

# Formale Sprachen

**Programmieren und Software-Engineering  
Homomorphismen, Formale Sprachen und Syntax-Analyse**

22. Februar 2023

# Natürliche und künstliche Sprachen

Grobe Unterscheidung von Sprachen:

# Natürliche und künstliche Sprachen

Grobe Unterscheidung von Sprachen:

- **Natürliche Sprachen:** z.B. Deutsch, Englisch, Spanisch, Latein
- **Künstliche Sprachen:**

*Beispiele:*

- Chemie: Darstellung chemischer Reaktionen
- Musik: Notenschrift
- Mathematik, Logik: Formeln, etc.
- Informatik: Programmiersprachen, Ablaufdiagramme

# Natürliche und künstliche Sprachen

Grobe Unterscheidung von Sprachen:

- **Natürliche Sprachen:** z.B. Deutsch, Englisch, Spanisch, Latein
- **Künstliche Sprachen:**

*Beispiele:*

- Chemie: Darstellung chemischer Reaktionen
- Musik: Notenschrift
- Mathematik, Logik: Formeln, etc.
- Informatik: Programmiersprachen, Ablaufdiagramme

In der Informatik finden künstliche Sprachen in der Praxis primär als Programmiersprachen Anwendung, jedoch auch in Protokollen. In der theoretischen Informatik spielen formale Sprachen eine zentrale Rolle zur Analyse von Komplexität, Berechenbarkeit etc.

# Syntax

## Gemeinsamkeiten von natürlichen und künstlichen Sprachen

**Alphabet:** vorgegebene endliche Menge an Zeichen (Symbolen) aus denen alle Elemente aufgebaut sind.

**Grammatik:** Regeln auf welche Weise diese Zeichen zu gültigen *Worten* kombiniert werden können.

- Mit *Wort* kann hierbei durchaus auch ein (natürlichsprachiger) Satz gemeint sein

# Syntax

## Gemeinsamkeiten von natürlichen und künstlichen Sprachen

**Alphabet:** vorgegebene endliche Menge an Zeichen (Symbolen) aus denen alle Elemente aufgebaut sind.

**Grammatik:** Regeln auf welche Weise diese Zeichen zu gültigen *Worten* kombiniert werden können.

- Mit *Wort* kann hierbei durchaus auch ein (natürlichsprachiger) Satz gemeint sein

Alphabet und Grammatik bilden die **Syntax** einer Sprache

# Semantik

- Aus den syntaktischen Regeln allein können alle Sprachelemente hergeleitet werden, z.B.: Sätze, Kapitel, Bücher,...
- All diese Elemente werden als **Worte** der Sprache bezeichnet.
- Die *Bedeutung* der Worte wird **Semantik** genannt.
- Für Programmiersprachen wird durch die Semantik die Beziehung zwischen Zeichenketten und Aktionen des Rechners hergestellt.
- Die Zuordnung wird durch den Compiler/Interpreter umgesetzt.

# Pragmatik

- Die **Pragmatik**: persönliche, subjektive Wahrnehmung oder Interpretation.
- Die Pragmatik einer Programmiersprache definiert ihren Einsatzbereich, d.h. sie gibt an, für welche Arten von Problemen die Programmiersprache besonders gut geeignet ist.
- Beispiele:
  - Kompatibilität
  - Verfügbare Bibliotheken
  - Erlernbarkeit
  - Eignung für Spezialanwendungen
  - Notation des Quellcodes
  - Integrierbarkeit



# Beispiele

- Es gilt: die Menge aller möglichen Worte ist größer als die Menge aller syntaktisch korrekten Worte, ist wiederum größer als die Menge aller semantisch korrekten Worte.
- *Beispiel:* Natürliche Sprache Deutsch:
  - **Menge der Symbole:** Großbuchstaben, Kleinbuchstaben, Ziffern, Satzzeichen
  - **Worte über dem Alphabet:** qwer4;:rwe?d 39fsd9Ä4fsd
  - **Worte der Sprache:** "Haus", "Er fährt mit dem Auto", Wörter, Sätze, Texte, Bücher,...
  - **Syntaktisch falsch:** Der wenn sein heute Projekt sprechen.
  - **Syntaktisch korrekt, semantisch falsch:** Der Tisch spricht gelb über Informatik.
  - **Syntaktisch korrekt, semantisch korrekt:** Der Student spricht oft über sein Projekt.

# Beispiele

- *Beispiel:* Künstliche Sprache: Notenschrift:
  - Zeichenvorrat: Notensymbole, Schlüssel, Taktstriche,...
  - Syntax: Summe der (aufeinanderfolgenden) Notenwerte im Takt konstant, etc.
  - Semantik: Tonhöhe, Tonlänge,...
  - Pragmatik: Gefühlsmäßige Bestandteile, persönliche Empfindungen, Interpretationen;

# Beispiele

Die Beschreibung einer künstlichen (formalen) Sprache erfolgt durch die **Grammatik**.

