

**Fortgeschrittenenpraktikum 1, Universität
Innsbruck**

Elektronenspinresonanz

Gruppe T, Simon Hangl*, Georg Zagler†

Innsbruck, 2. Mai 2015

*Simon.Hangl@uibk.ac.at
†Georg.Zagler@student.uibk.ac.at

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Theorie und Grundlagen	4
2.1 Helmholtz-Spule	4
2.2 Paramagnetische Substanzen	4
2.3 Physikalische Prozesse im Versuch	4
3 Aufbau	6
4 Durchführung	6
4.1 Bestimmung des g-Faktors	6
4.2 Feldstärkebestimmung	7
5 Auswertung	8
5.1 g-Faktor	8
5.2 Feldstärkebestimmung eines Permanentmagneten	9
6 Appendix	10

Der Versuch über die Elektronenspinresonanz gibt Aufschluss darüber, wie sich das Eigendrehmoment eines Elektrons verhält. Durch das Studium der Theorie ist es möglich das Verhalten eines Drehmomentes unter dem Einfluss eines externen Feldes vorherzusagen. Dadurch lässt sich das intrinsische Drehmoment (Spin) eines Elektrons durch das Anlegen und Kontrollieren eines Magnetfeldes bestimmen und umgekehrt die Stärke eines Magnetfeldes bestimmen, wenn man Kenntnis über das qualitative Verhalten eines Spins hat.

1 Einleitung

Der Versuch von Stern und Gerlach demonstrierte, dass Teilchen ein intrinsisches magnetisches Moment besitzen können[?]. Dieses Moment röhrt vom Elektronenspin her. In seiner Beschreibung unterliegt der Spin derselben Algebra wie der Drehimpuls. Beschreibt man jedoch das magnetische Moment des Elektronenspins analog zum Bahndrehimpuls des Elektrons, so erhält man ein Ergebnis, welches um eine Konstante g_S zu klein ist. Dieser klassisch nicht erwartete Landé-Faktor wurde in diesem Versuch ermittelt. Im zweiten Teil des Versuches verwendeten wir den bestimmten g -Faktor um umgekehrt Rückschlüsse auf die Stärke des Magnetfeldes zu ziehen und die magnetische Flussdichte eines Paramagneten zu bestimmen.

In dem Versuch verwendeten wir einen Aufbau, wo homogene und inhomogene Magnetfelder überlagert werden, um die Spin-Eigenschaft eines Materials zu prüfen. Ähnliche Methoden werden im medizinischen Bereich bei der Magnetresonanztomographie verwendet, um Rückschlüsse auf die Zusammensetzung eines Gewebes oder Organes zu ziehen, ohne dieses zu sezieren.

2 Theorie und Grundlagen

2.1 Helmholtz-Spule

Eine Helmholtz-Spule besteht aus zwei parallel ausgerichteten Spulen mit gleichläufigem Strom. Bei einer solchen Symmetrie wird aus dem Biot-Savart-Gesetz

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I dl \wedge \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3} \quad (1)$$

$$B(R/2) = \mu_0 \frac{8I}{\sqrt{125}R} \quad (2)$$

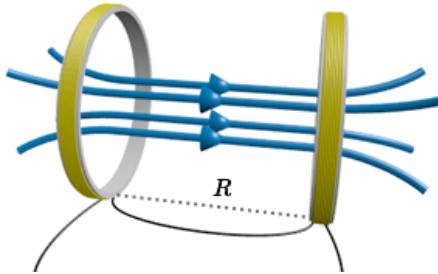


Abbildung 1: Feldverlauf in einer Helmholtzspule (Bild entnommen aus: abi-physik.de).

Wo Gleichung (2) ein homogenes Feld entlang einer Richtung in der Mitte des Spulenpaars beschreibt, wie in Abbildung.

