



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS BLUMENAU
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE CONTROLE, AUTOMAÇÃO E
COMPUTAÇÃO (CAC)

LUAN GRINKO (20150520)
LUCAS BORGES FERRÃO XAVIER (20150517)

TRABALHO – REATOR QUÍMICO

Documento referente à primeira parte do trabalho semestral do curso de Sistemas de Controle do bacharelado em Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Catarina, ministrado pelo professor Dr. Daniel Martins Lima.

Blumenau
2023.1

1) Analise o funcionamento do sistema em equilíbrio desenhando as características estáticas dentro da faixa de variação das diferentes variáveis envolvidas.

Partindo das equações fornecidas pelo roteiro do trabalho:

$$\begin{cases} Ca'(t) = -k_1Ca(t) - k_3Ca(t)^2 + (C_{af}(t) - C_a(t))\frac{F(t)}{V} & (1.0) \\ Cb'(t) = k_1Ca(t) - k_2Cb(t) - Cb(t)\frac{F(t)}{V} & (1.1) \end{cases}$$

Como mencionado no roteiro, $\frac{F(t)}{V}$ pode ser definido como u . Desse modo, para a análise do sistema em equilíbrio estático, é necessário zerar as derivadas:

$$\begin{cases} 0 = -k_1Ca(t) - k_3Ca(t)^2 + (C_{af}(t) - C_a(t))u(t) & (1.3) \\ 0 = k_1Ca(t) - k_2Cb(t) - Cb(t)u(t) & (1.4) \end{cases}$$

Isolando $Ca(t)$ em (1.3) através da fórmula de Bhaskara:

$$Ca(t) = \frac{-(k_1 + u(t)) \pm \sqrt{(k_1 + u(t))^2 + 4k_3C_{af}(t)u(t)}}{2k_3} \quad (1.5)$$

Como não é possível ter concentrações negativas, apenas os valores positivos serão considerados:

$$Ca(t) = \frac{-(k_1 + u(t)) + \sqrt{(k_1 + u(t))^2 + 4k_3C_{af}(t)u(t)}}{2k_3} \quad (1.6)$$

Fazendo o mesmo processo para (1.4), isolando $Cb(t)$ obtém-se:

$$Cb(t) = \frac{k_1Ca(t)}{k_2 + u(t)} \quad (1.7)$$

Plotando graficamente os níveis de concentração de $Ca(t)$ e $Cb(t)$ mantendo $C_{af}(t)$ constante e variando $u(t)$, obtém-se:

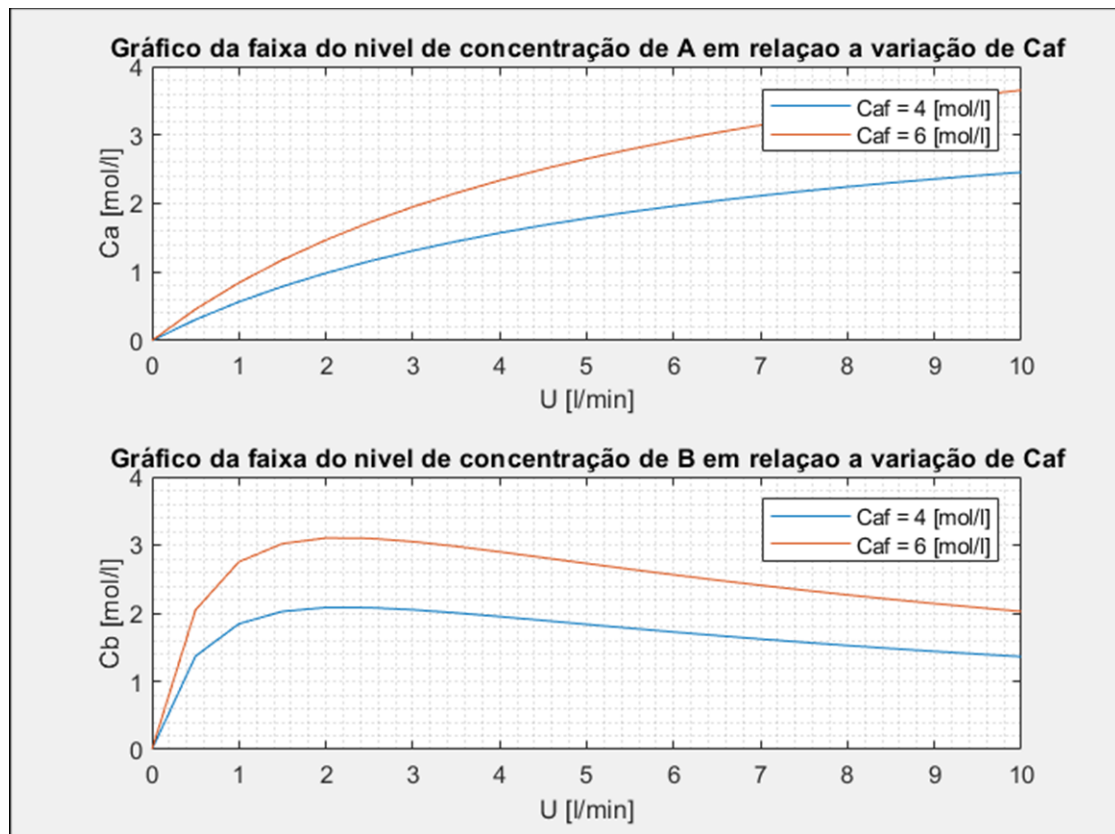


Figura 1 - Curvas de nível de concentração máxima e mínima de A e B variando Caf.

Assim, qualquer variação no nível de concentração de $Caf(t)$ está entre as curvas plotadas no gráfico.

Dessa forma, analisando os gráficos da figura 1, é possível perceber uma certa linearidade nas curvas de concentração de A, ao passo que as curvas de concentração de B seguem uma orientação curvada, ou seja, não são lineares.

Agora plotando graficamente os níveis de concentração de $Ca(t)$ e $Cb(t)$ mantendo $u(t)$ constante e variando $Caf(t)$, obtém-se:

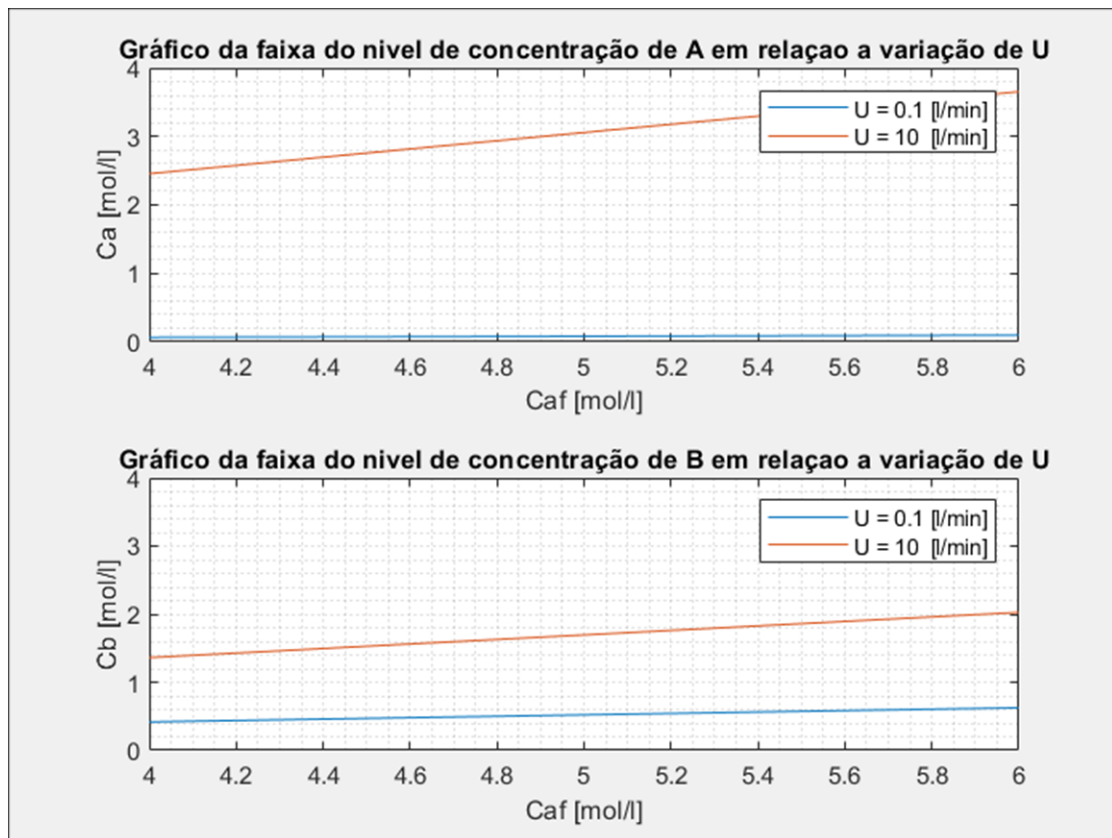


Figura 2 – Curvas de nível de concentração máxima e mínima de A e B variando U.

Onde qualquer variação no valor da vazão (U) entre 0.1 e 10 [1/min], resultara uma curva entre as curvas visualizadas nos gráficos.

2) Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema e verifique os pontos de equilíbrio encontrados no modelo estático. Para o ponto de equilíbrio dado por $C_{af} = 5.1 \text{ mol/l}$ e $u = 1 \text{ [1/min]}$ determine a concentração de funcionamento em equilíbrio do produto A (Ca) e do produto B (Cb).

Partindo da equação (1.6) e substituindo os valores das constantes k_1 , k_2 e k_3 e assumindo $C_{af} = 5.1 \text{ mol/l}$ e $u = 1 \text{ [1/min]}$:

$$k_1 = 6.01 \text{ [1/min]}$$

$$k_2 = 0.8433 \text{ [1/min]}$$

$$k_3 = 0.1123 \text{ [mol/(l min)]}$$

$$Ca = \frac{-(6.01 + 1) + \sqrt{(6.01 + 1)^2 + 4 * 0.1123 * 5.1 * 1}}{2 * 0.1123}$$

Resultando em:

$$Ca = 0.7192 \text{ [mol/l]}$$

Esse valor obtido pode ser comprovado através de uma análise gráfica semelhante a que foi realizada na questão 1 da curva da figura 1, que mostra a relação com Ca com a variação de u , considerando $Ca_f = 5.1 \text{ mol}$, e vendo o ponto onde $u = 1$, é obtido mesmo resultado.

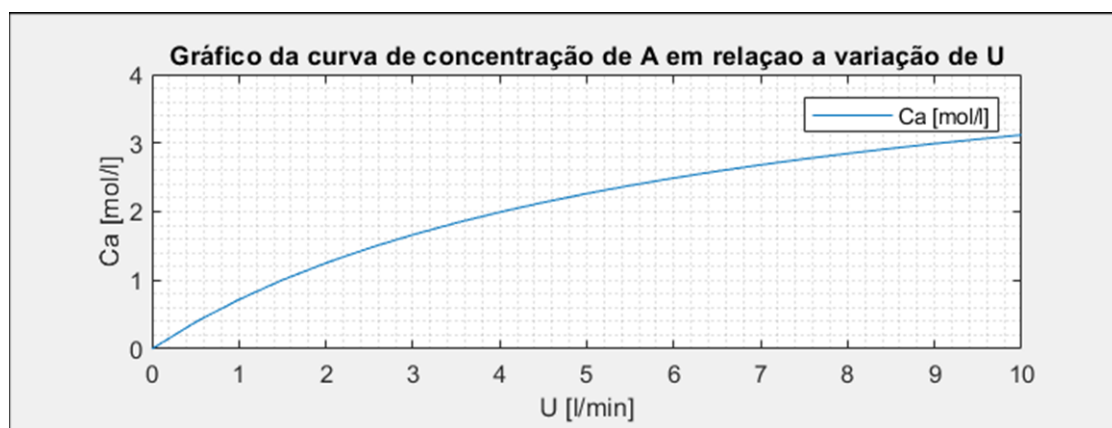


Figura 3 – Curva de concentração de A para U e Ca_f no ponto de equilíbrio.

Portanto, pode-se encontrar o valor de C_b , para isso, é necessário utilizar a equação (1.7) e substituir os seus valores equivalentes:

$$Cb = \frac{6.01 * 0.7192}{0.8433 + 1}$$

$$Cb = 2.345 \text{ [mol/l]}$$

E pode ser comprovado graficamente na figura 4:

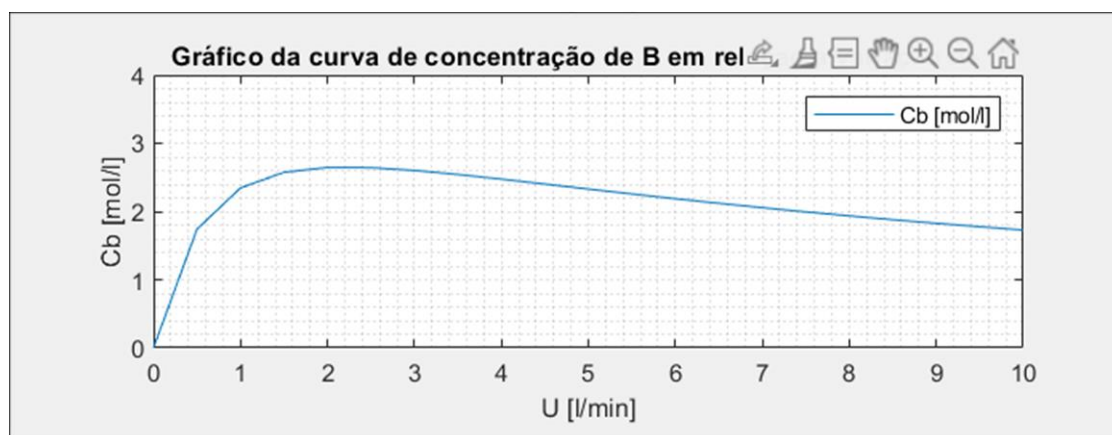


Figura 4 - Curva de concentração de B para U e Ca_f no ponto de equilíbrio.

Com esses valores óbitos, é possível fazer uma análise simulada do sistema não linear, onde foi desenvolvido o diagrama de bloco da figura 5 no Simulink:

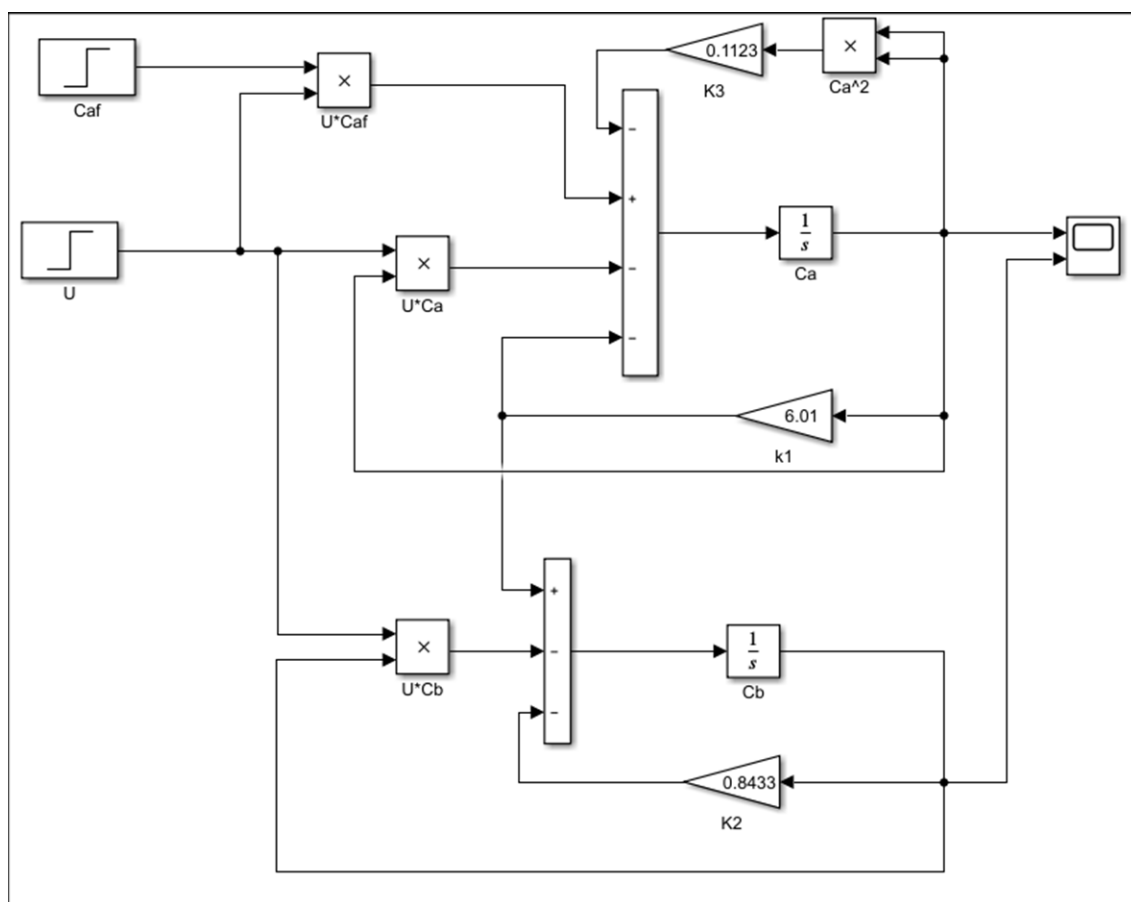


Figura 5 – Diagrama de blocos sistema não-linear no Simulink.

Resultando nos gráficos das figuras 6 e 7, sendo possível observar o valor de regime permanente de Ca no primeiro gráfico e o valor de regime permanente de Cb no segundo:

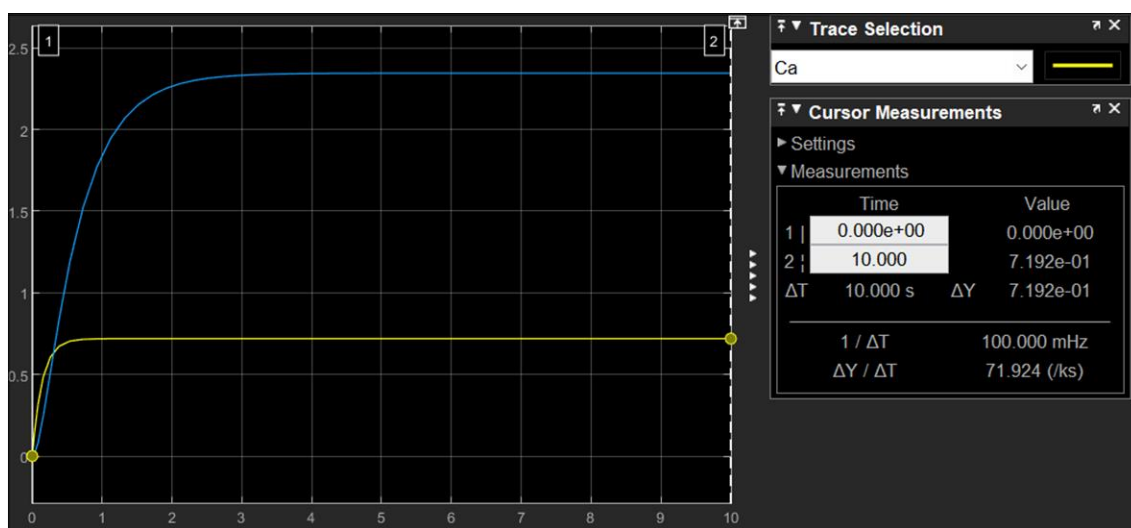


Figura 6 – Gráfico das curvas de concentração não-linear de A em regime permanente.

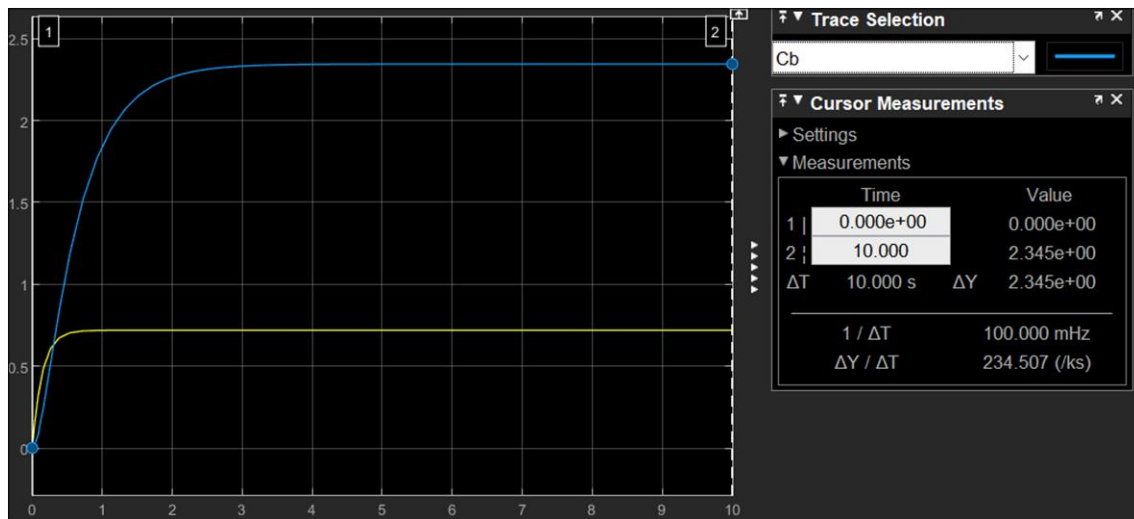


Figura 7 - Gráfico das curvas de concentração não-linear de B em regime permanente.

Assim, conclui-se que os resultados obtidos teoricamente foram comprovados pelas análises gráficas e por simulação, utilizando diagrama de blocos para o sistema não linear.

3) Para o ponto achado linearize o sistema encontrando um modelo incremental dinâmico. Desenhe um diagrama de blocos do sistema não linear e do sistema linearizado. Aplique transformada de Laplace no sistema linearizado e desenhe o diagrama de blocos em domínio “s”.

Partindo da equação (1.0), com $\frac{F(t)}{V}$ definido com u , usando o método de linearização de pequenos sinais para a concentração de A:

$$\dot{\bar{C}a}(t) + \dot{\hat{C}a}(t) = -k_1(\bar{C}a(t) + \hat{C}a(t)) - k_3 \left(\bar{C}a(t) + \hat{C}a(t) \right)^2 + ((\bar{C}af(t) + \hat{C}af(t)) - (\bar{C}a(t) + \hat{C}a(t)))(\bar{u}(t) + \hat{u}(t))$$

Expandindo cada conjunto, constata-se:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{C}a}(t) + \dot{\hat{C}a}(t) = & -k_1\bar{C}a(t) - k_1\hat{C}a(t) - k_3\bar{C}a(t)^2 - 2k_3\bar{C}a(t)\hat{C}a(t) - k_3\hat{C}a(t)^2 + \bar{C}af(t)\bar{u}(t) \\ & + \hat{C}af(t)\bar{u}(t) + \bar{C}af(t)\hat{u}(t) + \hat{C}af(t)\hat{u}(t) - \bar{C}a(t)\bar{u}(t) - \hat{C}a(t)\bar{u}(t) - \bar{C}a(t)\hat{u}(t) \\ & - \hat{C}a(t)\hat{u}(t) \end{aligned}$$

