

**CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA - UNICEUB**  
**CEUB - Campus da Asa Norte**

**Geovanna dos Santos Benedito**

**Sistematização 01: Adição de Vetores com PHET**

Atividade prática para a disciplina de Geometria Analítica e Álgebra Linear

Brasília

2025

**Geovanna dos Santos Benedito**

### **Sistematização 01: Adição de Vetores com PHET**

Atividade prática para a disciplina de Geometria Analítica e Álgebra Linear

Atividade Prática apresentada ao Centro Universitário de Brasília (UNICEUB), Asa Norte, para definir objetivos claros, formular hipóteses, identificar e controlar variáveis, registrar dados com precisão e analisar os resultados de forma crítica.

Brasília

2025

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>04</b>
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>05</b>
2.1	EXPERIÊNCIA COM A PLATAFORMA	05
2.2	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE CADA SIMULAÇÃO	06
2.2.1	EXPLORAR 1D	06
2.2.2	EXPLORAR 2D	07
2.2.3	LABORATÓRIO	08
2.2.4	EQUAÇÕES	09
2.2.5	QUESTÕES TEÓRICAS	09
<b>3</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>22</b>
<b>5</b>	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>23</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A exploração do conceito de adição vetorial, facilitada pela interface intuitiva da simulação "Adição de Vetores" da plataforma PHET, constituiu o núcleo metodológico deste estudo. A estruturação das atividades em torno das seções "Explorar 1D", "Explorar 2D", "Laboratório" e "Equações" permitiu uma investigação multifacetada das propriedades e representações inerentes à álgebra vetorial. A manipulação direta e a observação das ferramentas de visualização da plataforma proporcionaram um ambiente dinâmico para a compreensão das relações entre vetores, seus componentes, magnitude, direção e o vetor resultante.

## 2 METODOLOGIA

Essa Sistematização descreve métodos para explorar o conceito de adição vetorial por meio da simulação “Adição de Vetores” fornecida pela plataforma PHET da Universidade do Colorado. As atividades foram divididas por quatro tipos de simulação: “Explorar 1D”, “Explorar 2D”, “Laboratório” e “Equações”, cada uma com exercícios específicos para investigar diferentes propriedades e representações da álgebra vetorial.

### 2.1 EXPERIÊNCIA COM A PLATAFORMA

A simulação foi acessada através do link fornecido pela plataforma: “[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)”. Inicialmente, a familiarização com a plataforma foi realizada por meio de explorações de cada seção da simulação, o que tornou possível identificar as ferramentas disponíveis para a manipulação dos vetores, visualização de componentes, magnitude, direção e vetor resultante.

FIGURA 1 - Tela Inicial PHET



Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Interface principal da simulação, apresentando as quatro seções disponíveis para exploração: "Explorar 1D", "Explorar 2D", "Laboratório" e "Equações"

## 2.2 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE CADA SIMULAÇÃO

Foi investigado a soma vetorial em diversas representações. Manipulações foram feitas para observar o vetor resultante e verificar propriedades da soma. Capturas da tela documentaram o processo e os resultados para análise dos conceitos vetoriais.

### 2.2.1 EXPLORAR 1D

As variáveis identificadas foram:

- Independentes: Valores dos vetores unidimensionais  $a$ ,  $b$  e  $c$  (magnitude e sinal).
- Dependentes: Valor do vetor resultante da soma.

Passos realizados:

- Exercício 1: Os vetores  $a = 3$ ,  $b = -2$  e  $c = 4$  foram inseridos na linha numérica da simulação, ajustando seus comprimentos e direções. A soma  $a + b + c$  foi realizada observando o vetor resultante. A propriedade comutativa foi demonstrada somando  $a + b$  e, em seguida,  $b + a$ , comparando os vetores resultantes.
- Exercício 2: Os vetores  $a = -5$ ,  $b = 7$  e  $c = 2$  foram inseridos. As somas  $(a + c) + b$  e  $a + (b + c)$  foram realizadas sequencialmente na simulação, e os vetores resultantes foram comparados para demonstrar a propriedade associativa.
- Exercício 3: Os vetores  $a = 6$ ,  $b = -3$  e  $c = -1$  foram inseridos. A soma dos três vetores foi calculada. A verificação da soma de vetores opostos foi realizada identificando pares de vetores com magnitudes iguais e sinais opostos e observando se sua soma resultava no vetor nulo.
- Exercício 4: Os vetores  $a = 4$ ,  $b = 4$  e  $c = -8$  foram inseridos. A soma foi realizada, e a manifestação da propriedade do inverso aditivo

(identificação de vetores que somados resultam em zero) foi analisada na simulação.

- Exercício 5: Valores personalizados para a, b e c foram criados e inseridos na simulação. As propriedades da soma (comutatividade, associatividade, elemento neutro ou inverso aditivo, conforme a escolha dos valores) foram testadas.

### 2.2.2 EXPLORAR 2D

Durante a etapa de exploração da seção "2D" da simulação, a manipulação direta da ponta do vetor para ajustar a magnitude invariavelmente resultou em uma alteração simultânea do ângulo, e vice-versa. A interface da simulação, na versão utilizada, não dispôs de controles independentes ou campos de entrada direta para definir precisamente valores específicos de magnitude e ângulo simultaneamente.

Diante dessa limitação, para os exercícios que requeriam valores predefinidos de magnitude e ângulo, priorizou-se o ajuste da magnitude o mais próximo possível do valor solicitado. O ângulo resultante foi, portanto, determinado pela dinâmica da manipulação na simulação. Esforços foram feitos para minimizar a variação angular ao ajustar a magnitude, mas um controle independente e preciso de ambos os parâmetros simultaneamente não foi viável dentro das funcionalidades observadas na interface. Os dados de ângulo apresentados nos resultados refletem, portanto, os valores obtidos como consequência do ajuste da magnitude.

As variáveis identificadas foram:

- Independentes: Magnitude e ângulo dos vetores a e b.
- Dependentes: Magnitude e ângulo do vetor resultante da soma.

Passos realizados:

- Exercício 1: O vetor a com magnitude 5 e ângulo  $36.9^\circ$  e o vetor b com magnitude 4 e ângulo  $90^\circ$  foram criados na simulação, ajustando seus comprimentos e orientações. A soma vetorial foi realizada, e a magnitude e a direção do vetor resultante foram observadas e registradas.

- Exercício 2: Dois vetores quaisquer foram escolhidos e inseridos na simulação. Suas componentes ( $V_x$ ,  $V_y$ ), magnitudes ( $R$ ) e ângulos ( $\theta$ ) foram registrados (se visíveis). A soma vetorial foi realizada, e a relação visual entre os ângulos dos vetores originais e o vetor soma foi observada.
- Exercício 3: Dois vetores com magnitudes fixas ( $a=5$  e  $b=7.8$ ) foram selecionados. O ângulo de um ou ambos os vetores foi variado sistematicamente, e para cada variação, a magnitude do vetor resultante foi observada e registrada. A influência da variação angular teve impacto significativo na magnitude do vetor resultante, com isso, pode-se observar que quando os vetores estão próximos, com um ângulo pequeno entre eles, o vetor soma exibe o maior comprimento. À medida que o ângulo entre os vetores aumenta, o vetor resultante diminui de tamanho.

### 2.2.3. LABORATÓRIO

As variáveis identificadas foram:

- Independentes: Dois vetores não colineares (magnitude e direção).
- Dependentes: Vetor resultante obtido pela regra do paralelogramo e pela soma de componentes (visualização).

Passos Realizados:

- Exercício 1: Dois vetores não colineares ( $a= 3, 2$  e  $b= 1,4$ ) foram selecionados e posicionados no plano. A regra do paralelogramo foi aplicada visualmente, utilizando as ferramentas da simulação para formar o paralelogramo. O vetor resultante ( $s= 4,6$ ), representado pela diagonal do paralelogramo, foi identificado. O procedimento foi realizado através da adição de linhas paralelas a 'a' partindo da ponta de 'b', e paralelas a 'b' partindo da ponta de 'a', criando assim um paralelograma.



- Exercício 2: Para os mesmos vetores do Exercício 1, a visualização da soma vetorial por componentes foi comparada com a representação gráfica da regra do paralelogramo.

#### 2.2.4 EQUAÇÕES

Passos realizados:

- Exercício 1: Foram utilizados dois vetores arbitrários,  $a=(0,5)$  e  $b=(5,5)$ , obteve-se na simulação como soma:  $a+b=(0+5,5+5)=(5,10)$  e subtração:  $a-b=(0-5,5-5)=(-5,0)$
- Exercício 2: Na plataforma PHET, não foi possível adicionar um terceiro vetor no setor “Equações”, portanto, foram utilizados os mesmos vetores do exercício anterior para sustentar a observação e conclusão de que na soma de vetores, a ordem em que você os adiciona não muda o resultado final, já na subtração de vetores, a ordem em que você realiza as operações afeta o resultado final. A ordem em que os vetores são subtraídos ou adicionados muda a direção e/ou o tamanho do vetor resultante.

