

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Εργασία 1: Παραλλαγές αλγορίθμων εξισορρόπησης και αντιστοίχισης ιστογράμματος

[Άνοιξη 2025]

1. Εισαγωγή

Η εργασία επικεντρώνεται στην υλοποίηση με κώδικα σε Python και αξιολόγηση τεχνικών επεξεργασίας εικόνας με βάση την **εξισορρόπηση** (equalization) και την **αντιστοίχιση** (matching) **ιστογράμματος**, με στόχο είτε τη βελτίωση της οπτικής αντίληψης μιας εικόνας είτε την προσαρμογή της σε μια επιθυμητή κατανομή επιπέδων φωτεινότητας.

Υλοποιήθηκαν τρεις προσεγγίσεις για τη διαδικασία τροποποίησης ιστογράμματος:

- **Greedy** (Άπληστος αλγόριθμος)
- **Non-Greedy** (Συντηρητικός καταμερισμός)
- **Post-Disturbance** (Με προσθήκη θορύβου για εξομάλυνση της κατανομής)

Η εργασία περιλαμβάνει την περιγραφή των αλγορίθμων, την εφαρμογή τους σε προκαθορισμένες εικόνες και την ανάλυση των αποτελεσμάτων, τόσο οπτικά όσο και μέσω των αντίστοιχων ιστογραμμάτων.

2. Περιγραφή λειτουργίας των συναρτήσεων

Στην παρούσα ενότητα περιγράφεται η θεωρητική λειτουργία των βασικών συναρτήσεων που υλοποιήθηκαν στο πλαίσιο της εργασίας. Κάθε συνάρτηση σχεδιάστηκε ώστε να εξυπηρετεί ένα επιμέρους βήμα της διαδικασίας εξισορρόπησης ή αντιστοίχισης ιστογράμματος, όπως αυτή περιγράφεται στην εκφώνηση.

Πέρα από τις συναρτήσεις που ζητήθηκαν ρητά, υλοποιήθηκαν και τρεις **βοηθητικές συναρτήσεις**: *greedy_hist_approximation*, *non_greedy_hist_approximation*, *post_disturbance_hist_approximation*, οι οποίες ενσωματώνουν την επιθυμητή λογική μετασχηματισμού $f_i \rightarrow g_i$ για κάθε αντίστοιχη προσέγγιση, και χρησιμοποιούνται ως μέρος της συνολικής διαδικασίας.

Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή της θεωρητικής λειτουργίας κάθε συνάρτησης, οργανωμένη ανά αρχείο Python:

2.1 Αρχείο *hist_utils.py*

- *calculate_hist_of_img(img_array: np.ndarray, return_normalized: bool) → dict*:

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει το ιστόγραμμα μιας grayscale εικόνας, η οποία δίνεται ως δισδιάστατος πίνακας *numpy.ndarray* με τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Η εικόνα μετατρέπεται προσωρινά σε μονοδιάστατο πίνακα (*np.flatten*) ώστε να διευκολυνθεί η ανάλυση. Στη συνέχεια, μέσω της *np.unique* υπολογίζονται οι μοναδικές στάθμες φωτεινότητας f_i καθώς και ο αριθμός εμφανίσεων κάθε στάθμης (*count*). Η συνάρτηση επιστρέφει ένα λεξικό (dictionary), του οποίου τα *keys* είναι οι στάθμες φωτεινότητας f_i και τα *values* είναι είτε τα *counts* είτε οι σχετικές συχνότητες εμφάνισης ανάλογα με την τιμή του *return_normalized* (*False* ή *True* αντίστοιχα).

(Παραδοχές: Οι τιμές της εικόνας είναι ήδη κανονικοποιημένες στο $[0, 1]$ και οι στάθμες που συμμετέχουν στο ιστόγραμμα είναι οι μοναδικές τιμές που εμφανίζονται στην εικόνα)

- *apply_hist_modification_transform(img_array: np.ndarray, modification_transform: dict) → np.ndarray*:

Η συνάρτηση αυτή εφαρμόζει έναν μετασχηματισμό στάθμεων φωτεινότητας σε μια εικόνα, με βάση ένα λεξικό (dict) *modification_transform* που περιέχει αντιστοιχίσεις της μορφής $f_i \rightarrow g_i$. Δηλαδή, κάθε στάθμη φωτεινότητας της εικόνας εισόδου απεικονίζεται σε μια νέα προκαθορισμένη τιμή.

Η υλοποίηση βασίζεται σε ***vectorization*** μέσω της βιβλιοθήκης ***NumPy***, αποφεύγοντας πλήρως τη χρήση βρόχων (loops). Συγκεκριμένα:

- Οι στάθμες εισόδου (f_i) και εξόδου (g_i) ταξινομούνται.
- Η `np.searchsorted` εντοπίζει για κάθε pixel σε ποιο διάστημα των f_i ανήκει.
- Το αντίστοιχο g_i αποδίδεται σε κάθε τιμή εισόδου, με χρήση `np.clip` για ασφάλεια ως προς τα όρια.