2.2 Paramagnetische Substanzen

Eine paramagnetische Substanz zeichnet sich dadurch aus, dass es ein externes magnetisches Feld im Inneren verstärkt. Es besitzt ein ungepaartes Elektron. Ein ungepaartes Elektron besitzt ein magnetisches Moment $\mu_s = g\mu_B \mathbf{S}$. Dieses ist parallel zum Elektronenspin μ_s und abhängig vom Landé-Faktor g und vom Bohrschen Magneton μ_B . In einem externen magnetischen Feld B ändert sich die Energie des Elektrons gemäß $\Delta U = -\mu B$. Eine Zustandsänderung des Spins $|\chi\rangle$ vom Zustand $|s_z = -1/2\rangle_\chi$ in den Zustand $|s_z = 1/2\rangle_\chi$ erfordert die Wechselwirkung mit einem elektromagnetischen Strahlungsfeld der Energie

$$E = \hbar\omega = g\mu_B B \quad (3)$$

über magnetische Dipolstrahlung [?]¹.

2.3 Physikalische Prozesse im Versuch

In diesem Versuch haben wir eine Paramagnetische Substanz verwendet. Ein Magnetfeld wird in z -Richtung eingeschalten. Der Spin des ungepaarten Elektrons der Substanz führt eine Präzessionsbewegung um die z -Achse aus. Dies liegt daran, dass der Spin quantisiert ist und seine Ausrichtung nicht ausschließlich in eine Raumachse erfolgen

¹Die Anleitung zum Versuch wird an verschiedenen Stellen zur Beschreibung der Theorie verwendet.

kann. Es ergibt sich ein Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{\mu} \wedge \vec{B} = \text{const.} \cdot \vec{D} \wedge \vec{B} \quad (4)$$

wegen der Wirkung des externen Magnetfeldes auf den Eigendrehimpuls (Spin). Der Spin rotiert dabei mit der *Larmor-Frequenz* $\omega_L = \text{const.} \cdot \vec{B}$ um die z -Achse. Die *Larmor-Frequenz* entspricht genau der Frequenz ω aus Gleichung (3).

Spin-Flip

Schaltet man ein zusätzliches Magnetfeld \vec{B} mit wechselnder Flussdichte so ein, dass es periodisch in der x - y -Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \omega_L$ oszilliert, so wirkt es für den mit ω_L um die z -Achse rotierenden Spin wie ein konstantes Magnetfeld.

$$\vec{B}_{HF}(t) = \begin{pmatrix} B_{HF} \cos(\omega t) \\ B_{HF} \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Dieses für den Spin konstante Magnetfeld übt auf den Spin, wie in Gleichung (4) beschrieben, ein Drehmoment aus. Dieses Drehmoment dreht den Eigendrehimpuls (Spin) je nach Orientierung nach unten oder nach oben. Um seine Lage zu ändern muss der Spin Energie aus dem mitrotierenden Magnetfeld aufnehmen, da die verschiedenen Zustände des Spins im externen Magnetfeld verschiedene Energien besitzen. In unserem Versuchsaufbau wurde das mitbewegende Magnetfeld durch eine langgezogene Spule in einem Schwingkreis erzeugt. Da der Strom proportional zum erzeugten Magnetfeld ist, konnte man den Abfall des Magnetfeldes messen.

3 Aufbau

Der Versuch wurde aufgebaut aus:

- Probenampulle mit DPPH
- Helmholtz-Spulenpaar ($d = 30\text{cm}$, $N = 124$ Windungen)
- Spartransformator
- Stromgeregeltes Labornetzgerät für Gleichstrom
- Hilfsspulen
- Schwingkreis mit langgezogener Spule
- Multimeter
- Oszilloskop
- Magnetfuß
- Stahllineal
- Kabel

