

Αναφορά εργαστηρίου Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου II

Θεολόγης Γεώργιος AEM:10413
email: gtheolog@ece.auth.gr

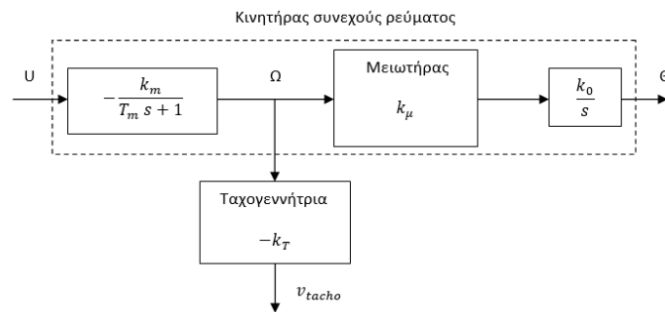
27 Νοεμβρίου 2024

0 Εισαγωγή

Σκοπός αυτού του εργαστηρίου, είναι η άντληση του μοντέλου ενός συστήματος κινητήρα καθώς και ο σχεδιασμός και υλοποίηση ελεγκτών και παρατηρητών μέσω της χρήσης του μικροελεγκτή Arduino Uno ώστε να επιβληθεί ο επιθυμητός έλεγχος του συστήματος αυτού.

1 Εργαστηριακή άσκηση 1

Σκοπός της παρούσας άσκησης ήταν ο προσδιορισμός των παραμέτρων του συστήματος του κινητήρα. Θεωρούμε το δομικό διάγραμμα του συστήματος:



1.1 Προσδιορισμός γινομένου παραμέτρων $k_m \cdot k_T$ και T_m από την συναρτησή μεταφοράς ταχύτητας εισόδου

Η συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου και τάσης της ταχογεννήτριας είναι:

$$\frac{V_{tacho}(s)}{U(s)} = \frac{k_m \cdot k_T}{T_m \cdot s + 1}$$

Συνεπώς βάζοντας σταθερή είσοδο $u=10$ V αποτυπώνουμε στον παλμογράφο την απόκριση της τάσης της ταχογεννήτριας. Απο την απόκριση παρατηρούμε ότι για θετική είσοδο έχουμε θετική αύξηση της τάσης της ταχογεννήτριας έως τη μόνιμη κατάσταση. Άρα η υπόθεση ότι η συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου-ταχύτητας περιστροφής ταχογεννήτριας καθώς και αυτής της ταχύτητας περιστροφής ταχογεννήτριας-τάσης ταχογεννήτριας, είναι ομόσημες ήταν ορθή. Επίσης στη μόνιμη κατάσταση η τάση της ταχογεννήτριας είναι: αυτο $V_{tacho_{ss}} = 8.96V$ Επίσης από το θεώρημα τελικής τιμής : $V_{tacho_{ss}} = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{km * kT}{Tm * s + 1} * U(s) \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} = s * \frac{km * kT}{Tm * s + 1} * \frac{10}{s} \Rightarrow 8.96 = \lim_{s \rightarrow 0} 10 * km * kT \Rightarrow km * kT = 0.896$ Επίσης μπορούμε να προσδιορίσουμε την παράμετρο Tm από την απόκριση της τάσης της ταχογεννήτριας. Αρκεί να βρούμε το χρόνο για να φτάσει η τάση στο 63.3 % αυτής της μόνιμης κατάστασης άρα στα 5.67 V. Από τα cursor του παλμογράφου έχουμε: **$Tm=0.53$ s**

1.2 Προσδιορισμός παραμέτρου μειωτήρα k_m

Στρέφοντας τον άξονα εισόδου κατά 360 μοίρες, ο άξονας εξόδου έχει στραφεί κατά 10 μοίρες. Άρα $k_m = \frac{1}{36}$

1.3 Προσδιορισμός k_m, k_t, k_0

Μελετούμε την απόκριση της τάσης της εξόδου για είσοδο $u=10$ V. Παρατηρούμε ότι η τάση της εξόδου μειώνεται έως ότου φτάσει την ασυνέχεια του ποτενσιόμετρου εξόδου από που ξαναγυρνά στα 14.2 ° και ξαναπέφτει. Άρα η χρήση του αρνητικού προσήμου στην συνάρτηση μεταφοράς του κινητήρα ήταν ορθή. Παρατηρούμε ότι στη έξοδο έχουμε πτώση της τάσης από 14.2 V στα 0 V σε 0.89 δευτερόλεπτα. Με αυτό το χρόνο ο αξόνος εξόδου περιστρέφεται με ταχύτητα $\Omega_{\text{εξόδου}} = \frac{1}{0.89s} = 67.4157 \text{ rpm}$. Άρα η ταχύτητα του άξονα εισόδου πριν τον μειωτήρα είναι $\Omega = 36 * \Omega_{\text{εξόδου}} = 2426.96 \text{ rpm}$. Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης εξόδου είναι ανάλογη της ταχύτητας της ταχογεννήτριας:

$$k_0 = 0.2366$$

Είναι εντός των τυπικών τιμών. Επίσης

$$kT = \frac{V_{tacho}}{\Omega} = \frac{8.96}{2426.96}$$

$$kT = 0.003691$$

Όμως

$$km * kT = 0.896$$

$$km = 242.6966$$

Είμαστε εντός των τυπικών τιμών,

1.4 Οι εξισώσεις κατάστασης του συστήματος

Η συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου -τάσης εξόδου είναι:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-km * kT * k\mu * k0}{Tm * s^2 + s}$$

Κάνοντας πράξεις και πραγματοποιώντας αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace παίρνουμε την διαφορική εξίσωση :

$$\ddot{y} + \frac{1}{Tm} \dot{y} = -\frac{-km * kT * k\mu * k0}{Tm} * u$$

Διαλέγω ως μεταβλητή κατάστασης x_1 την τάση εξόδου.
Επίσης επιλέγουμε ως μεταβλητή κατάστασης x_2 την τάση εξόδου της ταχογεννήτριας V_{tach} .

Θα εξαγωγή μια σχέση μεταξύ των δυο μεταβλητών κατάστασης.

$$x_2 = -kT * \Omega. \text{ Οπότε } \Omega = -\frac{x_2}{kT}.$$

$$\Omega_{\text{εξόδου}} = \Omega * k\mu = -x_2 * k\mu / kT$$

$$x_1 = k0 * \Omega_{\text{εξόδου}} * \frac{1}{s}$$

$$1\eta \text{ εξίσωση κατάστασης } \dot{x}_1 = -k0 * k\mu * x_2 / kT.$$

Επίσης έχουμε:

$$\dot{x}_2 = -\frac{kT * \ddot{x}_1}{k0 * k\mu}$$

$$2\eta \text{ εξίσωση κατάστασης } \dot{x}_2 = -\frac{1}{Tm} * x_2 + \frac{kT * km}{Tm}$$

Άρα οι εξισώσεις κατάστασης σε μορφή πίνακα αντικαθιστώντας τις τιμές των παραμέτρων γίνονται:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1.7802 \\ 0 & -1.8868 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.6906 \end{bmatrix} * u$$

Η εξίσωση εξόδου είναι:

$$y = x_1$$

2 Εργαστηριακή άσκηση 2

2.1 Θεωρητική Ανάλυση

Σκοπός της εργαστηριακής άσκησης είναι ο έλεγχος της θέσης του άξονα του κινητήρα μέσω γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων ώστε να συγκλίνει σε μια επιθυμητή τιμή καθώς και ώστε η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου να μην παρουσιάζει υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης να είναι ο μικρότερος δυνατός.

Αρχική θέση του κινητήρα είναι τα 2 V ενώ στόχος μας είναι η μετακίνηση του στα 5 V.

Πριν ερευνήσουμε την μορφή αυτού του γραμμικού εκλεκτή ανάδρασης καταστάσεων πρέπει να ερευνήσουμε αν το σύστημα είναι ελέγξιμο. Η τάξη του συστήματος είναι 2. Άρα ο πίνακας ελεγχιμότητας είναι ο

$$M = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1.6906 & -3.2 \end{bmatrix}$$

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1.6906 & -3.2 \end{vmatrix} = 5.78 \neq 0$$

Rank(M)=2 Άρα το σύστημα είναι ελέγξιμο. Ο ελεγκτής γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων πρέπει να είναι της μορφής $u = -k_1 x_1 - k_2 x_2 + k_r r$, όπου r είναι η τάση αναφοράς και αντιστοιχεί στην τάση που θέλουμε να φτάσουμε. Απο τις σχέσεις τις θεωρίας έχοντας υπόψη ότι $D=0$ το κέρδος k_r πρέπει να είναι ίσο με

$$k_r = -\frac{1}{C * (A - B * K)^{-1} * B}$$

$$k_r = k_1$$

Αρκεί τώρα να διερευνήσουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα κατάστασης του συστήματος κλειστού βρόγχου.