Η τελική εικόνα επιστρέφεται με τις ίδιες διαστάσεις με την αρχική.

(Παραδοχές: Οι τιμές της εικόνας εισόδου βρίσκονται στο ίδιο αριθμητικό διάστημα με τις στάθμες του *modification_transform* και το λεξικό καλύπτει επαρκώς όλο το εύρος των τιμών της εικόνας)

2.2 Αρχείο *hist_modif.py*

- `perform_hist_modification(img_array: np.ndarray, hist_ref: dict, mode: str) → np.ndarray`:

Αυτή η συνάρτηση αποτελεί τον βασικό πυρήνα όλων των μετασχηματισμών ιστογράμματος. Λαμβάνει:

- την εικόνα εισόδου `img_array`
- την επιθυμητή κατανομή `hist_ref` (ως λεξικό στάθμης → συχνότητας)
- τον τύπο μεθόδου ("greedy", "non – greedy", "post – disturbance")

Καλεί την κατάλληλη συνάρτηση δημιουργίας μετασχηματισμού $f_i \rightarrow g_i$ και εφαρμόζει τον μετασχηματισμό στην εικόνα μέσω της `apply_hist_modification_transform`.

- `perform_hist_eq(img_array: np.ndarray, mode: str) → np.ndarray`:

Υλοποιεί εξισορρόπηση ιστογράμματος με βάση την επιλεγμένη μέθοδο ("greedy", "non – greedy", "post – disturbance"), προσεγγίζοντας την ομοιόμορφη κατανομή. Ορίζει ως στόχο το ισομερές μοίρασμα των τιμών εξόδου (στάθμες φωτεινότητας), δημιουργώντας `hist_ref` με ίσες πιθανότητες για κάθε στάθμη. Καλεί εσωτερικά την `perform_hist_modification`.

- `perform_hist_matching(img_array: np.ndarray, img_array_ref: np.ndarray, mode: str) → np.ndarray`:

Υλοποιεί αντιστοίχιση ιστογράμματος. Υπολογίζει την κανονικοποιημένη κατανομή της εικόνας αναφοράς την οποία χρησιμοποιεί ως `hist_ref` και τροποποιεί την εικόνα εισόδου με βάση την επιλεγμένη μέθοδο ("greedy", "non – greedy", "post –

disturbance"), ώστε το ιστόγραμμά της να προσεγγίσει το ιστόγραμμα της εικόνας αναφοράς *img_array_ref*.

Οι παρακάτω συναρτήσεις υλοποιούν διαφορετικές στρατηγικές για την κατασκευή μετασχηματισμών $f_i \rightarrow g_i$, με σκοπό τη μετατροπή του ιστογράμματος μιας εικόνας. Οι ίδιες υλοποιήσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για **εξισορρόπηση ιστογράμματος**, όσο και για **αντιστοίχιση προς συγκεκριμένη κατανομή αναφοράς**, ανάλογα με το επιθυμητό *hist_ref* που δίνεται ως είσοδος. Η τελική κατανομή που επιδιώκεται μπορεί να είναι είτε **ομοιόμορφη** (στην περίπτωση της εξισορρόπησης), είτε **ίδια με εκείνη άλλης εικόνας** (στην περίπτωση της αντιστοίχισης).

- *greedy_hist_approximation(img_array: np.ndarray, hist_ref: dict) → dict:*

Η συνάρτηση υλοποιεί την άπληστη (**greedy**) προσέγγιση για την τροποποίηση (**εξισορρόπηση** ή **αντιστοίχιση**) ιστογράμματος.

Αρχικά υπολογίζει το ιστόγραμμα της εικόνας εισόδου (*hist_input*) και επανυπολογίζει το ζητούμενο ιστόγραμμα αναφοράς (*hist_ref*) σε απόλυτες τιμές (*counts*), εφόσον είναι κανονικοποιημένο. Στη συνέχεια, σαρώνει διαδοχικά τις στάθμες εξόδου g_i και τους εκχωρεί φωτεινότητες εισόδου f_i με αύξουσα σειρά. Η εκχώρηση γίνεται μέχρι η g_i να "γεμίσει" — δηλαδή το πλήθος των ανατεθειμένων *samples* να φτάσει το επιθυμητό από το *hist_ref* (δηλαδή κάθε g_i να περιέχει περίπου N/L_g δείγματα). Επιπρόσθετα, δεν γίνεται επιμερισμός ή καταμερισμός μιας στάθμης f_i μεταξύ πολλών εξόδων, αλλά κάθε f_i αντιστοιχίζεται **ολόκληρη** σε μία g_i .

Ο μετασχηματισμός επιστρέφεται ως *dictionary* $f_i \rightarrow g_i$, όπου το τελικό ιστόγραμμα προσεγγίζει την επιθυμητή κατανομή.

- *non_greedy_hist_approximation(img_array: np.ndarray, hist_ref: dict) → dict:*

Η συνάρτηση υλοποιεί μια μη-άπληστη (**non-greedy**) προσέγγιση τροποποίησης (**εξισορρόπησης** ή **αντιστοίχισης**) ιστογράμματος.