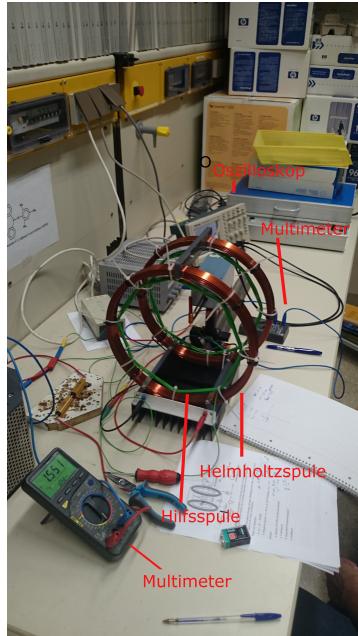


Abbildung 2: Versuchsaufbau

Das Helmholtz-Spulenpaar wurde mit dem Labornetzgerät betrieben. Das Labornetzgerät musste wegen der Gleichspannung richtig gepolt mit der Steckdose verbunden werden. Der Spulenstrom I_{DC} wurde mit einem Multimeter gemessen. Die Hilfsspulen wurden innen um beide Helmholtz-Spulen gewickelt. Sie modulierte das homogene Magnetfeld innerhalb der Spule mit einer Frequenz von 50 Hz sodass die Resonanzfrequenz leichter gefunden werden kann. Die Ampulle mit der Diphenylpicrylhydracyl-Probe (DPPH; ist paramagnetisch) wurde in die Spule des Hochfrequenz-Oszillators gesteckt. Diese befand sich mittig zwischen beiden Helmholtz-Spulen. Mit einem Multimeter wurde der Strom im Hochfrequenz-Schwingkreis gemessen. Die Frequenz und der Strom des Schwingkreises wurden am Oszillator dargestellt.

4 Durchführung

4.1 Bestimmung des g-Faktors

Im ersten Teil des Versuches verwendeten wir verschiedene Stromstärken der Helmholtzspule um den g -Faktor zu bestimmen. Dazu musste zu jeder Stromstärke die entsprechende Resonanzfrequenz des Schwingkreises gefunden werden. Um die Resonanzfrequenz des Schwingkreises, bei dem es einen Spin-Flip bewirkt, zu finden, wurde die Amplitude des Schwingkreises im Oszillator betrachtet und die Frequenz so lan-

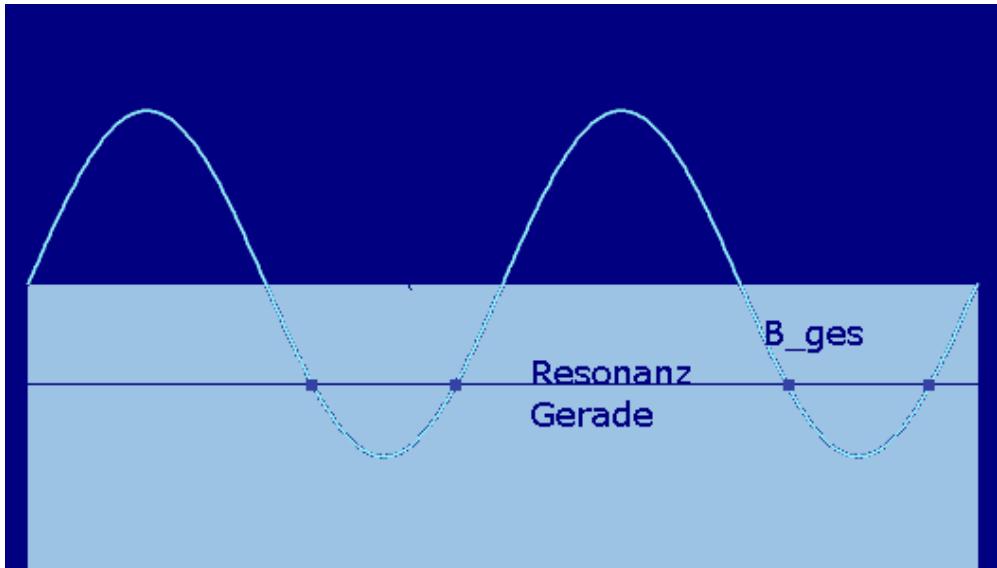


Abbildung 3: Gesamt-magnetfeld in z -Richtung aus überlagerung der Felder der Helmholtzspule (hellblaues Kästchen) mit dem wechselnden Hilfsfeld (Sinusförmig) und die Erfüllung der Resonanzbedingung beim Schnitt mit der Geraden.