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & -1.7802 \\ -1.6906 * k_1 & -1.6906 * k_2 - 1.8868 \end{bmatrix}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι

$$pd(s) = |sI - (A - BK)| = \begin{vmatrix} s & 1.7802 \\ 1.6906 * k_1 & s + 1.6906 * k_2 + 1.8868 \end{vmatrix}$$

$$pd(s) = s^2 + s * (1.6906 * k_2 + 1.8868) - 3 * k_1$$

Για να μην έχουμε αστάθεια δεν πρέπει να έχουμε ιδιοτιμές στο δεξί μιγαδικό ημιεπίπεδο. Εφόσον το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι δευτέρου βαθμού αρκεί ολοί οι συντελεστές των όρων του να είναι ομόσημοι, αρα στη προκειμένη περίπτωση και θετικοί. Άρα πρέπει $k_1 < 0$ και $k_2 > -1.116$ Για να μην έχουμε υπερύψωση θέλουμε οι ιδιοτιμές να έχουν μόνο αρνητικό πραγματικό μέρος. Άρα στη διακρίνουσα του δευτεροβάθμιου χαρακτηριστικού πολυωνύμου πρέπει να είναι $\Delta > 0$. Άρα για το k_2 πρέπει να είναι για δεδομένο $k_1 < 0$:

$$k_2 \geq \frac{\sqrt{-12 * k_1 - 1.8868}}{1.6906}$$

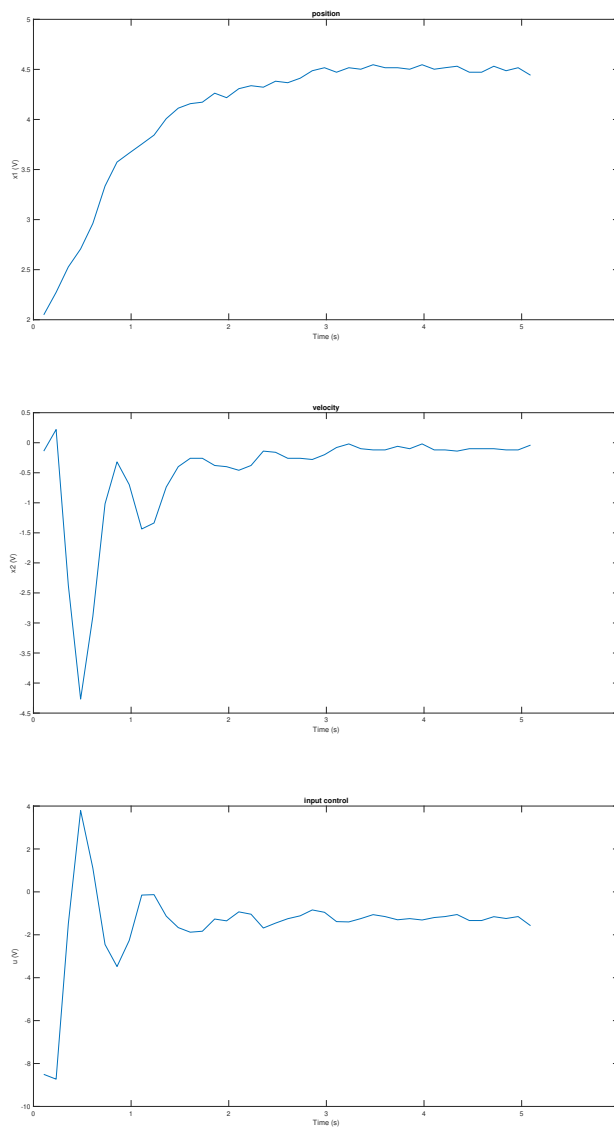
Η ισότητα αντιστοιχεί στη διπλή ιδιοτιμή.

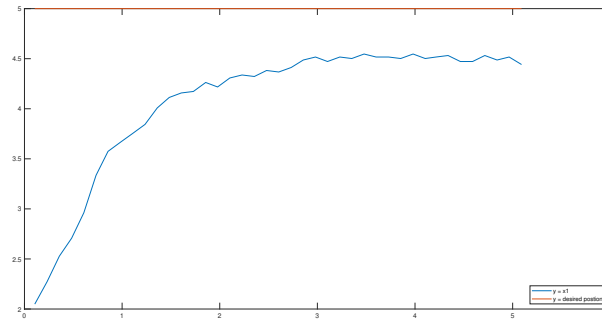
2.2 Ζητούμενο 1ο

Από το Arduino μετρήθηκαν οι τάσεις αναφοράς $V7805=5.474$, $v_{refarduino}=5.1$ οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στον κώδικα. Αρχικά θα προσπαθήσουμε να πετύχουμε τον σκοπό της σχεδίασης για μικρά κέρδη:

$$k1 = -3, k2 = 2.5$$

Η επιλογή έγινε έτσι ώστε η είσοδος να μην ξεπεράσει ποτέ το κατώφλι των $\pm 10V$. Έχουμε τα διαγράμματα:

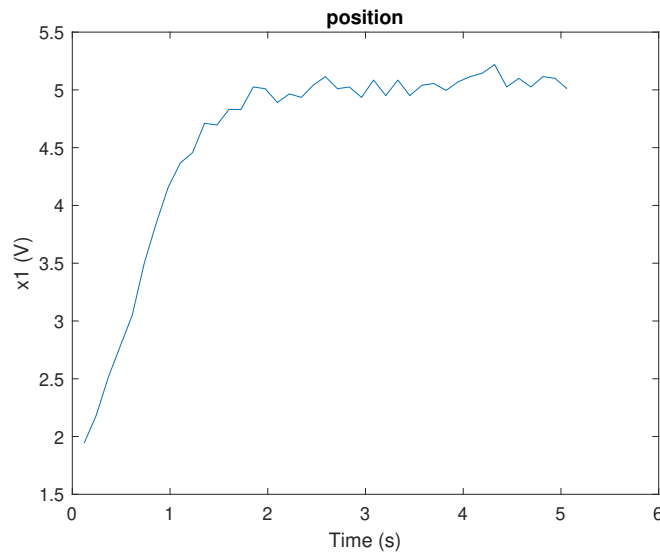


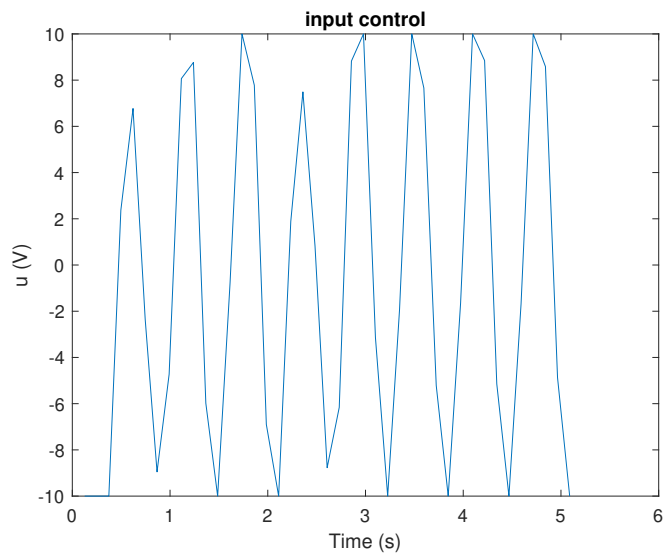


Παρατηρούμε ότι και ο χρόνος αποκατάστασης είναι μεγάλος (περίπου 3 δευτερόλεπτα) αλλά και ότι παρουσιάζεται σφάλμα μόνιμης κατάστασης στην έξοδο των 0.5 V. Αυτό είναι αναμενόμενο λόγω των μικρών κερδών που επιλέξαμε έτσι ώστε η είσοδος ελέγχου να μην ξεπεράσει ποτε τα $\pm 10V$ αλλά και από το γεγονός ότι πλησιάζοντας την επιθυμητή θέση των 5 V η είσοδος γίνεται πολύ μικρή εξαιτίας των μικρών κερδών και συνεπώς λόγω τριβών και αντίστασης του υλικού το κινητήρα, η ροπή δεν είναι αρκετή για να συνεχίσει την κίνηση και να καταλήξει στην τελική επιθυμητή τιμή. Μια λύση αυτού του προβλήματος είναι η αύξηση της τιμής των κερδών.

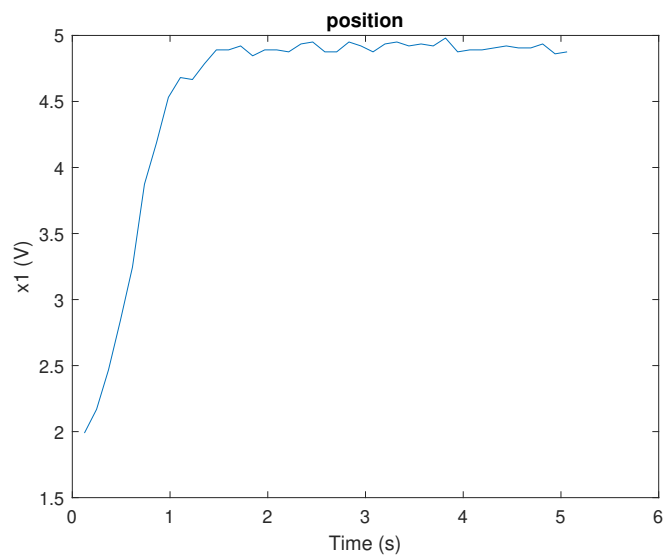
2.3 Ζητούμενο 2ο

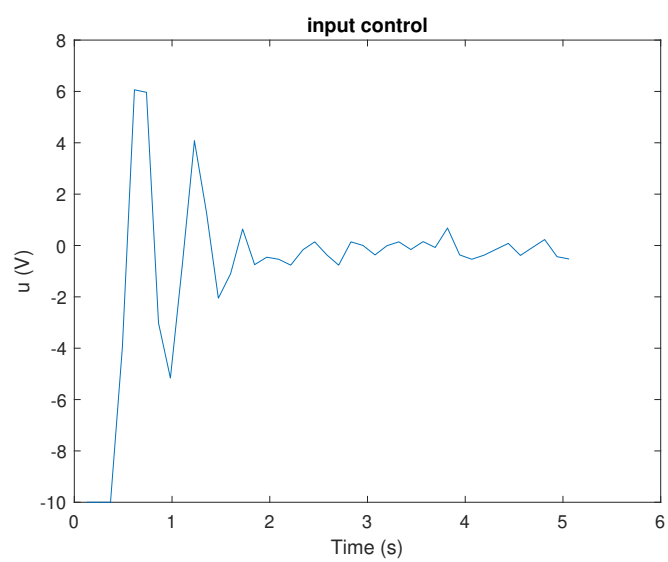
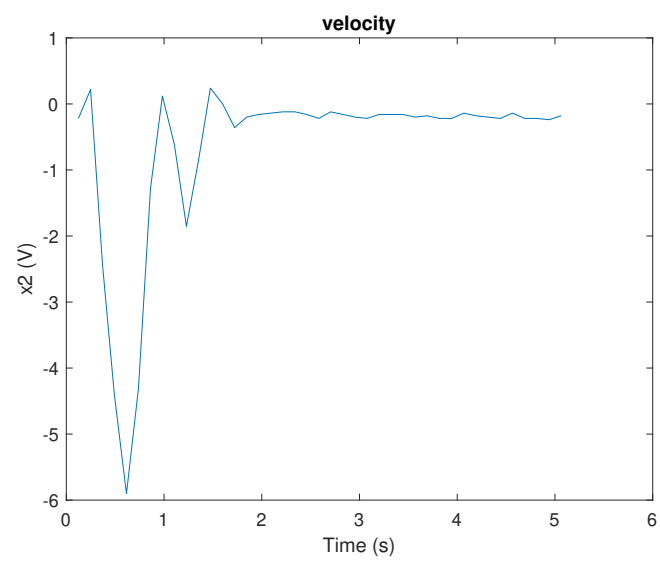
Για $x1=-10$ και $x2=5.5$ έχουμε:

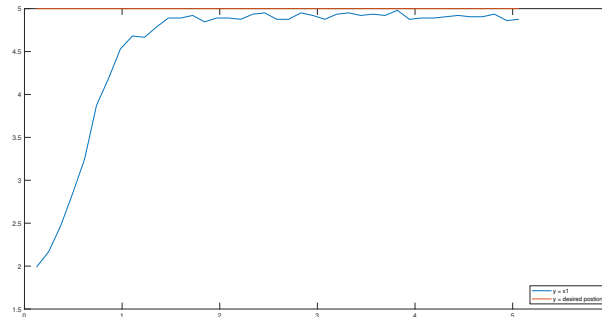




Παρατηρούμε ότι παρόλο που η θεωρητική ανάλυση προέβλεπε ότι για αυτές τις τιμές των κερδών η έξοδος του συστήματος θα πήγαινε ασυμπτωτικά στα 5 V, το πραγματικό μοντέλο δεν συμπεριφέρεται ιδανικά και συνεπώς κρίνοντας από το διάγραμμα της εισόδου ελέγχου, μάλλον λόγω των υψηλών κερδών και του μη μηδενισμού της ταχύτητας η είσοδος δεν πάει κοντά στο μηδέν αλλά εναλλάσσει το πρόσημο της ενώ το μέτρο της μένει γύρω στα 10 V. Για αυτό κάνοντας το κατάλληλο tuning καταλήγουμε σε καλύτερα αποτελέσματα για $k_1=-10$ και $k_2=4$.





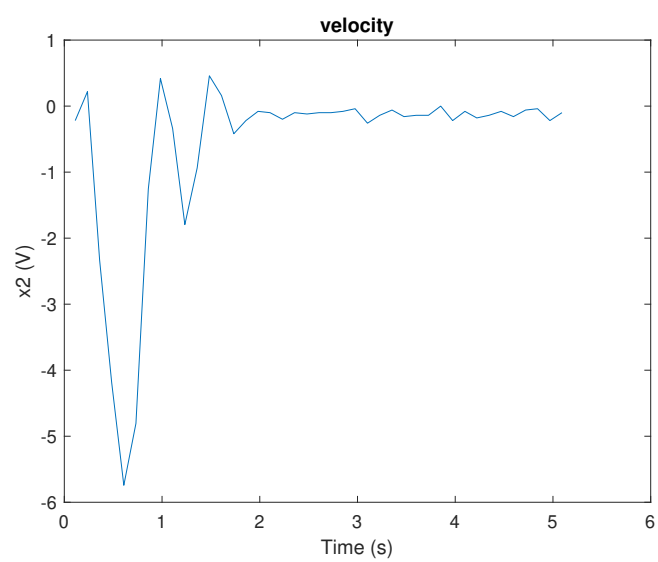
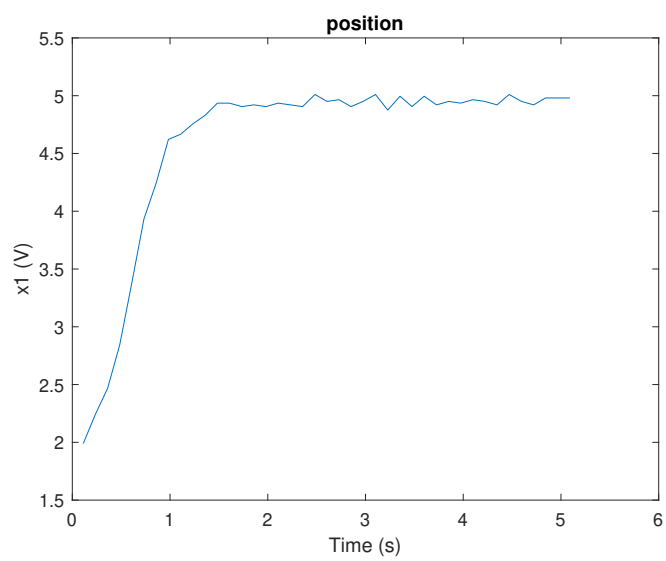


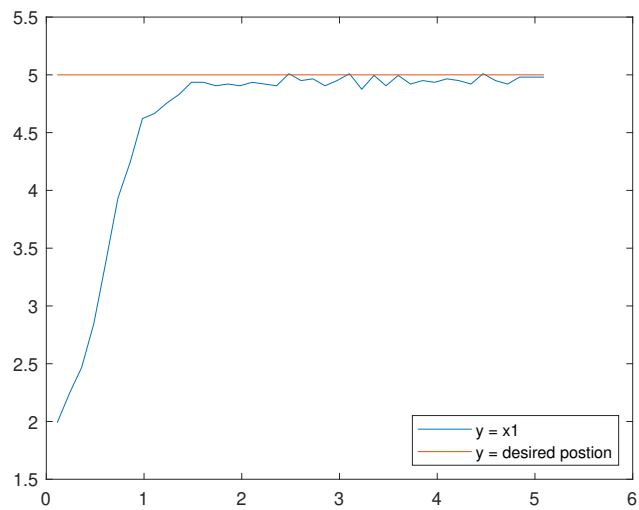
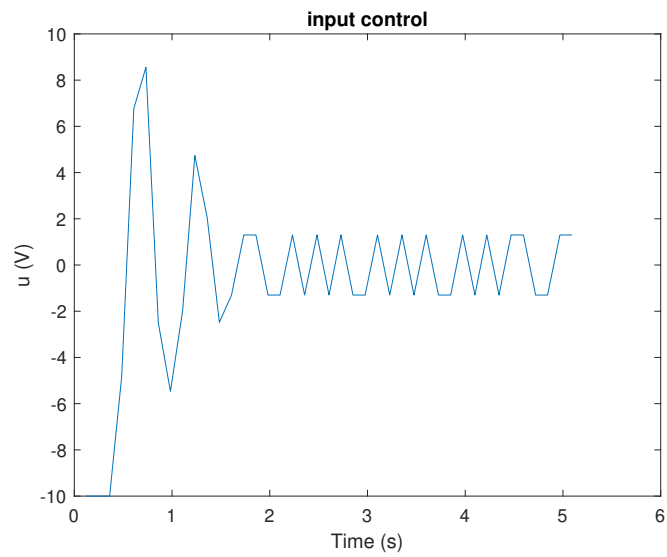
Συνεπώς ο ελεγκτής που προτιμήθηκε είναι ο:

$$u = -10 * (5 - x1) - 4x2$$

Θεωρητικά, οι ιδιοτιμές του πίνακα κατάστασης του συστήματος κλειστού βρόγχου (A-BK) αν και είναι στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο έχουν και φανταστικό μέρος, κάτι που δεν ήταν επιθυμητό στην θεωρητική ανάλυση. Ωστόσο αυτό είναι λογικό καθώς υπάρχουν πολλοί παράγοντες για τους οποίους το θεωρητικό μου μοντέλο αποκλίνει από το πραγματικό. Αφενός, στο πραγματικό σύστημα έχω διαταραχές, τριβές και το σύστημα δεν είναι γραμμικό σε όλες τις περιοχές λειτουργίας. Για παράδειγμα αν και το γραμμικό μοντέλο προβλέπει ότι ο κινητήρας θα κινείται για οποιαδήποτε μη μηδενική σταθερή είσοδο, στη πράξη οι τριβές για πολύ μικρές τιμές εισόδου εμποδίζουν την κίνηση. Το συγκεκριμένο πρόβλημα εκδηλώνεται όταν το η έξοδος του συστήματος είναι κοντά στην επιθυμητή τελική τιμή, άρα και η είσοδος ελέγχου είναι μικρή. Σημαντική συνεισφορά στα σφάλματα έχουν και τα σφάλματα μοντελοποίησης, η μη αναλογικότητα του ελεγκτή μας (είναι ένα ψηφιακό κύκλωμα που γράφει PWM τάσεις για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και όχι), ο πολύ αργός χρόνος δειγματοληψίας (120 ms) που εντείνει το πρόβλημα της μη αναλογικότητας καθώς και ο θόρυβος στις μετρήσεις και στη μέτρηση των τάσεων μεταφοράς του κυκλώματος όπως είναι φανερό από το διάγραμμα της ταχύτητας (Παρόλο που έχουμε ακίνητο κινητήρα, η τάση στην έξοδο της ταχογεννήτριας απέχει πολύ λίγο από το μηδέν.)

