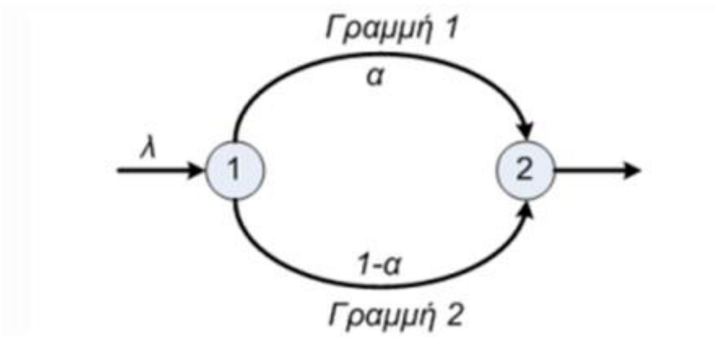
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

5η εργαστηριακή αναφορά

Γεωργία Μπουσμπουκέα- el19059

Δίκτυο με εναλλακτική δρομολόγηση

Σκοπός αυτής της άσκησης είναι η μελέτη του παρακάτω μονόδρομου δικτύου με λ=10kpps, μέγεθος πακέτου =128B, C1=15Mbps, C2=12Mbps.



1)

Για να μπορέσουμε να θεωρήσουμε τις δύο ροές του δικτύου ως ουρές M/M/1 θα πρέπει να πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις.

Πρώτον, ο ρυθμός (εξωγενών) αφίξεων λ, θα πρέπει να ακολουθεί την κατανομή Poisson. Στη συνέχεια, ο διαχωρισμός θα πρέπει να γίνει ως τυχαία πιθανολογική δρομολόγηση, έτσι ώστε σε κάθε διαδικασία που προκύπτει να είναι Poisson και οι ροές να έχουν ρυθμό άφιξης λ1=α*λ και λ2=(1-α)*λ. Επίσης, οι ρυθμοί εξυπηρέτησης για κάθε ροή, μ1, μ2, θα πρέπει να ακολουθούν την εκθετική κατανομή.

Ακόμη ισχύει:

$$\mu_1 = \frac{C1}{packet\ size} = \frac{15Mbps}{128 \cdot 8\ b} = 14{,}65kpps$$

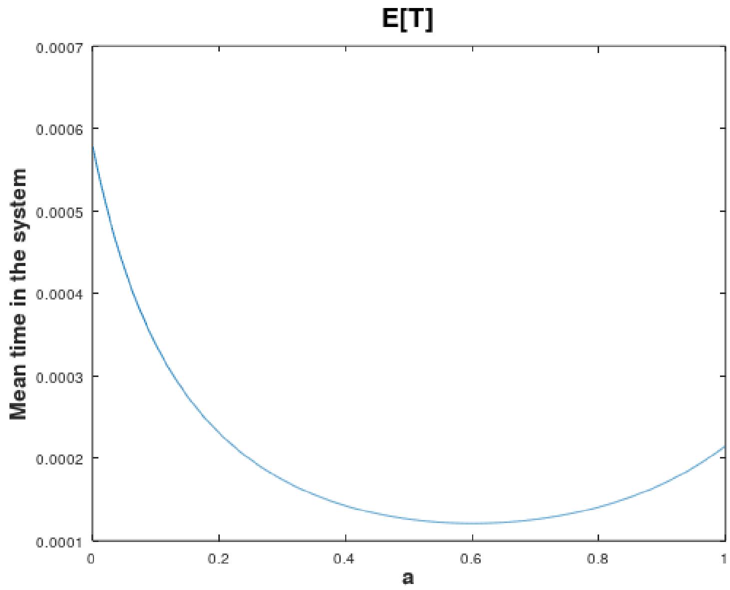
$$\mu_2 = \frac{C_2}{packet\ size} = 11{,}72kpps$$

2)

Ο μέσος χρόνος στο σύστημα, E[T], για ολόκληρο το σύστημα (θα ήταν διαφορετικός για κάθε ροή ξεχωριστά) δίνεται από τον τύπο Little ως:

$E[T] = \frac{E[n(t)]}{\lambda_{external}}$, όπου E[n(t)] είναι ο μέσος χρόνος των πελατών στο σύστημα.