Όπως και πριν, μετατρέπει το *hist_ref* σε *absolute counts* και υπολογίζει *hist_input*. Για κάθε στάθμη εξόδου g_i , εξετάζονται οι διαθέσιμες στάθμες εισόδου f_i , αλλά **δεν αντιστοιχίζονται αυτόματα**, όπως στην *greedy*. Η εκχώρηση μιας f_i σε g_i γίνεται μόνο αν το υπόλοιπο πλήθος (*deficiency*) της g_i είναι τουλάχιστον το **μισό** του *count* της f_i , ή η g_i δεν έχει λάβει καμία τιμή ακόμα (είναι "κενή"). Αυτή η προσέγγιση αποφεύγει την υπερφόρτωση της g_i από κάποια "πολυπληθή" f_i και οδηγεί σε **πιο ισορροπημένη τελική κατανομή**.

Ο μετασχηματισμός επιστρέφεται ως dictionary $f_i \rightarrow g_i$, όπου το τελικό ιστόγραμμα προσεγγίζει την επιθυμητή κατανομή.

- *post_disturbance_hist_approximation(img_array: np.ndarray, hist_ref: dict) → tuple:*

Η συνάρτηση υλοποιεί μια **βελτιωμένη εκδοχή** της **greedy** προσέγγισης, μέσω της προσθήκης **ομοιόμορφου** τυχαίου **θορύβου** στην εικόνα.

Αρχικά, υπολογίζει την απόσταση d μεταξύ διαδοχικών φωτεινοτήτων f_i (θεωρώντας τις στάθμες ισαπέχουσες). Στη συνέχεια προσθέτει τυχαίο θόρυβο από το διάστημα $[-d/2, d/2]$ σε κάθε pixel, διασπώντας συγκεντρώσεις και δημιουργώντας νέα ενδιάμεσα επίπεδα φωτεινότητας. Έπειτα εφαρμόζεται η συνάρτηση *greedy_hist_approximation* πάνω στην "διαταραγμένη" εικόνα (*disturbed_img_array*), επιτρέποντας πιο ευέλικτο mapping (πιο ρεαλιστική και ισορροπημένη απεικόνιση).

Επιστρέφονται ο τελικός μετασχηματισμός dictionary $f_i \rightarrow g_i$ και η "διαταραγμένη" εικόνα στην οποία εφαρμόστηκε ο μετασχηματισμός

2.3 Αρχείο *demo.py*

Το αρχείο *demo.py* αποτελεί το script επίδειξης των αποτελεσμάτων της εξισορρόπησης και αντιστοίχισης ιστογράμματος. Στόχος του είναι να συγκρίνει την αρχική και την επεξεργασμένη εικόνα, καθώς και τα αντίστοιχα ιστογράμματα, για κάθε προσέγγιση ("greedy", "non-greedy", "post-disturbance").

- Ανάγνωση εικόνων εισόδου και αναφοράς
Οι εικόνες διαβάζονται από τα αρχεία *input_img.jpg* και *ref_img.jpg*, μετατρέπονται σε grayscale και κανονικοποιούνται στο διάστημα $[0,1]$, όπως απαιτείται από τις συναρτήσεις του συστήματος.
- *show_side_by_side_plot(input_img_array: np.ndarray, ref_img_array: np.ndarray, mode: str, operation_type: str, save: bool)*

Η συνάρτηση αυτή αναλαμβάνει την οπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων. Για κάθε προσέγγιση - *mode* και για κάθε τύπο μετασχηματισμού - *operation_type* (equalization ή matching).

Αρχικά, εκτελεί τη σχετική συνάρτηση *perform_hist_eq* ή *perform_hist_matching*.

Έπειτα, υπολογίζει και προβάλλει:

- την αρχική εικόνα και το ιστόγραμμά της
- την επεξεργασμένη εικόνα και το ιστόγραμμά της

- και (στην περίπτωση matching) την εικόνα αναφοράς και το ιστόγραμμά της

Τέλος, παρουσιάζει τα αποτελέσματα μέσω της `matplotlib` σε `subplot` μορφή και προαιρετικά, αποθηκεύει κάθε γράφημα ως αρχείο εικόνας (.png) με βάση το όνομα της προσέγγισης μέσω της παραμέτρου `save`.

- ***main()***

Η συνάρτηση `main()` καλεί την `show_side_by_side_plot(...)` για **κάθε μέθοδο**, και για **εξισορρόπηση** και **αντιστοίχιση**, παράγοντας συνολικά 6 σύνολα συγκρίσεων.

3. Επίδειξη και σχολιασμός αποτελεσμάτων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των υλοποιημένων αλγορίθμων εξισορρόπησης και αντιστοίχισης ιστογράμματος στις εικόνες που δόθηκαν στην εκφώνηση. Κάθε αλγόριθμος εφαρμόζεται στις ίδιες εικόνες εισόδου, ενώ συνοδεύεται από την οπτική απεικόνιση του αποτελέσματος και του ιστογράμματος, ώστε να αξιολογηθεί η ορθή λειτουργία και η συμπεριφορά κάθε μεθόδου.