Θα προσπαθήσουμε να βελτιώσουμε ακόμα περεταίρω τον έλεγχο του κινητήρα αποφεύγοντας να δώσουμε σήμα ελέγχου στη περιοχή που δεν μπορεί να κινήσει τον κινητήρα. Άρα τροποποιούμε τον κώδικα μας ώστε να μην στέλνει ποτέ το σήμα ελέγχου στη περιοχή $-1.3 < u < 1.3$ όπου η κίνηση εμποδίζεται. Το 1.3 το εξάγαμε πειραματικά αλλά και σε συνδυασμό με τα παραπάνω πλοτ. Ακολουθούν τα διαγράμματα:

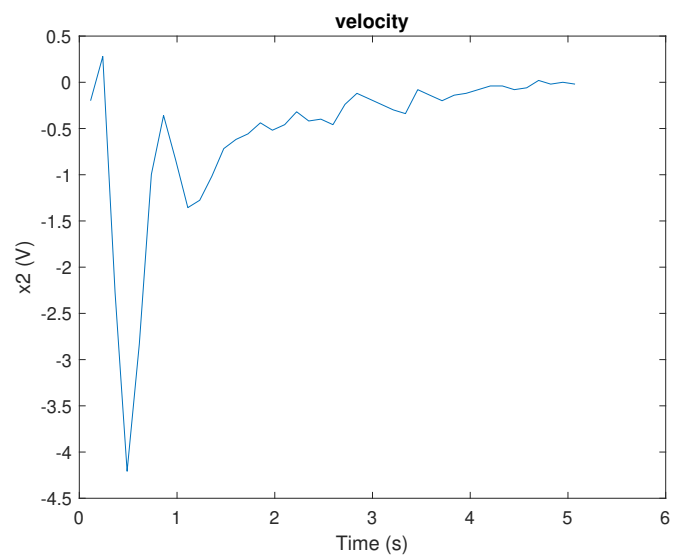
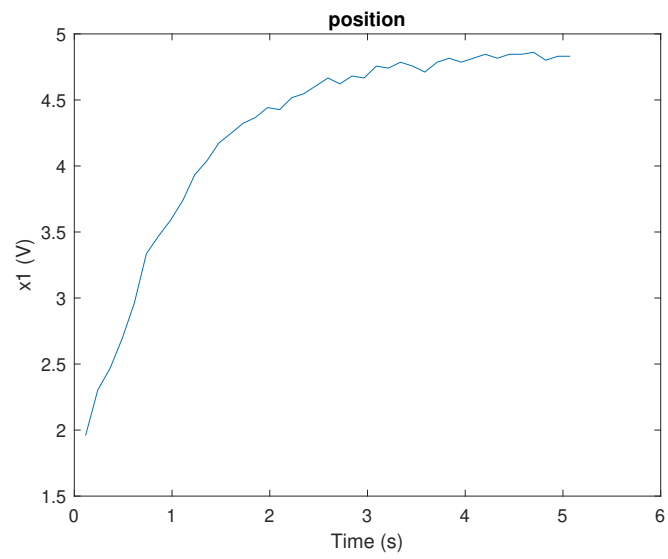


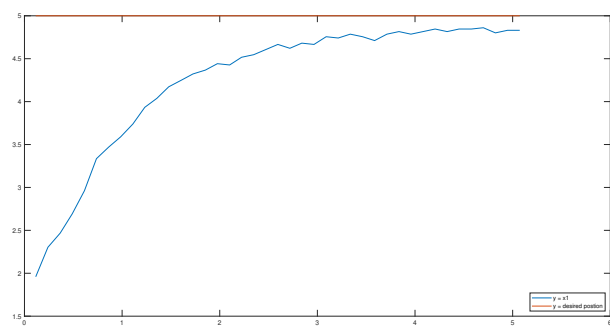
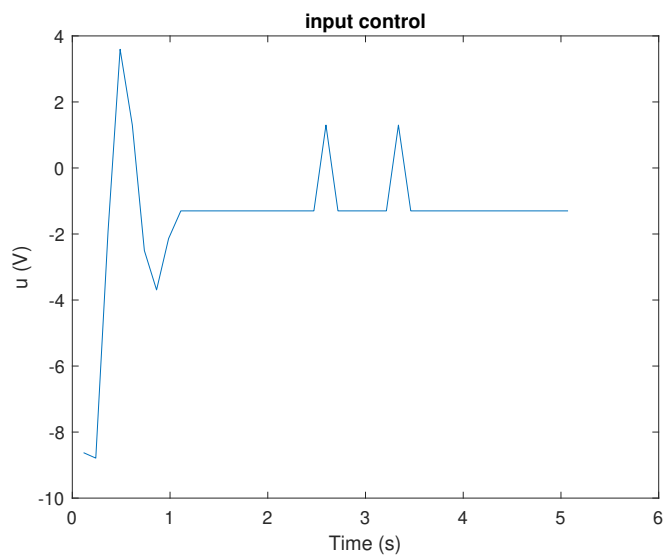


Όπως παρατηρούμε η αλλαγή αυτή είχε ανεπαίσθητα αποτελέσματα άλλα την προτιμάμε για να αποφύγουμε πιθανά προβλήματα που ενδέχεται να προκύψουν για τάσεις κοντά στα 0 V. Ωστόσο για τα αρχικά μικρά κέρδη :

$$k1 = -3, k2 = 2.5$$

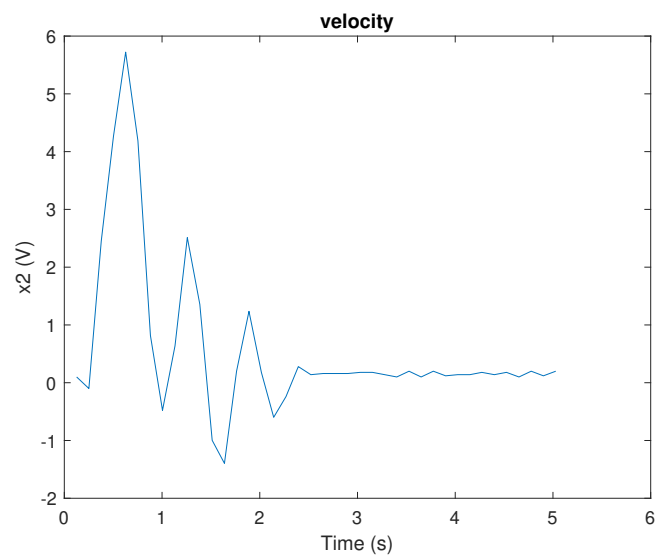
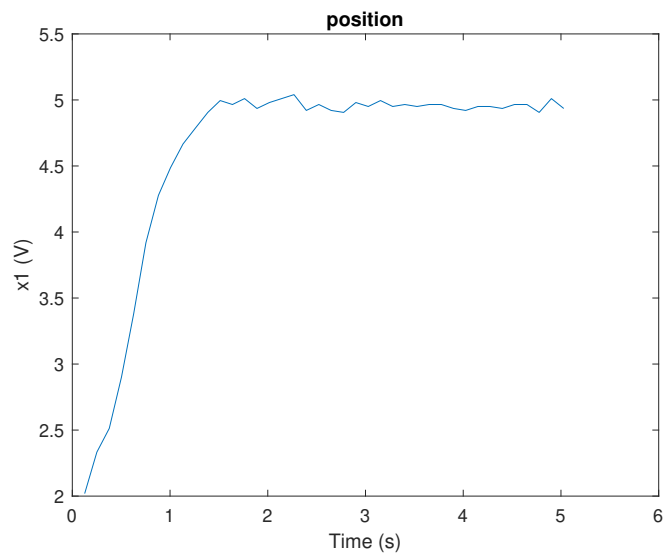
η τροποποίηση αυτή επιφέρει σαφώς καλύτερα αποτελέσματα αφού μειώνει το σφάλμα στη μόνιμη θέση.



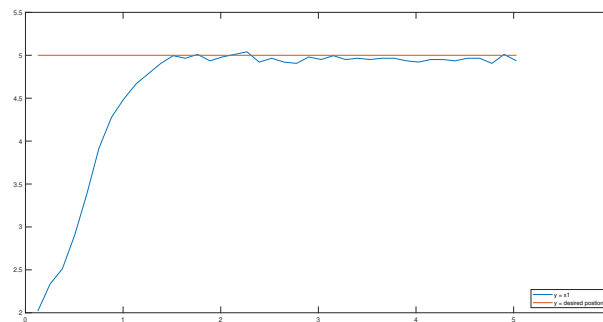
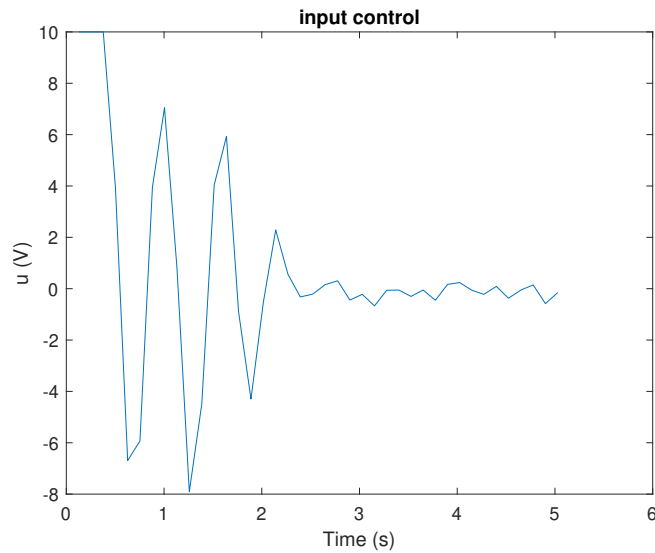


2.4 Ζητούμενο 3, Εισαγωγή μαγνητικού φρένου

Η εισαγωγή του μαγνητικού φρένου οδηγεί θεωρητικά στην εμφάνιση διαταραχής στο σύστημα. Χρησιμοποιώντας τον ίδιο ελεγκτή με πριν έχουμε τα εξής αποτελέσματα:



(Σημείωση: Στο συγκεκριμένο διάγραμμα έγινε απεικόνιση της -Vtacho)



Παρατηρούμε ότι για τον ίδιο ελεγκτή δεν αλλάξανε παρα πολλά πράγματα κατι που δείχνει την αποτελεσματικότητα των κερδών ανάδρασης στο να μειώσουν την επίδραση της διαταραχής καθώς ο χρόνος αποκατάστασης και η τελική τιμή του συστήματος δεν παρουσιάζουν ουσιαστική αλλαγή σε σχέση με πριν. Επίσης είναι πιθανό ότι το μαγνητικό φρένο δεν είναι αρκετά ισχυρό για να επηρεάσει το σύστημα, λόγω εξασθένησης των μαγνητικών ιδιοτήτων ή φθοράς.

