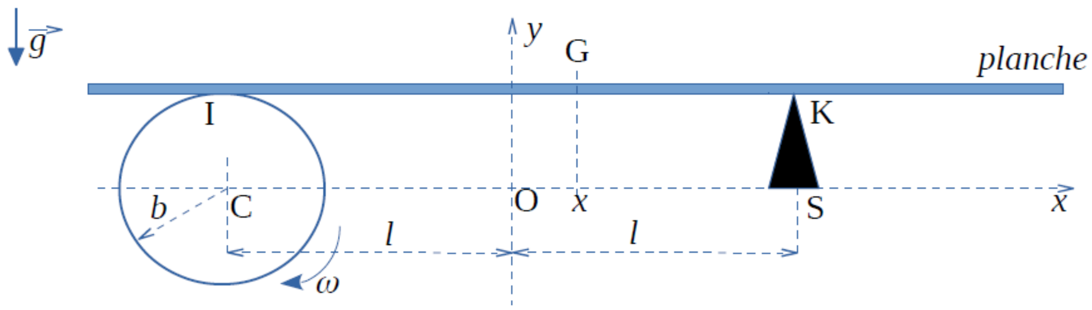
Université saint Joseph – ESIB **Mai 2019**
Mathématiques Spéciales GC- GIC

Examen Final de Mécanique 2

Durée 2h – Documents Interdits – 2 Pages

<u>Planche Entrainée par un cylindre en rotation</u>



Un cylindre de rayon b, tourne à la vitesse angulaire **<u>constante</u>** ω dans le sens indiqué sur la figure ($\omega > 0$), autour de son axe (Cz). Un planche indéformable, homogène de masse m, d'épaisseur négligeable est placée horizontalement sur le cylindre et un support S (voir figure).

Le coefficient de frottement planche/cylindre en I est f_C et le coefficient de frottement planche/support en K est f_S, avec $\boldsymbol{f_C > f_S}$.

La planche est suffisamment longue pour être toujours en contact avec le support en K et le cylindre et I (voir figure).

<u>On suppose qu'il n'y a pas de glissement au point de contact I entre la planche et le cylindre</u>.

Soit O le milieu de $[C, S]$ et G le centre de masse de la planche.

On considère le référentiel galiléen (R) associé au repère $(O; x, y, z)$, muni d'une base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

On note x l'abscisse de G dans $(O; x, y, z)$. A l'instant initiale (t = 0), $x_{t=0} = 0$.

Soit $\vec{R}_I = T_I\,\vec{u}_x + N_I\,\vec{u}_y$ la force de contact du cylindre sur la planche en I.
Soit $\vec{R}_K = T_K\,\vec{u}_x + N_K\,\vec{u}_y$ la force de contact du support sur la planche en K.

1- Montrer que le non glissement au point de contact I entre la planche et le cylindre se traduit par la relation suivante :
$$\dot{x} = b\omega \ (1)$$

2- Quel est alors la nature du mouvement de la planche.

3- Sachant qu'il n'y a pas de glissement au point de contact I entre la planche et le cylindre, quelle est la relation qui lie $\|\vec{T}_I\|$ et $\|\vec{N}_I\|$.

4- Sachant que la planche glisse sur le support S au point de contact K, quelle est la relation qui lie $\|\vec{T}_K\|$ et $\|\vec{N}_K\|$.

5- Quelle est le sens de $\vec{T}_K$. Justifier votre réponse.

6- Faire un schéma représentant toutes les forces extérieures appliquées sur la planche et leurs points d'application.

7- Ecrire la relation vectorielle, imposée par le théorème du centre de masse, pour la planche. Projeter cette relation selon $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$. Les deux équations obtenues seront notées (2) et (3).

8- Montrer que l'application du théorème du moment cinétique à la planche au point G, en projection selon $\vec{u}_z$, mène a l'équation suivante :

$$-(l + x)N_I + (l - x)N_K = 0 \quad (4)$$

9- En utilisant les équations (3) et (4), montrer que :

$$N_K = \frac{(l+x)mg}{2l} \text{ et } N_I = \frac{(l-x)mg}{2l}$$

10- Montrer qu'un glissement apparait entre la planche et le cylindre à un instant t_1 tel que :

$$t_1 = \frac{l(f_C - f_S)}{b\omega(f_C + f_S)}$$

11- En déduire la position $x(t_1)$ de G. Commenter.

Fin de l'Examen Final