Considerando a equação (1.3) e assumindo pequenas variações:

$$0 = -k_1\bar{C}a(t) - k_3\bar{C}a(t)^2 + (\bar{C}af(t) - \bar{C}a(t))\bar{u}(t)$$

$$\widehat{Ca}(t)^2 = 0$$

$$\widehat{Ca}f(t)\hat{u}(t) = 0$$

$$\widehat{Ca}(t)\hat{u}(t) = 0$$

Rearranjando:

$$\begin{aligned}\dot{\widehat{Ca}}(t) = & k_1\widehat{Ca}(t) - 2k_3\overline{Ca}(t)\widehat{Ca}(t) + \widehat{Ca}f(t)\bar{u}(t) \\ & + \overline{Ca}f(t)\hat{u}(t) - \widehat{Ca}(t)\bar{u}(t) - \overline{Ca}(t)\hat{u}(t)\end{aligned}$$

Assumindo os valores de $\overline{Ca}(t)$, $\overline{Ca}f$ e $\bar{u}(t)$ no ponto de equilíbrio:

$$\dot{\widehat{Ca}}(t) = -7.1715\widehat{Ca}(t) + 4.3808\hat{u}(t) + \widehat{Ca}f(t) \quad (1.8)$$

Aplicando Laplace:

$$\mathcal{L}\{\dot{\widehat{Ca}}(t) = -7.1715\widehat{Ca}(t) + 4.3808\hat{u}(t) + \widehat{Ca}f(t)\}$$

Função de transferência da concentração de A:

$$\widehat{Ca}(s) = \frac{4.3808}{s + 7.1715} \hat{U}(s) + \frac{1}{s + 7.1715} \widehat{Ca}f(s) \quad (1.9)$$

Aplicando o mesmo processo de linearização usado para a concentração de A, obtém-se a função de transferência da concentração de B partindo a equação (1.1):

Assumindo os valores dos parâmetros no ponto de equilíbrio:

$$\dot{\widehat{Cb}}(t) = 6.01\widehat{Ca}(t) - 1.8433\widehat{Cb}(t) - 2.345u(t) \quad (1.10)$$

Rearranjando e aplicando Laplace:

$$\mathcal{L}\{\dot{\widehat{Cb}}(t) = 6.01\widehat{Ca}(t) - 1.8433\widehat{Cb}(t) - 2.345u(t)\}$$

Função de transferência da concentração de B:

$$\widehat{Cb}(s) = \frac{6.01}{s + 1.8433} \widehat{Ca}(s) - \frac{2.345}{s + 1.8433} \hat{U}(s) \quad (1.11)$$

Diagrama de blocos linearizado:

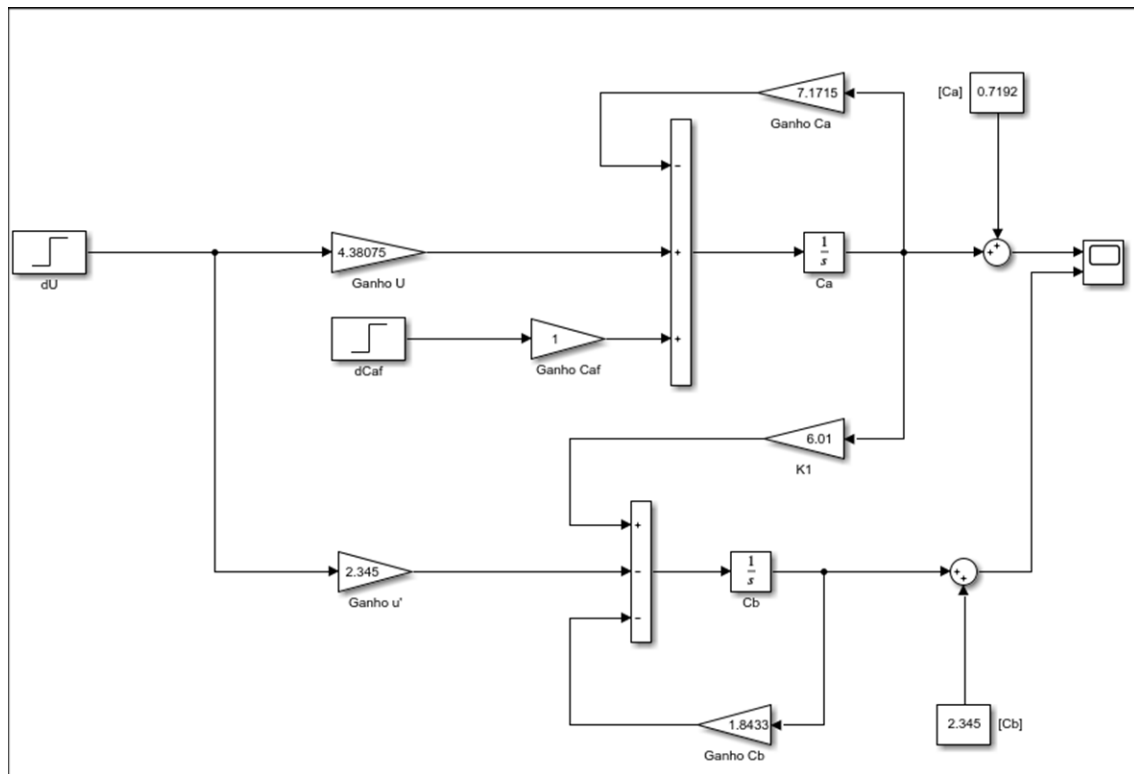


Figura 8 - Diagrama de blocos sistema linearizado no Simulink.

Diagrama de blocos linearizado no domínio S

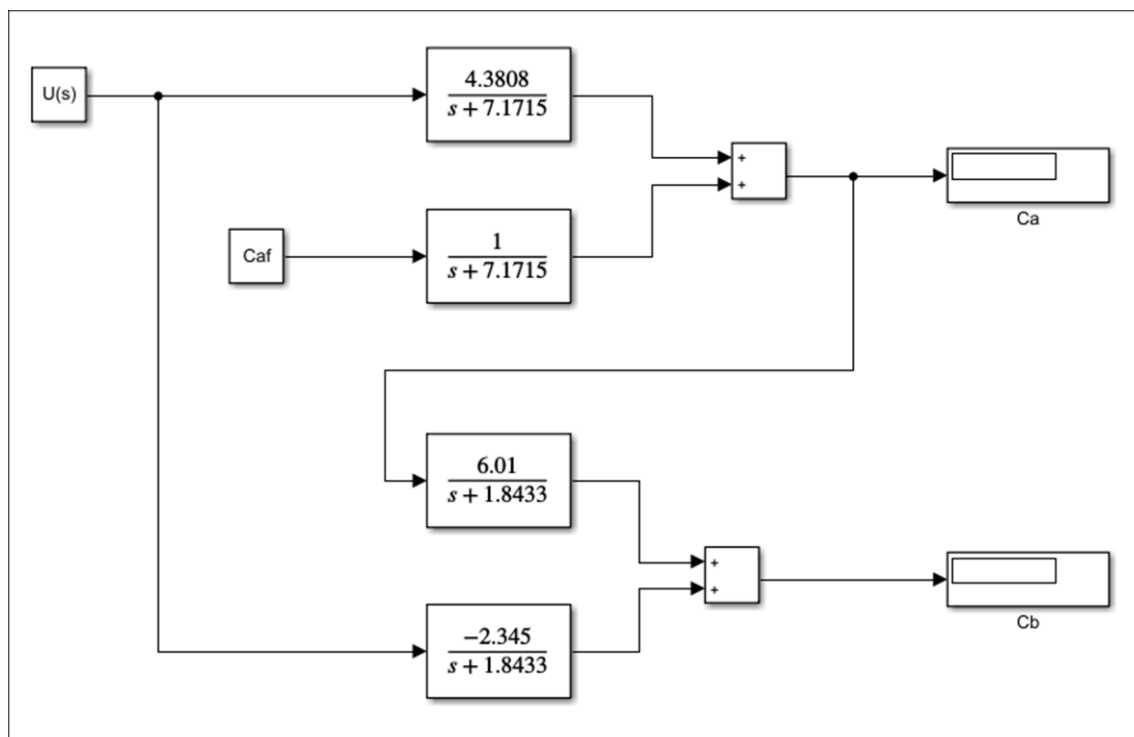


Figura 9 - Diagrama de blocos das funções de transferência do sistema linearizado.

