Sterne

Aufgabe 25: Der Weg eines Photons im Inneren eines Sterns

Energietransport durch Strahlung im Inneren eines Sterns kann als Zufallsbewegung (random walk) beschrieben werden. Man stelle sich vor, dass ein Photon, das im Zentrum eines Sterns produziert wird, wiederholt absorbiert und in eine zufällige Richtung re-emittiert wird. Nehmen wir an, die Länge eines Schritts in diese zufällige Richtung betrage d (mittlere freie Weglänge). Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Bewegung würde nur in einer Ebene (2D) stattfinden, dann können wir dir Koordinaten des Photons bei der ersten Absorption schreiben als

$$x_1 = d\cos\theta_1, \qquad y_1 = d\sin\theta_1 \tag{1}$$

Nehmen Sie weiters an, die mittlere freie Weglänge d betrage $10^{-4} \mathrm{m}$. Berechnen Sie die Zeit, die ein Photon in diesem einfachen Modell einer 2D Bewegung braucht, um vom Zentrum des Sterns an die Oberfläche zu gelangen (verwenden Sie $R=10^9 \mathrm{m}$).

Energieproduktion im Inneren von Sternen

Aufgabe 26: Früher glaubte man, die Sonne beziehe Ihre Energie aus dem Verbrennen von Kohle. Verbrennt man ein Kilogramm Steinkohle erhält man ca. $30 \cdot 10^6$ J. Wie lange könnte eine Kohlen-Sonne bei Ihrer derzeitigen Leuchtkraft scheinen, bevor ihr der Brennstoff ausgeht?

Aufgabe 27: Mitte des 19. Jahrhunderts gab es einen neuen Vorschlag die Energiequelle der Sonne zu erklären: Sterne würden Ihre Energie aus gravitativer Kontraktion beziehen. Aus dem Virialtheorem folgt, dass ein Körper bei Kontraktion die Hälfte der verlorenen potentiellen Energie abstrahlt. Das ergibt für einen Stern mit konstanter Dichte, dass seit seiner Entstehung

$$\Delta U = -\frac{\Omega}{2} = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R} \tag{2}$$

abgestrahlt wurden. Dividiert man dies durch die Luminosität L_{\odot} der Sonne ergibt dies ein Maß für das Alter des Sterns, die sogenannte Kelvin-Helmholtz Zeit. Berechnen Sie diese Zeit für unsere Sonne.

Aufgabe 28: Die Sonne fusioniert Protonen zu Helium über die Reaktion

$$4p \to {}^{4}\text{He} + 2e^{+} + 2\nu_{e}.$$
 (3)

Der Energiegewinn pro Reaktion entspricht der Bindungsenergie von He (28.3 MeV). Wieviele solare Neutrinos erreichen die Erde pro Sekunde? Welchem Neutrinofluss (pro m²) entspricht das?

Aufgabe 29: Lebensdauer der Sterne

Schätzen Sie die Dauer des Wasserstoff-Brennens von Sternen am unteren und oberen Ende der Hauptreihe ab. Die massärmsten Sterne besitzen eine Masse von $0.072~M_{\odot}$ und eine Leuchtkraft von $log(L/L_{\odot}) = -4.3$ bei einer Effektivtemperatur von $log(T_{\rm eff}) = 3.23~(T_{\rm eff}$ in K), ein massereicher Stern von 85 M $_{\odot}$ hingegen $log(L/L_{\odot}) = 6.0$ bei $log(T_{\rm eff}) = 4.69$. Der $0.072~M_{\odot}$ Stern ist vollständig konvektiv, so dass sein gesamter Wasserstoff verbrannt werden kann statt nur der inneren 10~% wie bei den massereicheren Sternen. Wie groß sind die Radien dieser Sterne auf der Hauptreihe?

Innerer Aufbau eines Sterns

Das Dichteprofil eines Sterns der Masse M und Radius R zeige folgenden funktionellen Verlauf

$$\rho = \rho_c \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right],\tag{4}$$

- a) Berechnen Sie m(r).
- b) Bestimmen Sie die zentrale Dichte ρ_c in Abängigkeit von M und R.
- c) Bestimmen Sie die mittlere Dichte des Sterns in Einheiten von ρ_c .