#### 2.2.5 QUESTÕES TEÓRICAS

**Explique os conceitos de vetor, magnitude e direção. Como esses conceitos se aplicam na representação gráfica de vetores?**

Um vetor é uma entidade matemática que tem magnitude (seu tamanho ou comprimento) e direção (a direção para a qual aponta). Na representação gráfica, os vetores são desenhados como setas. O comprimento de uma flecha é proporcional ao seu tamanho, e a ponta da flecha indica sua direção.

**Quais são as principais propriedades da soma de vetores (comutatividade, associatividade, existência do elemento neutro e do inverso aditivo)?**

As principais propriedades da soma de vetores são:

- Comutatividade: A ordem dos vetores na soma não altera o resultado.
- Associatividade: A forma como os vetores são agrupados na soma não altera o resultado.
- Existência do Elemento Neutro: Existe um vetor nulo que, quando somado a qualquer vetor, não o altera.
- Existência do Inverso Aditivo: Para cada vetor, existe um vetor oposto que, quando somado a ele, resulta no vetor nulo.

**Descreva a regra do paralelogramo e sua importância na adição de vetores em duas dimensões.**

A regra do paralelogramo é um método gráfico para somar dois vetores que compartilham o mesmo ponto inicial. Desenha-se um paralelogramo onde os dois vetores são dois lados adjacentes. O vetor resultante da soma é a diagonal do paralelogramo que se estende a partir do ponto inicial comum dos dois vetores. Sua importância reside em fornecer uma representação visual clara da adição de vetores em duas dimensões.

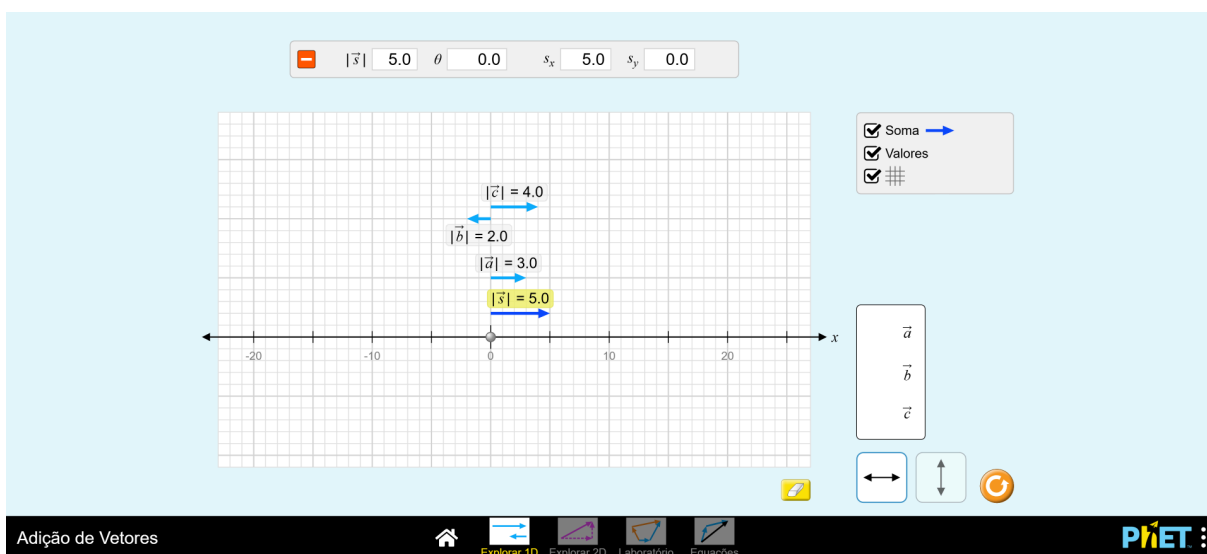
**Como a manipulação algébrica de vetores pode ser utilizada para resolver problemas práticos em Geometria Analítica?**

A manipulação algébrica de vetores, utilizando suas componentes em um sistema de coordenadas, permite resolver problemas de geometria analítica através de cálculos diretos. Podemos determinar a colinearidade de pontos, encontrar pontos médios, verificar paralelismo e perpendicularidade de retas, calcular distâncias e áreas, entre outras aplicações, sem depender exclusivamente de construções gráficas.

### 3 RESULTADOS

Essa seção traz os resultados das simulações PHET realizadas, que ilustraram a soma de vetores, confirmando propriedades como comutatividade e associatividade. As imagens capturadas a seguir evidenciam esses conceitos.

FIGURA 2 - Explorar 1D, exercício 1

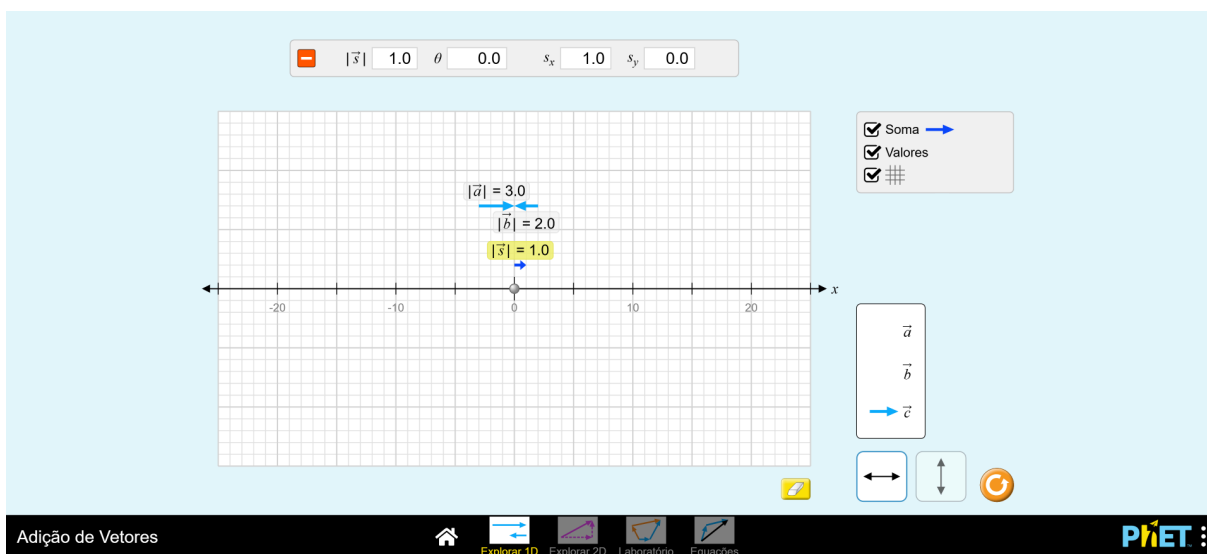


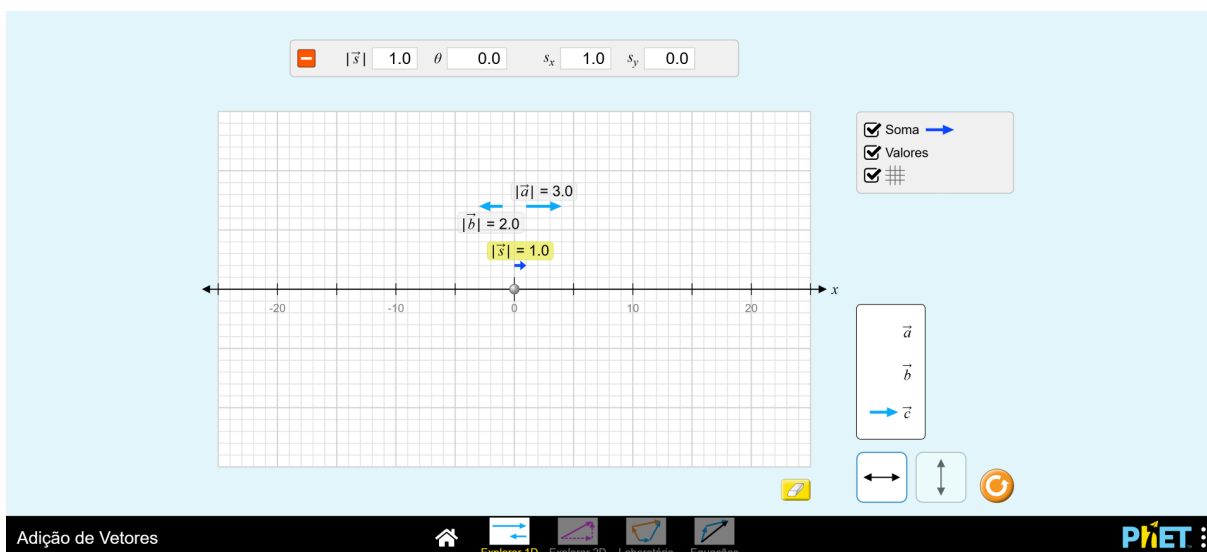
Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Adição dos vetores  $a=3$ ,  $b=-2$  e  $c=4$  na simulação 1D. Os vetores foram arrastados para a linha numérica, e o vetor resultante da soma é claramente visível.

