TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicações

Trabalho 2

Prof. Samuel

Aluno: Georgino da Silva Baltazar

1) **Suponha que haja 40 bolas em um chapéu, das quais 10 são vermelhas, 10 são azuis, 10 são amarelas e 10 são roxas. Qual é a probabilidade de obter duas bolas azuis e duas roxas ao tirar 10 bolas aleatoriamente do chapéu? O que muda no resultado caso a bola seja retirada e não reposta.**

<u>código2/Exercio2_1.ipynb</u>

Comparando os resultados simulados, podemos notar que a probabilidade de obter o resultado desejado é ligeiramente maior quando não há reposição após cada seleção. Isso ocorre porque, sem reposição, as seleções subsequentes são afetadas pelas seleções anteriores, o que pode aumentar a chance de obter a combinação desejada de bolas.

2) **Faça um programa para estimar a probabilidade de obter pelo menos um dado com seis ao lançar 5 dados.**

<u>código2/exercio2_2.ipynb</u>

Os resultados dessa simulação mostram a frequência de ocorrência de pelo menos um seis e como essa probabilidade converge para um valor estável à medida que o número de simulações aumenta.

3) **Você paga 1 real e pode lançar quatro dados. Se a soma dos olhos nos dados for inferior a 9, recebe de volta r reais, caso contrário perde o investimento de 1 reais. Suponha que r = 10. Você vai, então, a longo prazo, ganhar ou perder dinheiro ao jogar este jogo?**

<u>código2/Exercicio2_3.ipynb</u>

Os resultados obtidos com essa simulação de uma forma generalizada, sugerem que, embora haja uma pequena chance de ganhar em cada jogo, a probabilidade de perder é significativamente maior, levando a uma média de prejuízo a longo prazo. Isso ilustra a natureza desfavorável do jogo em termos de retorno financeiro e destaca a importância de compreender as probabilidades antes de participar de jogos desse tipo de jogos.

4) **Resolva as seguintes integrais pelo método da integração de monte carlo e pelo método da integração por importância.**

a) $I = \int_0^1$(1-x^2)^{3/2}dx

b) $I = \int_{-2}^2$ exp (x + x^2)dx

c) $I = \int_0^\infty$ x(1 + x^2)^{-2}dx

<u>código2/Exercio2_4.ipynb</u>

④ a) $I \int_0^1 (1-x^2)^{3/2} dx$

$g(x) = Ax$

$\int_0^1 Ax\, dx = 1$

$A\int_0^1 x\, dx = 1$

$\frac{A}{2}(x^2)\Big|_0^1 = 1 \quad \Rightarrow A = 2$

$g(x) = 2x$

$g(x) = 2\int_0^x x\, dx = x^2\Big|_0^x \Rightarrow g(x) = x^2$

$U = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{U}$

$I = \int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} dx = E_g\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$

$$\boxed{I = \int_0^1 \frac{(1-x^2)^{3/2}}{2x} \cdot g(x) \simeq E_g\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]}$$

c) $I = \int_0^{\infty} x(1+x^2)^{-2}\,dx$

$y = \frac{1}{1+x} \Rightarrow dy = -\frac{dx}{(1+x)^2}$

$dy = -y^2\,dx$

$x+1 = \frac{1}{y}$

$x = \frac{1}{y} - 1$

Para $x=0$, $y=1$

Para $x=\infty$, $y=0$

$I = -\int_1^0 \left(\frac{1}{y}-1\right)\left[1+\left(\frac{1}{y}-1\right)^2\right]^{-2} \cdot \frac{1}{y^2}\,dy$

$$\boxed{I = \int_0^1 \frac{1}{y^2}\left(\frac{1}{y}-1\right)\left[1+\left(\frac{1}{y}-1\right)^2\right]^{-2} dy}$$

b) I) $\int_{-2}^{2} e^{(x+x^2)} dx$

$g(x) = Ae^{x}$

$\int_{-2}^{2} g(x)\, dx = 1 \Rightarrow \int_{-2}^{2} A e^{x} dx = 1 \Rightarrow A(e^{x})\Big|_{-2}^{2} = 1 \Rightarrow A(e^{2} - e^{-2}) = 1$

$$\boxed{A = \frac{1}{(e^{2} - e^{-2})}}$$

$$g(x) = \frac{e^{x}}{e^{2} - e^{-2}}$$

$$G(x) = \int_{-2}^{2} \frac{e^{x}}{e^{2}-e^{-2}}\, dx = \frac{1}{e^{2}-e^{-2}} \int_{-2} e^{x} dx = \frac{1}{e^{2}-e^{-2}} (e^{x})\Big|_{-2}^{x}$$

$$\boxed{G(x) = \frac{e^{x} - e^{-2}}{e^{2} - e^{-2}}}$$

$$U = \frac{e^{x} - e^{-2}}{e^{2} - e^{-2}} \Rightarrow U(e^{2} - e^{-2}) + e^{-2} = e^{x}$$

$$x = \ln[(e^{2} - e^{-2}).\, U + e^{-2}]$$

$$\boxed{I = \int_{-2}^{2} \frac{e^{(x+x^2)}}{\frac{e^{x}}{e^{2}-e^{-2}}} \cdot g(x)\, dx = E_g\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]}$$