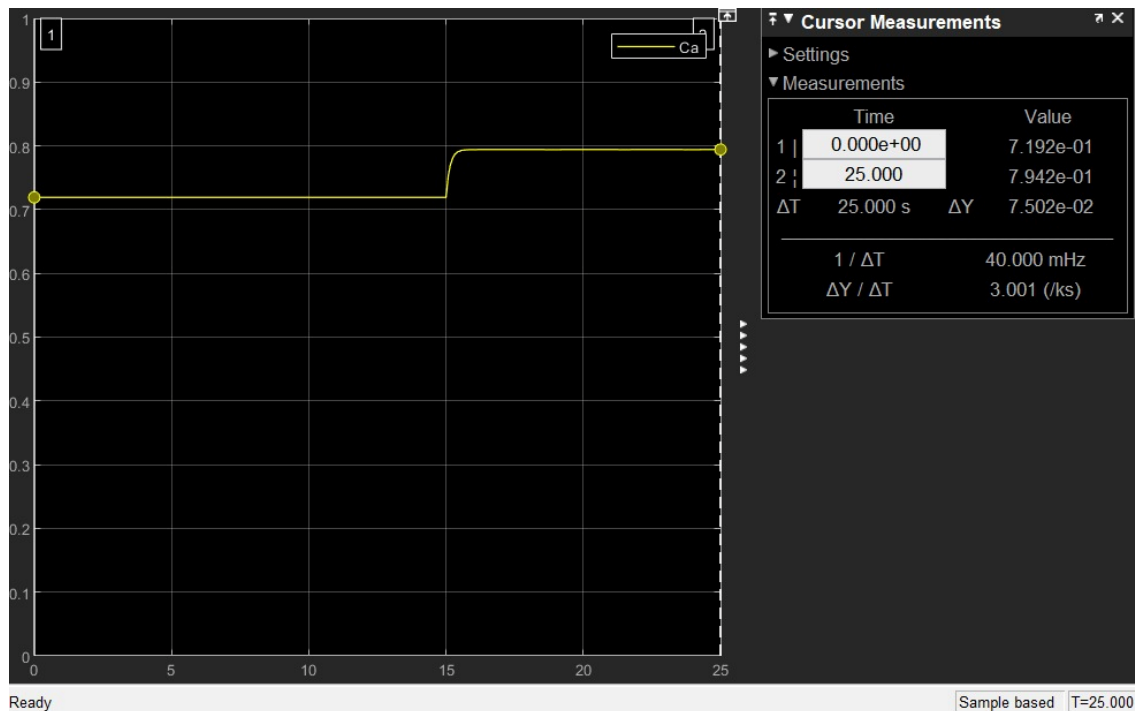


Figura 10 - Concentração de A linearizado

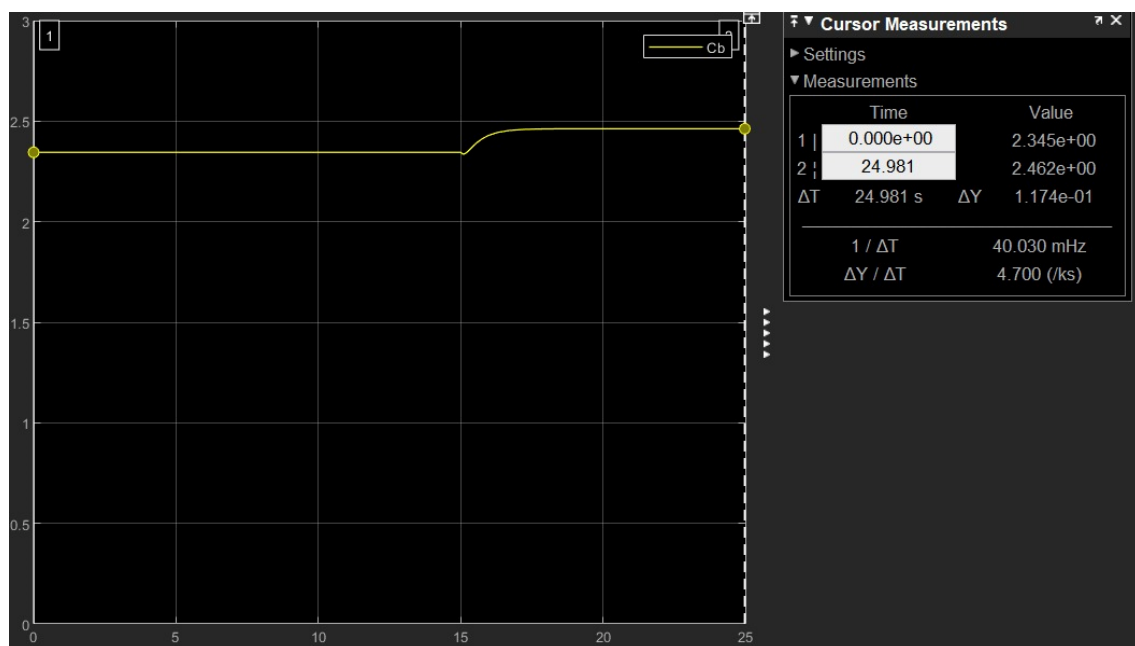


Figura 11 – Concentração de B linearizado

4) Para o sistema linearizado, usando operações com blocos encontre as funções de transferência que relacionam as variáveis manipulada e perturbação com as duas concentrações.

Partindo das funções de transferência (1.9) e (1.11), é possível relacionar a variável manipulada $U(s)$ e a perturbação $Caf(s)$ com as

concentrações de A e B. Dessa forma, constata-se as funções de transferência que regem o sistema.

Para a concentração de A:

$$\frac{\widehat{Ca}(s)}{\widehat{U}(s)} = \frac{4.3808}{s + 7.1715} \quad (1.12)$$

$$\frac{\widehat{Ca}(s)}{\widehat{Caf}(s)} = \frac{1}{s + 7.1715} \quad (1.13)$$

Já para a concentração de B, é possível relacionar outras duas funções de transferência encontradas nas linearizações das equações de Cb , conseguindo assim montar $\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{U}(s)}$ e $\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{Caf}(s)}$:

$$\frac{Cb(s)}{Ca(s)} = \frac{6.01}{(s + 1.8433)} \quad (1.14)$$

$$\frac{Ca(s)}{Caf(s)} = \frac{1}{(s + 7.7115)} \quad (1.13)$$

Para relacionar $\widehat{U}(s)$ com $\widehat{Cb}(s)$ basta multiplicar as FTs (1.12) e (1.14):

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{U}(s)} = \frac{6.01}{s + 1.8433} * \frac{4.3808}{s + 7.1715} - \frac{2.345}{s + 1.8433}$$

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{U}(s)} = -\frac{2.345(s - 4.0559)}{(s + 7.1715)(s + 1.8433)} \quad (1.15)$$

Já para $\widehat{Caf}(s)$, é necessário multiplicar as FTs (1.13) e (1.14):

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{Caf}(s)} = \frac{6.01}{s + 1.8433} * \frac{1}{s + 7.1715}$$

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{Caf}(s)} = \frac{6.01}{(s + 7.1715)(s + 1.8433)} \quad (1.16)$$

5) Usando simulink, estude por simulação o comportamento deste sistema e compare o comportamento com o do sistema não linear nas proximidades do ponto de equilíbrio. Repita a análise usando matlab (código .m). Para a simulação em matlab do processo aproxime a derivadas

por $dx/dt = (1/T_c) \cdot (x(k+1) - x(k))$, sendo T_c o tempo de cálculo da aproximação.