FIGURAS 3 e 4 - Explorar 1D, exercício 1 (Propriedade comutativa)



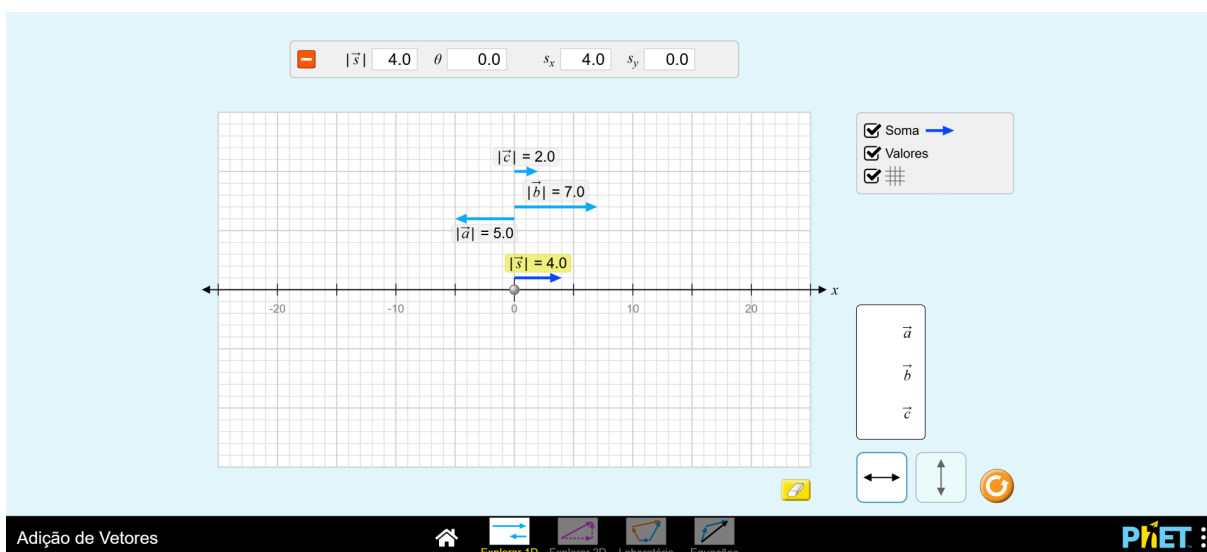


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: O conjunto de imagens compara a soma dos vetores  $a=3$  e  $b=-2$  em ambas as ordens. A primeira imagem mostra  $a+b$ , e a segunda,  $b+a$ . Observa-se que o vetor resultante é o mesmo em ambos os casos, confirmando a propriedade comutativa.

FIGURA 4 - Explorar 1D, exercício 2

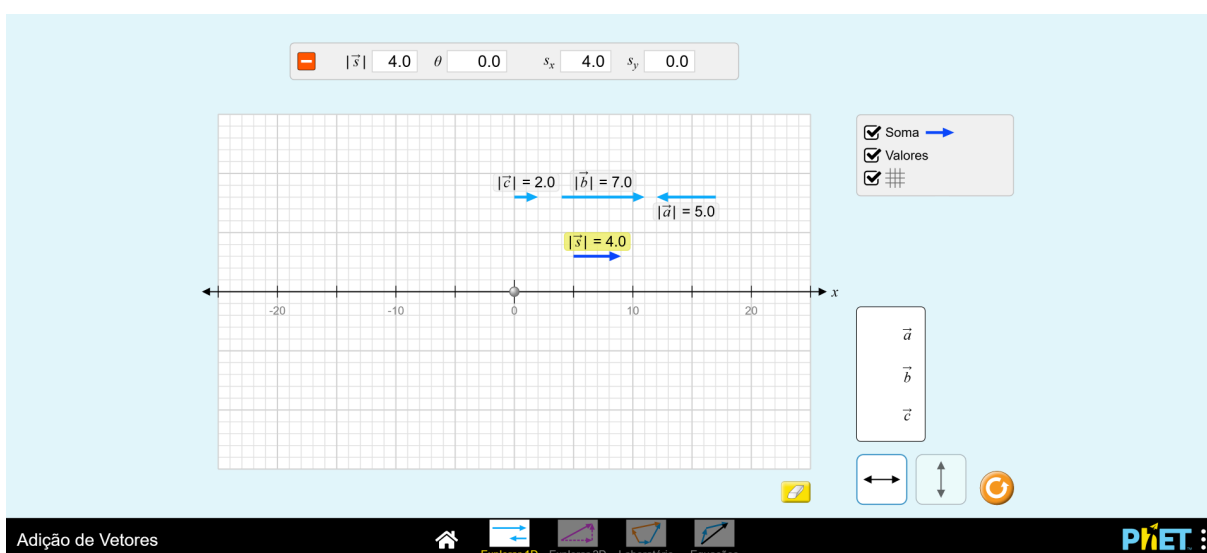
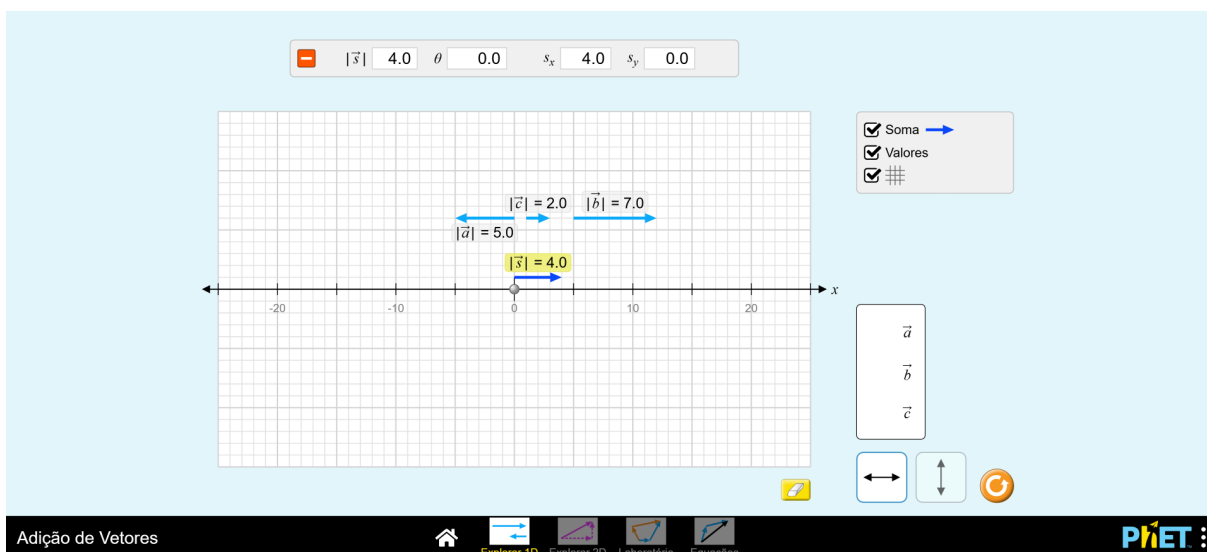


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Adição dos vetores  $a=-5$ ,  $b=7$  e  $c=2$  na simulação 1D.

