Graphentheorie: Beispiel 4.1.1: Bauer – Wolf – Ziege – Kohlkopf

Andreas M. Chwatal

Programmieren und Software-Engineering Theorie

23. November 2020

Aufgabe 4.1

Ein Bauer steht mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf an einem Flussufer und möchte mit einem Boot an die andere Seite des Flusses gelangen. Das Boot ist jedoch nur groß genug um ein weiteres Tier, bzw. den Kohlkopf mitzunehmen.

Weiters gelten die folgenden Einschränkungen: ist die Ziege alleine mit dem Kohlkopf, so frisst sie diesen! Ebenso frisst der Wolf die Ziege, wenn er alleine mit ihr ist. Wie kann der Bauer schnellstmöglich mit allen Dreien an das andere Ufer gelangen?

Aufgabe: Modellieren Sie die Aufgabenstellung graphentheoretisch. Was entspricht den Knoten, was entspricht den Kanten? Sie sollen also *nicht* die Lösung finden, sondern eine korrekte Modellierung angeben!

• Was entspicht den Knoten?

- Was entspicht den Knoten?
- Knoten = Zustände

- Was entspicht den Knoten?
- \bullet Knoten = Zustände
- Zustand: Wer steht am Startufer

- Was entspicht den Knoten?
- Knoten = Zustände
- Zustand: Wer steht am Startufer
- Notation: "BW" bedeutet, dass *Bauer* und *Wolf* am Startufer stehen, und somit *Ziege* und *Kohlkopf* am Zielufer.

- Was entspicht den Knoten?
- Knoten = Zustände
- Zustand: Wer steht am Startufer
- Notation: "BW" bedeutet, dass Bauer und Wolf am Startufer stehen, und somit Ziege und Kohlkopf am Zielufer.
- Welche Zustände sind gültig?

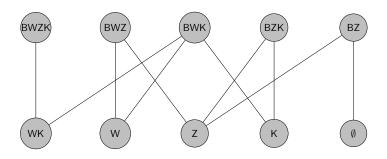
- Was entspicht den Knoten?
- Knoten = Zustände
- Zustand: Wer steht am Startufer
- Notation: "BW" bedeutet, dass Bauer und Wolf am Startufer stehen, und somit Ziege und Kohlkopf am Zielufer.
- Welche Zustände sind gültig?
- Überlegung anhand von Wahrheitstabelle
 - Aufzählung aller möglicher Zustände
 - ungültige Zustände werden dann entfernt

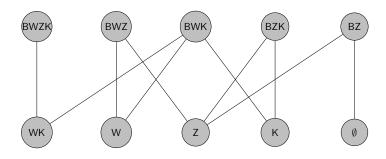
| В | W | Z | Κ | | | | | Knotenname | (un-)gültig |
|---|---|---|---|---|---|---|---|------------|-------------|
| W | W | W | W | В | W | Z | K | BWZK | |
| W | W | W | f | В | W | Ζ | | BWZ | |
| W | W | f | W | В | W | | K | BWK | |
| W | W | f | f | В | W | | | BW | |
| W | f | W | W | В | | Z | K | BZK | |
| W | f | W | f | В | | Z | | BZ | |
| W | f | f | W | В | | | K | BK | |
| W | f | f | f | В | | | | В | |
| f | W | W | W | | W | Ζ | K | WZK | |
| f | W | W | f | | W | Ζ | | WZ | |
| f | W | f | W | | W | | K | WK | |
| f | W | f | f | | W | | | W | |
| f | f | W | W | | | Z | K | ZK | |
| f | f | W | f | | | Z | | Z | |
| f | f | f | W | | | | K | K | |
| f | f | f | f | | | | | Ø | |

| В | W | Z | K | | | | | Knotenname | (un-)gültig |
|---|---|---|---|---|---|---|---|------------|-------------|
| W | W | W | W | В | W | Z | K | BWZK | |
| W | W | W | f | В | W | Ζ | | BWZ | |
| W | W | f | W | В | W | | K | BWK | |
| W | W | f | f | В | W | | | BW | ungültig |
| W | f | W | W | В | | Z | K | BZK | |
| W | f | W | f | В | | Z | | BZ | |
| W | f | f | W | В | | | K | BK | ungültig |
| W | f | f | f | В | | | | В | ungültig |
| f | W | W | W | | W | Z | K | WZK | ungültig |
| f | W | W | f | | W | Z | | WZ | ungültig |
| f | W | f | W | | W | | K | WK | |
| f | W | f | f | | W | | | W | |
| f | f | W | W | | | Ζ | K | ZK | ungültig |
| f | f | W | f | | | Ζ | | Z | |
| f | f | f | W | | | | K | K | |
| f | f | f | f | | | | | Ø | |

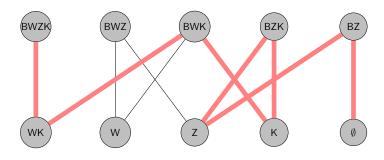


(WK) (W) (Z) (K)



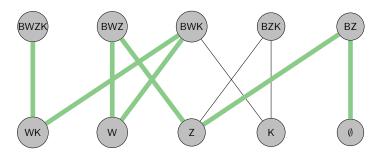


Die Lösung ist nun der kürzeste Weg von *BWZK* zu ∅.



Die Lösung ist nun der kürzeste Weg von BWZK zu Ø.

 $\mathsf{Pfad} \colon [\mathit{BWZK}, \mathit{WK}], [\mathit{WK}, \mathit{BWK}], [\mathit{BWK}, \mathit{K}], [\mathit{K}, \mathit{BZK}], [\mathit{BZK}, \mathit{Z}], [\mathit{Z}, \mathit{BZ}], [\mathit{BZ}, \emptyset]$



Die Lösung ist nun der kürzeste Weg von BWZK zu Ø.

Pfad: $[BWZK, WK], [WK, BWK], [BWK, K], [K, BZK], [BZK, Z], [Z, BZ], [BZ, \emptyset]$ Pfad: $[BWZK, WK], [WK, BWK], [BWK, W], [W, BWZ], [BWZ, Z], [Z, BZ], [BZ, \emptyset]$

Es gibt in diesem Fall also zwei verschiedene kürzeste Wege.