Οι μέθοδοι που συγκρίνονται είναι:

- **Histogram Equalization** (Εξισορρόπηση Ιστογράμματος)
- **Histogram Matching** (Αντιστοίχιση Ιστογράμματος)

Για κάθε μία από τις παραπάνω διαδικασίες, εφαρμόζονται οι τρεις διαφορετικοί αλγόριθμοι κατανομής φωτεινότητας:

- **Greedy** (Άπληστος μετασχηματισμός)
- **Non-Greedy** (Συντηρητικός μετασχηματισμός)

- **Post-Disturbance** (Με προσθήκη θορύβου και έπειτα greedy)
-

3.1 Histogram Equalization

Στην εξισορρόπηση ιστογράμματος, ο **στόχος** είναι η τροποποίηση της εικόνας έτσι ώστε το **τελικό ιστόγραμμα** να είναι **ομοιόμορφο**: κάθε στάθμη φωτεινότητας (g_i) να κατανέμεται ισοδύναμα, δηλαδή να αντιστοιχούν περίπου N/L_g pixels σε κάθε g_i , με απώτερο σκοπό την κάλυψη του διαστήματος $[0, 1]$.

Οι εικόνες εισόδου και εξόδου, καθώς και τα αντίστοιχα ιστογράμματα, παρουσιάζονται παρακάτω:

- **Greedy Equalization**

Histogram Equalization - Mode: greedy

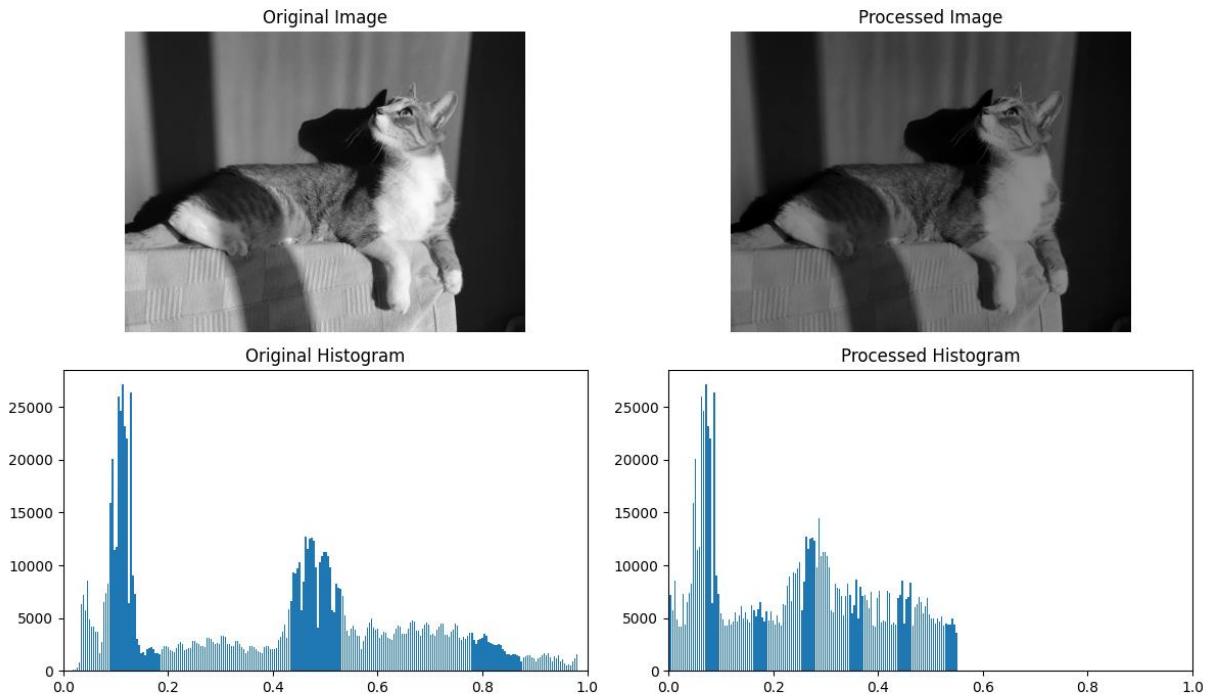


Figure 3.1.1: Greedy Equalization

Η εξισορρόπηση ιστογράμματος με την **greedy** προσέγγιση βασίζεται σε άπλοη στη εκχώρηση όσον αφορά τις στάθμες φωτεινότητας εισόδου (f_i) στις στάθμες εξόδου (g_i), ξεκινώντας από τα πιο σκοτεινά g_i . Η εκχώρηση συνεχίζεται κατά σειρά, μέχρι κάθε στάθμη g_i να φτάσει το επιθυμητό πλήθος pixel.

Στην πράξη, παρατηρούμε ότι η παραγόμενη εικόνα είναι **σημαντικά πιο σκοτεινή** από την αρχική. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το αρχικό ιστόγραμμα έχει μεγάλη συγκέντρωση στις χαμηλές τιμές φωτεινότητας. Καθώς οι πρώτες g_i στάθμες γεμίζουν πρώτες, τα περισσότερα ρίχει τελικά εκχωρούνται σε σκοτεινά επίπεδα.