FIGURAS 5 e 6 - Explorar 1D, exercício 2 (Propriedade associativa)

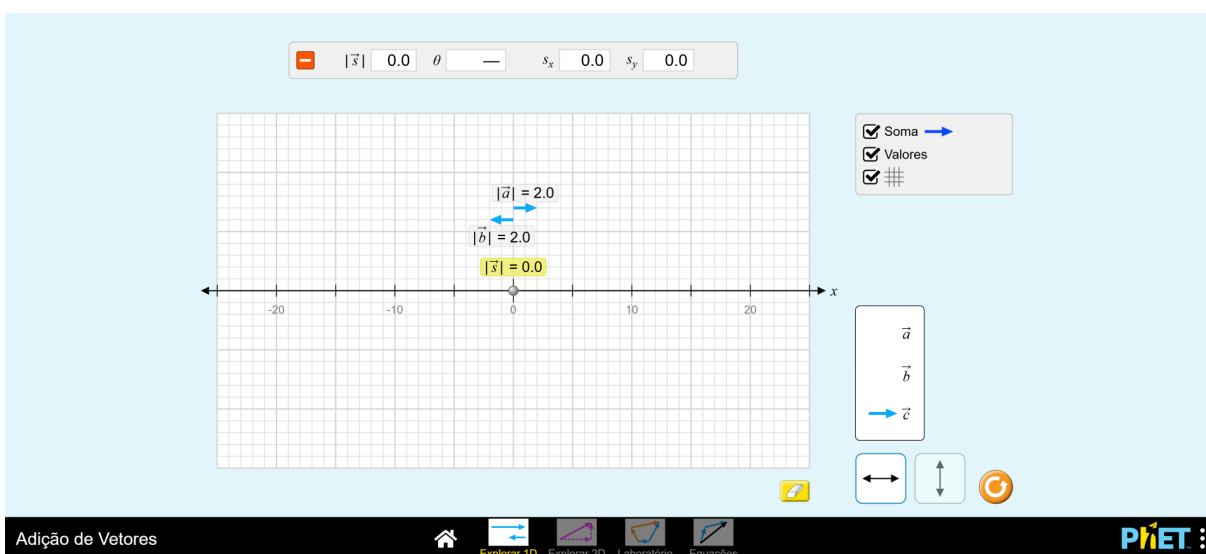
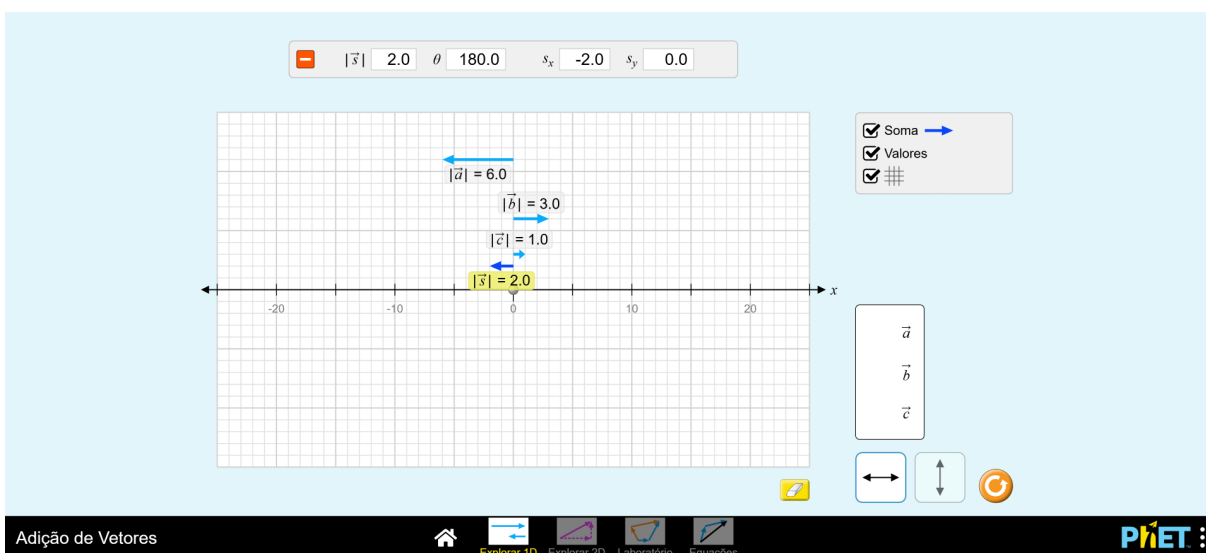
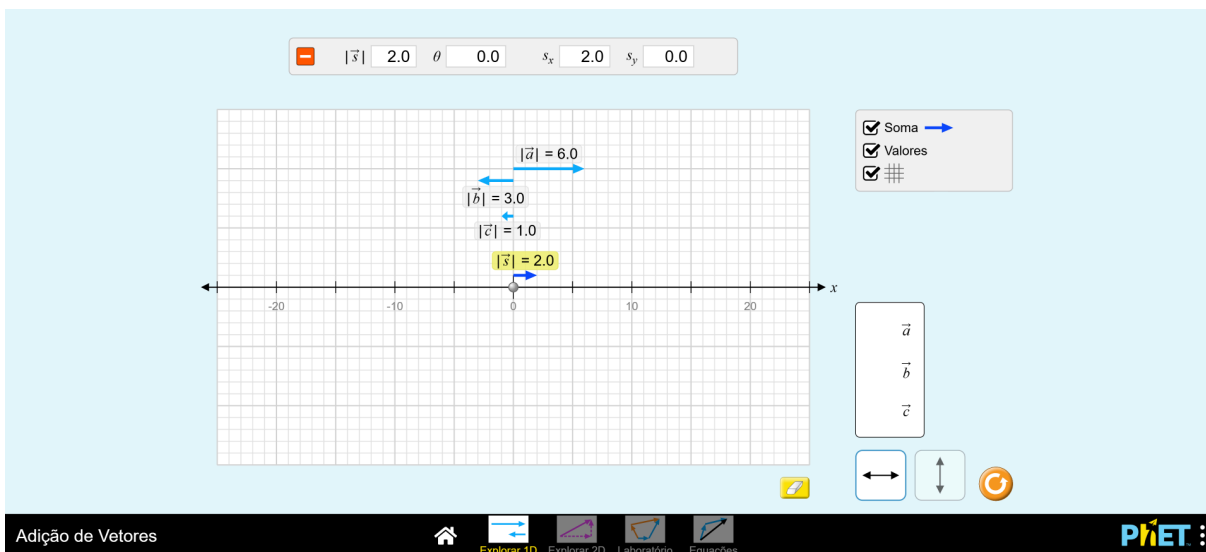


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Comparação da soma dos vetores  $a=-5$ ,  $b=7$  e  $c=2$  agrupados de duas maneiras diferentes. A primeira parte mostra a soma de  $a$  e  $c$  seguida da adição de  $b$ , enquanto a segunda parte mostra a soma de  $b$  e  $c$  seguida da adição de  $a$ . O vetor resultante em ambas as situações é idêntico, demonstrando a propriedade associativa.

FIGURAS 7, 8 e 9 - Explorar 1D, exercício 3 (Vetor nulo)

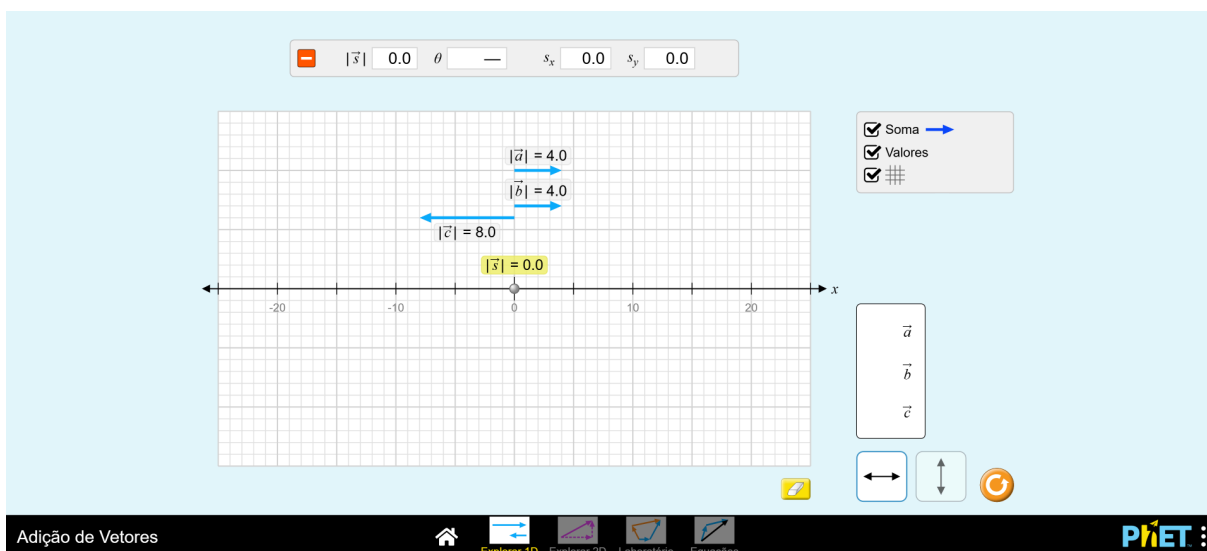


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Soma dos vetores  $a=6$ ,  $b=-3$  e  $c=-1$ . Análise da combinação de vetores com sinais opostos que resulta em um vetor de magnitude zero

FIGURA 10 - Explorar 1D, exercício 4 (Propriedade do inverso aditivo)

