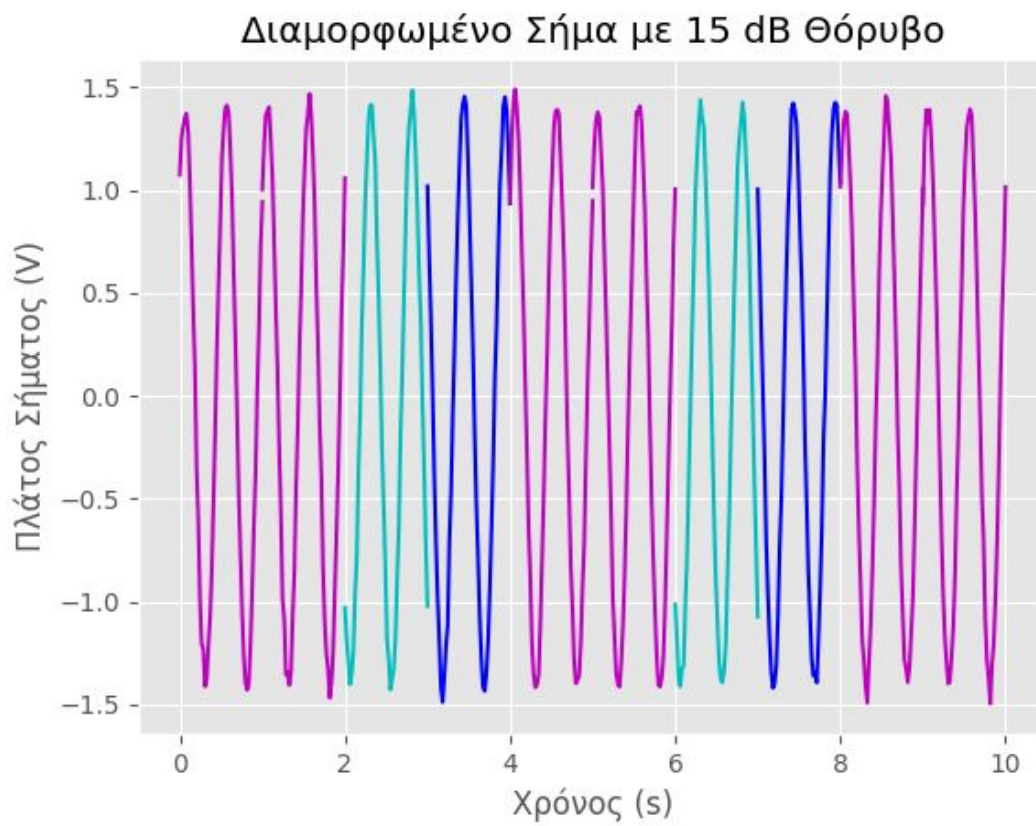
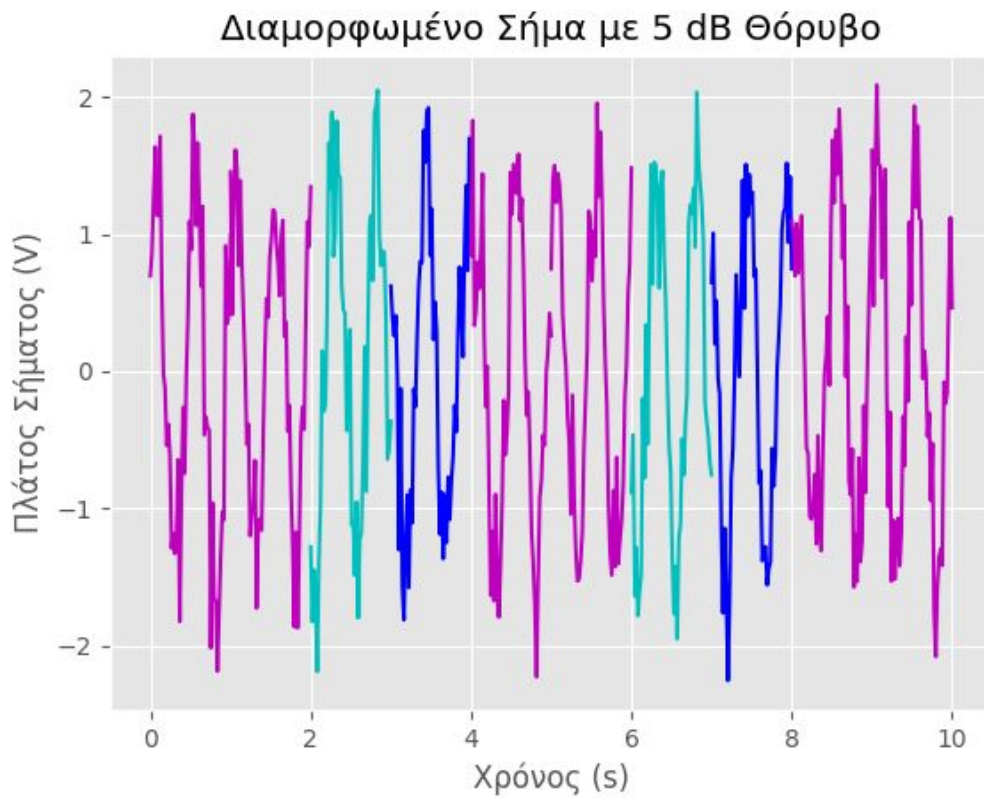
Διάγραμμα αστερισμού για 4 db:



Διάγραμμα αστερισμού για 14 db:

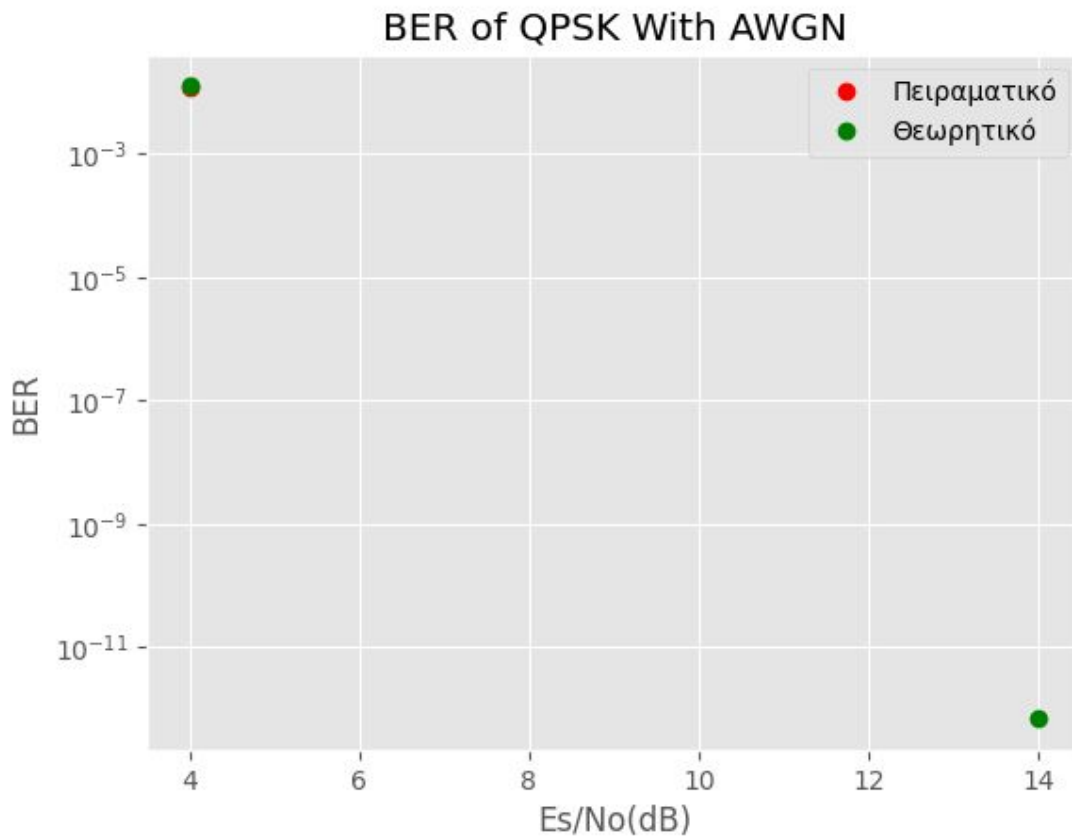


Παρακάτω παραθέτουμε και το QPSK σήμα με θόρυβο 5 και 15 db.



5στ.Πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER)

Έπειτα αφού παράξουμε τυχαία ακολουθία από αρκετά bits, συγκρίνουμε το αρχικό μας σήμα με σήμα για θόρυβο 4 και 14 db και υπολογίζουμε τα σφάλματα.



Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές απέχουν ελάχιστα από τις αντίστοιχες θεωρητικές.

5ζ.Αποδιαμόρφωση και ανακατασκευή σήματος

Αφού προσθέσαμε θόρυβο στο σήμα και κατασκευάσαμε τα διαγράμματα αστερισμού για τις δύο τιμές του θορύβου, μπορούμε να προχωρήσουμε στην αποδιαμόρφωση και ανακατασκευή του. Με τη βοήθεια του διαγράμματος αστερισμού, παίρνουμε την ανακατασκευασμένη ακολουθία bits, την οποία στη συνέχεια μετατρέπουμε ξανά σε αρχείο wav. Από τα αρχεία που δημιουργήσαμε μπορούμε να ακούσουμε την αλλοίωση που έχει υποστεί ο ήχος, κυρίως για το σήμα με θόρυβο 4 db.