Επιπλέον, στο ιστόγραμμα εξόδου παρατηρείται ότι η κατανομή **δεν καλύπτει το πλήρες εύρος φωτεινότητας [0, 1]**, αλλά περιορίζεται περίπου μέχρι το 0.55, διατηρώντας απότομες ακμές, όπως στην αρχική εικόνα. Αυτό υποδεικνύει ότι **οι υψηλότερες στάθμες g_i δεν χρησιμοποιήθηκαν** καθόλου, επειδή το πλήθος των pixel εξαντλήθηκε νωρίτερα. Το φαινόμενο αυτό περιορίζει το δυναμικό εύρος φωτεινότητας της τελικής εικόνας, με αποτέλεσμα την **έλλειψη φωτεινών περιοχών**.

Συνολικά, ενώ η μέθοδος επιτυγχάνει εξισορρόπηση σε κάποιο βαθμό, η φύση της άπληστης κατανομής μπορεί να οδηγήσει σε **μη επιθυμητά οπτικά αποτελέσματα**, ειδικά σε περιπτώσεις με μεγάλες συγκεντρώσεις χαμηλών τιμών στο αρχικό ιστόγραμμα.

- **Non-Greedy Equalization**

Histogram Equalization - Mode: non-greedy

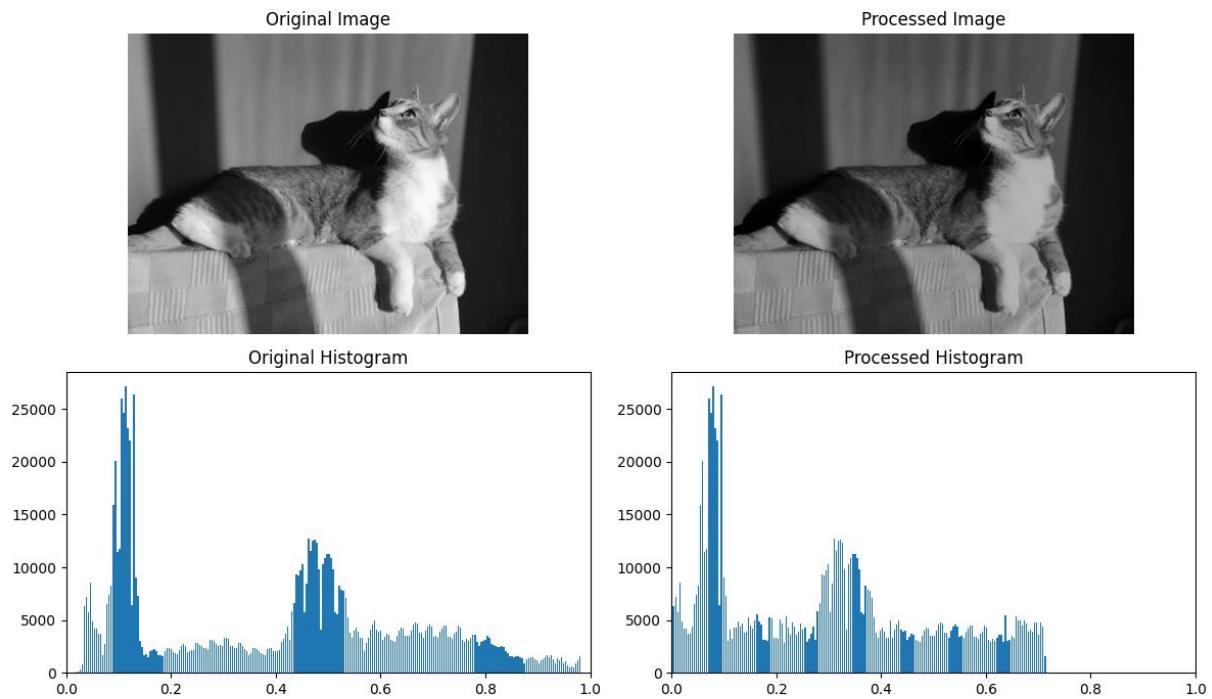


Figure 3.1.1: Non-Greedy Equalization

Η προσέγγιση **non-greedy** επιχειρεί εξισορρόπηση ιστογράμματος με πιο **συντηρητικό τρόπο** από τη greedy. Αντί να εκχωρεί αμέσως τις f_i τιμές στα g_i κατά σειρά, εξετάζει αν η τρέχουσα g_i στάθμη έχει σημαντικό “έλλειμμα” (δηλ. αν απέχει αρκετά από τον στόχο

N/L_g), και μόνο τότε πραγματοποιεί την εκχώρηση. Έτσι αποφεύγεται η **πρόωρη υπερφόρτωση** των πρώτων g_i επιπέδων, κάτι που αποτελεί βασικό μειονέκτημα της greedy προσέγγισης.