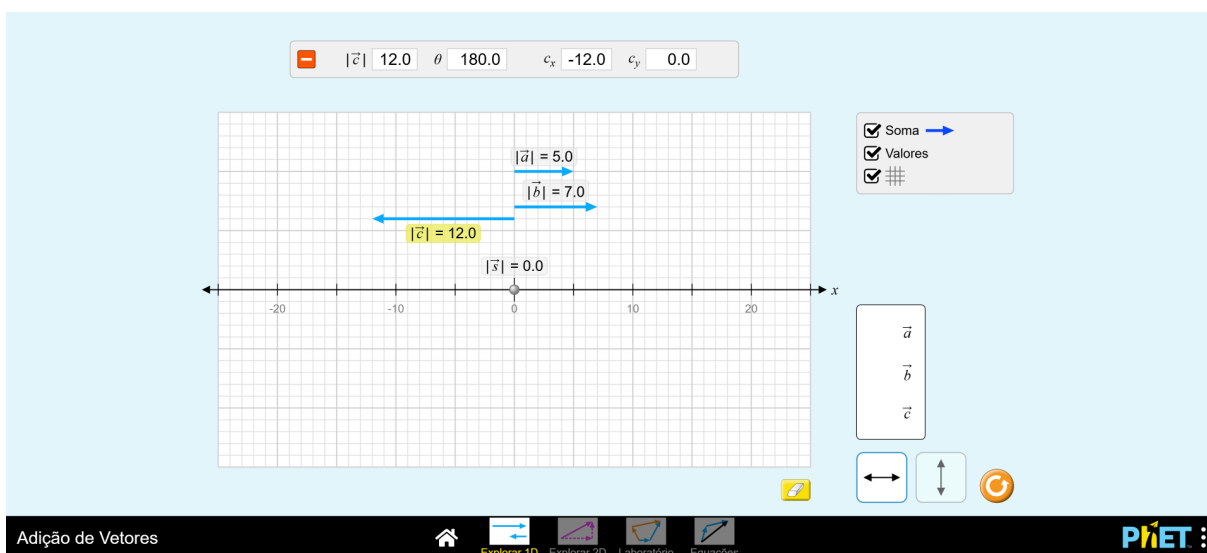


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Soma dos vetores  $a=4$ ,  $b=4$  e  $c=-8$ . Nota-se que a soma dos vetores  $a$  e  $b$  é  $+8$ , que ao ser somado com o vetor  $c=-8$ , resulta no vetor nulo, evidenciando o conceito de inverso aditivo.

FIGURA 11 - Explorar 1D, exercício 5

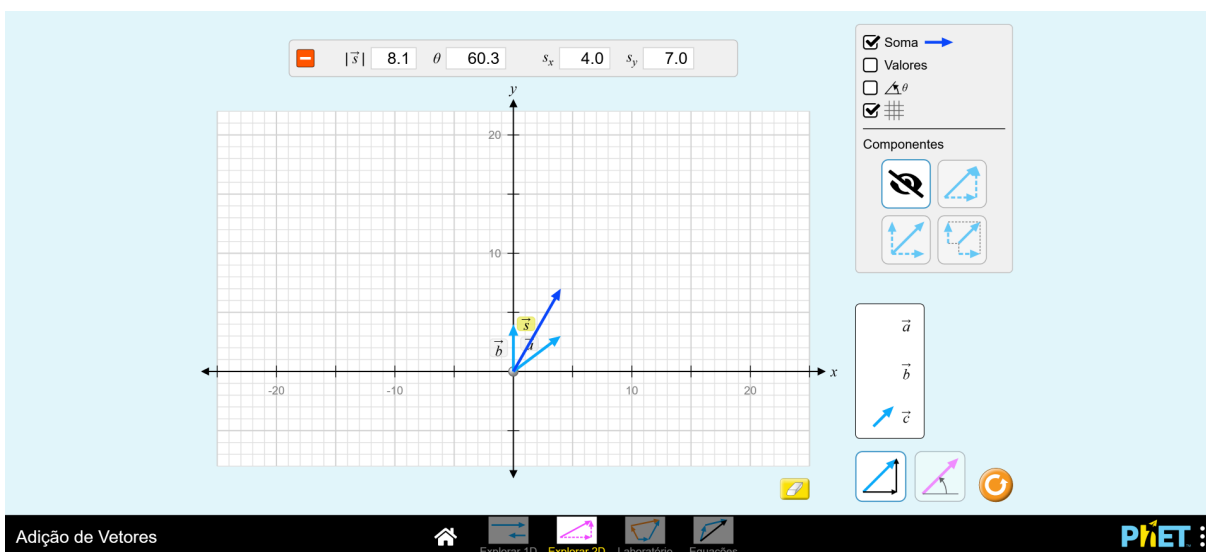


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Exemplo da exploração com valores definidos pela estudante para os vetores unidimensionais, demonstrando a aplicação das propriedades da soma inverso aditivo. Somou-se os vetores  $a=5$ ,  $b=7$  e  $c=-12$ , que resultaram em zero,  $s=0$ .

FIGURA 12 - Explorar 2D, exercício 1

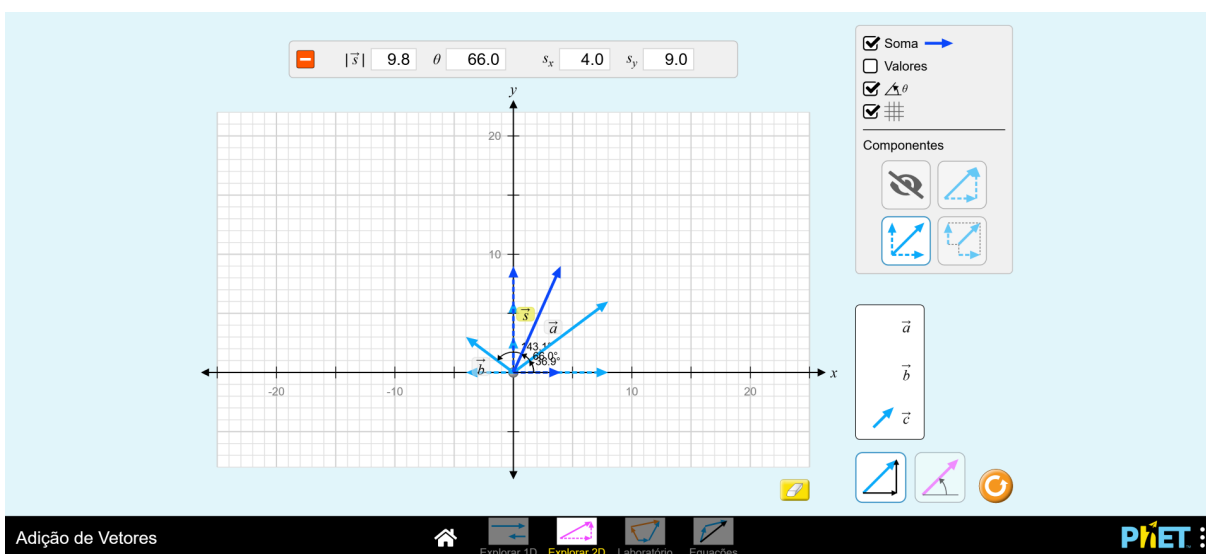


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Vetores a e b posicionados no plano cartesiano com suas respectivas magnitudes e ângulos. O vetor resultante da soma ( $a+b$ ) é exibido, juntamente com sua magnitude e ângulo calculados pela simulação,  $s=8.1$  com ângulo igual à 60.3.