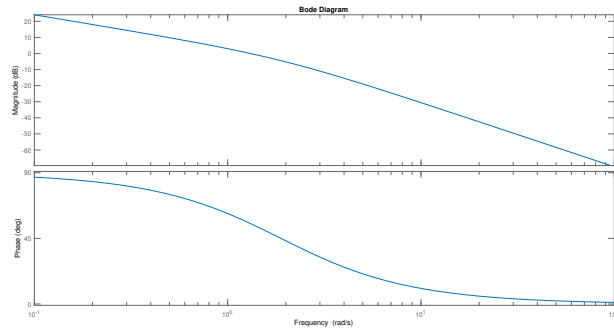
2.5 Ζητούμενο 4. Εισαγωγή ταλαντώσεων στην είσοδο

Η είσοδος αναφοράς για την συγκεκριμένο υποερώτημα επιλέγεται ως:

$$\theta_{ref}(t) = 5 + 2 * \sin(\omega t)$$

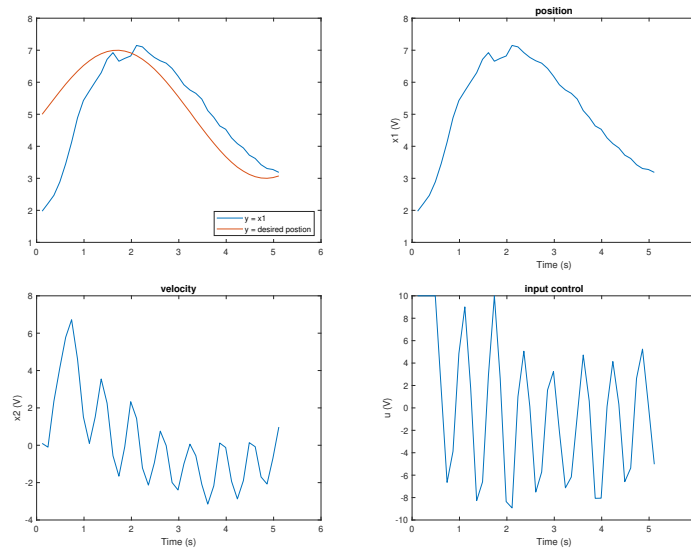
Αυτή αποτελεί γραμμικός συνδυασμός της τάσης αναφοράς των 5 V που είχαμε στα προηγούμενα ερωτήματα και μιας ημιτονοειδούς εισόδου πλάτους 2. Αρά θε-

ωρώντας το σύστημα γραμμικό , η έξοδος πρέπει να προκύπτει ως επαλληλία των εξόδων που θα είχαμε για την εφαρμογή της κάθε εισόδου ξεχωριστά στο σύστημα. Αξιοποιώντας το διάγραμμα Bode για την συνάρτηση μεταφοράς τάσης εισόδου-τάσης εξόδου:

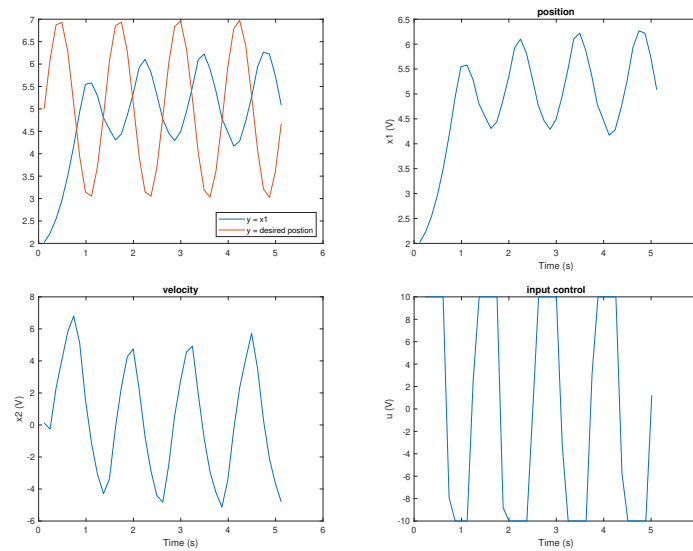


Παρατηρούμε ότι για αύξουσα συχνότητα της εισόδου, το πλάτος της εξόδου που οφείλεται στο ημιτονοειδές σήμα γίνεται παρά πολύ μικρό και συνεπώς η απόκριση αυτού του σήματος θα οδηγή σε χαμηλές τιμές τάσης στη μονιμή κατάσταση. Άρα για αυξανόμενο ω περιμένουμε ότι οι ταλαντώσεις στη μόνιμη κατάσταση θα είναι όλο και πιο ανεπαίσθητες στην απόκριση της εξόδου και η ίδια η έξοδος θα τείνει να μοιάζει με αυτή των προηγούμενων υποερωτημάτων που είχαμε ως τάση αναφοράς τα 5 V. Ακολουθούν τα διαγράμματα για διάφορες τιμές του ω .

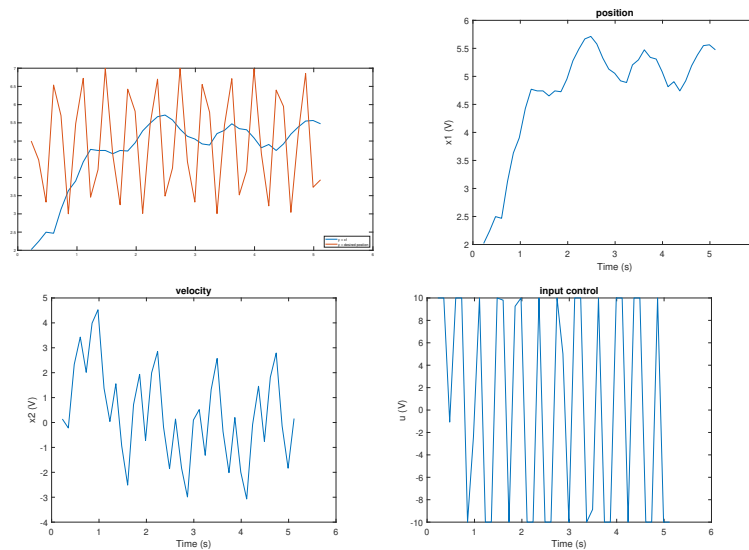
$$\omega=1$$



$$\omega=5$$



$\omega=15$



(Σημείωση: Στο συγκεκριμένα διαγράμματα έγινε απεικόνιση της -Vtacho)
 Παρατηρούμε ότι για χαμηλές συχνότητες, η απόκριση του συστήματος στην έξοδο εμφανίζει ταλάντωση συχνότητας αντίστοιχης με αυτή του σήματος εισόδου αν και με κάποια χρονική καθυστέρηση όπως είναι λογικό. Επίσης παρατηρούμε ότι για $\omega=5$ rad/s το πλάτος της ταλάντωσης στην έξοδο είναι μικρότερο από αυτό για $\omega=1$ rad/s όπως περιμέναμε και από την θεωρία. Επίσης μεγάλωνοντας την γωνιακή συχνότητα σε $\omega=15$ rad/s, πρώτον παρατηρούμε ότι η συχνότητα δειγματοληψίας ($\omega = \frac{2\pi}{120ms} = 52.35\text{rad/s}$) βεβαία είναι μεγαλύτερη

από το όριο Nyquist $2 \cdot 15 = 30$ rad/s) και για αυτό η δειγματοληπτημένη κυματομορφή παρουσιάζει κυματισμούς και κατα δεύτερον ότι στην απόκριση της εξόδου η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πιο αργή από αυτή της εισόδου. Αυτό πιθανώς συμβαίνει διότι ο κινητήρας δεν προλαβαίνει να ανταπαξέλθει στις γρήγορες εναλλαγές της εισόδου λόγω τριβών και της πρακτικά μη γραμμικής συμπεριφοράς σε αυτή την περιοχή. Βέβαια το πλάτος της ταλάντωσης στην έξοδο είναι ακόμα πιο μικρό σε σχέση με πριν όπως περιμέναμε θεωρητικά.

3 Εργαστηριακή άσκηση 3

Έχοντας ως σκοπό την εξάλειψη των διαταραχών θα υλοποιήσουμε έναν δυναμικό ελεγκτή ανάδρασης καταστάσεων. Ο ελεγκτής αυτός είναι της μορφής:

$$u = -k_1 * x_1 - k_2 * x_2 - k_i * z$$

$$\dot{z} = x_1 - r$$

όπου r είναι η επιθυμητή τελική τιμή της εξόδου και z είναι η έξοδος του ολοκληρωτή. Άρα το επαυξημένο σύστημα κλειστού βρόγχου εκφράζεται σε εξισώσεις κατάστασης:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1.7802 & 0 \\ -1.6906 * k_1 & -1.8868 - 1.6906 * k_2 & -1,6906 * k_i \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -r \end{bmatrix}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι :

$$pd(s) = s^3 + (1.8868 + 1.6906 * k_2) * s^2 - 3 * k_1 * s - 3 * k_i$$

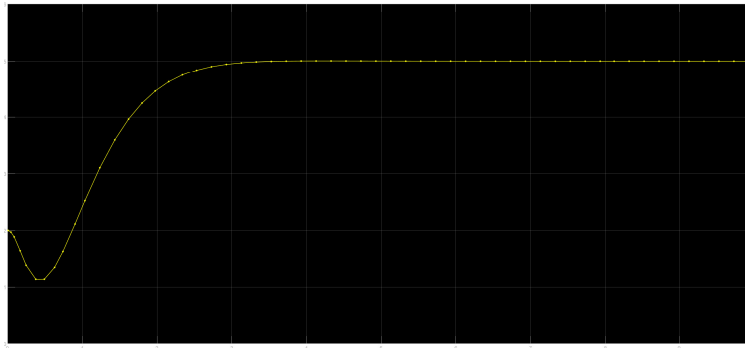
Για τριπλή ιδιοτιμή στο $\lambda = -3$ το χαρακτηριστικό πολυώνυμο γίνεται :

$$pd(s) = (s + 3)^3 = s^3 + 9s^2 + 27s + 27$$

Τα κέρδη που προβλέπονται είναι :

$$k_1 = -9, k_2 = 4.2, k_i = -9$$

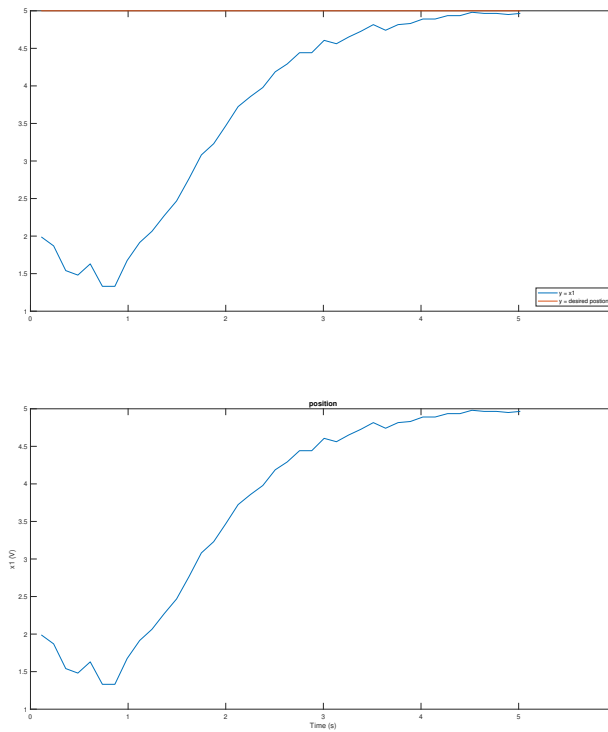
Μετά απο προσομοίωση στο simulink περιμέναμε να έχουμε αυτή την απόκριση στην έξοδο του συστήματος:

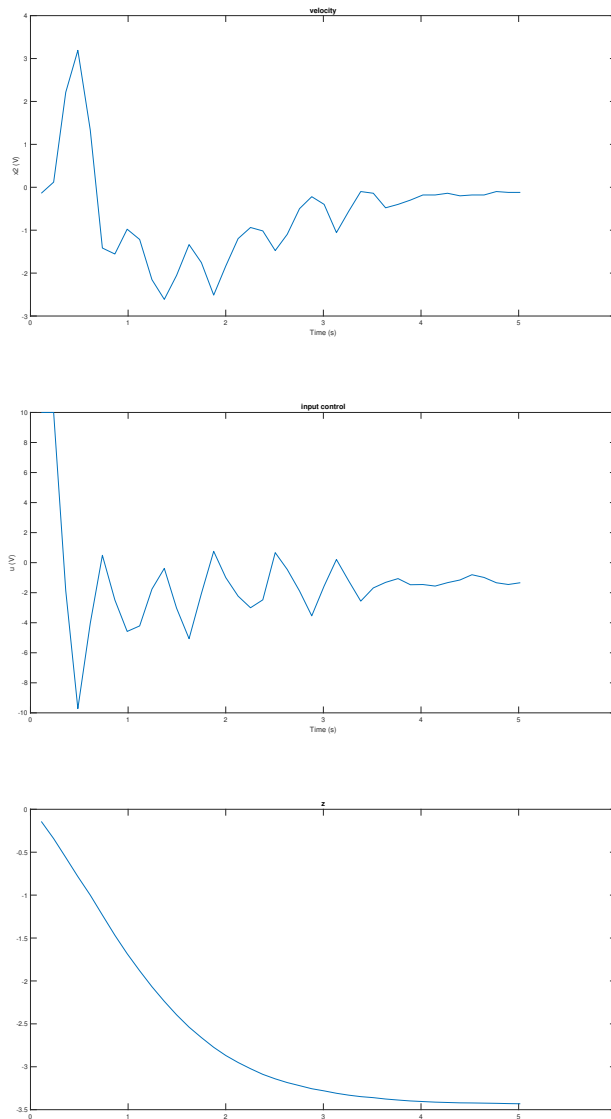


Η υλοποίηση αυτών των κερδών δυστυχώς δεν επέφερε τα επιθυμητά αποτελέσματα, καθώς παρουσιάστηκαν υπερυψώσεις αν και όχι ουσιώδεις. Ίσως μια αιτία για αυτό το αποτέλεσμα είναι ο αργός ρυθμός δειγματοληψίας, ο οποίος επηρεάζει την υλοποίηση του ολοκληρωτή καθώς και πιθανά σφάλματα κατά την μοντελοποίηση. Ίσως με παραπάνω χρόνο η διόρθωση της συμπεριφοράς του δυναμικού ελεγκτή για αυτά τα κέρδη να ήταν εφικτή. Κάνοντας tuning και θυσιάζοντας τον χρόνο αποκατάστασης παρατείνοντας τον σε χρόνο περίπου 4 δευτερόλεπτα, καταλήξαμε στα κέρδη:

$$k1 = -10, k2 = 4, ki = -15$$

Τα διαγράμματα των μετρήσεων είναι:





Το τελευταίο διάγραμμα είναι η έξοδος του ολοκληρωτή. Παρατηρούμε ότι το σφάλμα στη μονιμή κατάσταση έχει μηδενιστεί. Συνεπώς ο δυναμικός ελεγκτής οδήγησε στην εξάλειψη της επιρροής των διαταραχών στο σύστημα.

4 Εργαστηριακή άσκηση 4

Σκοπός της άσκησης είναι η σχεδίαση ενός παρατηρητή. Συνεπώς απαιτείται πρώτα να διερευνηθεί αν το σύστημα είναι παρατηρήσιμο. Ο πίνακας

παρατηρησιμότητας είναι ο :

$$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1.7802 \end{bmatrix}$$

$$\det(W) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1.7802 \end{vmatrix} = -1.7802 \neq 0$$

Rank(W)=2 Συνεπώς , το σύστημα είναι παρατηρήσιμο. Ο παρατηρητής θα έχει την μορφή :

$$\hat{\dot{x}} = A * \hat{x} + B * u + L * (y - C * \hat{x})$$

Το \hat{x} είναι η εκτιμώμενη κατάσταση από τον παρατηρητή. Για την επιλογή του πίνακα L θα αξιοποιήσουμε το θεώρημα της σχεδίασης παρατηρητή μέσω τοποθέτησης ιδιοτιμών. Συγκεκριμένα , θέλοντας να τοποθετήσουμε τις ιδιοτιμές της διαφορικής εξίσωσης του σφάλματος εκτίμησης του παρατηρητή $\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x}$ στις θέσεις -l1,-l2 του αριστερού μιγαδικού ημιεπιπέδου, παρατηρούμε ότι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του $A - LC$ είναι $:pd(s) = (s + l1)(s + l2) = s^2 + l1 * l2 * s + l1 + l2$, ενώ αυτό του πίνακα κατάστασης A είναι το $p(s) = s^2 + 1.8868 * s$. Επίσης έχουμε ότι :

$$W^{-1} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{1.7802} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1.8868 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1.8868 & 1 \end{bmatrix}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα ο πίνακας L που τοποθετεί τις ιδιοτιμές του A-LC σε επιθυμητές θέσεις είναι ο:

$$L = W^{-1} * \tilde{W} * \begin{bmatrix} l1 + l2 - 1.8868 \\ l1 * l2 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} l1 + l2 - 1.8868 \\ \frac{1.8868 * (l1 + l2 - 1.8868) - l1 * l2}{1.7802} \end{bmatrix}$$

Θέλουμε οι ιδιοτιμές του παρατηρητή A-LC να είναι 2-6 φορές μεγαλύτερες απο αυτές του ελεγκτή γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων A-BK όταν υλοποιηθεί ο ελεγκτής ανάδρασης εξόδου.

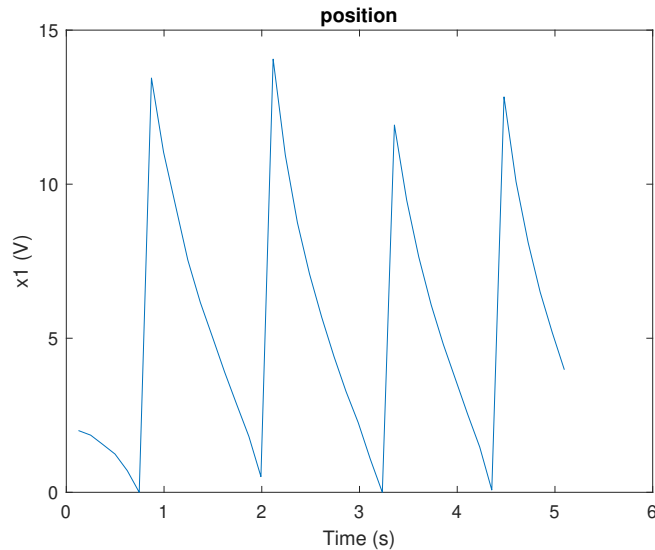
4.1 Ζητούμενο 1

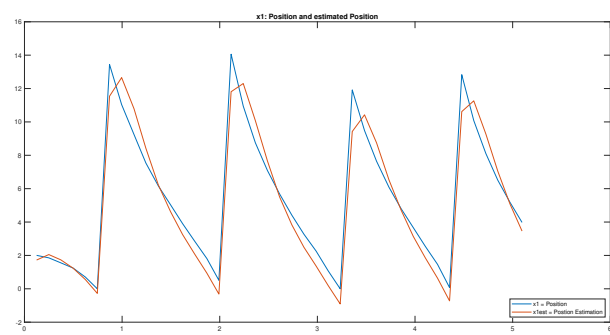
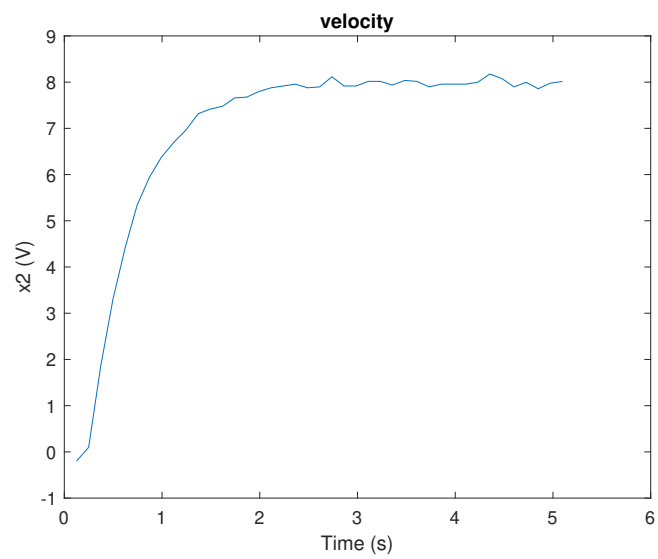
Μεγάλο εμπόδιο στην πρακτική υλοποίηση του παρατηρητή υπήρξε ο μεγάλος χρόνος δειγματοληψίας (120 ms κατά μέσο όρο) ο οποίος εμποδίζει την υλοποίηση ενός γρήγου και αποτελεσματικού παρατηρητή. Αν η συχνότητα