Σχεδιάζουμε το E[T] ως συνάρτηση του α:



Η ελάχιστη τιμή του E[T] είναι 0,0001212 και προκύπτει για a=0,601:

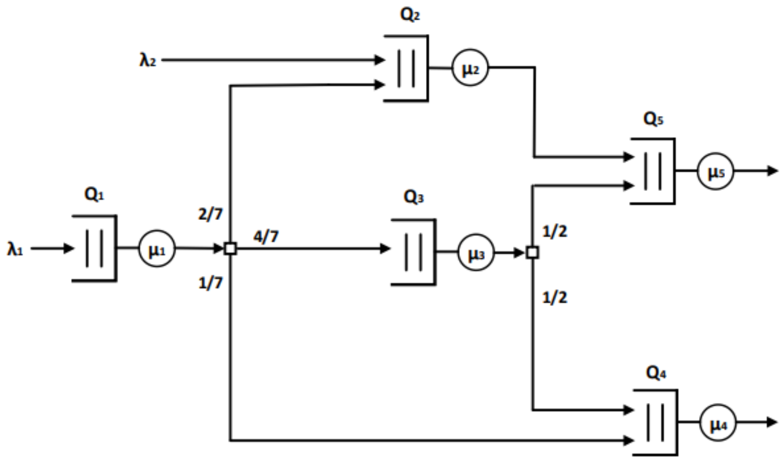
```
Command Window
>> qing51
minT = 1.2120e-04
mina = 601
Minimun value of E(T)
1.2120e-04
is achieved with a=
0.6010
```

Code:

```
%ask1

a = 0.001:0.001:0.999;
l = 10000;
l1 = 10000*a;
l2 = 10000*(1-a);
C1=15000000;
p_size_bits= 128*8;
C2=12000000;
m1=C1/p_size_bits;
m2=C2/p_size_bits;

[U1, R1, Q1, X1, P1] = qsmm1(l1, m1); %Q= the average number of requests
[U2, R2, Q2, X2, P2] = qsmm1(l2, m2);

sumClients = Q1 + Q2;
T = sumClients/l;
figure(1);
plot(a, T);
xlabel("a", "fontsize", 15,'fontweight', 'bold');
ylabel("Mean time in the system","fontsize", 15, 'fontweight', 'bold');
title("E[T]", "fontsize", 18)


[minT, mina] =min(min(T,[],1)); %min(min(T,[],1) sets minT to the min value of the matrix T and
                                %mina to the column where minT is
display("Minimun value of E(T)")
disp(minT)
display("is achieved with a=")
disp(0.001*mina)    %999 columns, each corresponds to one value of a:0.001-0.999->multiply with 0.001
```

Ανοιχτό δίκτυο ουρών αναμονής

Θεωρούμε τώρα το δίκτυο των ουρών:



όπου λ_i ακολουθούν Poisson και μ_i ακολουθούν εκθετική ⇒ M/M/1 ουρές.

1)

Τα ανοιχτά δίκτυα είναι εκείνα, όπου οι πελάτες έρχονται από τον έξω κόσμο και τελικά επιστρέφουν σε αυτόν.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Jackson, θεωρώντας κάθε ουρά ως κόμβο, για να είναι ανοιχτό το παραπάνω δίκτυο, πρέπει να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις: Οι πελάτες εξυπηρετούνται σύμφωνα με το First Come-First Served.

- Οι πελάτες έρχονται από τον έξω κόσμο στους κόμβους Q1, Q2 και κατευθύνονται προς κόμβους που συνδέονται με τον έξω κόσμο, Q4, Q5.

  Κάθε ροή ακολουθεί ανεξάρτητη κατανομή Poisson μέσου ρυθμού γsd, s,d={1,..5}.

  Η συνολική εξωγενής ροή ακολουθεί Poisson με

  γ1+γ2=$\sum_{d=2}^{5} \gamma_{1d}$+$\sum_{d=1,\, d\neq 2}^{5} \gamma_{2d}$.