FIGURA 13 - Explorar 2D, exercício 2



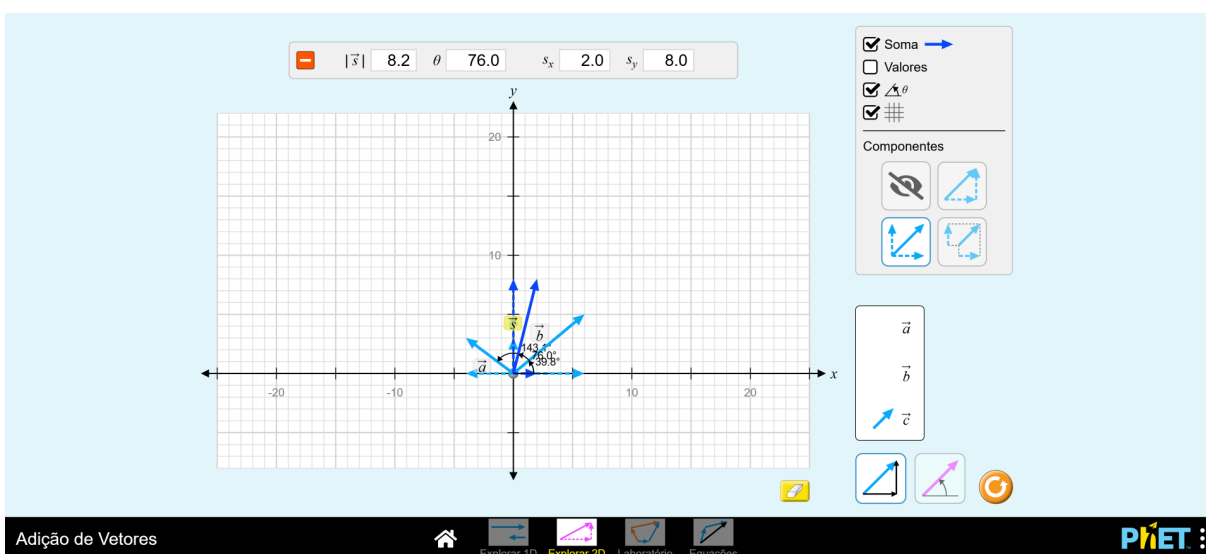
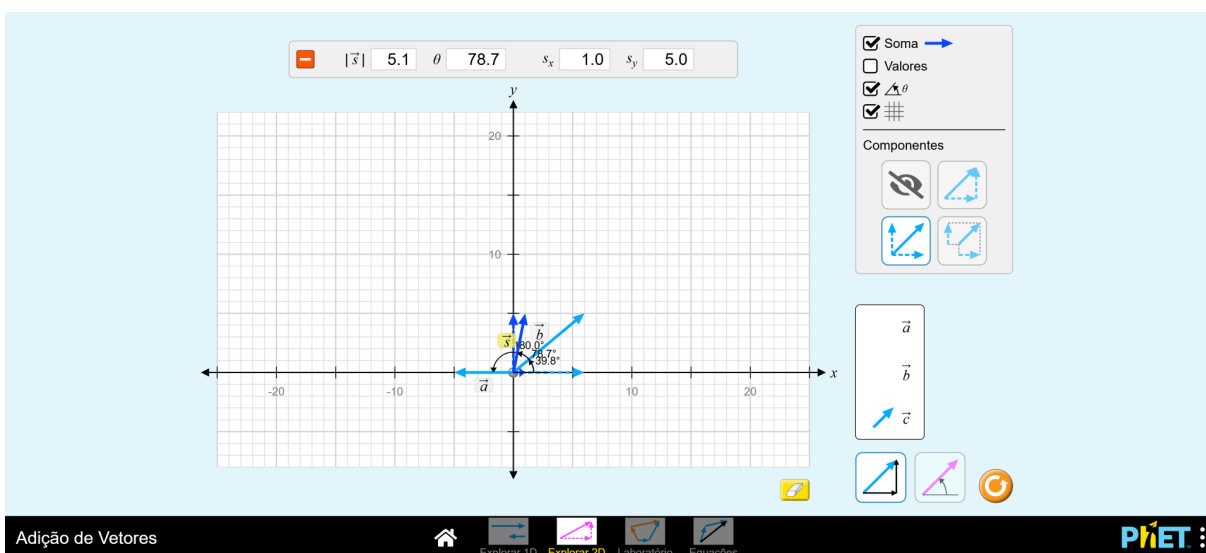
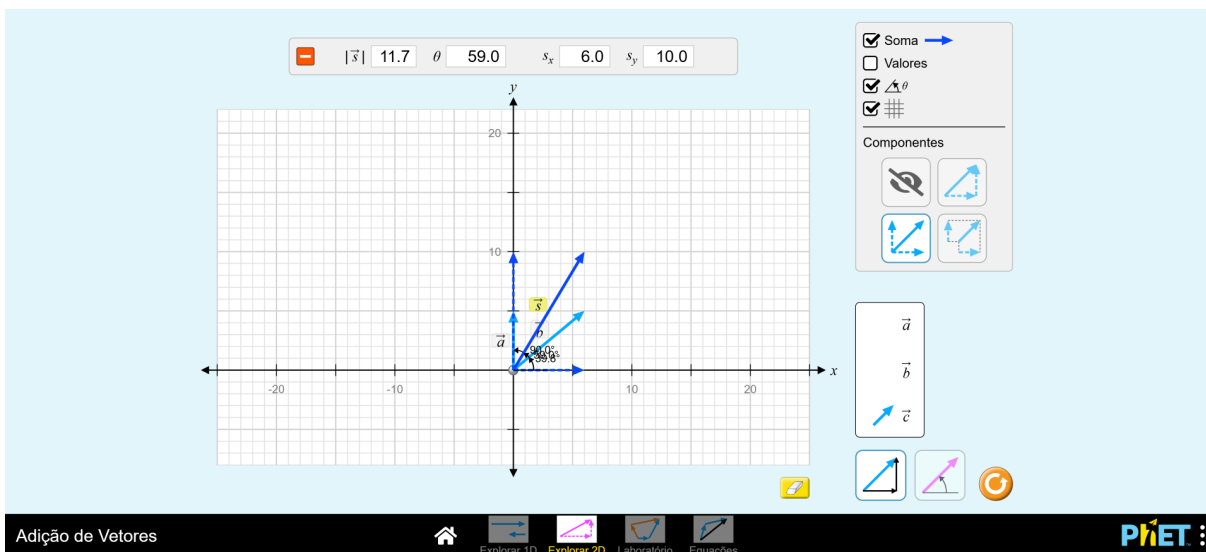
Fonte:

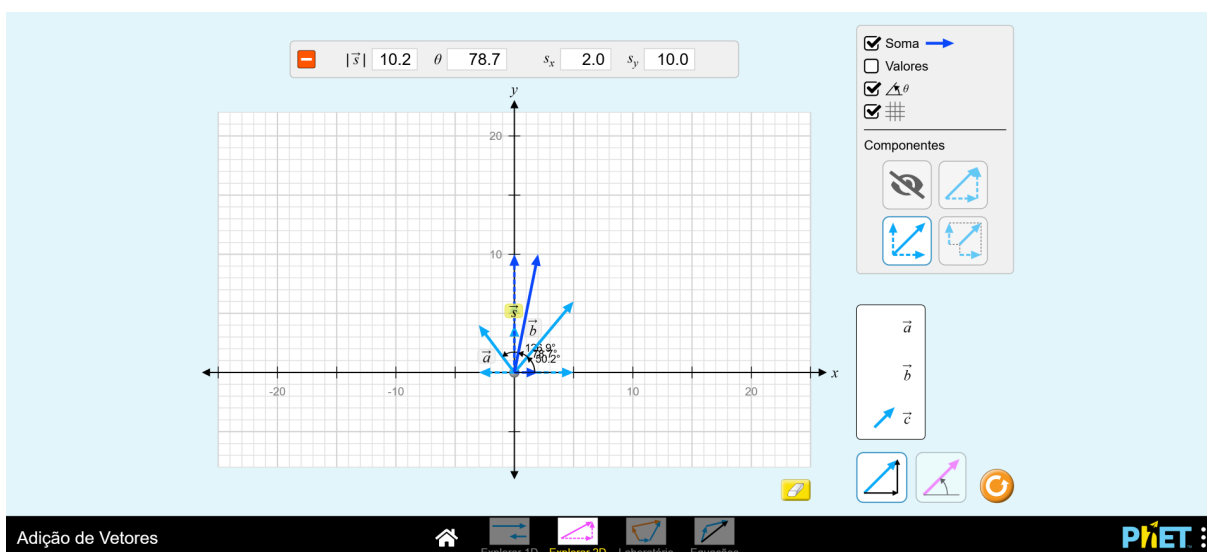
[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Relação entre os ângulos dos vetores originais e o vetor soma. Os vetores escolhidos arbitrariamente e seu vetor soma. A imagem mostram os ângulos de cada vetor em relação ao eixo x. A relação entre esses ângulos e o ângulo do vetor é visualizada.