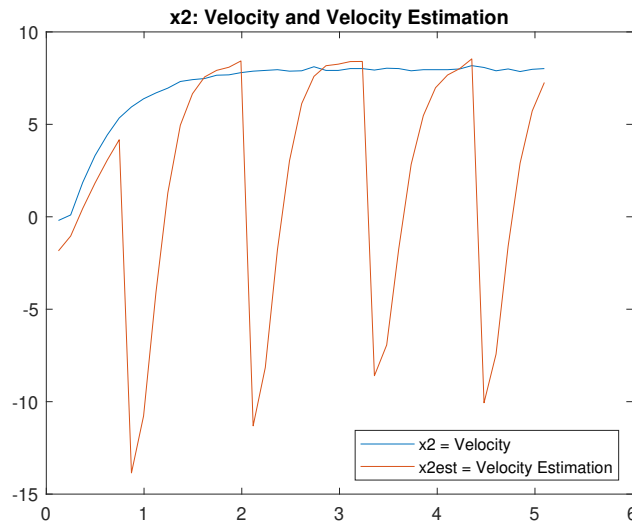
δειγματοληψίας ήταν μεγαλύτερη , τα περισσότερα πυκνά δείγματα θα επέτρεπαν στον παρατηρητή να εκτιμήσει πιο πιστά την συμπεριφορά των καταστάσεων του συστήματος. Με αυτόν τον περιορισμό κατά νού επιλέξαμε τις ιδιοτιμές του πίνακα A-LC να είναι $l_1=8$ και $l_2=8$, μετά από πολλές δοκιμές ιδιοτιμών με σκοπό να πετύχουμε την καλύτερη δυνατή προσέγγιση και για τις δύο καταστάσεις.

Οπώς φαίνεται ο παρατηρητής δεν αποτυπώνει πιστά τις δύο καταστάσεις αν και τις προσεγγίζει . Και στα δύο έχουμε κάποια απόκλιση. Αν αυξήσουμε τις ιδιοτιμές θα παρατηρούσαμε ότι η εκτίμηση της ταχύτητας θα βελτιωνόταν ενώ της θέσης θα χαλούσε ενώ αντίστροφα αν τις μειώναμε η εκτίμηση της θέσης θα βελτιωνόταν ενώ της ταχύτητας θα χαλούσε. Η ασυνέχεια που εμφανίζεται στην εκτίμηση της ταχύτητας οφείλεται στην ασυνέχεια που παρουσιάζει το ποτενσιόμετρο του άξονα της εξόδου , το οποίο εμφανίζει ασυνέχεια καθώς μεταβαίνει από τα 14.2 V στα 0V. Ένας πιο γρήγορος ρυθμός δειγματοληψίας θα επέτρεπε καλύτερα αποτελέσματα καθώς και την μείωση της διάρκειας των ασυνεχειών στην ταχύτητα.

Ακολουθούν τα διαγράμματα:







4.2 Ζητούμενο 2

Ζητείται η υλοποίηση ελεγκτή ανάδρασης εξόδου με την χρήση παρατηρητή. Οπώς και στο προηγούμενο υποερώτημα, ο αργός ρυθμός δειγματοληψίας είναι απαγορευτικός ως προς την υλοποίηση ενός γρήγορου και αποτελεσματικού παρατηρητή και πόσο μάλλον ενός ελεγκτή που χρησιμοποιεί την αρχή του εσωτερικού μοντέλου. Ο ελεγκτής ανάδρασης εξόδου είναι ο:

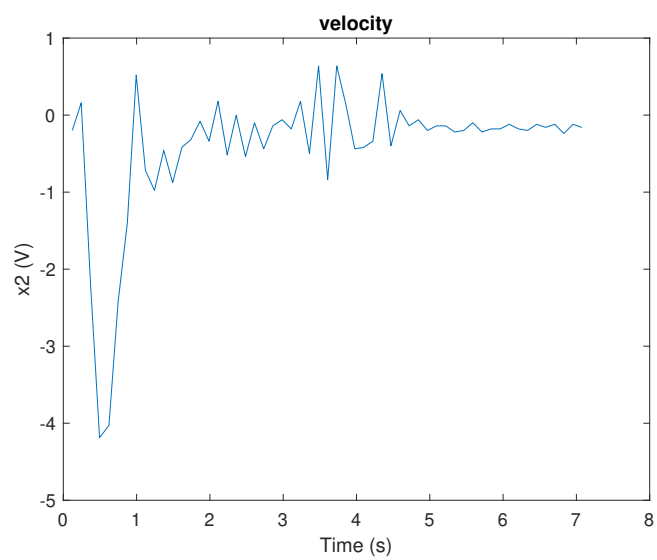
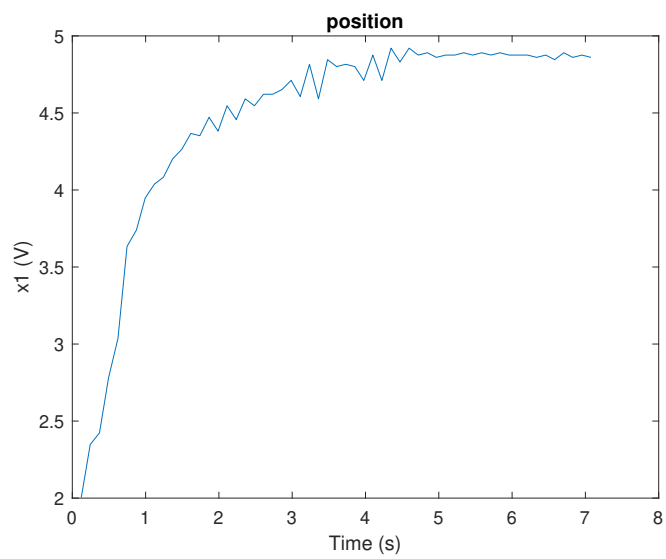
$$\hat{\dot{x}} = A * \hat{x} + B * u + L * (y - C * \hat{x})$$

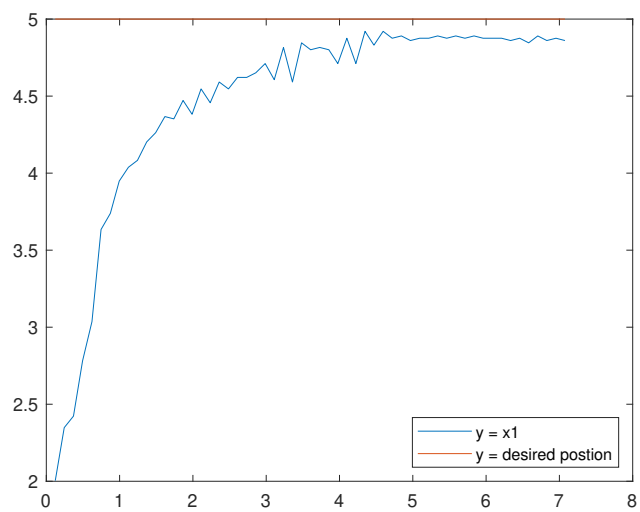
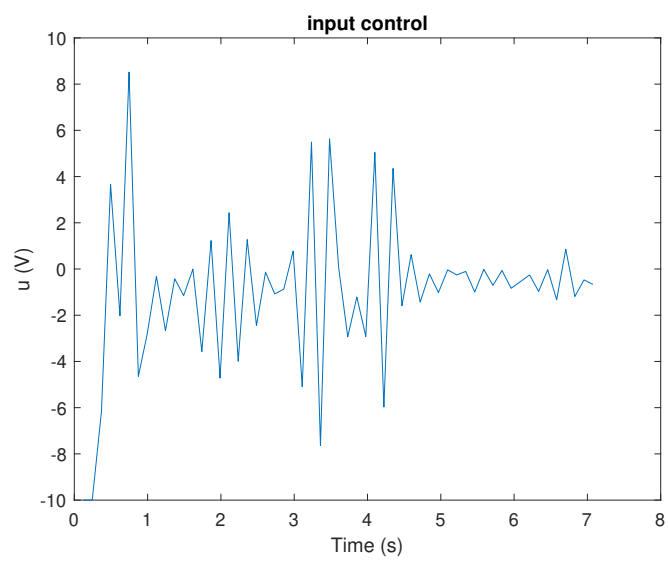
$$u = -k_1 \hat{x}_1 - k_2 \hat{x}_2 + k_1 * 5$$