Το αποτέλεσμα αυτής της διαφορετικής λογικής φαίνεται καθαρά στο ιστόγραμμα εξόδου, το οποίο **καλύπτει μεγαλύτερο εύρος τιμών φωτεινότητας** σε σχέση με τη greedy. Οι στάθμες g_i που χρησιμοποιούνται φτάνουν έως περίπου 0.7, αποδεικνύοντας ότι η **κατανομή** είναι **πιο εκτεταμένη** και δεν περιορίζεται στις σκοτεινές τιμές, αν και εξακολουθεί να παρουσιάζει περιορισμούς, καθώς **δεν αξιοποιεί πλήρως το εύρος [0, 1]**, διατηρώντας απότομες αιχμές όπως στην αρχική εικόνα.

Οπτικά, η εικόνα εξόδου είναι βελτιωμένη και παρουσιάζεται **πιο ισορροπημένη** και **λιγότερο σκοτεινή από** την αντίστοιχη της **greedy**. Αν και δεν επιτυγχάνεται πλήρης ισοκατανομή (uniform histogram), παρατηρείται σημαντική βελτίωση στην **κατανομή** της **φωτεινότητας**.

Η συντηρητική συμπεριφορά του αλγορίθμου οδηγεί σε **καλύτερη εξισορρόπηση** των διαθέσιμων pixels στις g_i στάθμες και αποφεύγει την ανεπιθύμητη “συμπίεση” τιμών στις σκοτεινές περιοχές. Παράλληλα, διατηρείται και **μεγαλύτερο δυναμικό εύρος**, γεγονός που συνεισφέρει σε πιο φυσική αντίθεση.

- **Post-Disturbance Equalization**

Histogram Equalization - Mode: post-disturbance

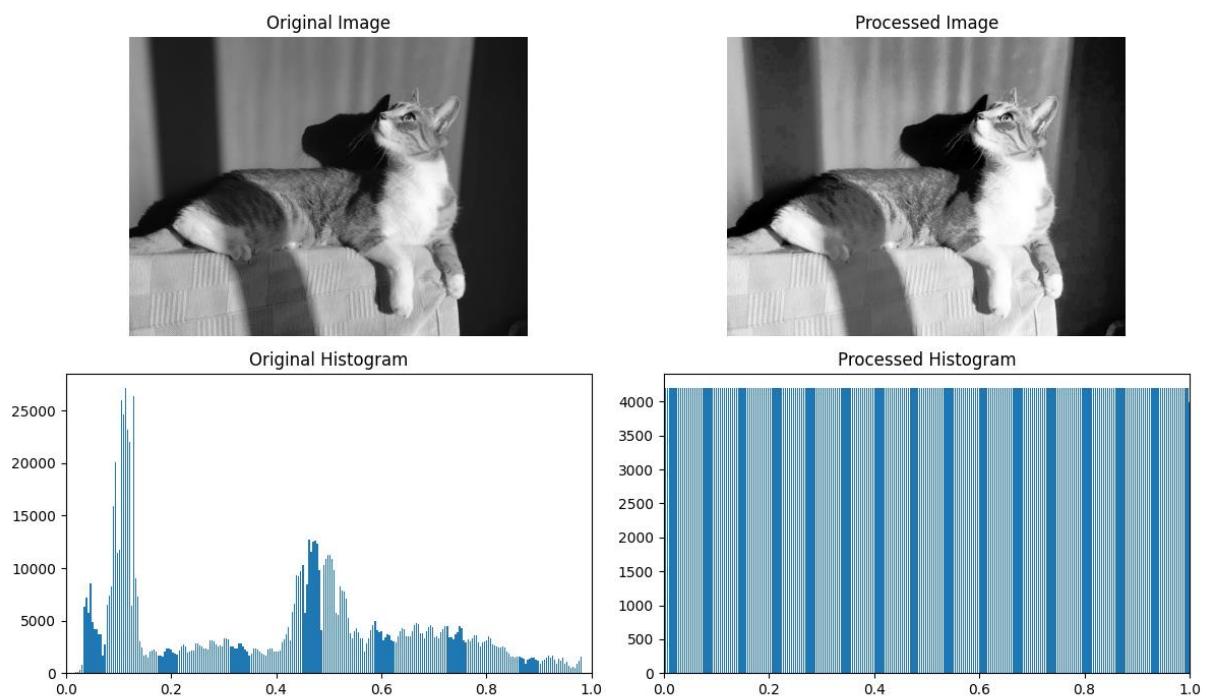


Figure 3.1.2: Post-Disturbance Equalization

Η προσέγγιση **post-disturbance** συνδυάζει τη βασική λογική της greedy εξισορρόπησης με ένα κρίσιμο ενδιάμεσο βήμα: την **προσθήκη τυχαίου θορύβου** στην είσοδο. Ο θόρυβος είναι **ομοιόμορφα κατανεμημένος** στο διάστημα $[-d/2, d/2]$, όπου d είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών φωτεινότητας στην εικόνα εισόδου. Ο στόχος είναι να "σπάσουν" οι συσσωρεύσεις τιμών (clusters) σε συγκεκριμένα f_i , οι οποίες εμποδίζουν την ισοκατανομή στην παραδοσιακή greedy προσέγγιση.