FIGURAS 14, 15, 16 e 17 - Explorar 2D, exercício 3

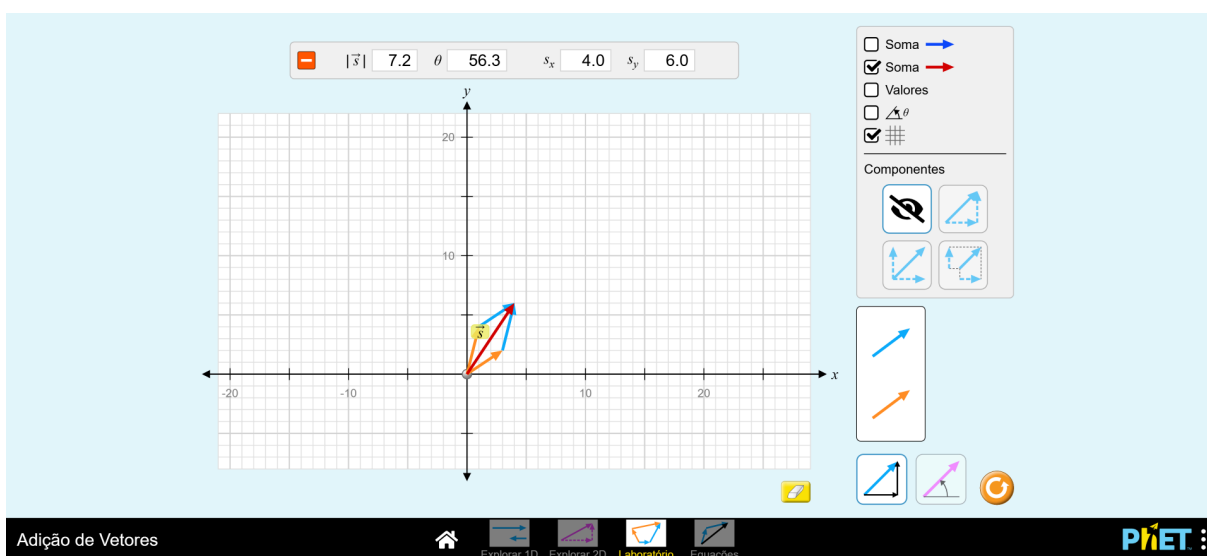






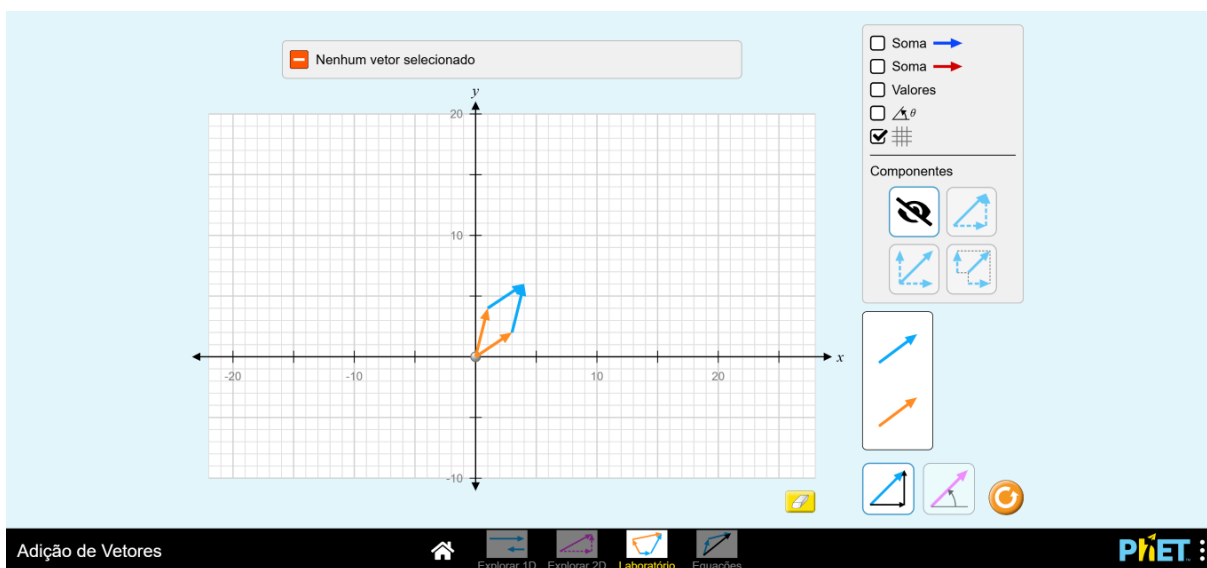
Fonte:  
[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)  
 Legenda: Variação angular e seu efeito na magnitude do vetor resultante. A sequência de imagens ilustra como a alteração do ângulo de um (ou ambos) os vetores, com suas magnitudes fixas, afeta a magnitude do vetor resultante.

FIGURA 18 - Laboratório, exercício 1



Fonte:  
[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)  
 Legenda: Demonstração gráfica da regra do paralelogramo. Dois vetores não colineares ( $a = 3,2$  e  $b = 1,4$ ) são mostrados, e um paralelogramo foi construído tendo esses vetores como lados adjacentes. O vetor resultante ( $s = 4,6$ ) é representado pela diagonal do paralelogramo que se estende da origem comum dos dois vetores.

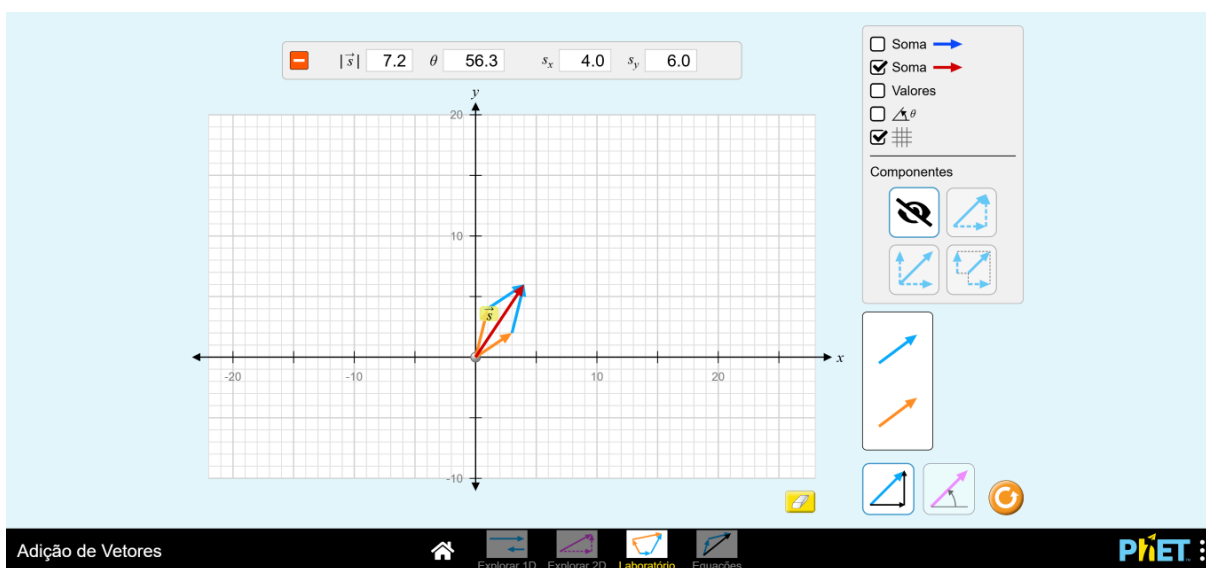
FIGURAS 19 e 20 - Laboratório, exercício 2



Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Ao construir o paralelogramo, o vetor resultante é facilmente identificado como a diagonal, mostrando a combinação geométrica das magnitudes e direções dos vetores originais.