- Τυχαία εσωτερική δρομολόγηση, κάθε πελάτης κατευθύνεται από τον κόμβο Qi στον κόμβο Qj με πιθανότητα rij.
- Κάθε ροή έχει συνολικό μέσο ρυθμό αφίξεων λ_j=γ_j +$\sum_{i=1,\, i\neq j}^{5} r_{ij} \cdot \lambda_j$, j={1,..,5}.
- Οι χρόνοι εξυπηρέτησης των πελατών δεν διατηρούν την τιμή τους (έλλειψη μνήμης) ενώ διασχίζουν το δίκτυο, αλλά αντίθετα, ο χρόνος εξυπηρέτησης εξαρτάται από τη κατανομή κάθε server (Kleinrock’s Independence Assumption).

2)

Η ένταση του φορτίου μιας ουράς γενικά δίνεται από τον τύπο $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, όπου λ είναι ο συνολικός ρυθμός αφίξεων και μ εξυπηρετήσεων.

Έτσι για κάθε ουρά:

- p1=$\frac{\lambda 1}{\mu 1}$
- p2=$\frac{\lambda 2+\frac{2}{7}\lambda 1}{\mu 2}$
- p3=$\frac{\frac{4}{7}\lambda 1}{\mu 3}$
- p4=$\frac{\frac{1}{7}\lambda 1+\frac{1}{2}\frac{4}{7}\lambda 1}{\mu 4} = \frac{\frac{3}{7}\lambda 1}{\mu 4}$
- p5=$\frac{\frac{1}{2}\frac{4}{7}\lambda 1+\lambda 2+\frac{2}{7}\lambda 1}{\mu 5} = \frac{\frac{4}{7}\lambda 1+\lambda 2}{\mu 5}$

Ένα πεπερασμένο σύστημα είναι εργοδικό αν pi<1 για κάθε i.

Δημιουργούμε μια συνάρτηση, intensities, που προσομοιώνει τη συμπεριφορά του παραπάνω συστήματος. Λαμβάνει ως είσοδο τιμές για τα λ1, λ2, μ1, μ2, μ3, μ4, μ5, υπολογίζει τα pi και αποφασίζει εάν το σύστημα είναι εργοδικό:

```
%ask22

function [p1, p2, p3, p4, p5, is_ergodic]= intensities(l1, l2, m1, m2, m3, m4, m5)
  p1=l1/m1;
  p2=(l2+(2/7)*l1)/m2;
  p3=(4/7)*l1/m3;
  p4=(3/7)*l1/m4;
  p5=((4/7)*l1+l2)/m5;

  if (p1<1 && p2<1 && p3<1 && p4<2 && p5<1)
    is_ergodic=1;
  else
    is_ergodic=0;
  endif

  display("p1 =")
  disp(p1)
  display("p2 =")
  disp(p2)
  display("p3 =")
  disp(p3)
  display("p4 =")
  disp(p4)
  display("p5 =")
  disp(p5)

endfunction
```

3)

Τώρα υλοποιούμε μια συνάρτηση, mean_clients, που παίρνει ως είσοδο τα λ1, λ2, μ1, μ2, μ3, μ4, μ5 και υπολογίζει τον μέσο αριθμό πελατών σε κάθε ουρά (ο οποίος για μια ουρά M/M/1 δίνεται από τον τύπο: $E[n(t)] = \frac{p}{1-p}$):

```
%ask23

function [q1, q2, q3, q4, q5]=mean_clients(l1, l2, m1, m2, m3, m4, m5)
  [p1, p2, p3, p4, p5, is_ergodic]=intensities(l1, l2, m1, m2, m3, m4, m5);
  if (is_ergodic==1)
    q1=p1/(1-p1);
    q2=p2/(1-p2);
    q3=p3/(1-p3);
    q4=p4/(1-p4);
    q5=p5/(1-p5);
  endif;
endfunction
```

4)