Die Grammatik umfasst:

- Alphabet  $T$  der **Terminalsymbole**
- Menge  $N$  der **Nonterminalsymbole**: Hilfsvariablen zur Beschreibung der Sprache
- **Startvariable**  $S \in N$ .
- **Produktionsregeln**  $P$ , auch *Ersetzungsregeln* genannt

Eine Grammatik ist also gegeben durch

$$G = (N, T, P, S).$$

## Beispiel: einfache Grammatik für die deutsche Sprache

*Beispiel:* Für die deutsche Sprache könnte eine primitive Grammatik andeutungsweise folgendes Aussehen haben:

- Alphabet  $T$ : 26 Groß- und Kleinbuchstaben, Sonderzeichen, Interpunktionszeichen
- Variablen  $N = \{\langle \text{Schriftstück} \rangle, \langle \text{Subjekt} \rangle, \langle \text{Objekt} \rangle, \langle \text{Substantiv im Nominativ} \rangle, \langle \text{Prädikat} \rangle, \langle \text{Substantiv im Akkusativ} \rangle, \dots\}$ .

**Anmerkung:** Um diese Hilfssymbole als *metasprachliche* Größen zu kennzeichnen, werden sie in spitzen Klammern geschrieben.

- Als Oberbegriff  $S$  wählen wir  $\langle \text{Schriftstück} \rangle$ .
- Die Produktionsregeln  $P$  werden auf der folgenden Seite angegeben. Der Pfeil  $\rightarrow$  deutet dabei eine *mögliche* Ersetzung an.

# Beispiel: einfache Grammatik für die deutsche Sprache

## Produktionsregeln:

⟨Schriftstück⟩ → ⟨Hauptsatz⟩.  
 ⟨Schriftstück⟩ → ⟨Hauptsatz⟩.⟨Schriftstück⟩  
 ⟨Hauptsatz⟩ → ⟨Subjekt⟩⟨Prädikat⟩⟨Objekt⟩  
 ⟨Hauptsatz⟩ → ⟨Subjekt⟩⟨Prädikat⟩  
 ⟨Subjekt⟩ → ⟨Artikel im Nominativ⟩⟨Substantiv im Nominativ⟩  
 ⟨Objekt⟩ → ⟨Akkusativ-Objekt⟩  
 ⟨Akkusativ-Objekt⟩ → ⟨Artikel im Akkusativ⟩⟨Substantiv im Akkusativ⟩

⟨Artikel im Nominativ⟩ → der  
 ⟨Artikel im Nominativ⟩ → die  
 ⟨Artikel im Nominativ⟩ → das  
 ⟨Artikel im Nominativ⟩ → ein  
 ⟨Artikel im Nominativ⟩ → eine

⋮

⟨Substantiv im Nominativ⟩ → Mensch  
 ⟨Substantiv im Nominativ⟩ → Luft  
 ⟨Substantiv im Nominativ⟩ → Wald

⟨Prädikat⟩ → liebt

⟨Prädikat⟩ → geht

⋮

⟨Artikel im Akkusativ⟩ → den

⟨Artikel im Akkusativ⟩ → die

⋮

⟨Substantiv im Akkusativ⟩ → Menschen

⟨Substantiv im Akkusativ⟩ → Luft

⟨Substantiv im Akkusativ⟩ → Wald

# Beispiel: einfache Grammatik für die deutsche Sprache

**Anmerkung:** Betrachten wir die Definition von  $\langle \text{Schriftstück} \rangle \rightarrow \langle \text{Hauptsatz} \rangle . \langle \text{Schriftstück} \rangle$ . Diese erlaubt uns beliebig viele Hauptsätze aneinanderzureihen. Die *Rekursion* endet bei der Verwendung der Regel  $\langle \text{Schriftstück} \rangle \rightarrow \langle \text{Hauptsatz} \rangle$ .

Die konkrete Ableitung (tatsächliche Ersetzung) wird durch den Doppelpfeil  $\Rightarrow$  notiert. Die dabei jeweils von einem Ableitungsschritt zum anderen entstehende, aus Terminal- und Nonterminalsymbolen aufgebaute Zeichenkette wird als **Satzform** bezeichnet.

# Beispiel: einfache Grammatik für die deutsche Sprache

*Beispiel:* Ableitung eines Satzes:

⟨Schriftstück⟩ ⇒ ⟨Hauptsatz⟩.  
 ⇒ ⟨Subjekt⟩⟨Prädikat⟩⟨Objekt⟩.  
 ⇒ ⟨Artikel im Nominativ⟩⟨Substantiv im Nominativ⟩  
 ⟨Prädikat⟩⟨Objekt⟩.  
 ⇒ ... ⇒  
 ⇒ der Mensch liebt ⟨Akkusativ-Objekt⟩.  
 ⇒ der Mensch liebt ⟨Artikel im Akkusativ⟩  
 ⟨Substantiv im Akkusativ⟩.  
 ⇒ ⇒ ... ⇒  
 ⇒ der Mensch liebt den Wald.