Το αποτέλεσμα αυτής της προεπεξεργασίας είναι άμεσα ορατό τόσο στην εικόνα εισόδου, όσο και στο ιστόγραμμα:

- Το **ιστόγραμμα** καλύπτει σχεδόν **ολόκληρο το εύρος φωτεινότητας [0, 1]**, με σταθμούς g_i από 0.0 έως και σχεδόν 1.0 να έχουν κατανεμημένα pixels.
- Η **κατανομή** των g_i εμφανίζεται **ομοιόμορφη** και χωρίς απότομες αιχμές ή κενά, όπως συμβαίνει στις greedy και non-greedy.
- Η τελική **εικόνα** είναι **πιο φωτεινή και με καλύτερη αντίθεση** σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους.

Η προσθήκη θορύβου δεν υποβαθμίζει την ποιότητα της εικόνας, αλλά αντίθετα, **βελτιώνει σημαντικά την εξισορρόπηση**, καθώς επιτρέπει στην greedy προσέγγιση να λειτουργήσει με **δεδομένα μεγαλύτερης ποικιλομορφίας**.

Ειδικά σε περιπτώσεις όπως η παρούσα, όπου η αρχική εικόνα έχει έντονες συγκεντρώσεις τιμών στις σκοτεινές περιοχές, η post-disturbance προσέγγιση είναι η **μόνη που επιτυγχάνει πλήρη και λειτουργική εξισορρόπηση**.

-
- Συμπερασματικά, σε σύγκριση με τις greedy και non-greedy μεθόδους, η **post-disturbance** εμφανίζει **ποιοτικά ανώτερο αποτέλεσμα** τόσο στο ιστογράφημα όσο και στην εικόνα. Συνδυάζει την απλότητα του greedy με έξυπνη διάχυση των τιμών μέσω θορύβου, οδηγώντας σε εξαιρετικά αποτελέσματα εξισορρόπησης.

3.2 Histogram Matching

Η αντιστοίχιση ιστογράμματος επιχειρεί να τροποποιήσει την εικόνα εισόδου έτσι ώστε το **τελικό ιστόγραμμα να προσεγγίσει εκείνο της εικόνας αναφοράς**. Στην πράξη, η φωτεινότητα της εισόδου μεταβάλλεται ώστε να "μιμείται" την κατανομή τιμών της reference εικόνας, χωρίς να αλλοιώνεται η δομή της.

Παρουσιάζονται τρεις περιπτώσεις:

- **Greedy Matching**



Figure 3.2.1: Greedy Matching

Στην περίπτωση του **greedy** matching, η χαρτογράφηση των τιμών $f_i \rightarrow g_i$ γίνεται με την ίδια απλή λογική της greedy εξισορρόπησης: οι στάθμες εισόδου κατανεμήθηκαν στις στάθμες του ιστογράμματος της εικόνας αναφοράς (g_i) με άπληστο τρόπο, γεμίζοντας κάθε g_i μέχρι να φτάσει το ζητούμενο πλήθος.

Το αποτέλεσμα είναι ένα ιστόγραμμα εξόδου που περιορίζεται περίπου μέχρι το 0.3 και πλησιάζει τη μορφή του reference histogram. Ωστόσο, **δεν αξιοποιείται το ανώτερο εύρος φωτεινότητας**, κάτι που περιορίζει τη δυναμική εμβέλεια της εικόνας εξόδου και κάποια g_i επίπεδα εμφανίζονται υπερφορτωμένα, ενώ άλλα υποεκπροσωπούνται ή παραμένουν κενά.

Οπτικά, η εικόνα εμφανίζεται **πιο σκοτεινή** από την αρχική, γεγονός που **συμφωνεί** με την **πυκνότητα σκοτεινών τιμών στην εικόνα αναφοράς**. Ωστόσο, η μετατόπιση της φωτεινότητας είναι **απότομη** σε ορισμένες περιοχές, με αποτέλεσμα πιθανή απώλεια λεπτομέρειας.

- **Non-Greedy Matching**



Figure 3.2.2: Non-Greedy Matching

Η **non-greedy** αντιστοίχιση ιστογράμματος εφαρμόζει **πιο ισορροπημένη εκχώρηση** των f_i στις στάθμες g_i της reference εικόνας. Αποφεύγεται η πρόωρη πλήρωση των g_i και παρατηρείται επέκταση του ιστογράμματος εξόδου μέχρι περίπου 0.6, επιτυγχάνοντας μια **πιο ομαλή προσέγγιση του reference histogram**, με πιο ισόρροπη εκμετάλλευση των g_i επιπέδων σε σχέση με τη greedy.

Οι **στάθμες φωτεινότητας** g_i χρησιμοποιούνται με **καλύτερη κατανομή**, ενώ το **ιστόγραμμα εξόδου** είναι συνεχές και **ακολουθεί** τη γενική μορφή της εικόνας αναφοράς χωρίς απότομες διακυμάνσεις.