Τώρα χρησιμοποιούμε τις παραπάνω συναρτήσεις για να υπολογίσουμε τον μέσο χρόνο που ξοδεύει ένας πελάτης στο σύστημα, ο οποίος δίνεται από τον τύπο του Little:

$E[T] = \frac{E[n(t)]}{\gamma}$, όπου γ , είναι ο συνολικός εξωγενής ρυθμός άφιξης γ=λ1+λ2.

```
Command Window
p1 =
0.6667
p2 =
0.4286
p3 =
0.2857
p4 =
0.2449
p5 =
0.5476
Average time in the system:
0.9370
```

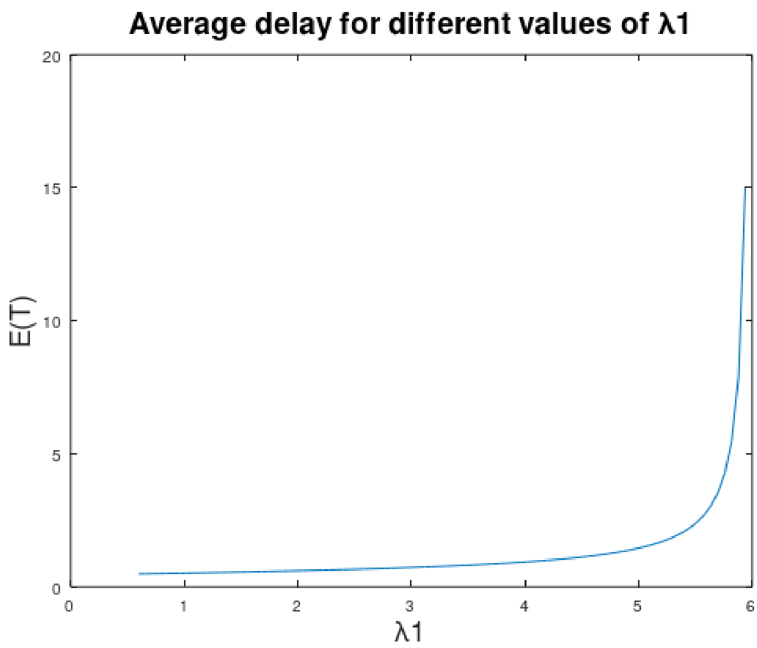
5)

Το bottleneck του δικτύου είναι η ουρά με το μεγαλύτερο φορτίο, στην περίπτωσή μας, η ουρά 1. Για να εξασφαλιστεί η εργοδικότητα του συστήματος, πρέπει να ισχύει: $p1 \leq 1 \Rightarrow \frac{\lambda 1}{\mu 1} \leq 1 \Rightarrow \lambda 1 \leq 6$

6)

Τώρα σχεδιάζουμε τον μέσο χρόνο καθυστέρησης ενός πελάτη στο σύστημα για διαφορετικές τιμές του λ1:

(λ1=0.6, 0.6+0.06, ... , 5.94 -> 90 τιμές)



Code:

```
%ask24
l1 = 4;
l2 = 1;
m1 = 6;
m2 = 5;
m3 = 8;
m4 = 7;
m5 = 6;

[q1, q2, q3, q4, q5] = mean_clients(l1, l2, m1, m2, m3, m4, m5);
display("Average time in the system:")
disp((q1+q2+q3+q4+q5)/(l1+l2))



%ask26
l2 = 1;
m1 = 6;
m2 = 5;
m3 = 8;
m4 = 7;
m5 = 6;
maxl1 = 6;
for i = 1:1:90
  l1 = 0.1*maxl1+(i-1)*0.01*maxl1;
  [q1, q2, q3, q4, q5] = mean_clients(l1, l2, m1, m2, m3, m4, m5);
  delay(i)= (q1+q2+q3+q4+q5)/(l1+l2);
endfor

l = (0.1*maxl1):(0.01*maxl1):(0.99*maxl1);
plot(l, delay);
xlabel("λ1","fontsize",18);
ylabel("E(T)", "fontsize", 18);
title("Average delay for different values of λ1", "fontsize", 19)
```