ge verändert, bis man einen Einbruch der Amplitude beobachtete. In der Feinjustage wurde die Frequenz so verändert, dass doppelt so viele gleichmäßige Einbrüche zu beobachten waren. Doppelt so viele Einbrüche bedeuten hierbei, dass das Wechselfeld der Hilfsspule zusammen mit dem konstanten Feld der Helmholtz-Spule ein Feld $B = B_{Helmholtz} + B_{Hilf}$ erzeugt, zu welchem der Schwingkreis mit der Frequenz ω resonant ist. Gleichmäßige Einbrüche bedeuten, dass die Abstände zwischen den zu ω resonanten B -Feldern ebenfalls gleichmäßig sind und somit die Resonanzfrequenz genau bei dem Magnetfeld $B_{ges}(t) = B_{Helmholtz}$ auftritt (vgl. Abbildung (??)). Am Oszillatator wurde dann die Resonanzfrequenz gemessen.

4.2 Feldstärkebestimmung

Im zweiten Teil des Versuches wurde der selbe Aufbau verwendet, jedoch wurde ein Permanentmagnet, welcher ein zusätzliches magnetisches Feld erzeugt, zwischen die Helmholtz-Spulen gegeben. Dadurch wollen wir mit dem Wissen über den Effekt eines zusätzlichen Magnetfeldes auf die Resonanz, die Stärke des Magneten bestimmen. Der Schwingkreis wurde auf eine feste Frequenz $\nu_{HF} = 29.9(1)$ fixiert. Dann wurde der Magnet in vier Positionen jeweils parallel und senkrecht zum Magnetfeld der Helmholtz-Spulen ausgerichtet und der für die Resonanz notwendige Spulenstrom I_{SP} gemessen.

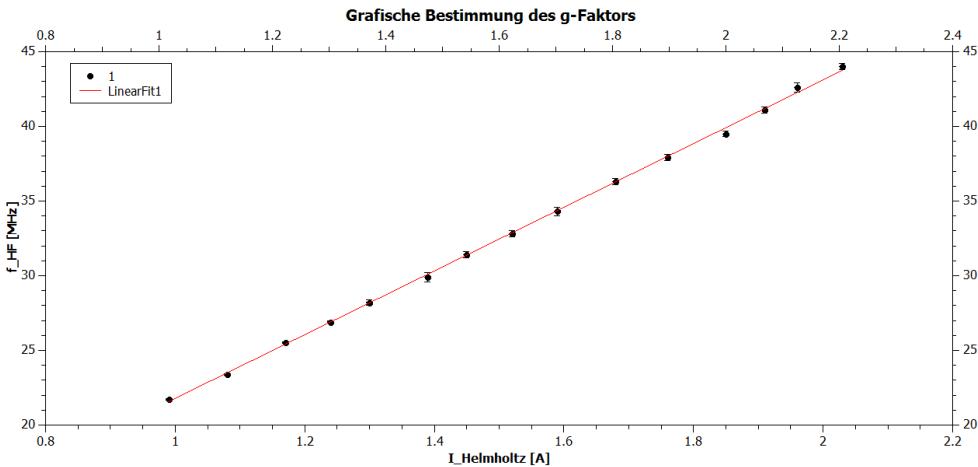


Abbildung 4: Darstellung der Resonanzfrequenz f in Abhängigkeit des Helmholtz-Spulen-Stroms I .