Es wäre auch möglich gewesen den Satz “der Mensch geht den Wald” abzuleiten. Dieser Satz wäre zwar syntaktisch korrekt, aber semantisch falsch.

# Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

*Beispiel:* Wir definieren korrekte ganze Zahlen anhand einer Grammatik

$T = \{+, -, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$N = \{ \langle \text{GanzeZahl} \rangle, \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \langle \text{Ziffer} \rangle, \langle \text{Vorzeichen} \rangle \}$

$P = \{$

- $\langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle,$
- $\langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle,$
- $\langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow +,$
- $\langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow -,$
- $\langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle,$
- $\langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 1,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 2,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 3,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 4,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 5,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 6,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 7,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 8,$
- $\langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 9$

$\}$

$S = \langle \text{GanzeZahl} \rangle$



# Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\ \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{array} \right\}$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\ \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{array} \right\}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

# Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\langle \text{GanzeZahl} \rangle \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle
 \end{aligned}$$

# Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle
 \end{aligned}$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle
 \end{aligned}$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle
 \end{aligned}$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\ \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\ \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{array} \right\}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned} \langle \text{GanzeZahl} \rangle &\Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\ &\Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\ &\Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\ &\Rightarrow -1 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\ &\Rightarrow -1 \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\ &\Rightarrow -12 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \end{aligned}$$



## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -12 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -12 \langle \text{Ziffer} \rangle
 \end{aligned}$$

## Beispiel: Sprache der ganzen Zahlen

Mit dem vertikalen Strich |, der verschiedene mögliche Ableitungen voneinander trennt, lassen sich die Produktionsregeln wesentlich kompakter anschreiben:

$$\begin{aligned}
 P = \{ & \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\
 & \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle, \\
 & \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\
 & \}
 \end{aligned}$$

*Beispiel:* Ableitung von -123

$$\begin{aligned}
 \langle \text{GanzeZahl} \rangle & \Rightarrow \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow - \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -1 \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -12 \langle \text{VorzlGanzeZahl} \rangle \\
 & \Rightarrow -12 \langle \text{Ziffer} \rangle \\
 & \Rightarrow -123
 \end{aligned}$$

# Beispiel: Sprache der ganze Zahlen

Eine Grammatik muss folgende Eigenschaften besitzen:

- Jedes gültige Wort muss ableitbar sein
- Ungültige Worte dürfen nicht ableitbar sein.

## Übungsaufgabe

- Welches Problem besteht noch bei der vorangegangenen Definition der Sprache der ganzen Zahlen?
- Wie kann es behoben werden?

## Beispiel: Sprache der ganze Zahlen

Eine Grammatik muss folgende Eigenschaften besitzen:

- Jedes gültige Wort muss ableitbar sein
- Ungültige Worte dürfen nicht ableitbar sein.

### Übungsaufgabe

- Welches Problem besteht noch bei der vorangegangenen Definition der Sprache der ganzen Zahlen?
- Wie kann es behoben werden?
- $+/- 0$
- führende 0en

# Beispiel: Sprache der ganze Zahlen

## Lösung (Variante 1):

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow 0 \mid \langle \text{VorzlGZ} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGZ} \rangle, \\ \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\ \langle \text{VorzlGZ} \rangle \rightarrow \langle \text{PosZiffer} \rangle \mid \langle \text{PosZiffer} \rangle \langle \text{BelZifferZahl} \rangle, \\ \langle \text{BelZifferZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Ziffer} \rangle \mid \langle \text{Ziffer} \rangle \langle \text{BelZifferZahl} \rangle, \\ \langle \text{PosZiffer} \rangle \rightarrow 1|2|3|4|5|6|7|8|9, \\ \langle \text{Ziffer} \rangle \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9 \end{array} \right\}$$

# Beispiel: Sprache der ganze Zahlen

## Lösung (Variante 2):

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \langle \text{GanzeZahl} \rangle \rightarrow \langle \text{Null} \rangle \mid \langle \text{VorzlGZ} \rangle \mid \langle \text{Vorzeichen} \rangle \langle \text{VorzlGZ} \rangle, \\ \langle \text{Vorzeichen} \rangle \rightarrow + \mid -, \\ \langle \text{VorzlGZ} \rangle \rightarrow \langle \text{PosZiffer} \rangle \mid \langle \text{VorzlGZ} \rangle \langle \text{PosZiffer} \rangle \mid \langle \text{VorzlGZ} \rangle \langle \text{Null} \rangle, \\ \langle \text{PosZiffer} \rangle \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9, \\ \langle \text{Null} \rangle \rightarrow 0 \end{array} \right\}$$