Οπτικά, η εικόνα εξόδου έχει **καλύτερη ισορροπία φωτεινότητας**, διατηρώντας την αισθητική της reference εικόνας, χωρίς να χάνεται η δομή της αρχικής. Η μέθοδος θεωρείται πιο “**προσεκτική**” και λειτουργεί αποτελεσματικά όταν επιθυμείται **φυσική προσαρμογή** μεταξύ δύο εικόνων.

- **Post-Disturbance Matching**



Figure 3.2.3: Post-disturbance Matching

Η προσέγγιση **post-disturbance**, όπως και στην εξισορρόπηση, εισάγει **τυχαίο θόρυβο** στην εικόνα εισόδου ώστε να μειωθεί η συγκέντρωση τιμών σε συγκεκριμένα f_i , πριν εφαρμοστεί η greedy κατανομή στο reference histogram.

Το αποτέλεσμα είναι ένα **ιστόγραμμα εξόδου** που **καλύπτει πλήρως** το **εύρος τιμών φωτεινότητας** μέχρι περίπου το 0.75, **αντιστοιχώντας** με **μεγάλη ακρίβεια** στην κατανομή της **reference εικόνας**. Η προσθήκη θορύβου επέτρεψε την **πιο λεπτομερή κατανομή** των pixels στις στάθμες g_i , αποφεύγοντας τις ανεπιθύμητες μαζικές εικωρήσεις.

Οπτικά, η εικόνα είναι **ιδιαίτερα ομαλή** και **ευθυγραμμισμένη** με την **τονικότητα** της **εικόνας αναφοράς**. Η μεταβολή των φωτεινοτήτων γίνεται προοδευτικά και φυσικά, χωρίς απώλεια πληροφορίας, γεγονός που καθιστά τη μέθοδο εξαιρετικά αποτελεσματική για matching.

- Συμπερασματικά, και στις τρεις περιπτώσεις, ο κώδικας επιτυγχάνει το στόχο της αντιστοίχισης ιστογράμματος. Ωστόσο, η **post-disturbance** προσέγγιση προσφέρει το πιο “ψυσικό” αποτέλεσμα, ενώ η **non-greedy** καταφέρνει να βελτιώσει αισθητά την κατανομή σε σχέση με την απλή **greedy**. Τα αποτελέσματα ευθυγραμμίζονται με τη θεωρία και τις προσδοκίες από κάθε μέθοδο, αποδεικνύοντας την **ορθή** και **γενικεύσιμη λειτουργία** της υλοποίησης.
-

4. Παραδοχές κατά την υλοποίηση

Κατά την ανάπτυξη του κώδικα, υιοθετήθηκαν ορισμένες παραδοχές, σύμφωνα με τις οδηγίες της εκφώνησης, προκειμένου να διασφαλιστεί η γενικότητα, η ορθότητα και η συμβατότητα της υλοποίησης με το πρόβλημα που μελετάται:

Είσοδος και μορφή εικόνων

- Όλες οι εικόνες θεωρούνται ασπρόμαυρες (grayscale), με τιμές φωτεινότητας στο διάστημα [0,1]. Η μετατροπή σε grayscale γίνεται με χρήση *PIL.Image.convert("L")*, ενώ η κανονικοποίηση πραγματοποιείται με διαιρεση διά 255.

Ιστόγραμμα εικόνας

- Το ιστόγραμμα κάθε εικόνας υπολογίζεται με βάση τις μοναδικές τιμές φωτεινότητας (*unique levels*) μέσω της συνάρτησης *pr.unique*, χωρίς χρήση έτοιμων συναρτήσεων υπολογισμού ιστογράμματος (για παράδειγμα η *pumpry.histogram* κτλ.), όπως ρητά ζητείται από την εκφώνηση.

- Οι στάθμες εισόδου (f_i) θεωρούνται ισαπέχουσες, δηλαδή η απόσταση μεταξύ διαδοχικών τιμών είναι σταθερή ($d = f_{i+1} - f_i$). Η παραδοχή αυτή είναι κρίσιμη για την εφαρμογή της μεθόδου με προσθήκη θορύβου (post-disturbance).

Στάθμες εξόδου (g_i)

- Οι στάθμες φωτεινότητας εξόδου (g_i) θεωρούνται ισαπέχουσες εντός του διαστήματος $[0,1]$, σύμφωνα με την απαίτηση της εξισορρόπησης ιστογράμματος. Η παραγωγή των g_i γίνεται με χρήση της *pr. linspace*.

Κατανομή εξισορρόπησης

- Κατά την εξισορρόπηση ιστογράμματος, θεωρείται ομοιόμορφη επιθυμητή κατανομή, δηλαδή κάθε στάθμη g_i αναμένεται να καταλαμβάνει ποσοστό $1/L_g$ των συνολικών pixels.

Συμβατότητα με διαφορετικές εικόνες

- Ο κώδικας έχει υλοποιηθεί ώστε να λειτουργεί για οποιαδήποτε εικόνα που πληροί τις παραπάνω προδιαγραφές, χωρίς εξάρτηση από συγκεκριμένα filenames, μορφή εικόνας ή πλήθος επιπέδων φωτεινότητας.