5 Auswertung

5.1 g-Faktor

Aus dem Kapitel (2) geht hervor, dass das durch die Helmholtz-Spule erzeugte Magnetfeld \vec{B} proportional zum Spulenstrom ist und dass die Frequenz des Schwingkreises der *Larmor*-Frequenz ω_L entsprechen muss, um einen Spin-Flip zu erreichen (vgl. Unterabschnitt (2.3)). Im resonanten Fall erhält man daher die Relation

$$\omega_{Schwingkreis} = \omega_L = \frac{g\mu_B B}{\hbar} = \frac{8\mu_0 g\mu_B I_{Helmholtz}}{\sqrt{125} R \hbar} \quad (6)$$

In Abbildung (??) wurden die beiden Messgrößen $f = \omega_{HF} = \omega_L$ und $I_{Helmholtz}$ geplottet. Die Steigung des linearen Fits beträgt $A = 2.136 \frac{\text{MHz}}{\text{A}}$ und der Offset $B = 0.04 \text{MHz}$.

In Abbildung (??) werden die Daten und die daraus berechneten g-Faktoren dargestellt. NIST² gibt den Wert des g-Faktors mit $g = -2.00231930436153(53)$ an.

Wir haben den g -Faktor aus dem Fit mit $g = 2.0526(4)$ und aus dem Mittelwert der Messwerte mit $g = 2.079(11)$ berechnet. Zur Berechnung des Fehlers haben wir Gauss-Fehlerfortpflanzung verwendet und angenommen, dass die einzigen Fehlerquellen das Oszilloskop und die genaue Bestimmung des Spulenstroms mit dem Amperemeter sind. Der Offset wird gemäß der Herleitung nicht erwartet, jedoch wird darin angenommen, dass das magnetische Feld nur durch die Spulen erzeugt wird. Weitere elektrische Felder, z.B. das der Erde, schlecht isolierter elektrischer Leitungen in der Umgebung, oder

²<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?gem>

von Ferromagneten in der Umgebung, kann sich mit dem Feld der Spulen überlagern und so die Ergebnisse verfälschen.

5.2 Feldstärkebestimmung eines Permanentmagneten

In der Spule addieren sich die magnetischen Felder der Magneten und der Spule vektoriell zu einem Magnetischen Feld $\vec{B}_{res} = \vec{B}_H S + \vec{B}_{Magnet}$. Wir nehmen in unserer Berechnung an, dass der Magnet zentral unter der Probe steht, sodass dessen Magnetfeld keine Komponente in der vertikale Richtung (wird ab hier als z bezeichnet) besitzt. Es ergibt sich

$$|\vec{B}_{ges}| = \left| \begin{pmatrix} B_{HS} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{Magnet} \cdot \cos(\alpha) \\ B_{Magnet} \cdot \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(B_{HS} + B_{Magnet} \cos(\alpha))^2 + (B_{Magnet} \sin(\alpha))^2} \quad (7)$$

Mit der Mitternachtsformel ergibt sich:

$$B_M = -B_{HS} \cos(\alpha) \pm \sqrt{B_{HS}^2 \cos^2(\alpha) - (B_{HS}^2 - B_{ges}^2)} \quad (8)$$

woraus man durch Umstellen erhält:

$$B_M = -B_{HS} \cos(\alpha) \pm \sqrt{B_{HS}^2 \cos^2(\alpha) + B_{ges}^2 - B_{HS}^2} \quad (9)$$

Wir gehen davon aus, dass der Magnet wegen einer fehlenden Referenz zum Festlegen des Winkels eine Ungenauigkeit von $\Delta\alpha = 7^\circ$ besitzt. Der Fehler des beim ablesen von der Spule wurde wieder mit 0.02 A abgeschätzt. Der Gesamtfehler wurde mit Gauss-Fehlerfortpflanzung in Excel berechnet.