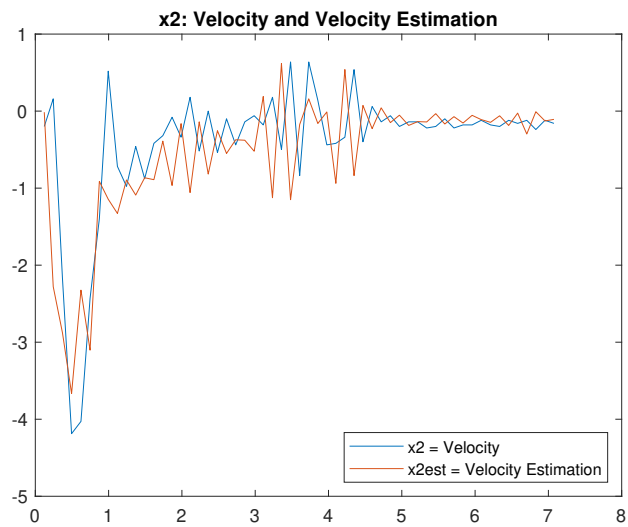
Για τα κέρδη του ελεγκτή γραμμικής ανάδρασης καταστάσεων έγινε επιλογή κερδών:

$$k_1 = -10, k_2 = 6$$

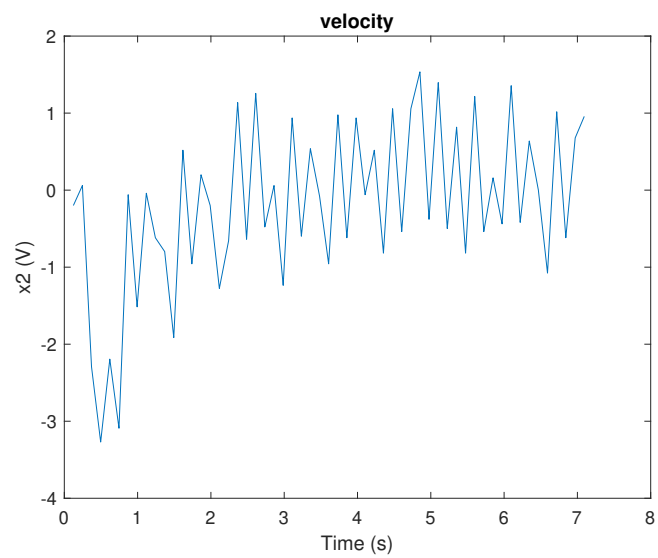
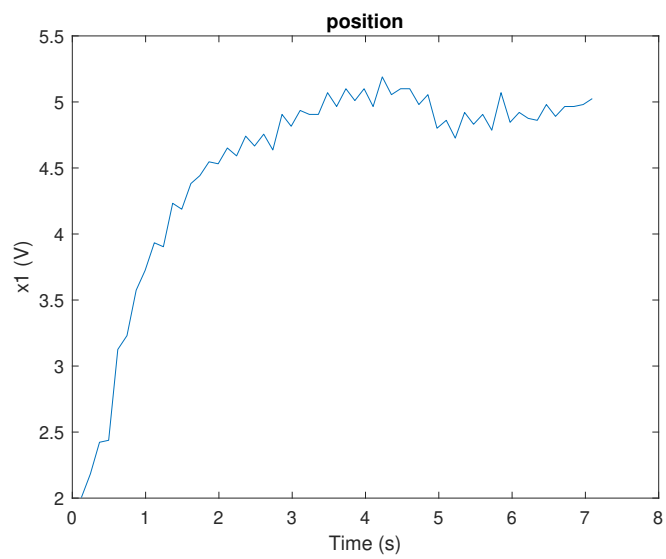
Οι ιδιοτιμές του πίνακα A-BK τοποθετούνται στις τιμές [-3.5,-8.5]. Λόγω περιορισμών στη συχνότητα δειγματοληψίας θα ξεκινήσουμε θέτοντας τις ιδιοτιμές της διαφορικής εξίσωσης του σφάλματος εκτίμησης σε διπλή ιδιοτιμή [-12,-12] αν και θεωρητικά πρέπει να είναι μεγαλύτερες 2-6 φορές από τις ιδιοτιμές του ελεγκτή.
Άρα για $l_1=12$ $l_2=12$:

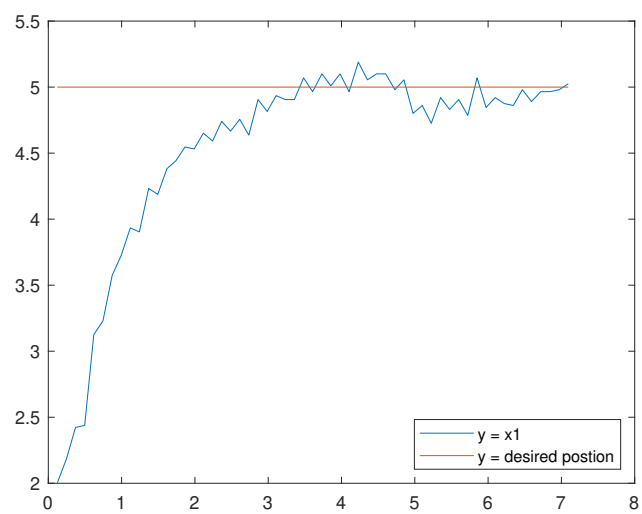
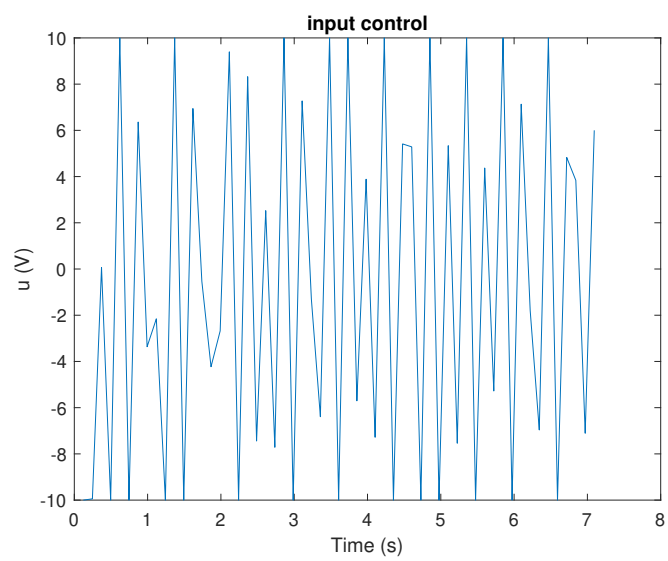


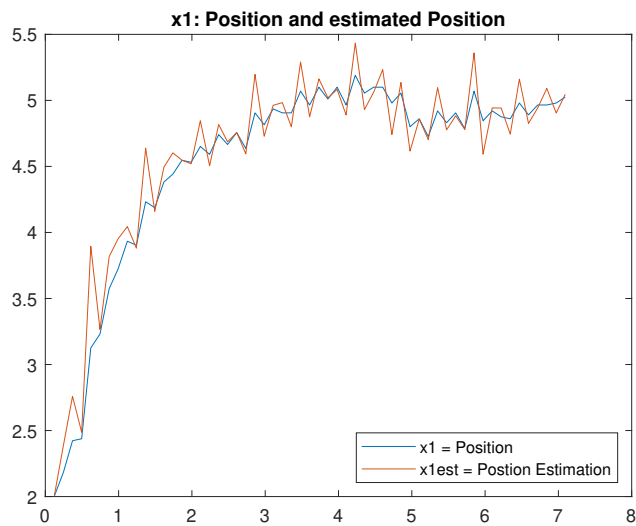
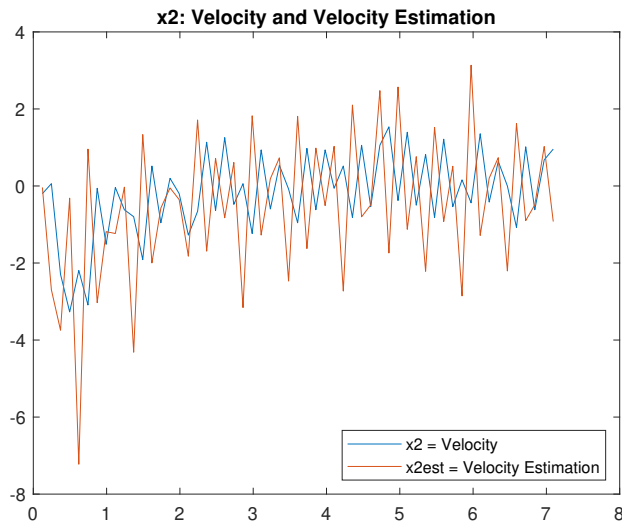




Αυξάνοντας τις ιδιοτιμές του παρατηρητή σε $l_1=-18, l_2=-18$, οι οποίες τηρούν την απαίτηση για ιδιοτιμές 2-6 φορές μεγαλύτερες από αυτές του ελεγκτή έχουμε:







Θεωρητικά θα περιμέναμε ότι η αύξηση της τιμής των ιδιοτιμών του παρατηρητή θα οδηγούσε στην υλοποίηση ενός καλύτερου ελεγκτή ανάδρασης εξόδου καθώς το σφάλμα εκτίμησης θα έτεινε γρήγορα στο μηδέν και ο παρατηρητής θα έδινε γρήγορα μια πιστή εκτίμηση της κατάστασης του συστήματος. Ωστόσο, λόγω του αργού ρυθμού δειγματοληψίας, η αύξηση αυτή των ιδιοτιμών οδηγεί το σύστημα σε λάθος εκτιμήσεις καθώς δεν είναι αρκετά πυκνά τα δείγματα για να έχουμε την σύγκλιση του σφάλματος εκτίμησης στο μηδέν. Αυτό είναι εμφανές πειραματικά από το γεγονός ότι είχαμε καλύτερη συμπεριφορά του ελεγχόμενου συστήματος για $l=12$ και όχι για $l=18$ αφού στη δεύτερη η έξοδος δεν παραμένει

απόλυτα σταθερή αλλά παρουσιάζει κάποιες μη αμελητέες διακυμάνσεις , ενώ η είσοδος ελέγχου δεν έχει φτάσει στο μηδέν. Επίσης, για $l=12$ έχουμε ένα μικρό τελικό σφάλμα στη τελική θέση του άξονα της εξόδου το οποίο οφείλεται εν μέρη στο πρόβλημα της υλοποίησης του ελεγκτή , ενώ και ο χρόνος αποκατάστασης μεγάλωσε στα 3 δευτερόλεπτα.

5 Τελικά συμπεράσματα

Μέσα απο αυτές της εργαστηριακές ασκήσεις , έγιναν εμφανείς οι προκλήσεις που αντιμετωπίζει ένας μηχανικός αυτομάτου ελέγχου πηγαίνοντας απο την θεωρία στην πρακτική υλοποίηση, καθώς τα πραγματικά συστήματα είναι μη γραμμικά, εμφανίζουν διαταραχές και θόρυβο καθώς και το οτί οι μικροέλεγκτες και αισθητήρες που αξιοποιούμε υπόκεινται σε περιορισμούς ως προς την λειτουργία. Επίσης , ήταν σημαντική και η διαδικασία του Tuning ώστε να διορθώνουμε την συμπεριφορά του συστήματος για να πετύχουμε πρακτικά τους στόχους της σχεδίασης αν δεν έχει δουλέψει η σχεδίαση που εξάγαμε από την θεωρητική ανάλυση.