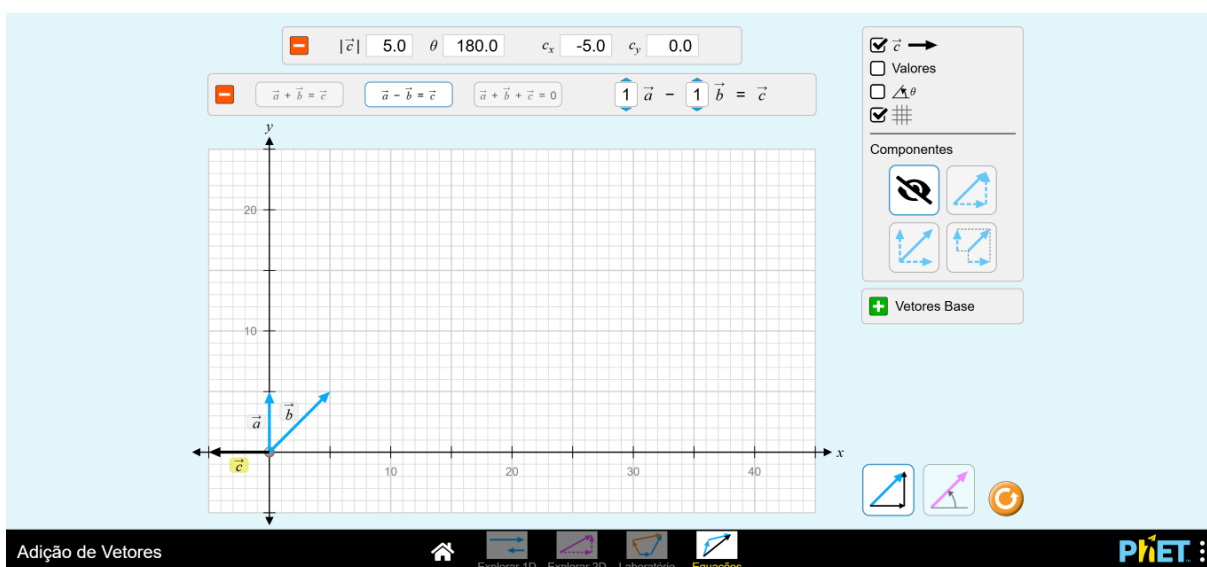
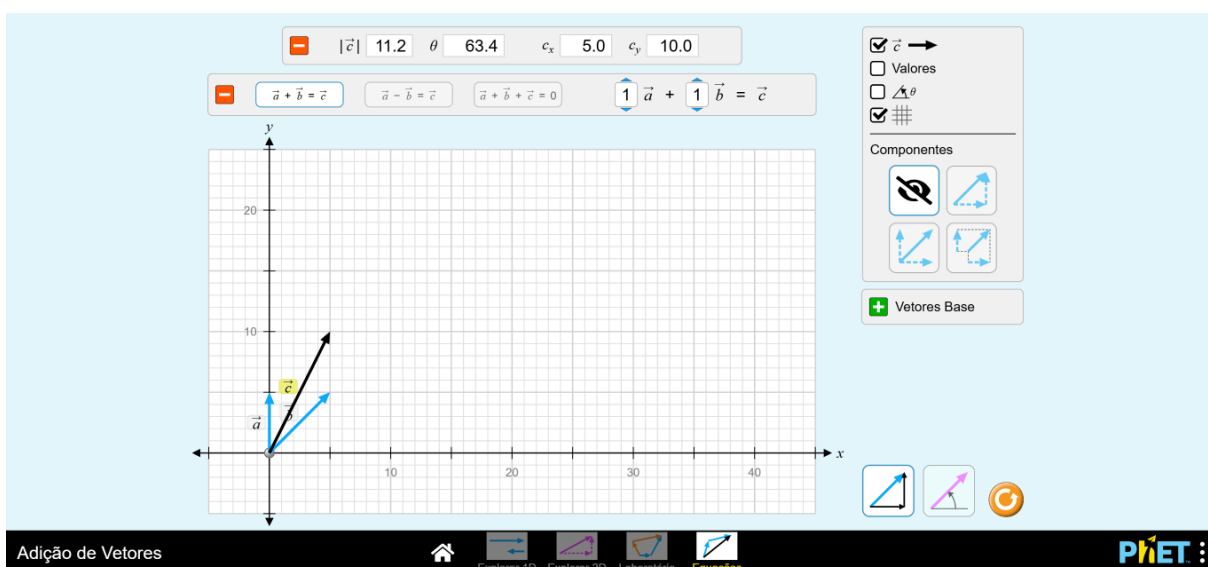


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: O vetor resultante é obtido combinando as somas das componentes.

FIGURAS 21 e 22 - Equações, exercício 1

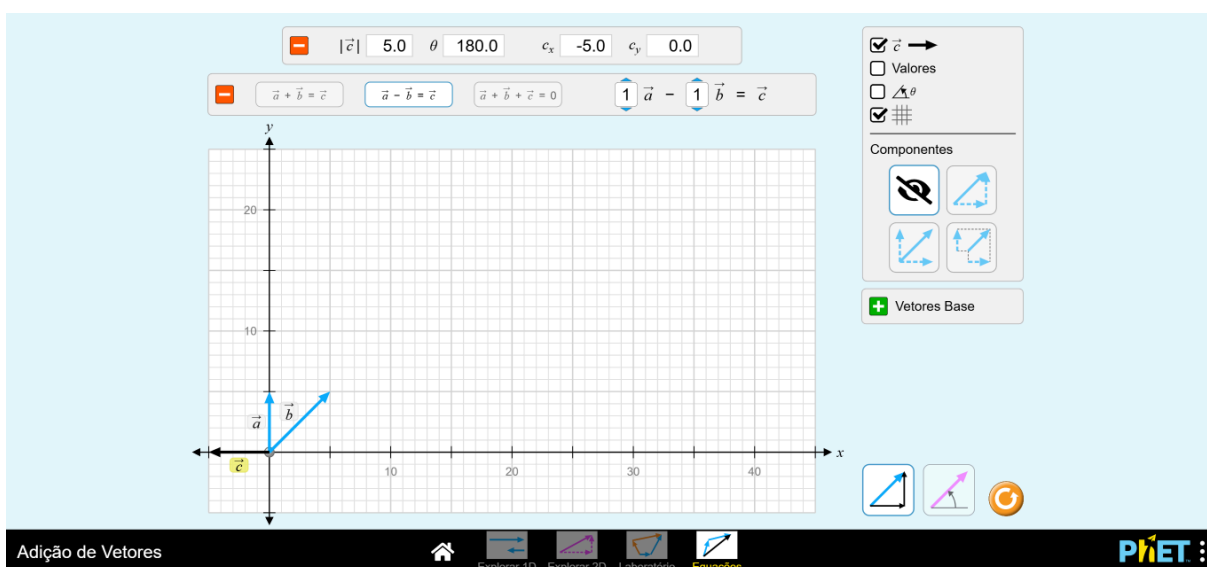
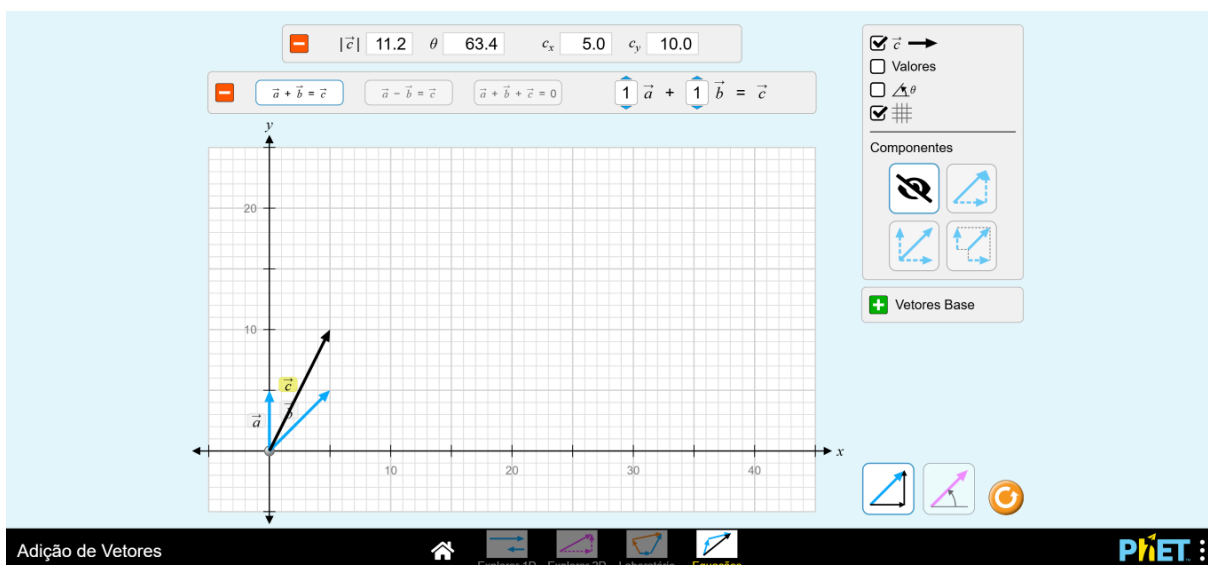


Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Na primeira figura mostra-se a soma de dois vetores e na segunda realizou-se a subtração dos mesmos.

FIGURAS 21 e 22 - Equações, exercício 2



Fonte:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_pt_BR.html)

Legenda: Na representação das figuras, observa-se que na soma de vetores, a ordem em que você os adiciona não muda o resultado final, já na subtração de vetores, a ordem em que você realiza as operações afeta o resultado final. A ordem em que os vetores são subtraídos ou adicionados muda a direção e/ou o tamanho do vetor resultante.

#### 4 CONCLUSÃO

A análise dos resultados obtidos através das simulações PHET demonstra de forma visual e interativa os princípios fundamentais da adição vetorial. As atividades realizadas em cada seção da plataforma, desde a exploração unidimensional até a representação bidimensional e a aplicação da regra do paralelogramo, corroboram as propriedades da comutatividade e associatividade na soma de vetores. A limitação na manipulação independente de magnitude e ângulo na seção "Explorar 2D" demandou uma adaptação na coleta de dados, priorizando a observação das relações decorrentes da manipulação da magnitude. Em suma, a metodologia empregada, centrada na experimentação virtual e na análise visual, revelou-se eficaz para a compreensão dos conceitos vetoriais e suas representações.

## 5 REFERÊNCIAS

<https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/fisica/o-que-sao-vetores.htm>

<https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/operacoes-com-vetores.htm>

<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/geometria-analitica.htm>

<https://professorpinguim.com.br/blog/soma-vetorial-regra-do-paralelogramo-e-metodo-da-linha-poligonal/>

<https://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/vetores2.php>

<https://www.todamateria.com.br/fisica-vetores/>