Frequenz[MHz]	Strom[A]	Fehler f	Fehler I	Vorfaktor	g-Faktor	(Fehler g)*2
21.7	0.99	0.05	0.02	9.61E-08	2.1069	0.001798663
23.4	1.08	0.05	0.02	9.61E-08	2.0826	0.001757987
25.5	1.17	0.05	0.02	9.61E-08	2.0949	0.001778579
26.9	1.24	0.1	0.02	9.61E-08	2.0852	0.001831587
28.2	1.3	0.2	0.02	9.61E-08	2.0851	0.00210856
29.9	1.39	0.3	0.02	9.61E-08	2.0676	0.002541531
31.4	1.45	0.2	0.02	9.61E-08	2.0815	0.002102611
32.8	1.52	0.2	0.02	9.61E-08	2.0742	0.002090432
34.3	1.59	0.3	0.02	9.61E-08	2.0735	0.002551329
36.3	1.68	0.2	0.02	9.61E-08	2.0769	0.002094932
37.9	1.76	0.2	0.02	9.61E-08	2.0699	0.002083285
39.5	1.85	0.2	0.02	9.61E-08	2.0523	0.002054323
41.1	1.91	0.2	0.02	9.61E-08	2.0683	0.002080777
42.6	1.96	0.3	0.02	9.61E-08	2.0891	0.002577315
44	2.03	0.2	0.02	9.61E-08	2.0834	0.002105766
					2.0794	0.01842987

Linearer Fit:
Linear Regression of dataset: Table1_1, using function: A*x+B
Weighting Method: Instrumental, using error bars dataset: Table1_4
From x = 9.9000000000000e-01 to x = 2.0300000000000e+00
B (y-intercept) = 4.024797945854677e-01 +/- 6.27588154769474e-03
A (slope) = 2.135527064054180e+01 +/- 4.019417276897904e-03

Chi^2/df = 1.375568449197170e+03
R^2 = 0.999366908396681
Adjusted R^2 = 0.999261393129461
RMSE (Root Mean Squared Error) = 37.0886566108449
RSS (Residual Sum of Squares) = 17'882.3898395632
0.00074332

B= c2 * I
c2 [T/A] 0.00074332
Spulenstrom I B_0 Fehler 1.38 0.001026 1E-05
1.38 0.001026 1E-05
1.38 0.001026 1E-05
1.38 0.001026 1E-05

g-faktor aus fit: g = 2.0526 g-fehler: 0.0003864

2.Experiment Fehlerr

I_Helm	Fehler I	Winkel u	Fehler u	Frequenz f	Fehler f	B_H [T]	
1	2.18	0.005	3.1415927	0.12217305	29.9	0.1	0.00162
1	1.13	0.005	4.712389	0.12217305	29.9	0.1	0.00084
1	0.62	0.005	0	0.12217305	29.9	0.1	0.00046
1	1.28	0.005	1.5707963	0.12217305	29.9	0.1	0.00095
B_ges [T] =	0.001067	Fehler B_ges	3.5682E-06	B_ges[T]	0.00103		
berechnet	0.001067		3.5682E-06	gemessen	0.00103		
	0.001067		3.5682E-06		0.00103		
	0.001067		3.5682E-06		0.00103		

B_MIT [T]	aus B_H	aus u	aus B_ges	Gesamt
0.00059	2.32E-10	4E-39	2.39077E-10	3.3E-10
0.00059	1.96E-14	1E-08	1.43117E-10	1.1E-08
0.00056	2.24E-10	0	2.39077E-10	3.3E-10
0.00038	2.25E-14	1E-08	1.28513E-10	1.4E-08
B_MIT =	0.000533	Fehler	0.000000004	

Abbildung 5: Messwerte.

6 Appendix

Rechnungen

Aus den gemessenen Daten (Abbildung (??)).

$$g = \frac{\sqrt{125}R\hbar}{8\mu_0\mu_B I_{SP}}\nu_H F \Rightarrow (\Delta g)^2 = \left(\frac{\sqrt{125}R\hbar}{8\mu_0\mu_B I_{SP}}\right)^2((\Delta\nu_H F)^2 + \left(\frac{\Delta I_{SP}}{I_{SP}}\right)^2) \quad (10)$$

Aus dem Fit der Daten mit Steigung k.

$$g = \frac{\sqrt{125}R\hbar}{8\mu_0\mu_B} \cdot 10^6 k \Rightarrow (\Delta g)^2 = \left(\frac{\sqrt{125}R\hbar}{8\mu_0\mu_B}\right)^2 \cdot (10^6 \Delta k)^2 \quad (11)$$

Literatur