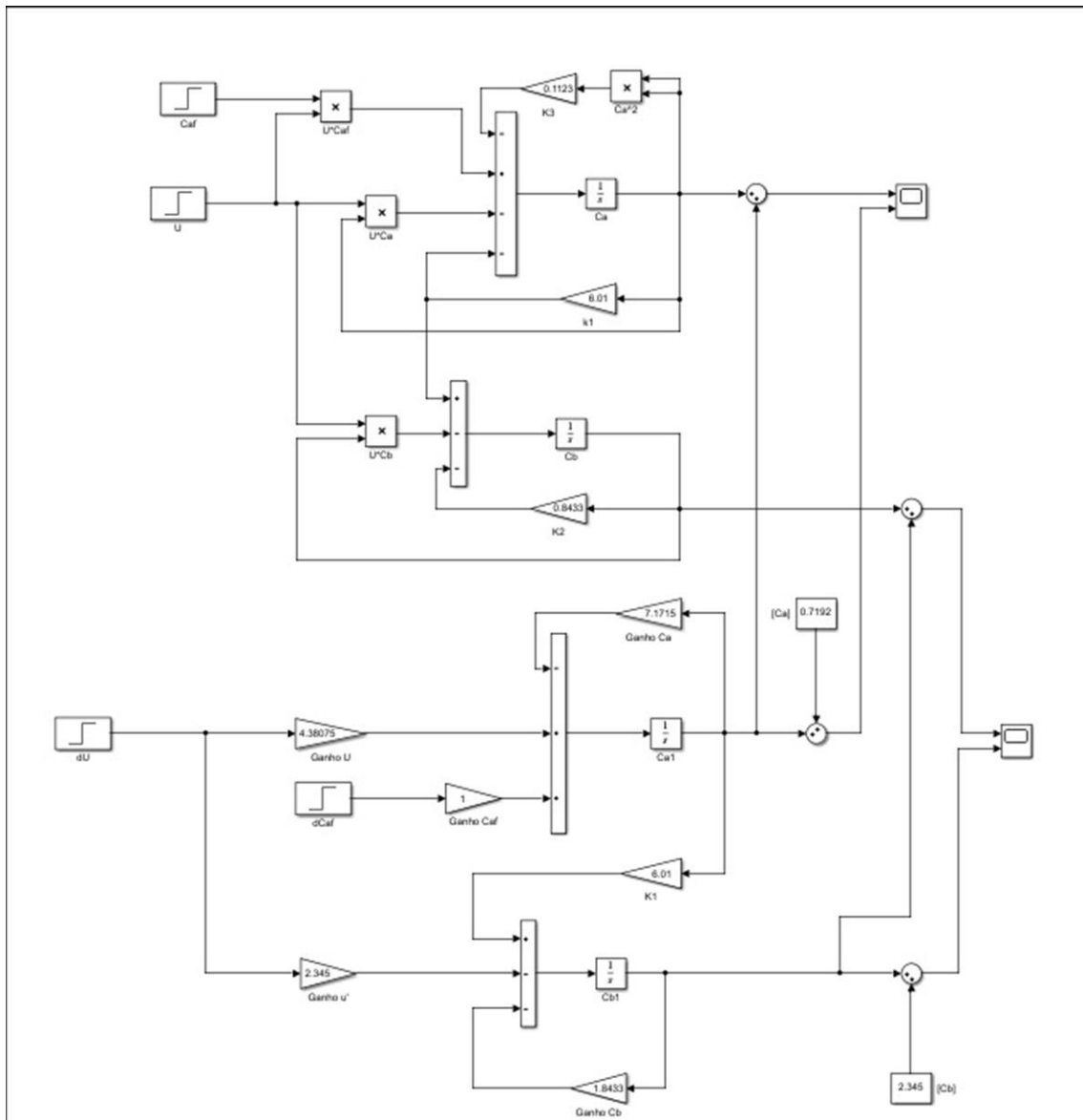


Figura 12 – Diagrama de blocos da comparação dos sistemas linear e não-linear

Como na linearização consideramos pequenos sinais, definimos uma variação de 0.1 /min para U e de 0.1 mol/l, a partir do ponto do equilíbrio. Analisando a figura 13, pode se analisar que o menor tempo de assentamento é de Ca, sendo ele de 0.435 s:

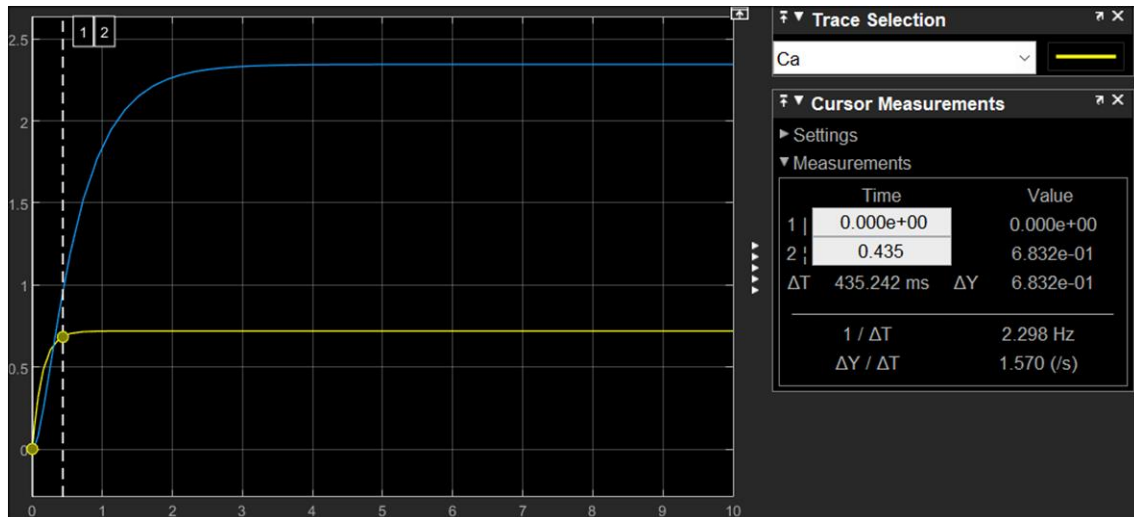


Figura 13 - Tempo de assentamento de Ca

Assim, seguindo a regra de ter pelo menos 20 amostras no menor tempo de assentamento do sistema temos:

$$T_c \leq \frac{t_{5\%}}{20}$$

$$T_c = \frac{0.435}{20} = 0.02175 \text{ s} \quad (1.17)$$

Com relação a concentração de A, é utilizada a equação 1.0 para aproximar a derivada por $dx/dt = (1/T_c) \cdot (x(k+1) - x(k))$, resultando na equação 1.18 para o sistemas não linear:

$$\frac{Ca(k+1) - Ca(k)}{T_c} = -k_3 Ca(k)^2 - (k_1 + U(k))Ca(k) + Caf(k)U(k)$$

$$Ca(k+1) = (-k_3 Ca(k)^2 - (k_1 + U(k))Ca(k) + Caf(k)U(k)) T_c + Ca(k) \quad (1.18)$$

Já para o sistema linearizado, podemos substituir a aproximação na equação 1.8:

$$\frac{Ca(k+1) - Ca(k)}{T_c} = -7.1715 Ca(k) + 4.38075 U(k) + Caf(k)$$

$$Ca(k+1) = (-7.1715 Ca(k) + 4.38075 U(k) + Caf(k)) T_c + Ca(k) \quad (1.19)$$

Aplicando as duas equações obtidas num script do Matlab, tem como resultado:

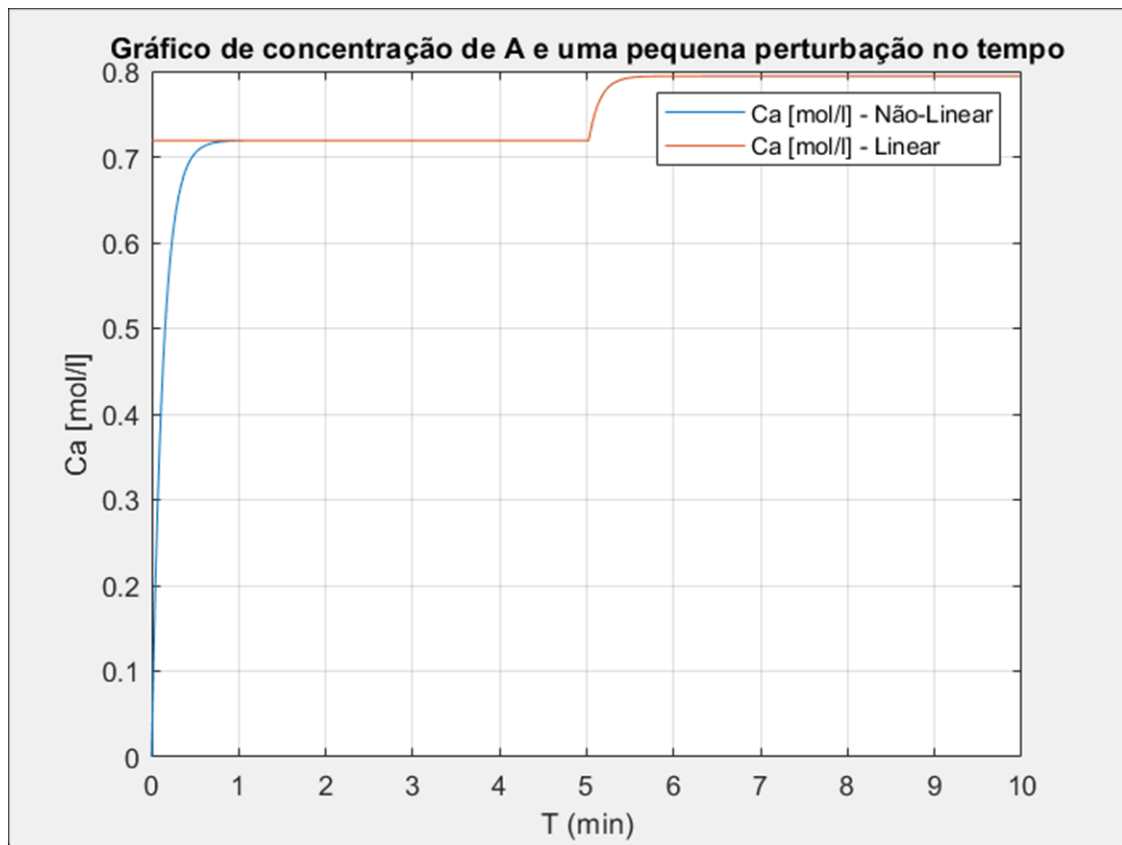


Figura 14 - Comparação de Ca não-linear e linear.

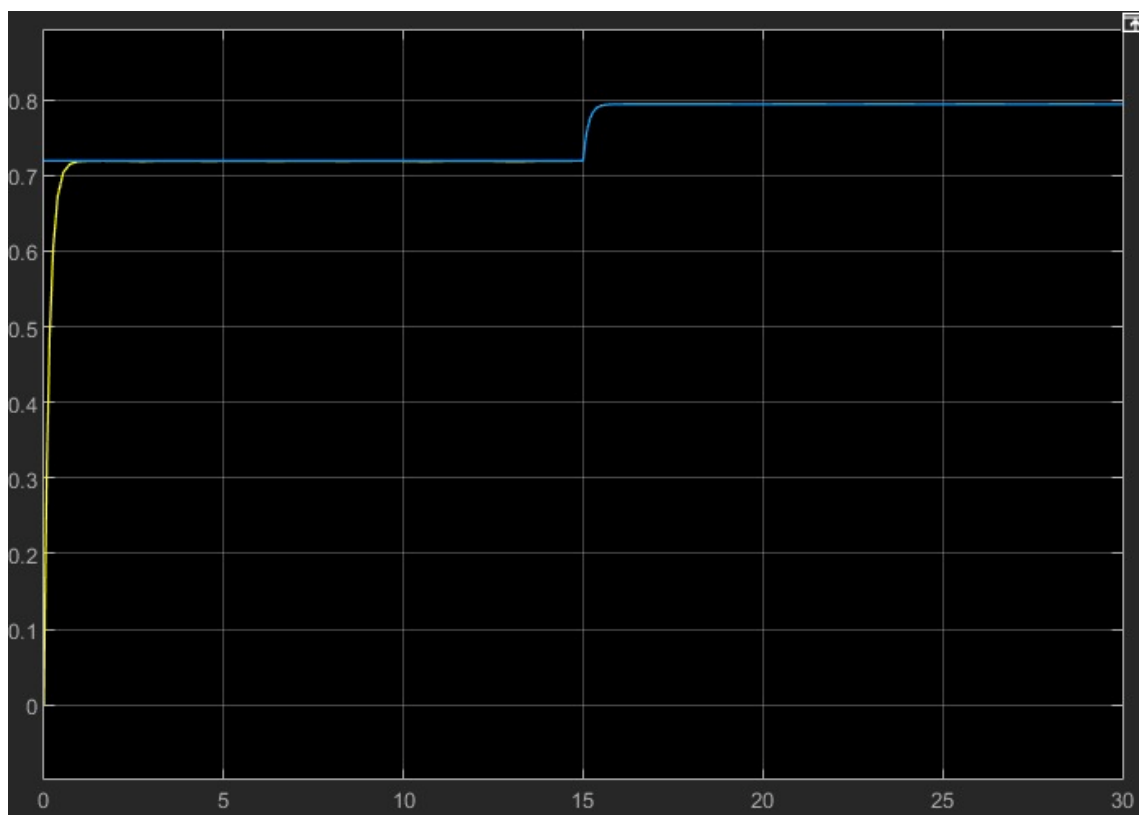


Figura 15 – Comparação Ca linear e não-linear pelo Simulink

Fazendo a mesma aproximação para a concentração de B na equação 1.1 para o sistema não linear e na equação 1.10 para o sistema linear, são obtidas:

Não-Linear:

$$Cb(k + 1) = (k_1 Ca(k) - k_2 Cb(k) - Cb(k)U(k))T_c + Cb(k) \quad (1.20)$$

Linear:

$$\hat{C}_b(k + 1) = (6.01\hat{C}_a(k) - 1.8433\hat{C}_b(k) - 2.345\hat{U}(k))T_c + \hat{C}_b(k) \quad (1.21)$$

Resultando no seguinte gráfico realizado por Matlab:

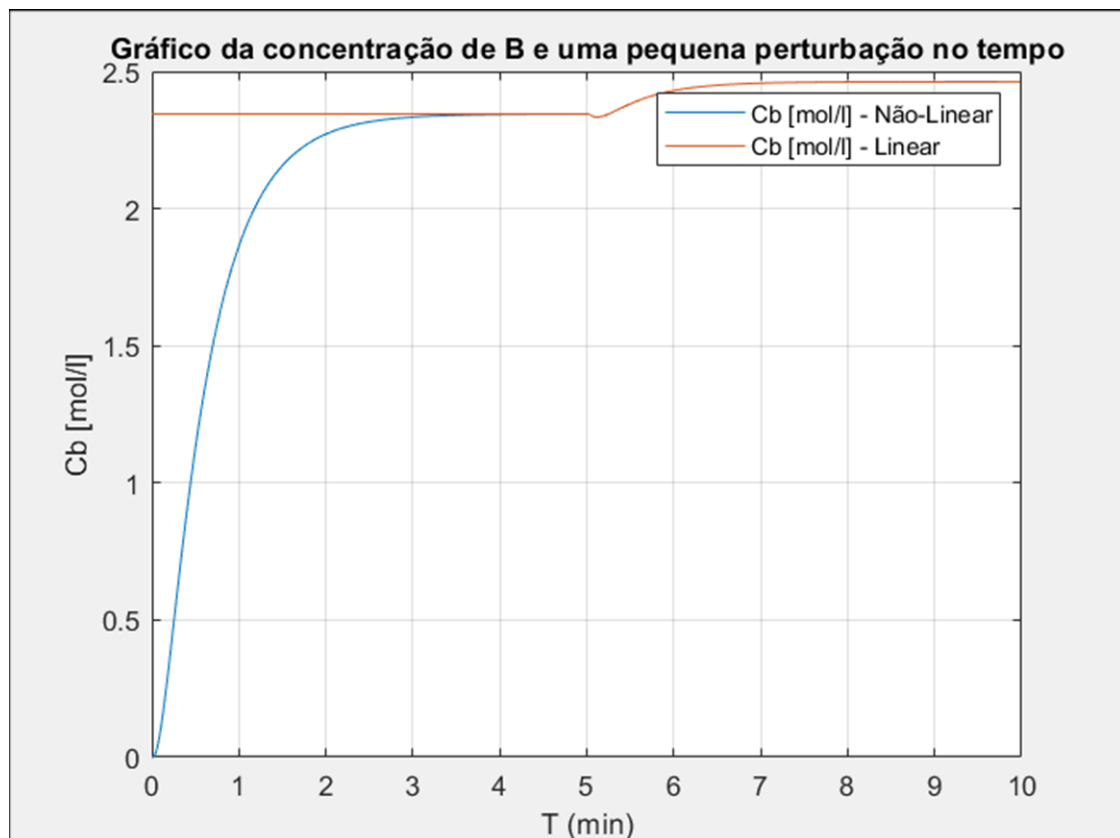


Figura 16 - Comparação de C_b não-linear e linear.

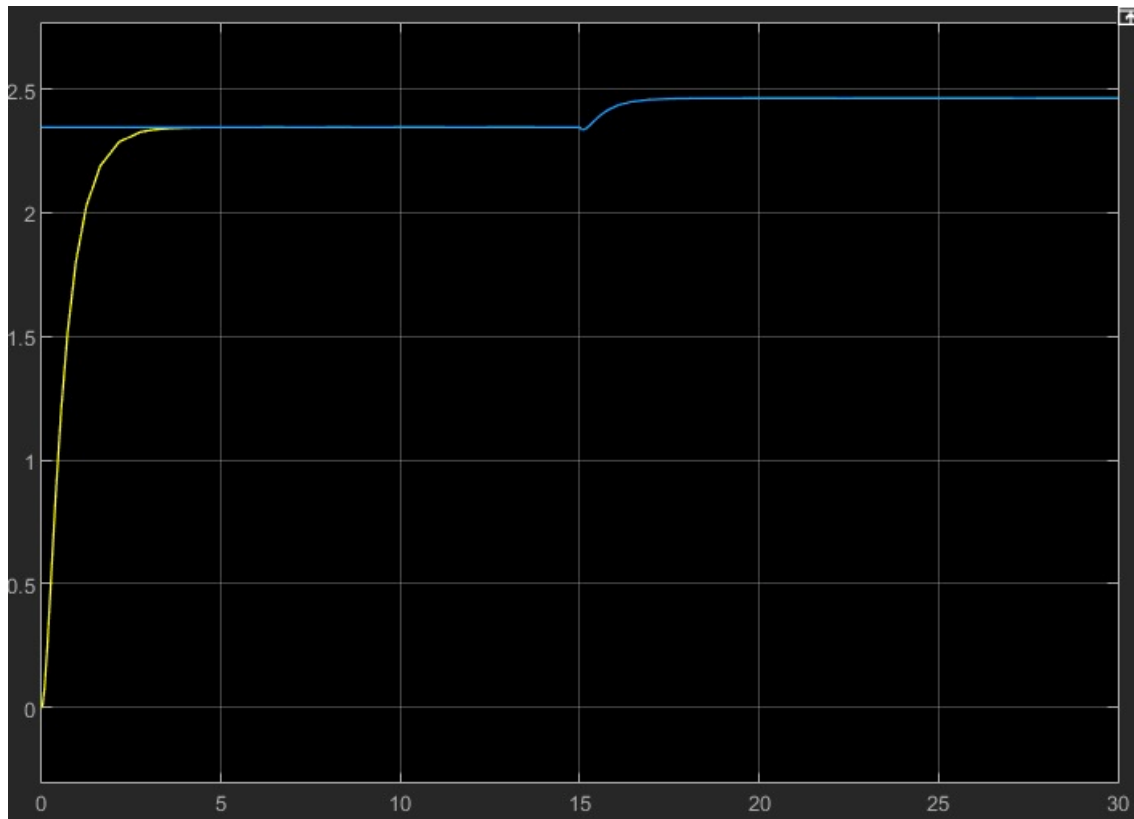


Figura 17 - Comparação Cb linear e não-linear pelo Simulink

Com uma análise visual dos gráficos gerados, é possível concluir que a linearização teve um bom resultado, com os mesmos valores em regime permanente, e para a pequena variação que ocorreu no tempo 5 s da simulação, ambos os sistemas tiveram o mesmo comportamento.

6) Realizando experimentos com o modelo não linear nas proximidades do ponto do equilíbrio obtenha um modelo simples de 1 ordem para as relações entre a variável manipulada e a concentração de B e a perturbação e a concentração de B. Projete um controle PI contínuo usando a técnica de alocação de polos para obter em malha fechada um sistema com $t_{5\%}$ da ordem de 1.5 a 1.7 minutos e pico menor que 5%. Essa especificação deve ser atendida para resposta a seguimentos de degraus de referência de CB e perturbações de CAF. Use filtro de referência se necessário. Estude o comportamento do sistema sobre o modelo linearizado.

Para obter um modelo simplificado de 1º ordem das funções de transferência (1.15) e (1.1), tem-se para ambos os casos:

$$t_{5\%} = 3\tau_L + 1.5\tau_R = 3 * \frac{1}{1.8433} + 1.5 * \frac{1}{7.1715} = 1.8367s \quad (1.22)$$

Diante disso, em um sistema de primeira ordem:

$$t_{5\%} = \frac{3}{p}$$

$$p = \frac{3}{1.837} = 1.6334 \quad (1.23)$$

Desse modo, aproximando o ganho ao do sistema original:

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{Caf}(s)} = \frac{0.7426}{s + 1.6334} \quad (1.24)$$

$$\frac{\widehat{Cb}(s)}{\widehat{U}(s)} = \frac{-0.2898(s - 4.0559)}{s + 1.6334} \quad (1.25)$$

Projeto do controlador:

Já que única variável manipulável é u , não faz sentido desenvolver um controlador para (1.24), já que não é possível controlar uma perturbação.

$$C(s) = \frac{Kc(s + z)}{s} \quad (1.26)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{NcNg}{NcNg + DcDg} = \frac{Kc(s + z)(-0.2898(s - 4.0559))}{Kc(s + z)(-0.2898(s - 4.0559)) + s(s + 1.6334)} \quad (1.27)$$

Resolvendo o polinômio de malha fechada:

$$Pmf(s) = (1 - 0.2898Kc)s^2 + s(1.1754Kc - 0.2898zKc + 1.6334) + 1.1754zKc$$

$$Pmf(s) = s^2 + \frac{s(1.1754Kc - 0.2898zKc + 1.6334)}{1 - 0.2898Kc} + \frac{1.1754zKc}{1 - 0.2898Kc} \quad (1.28)$$

Calculando o polinômio de malha fechada desejado, para um $t_{5\%}mf = 1.6$:

$$t_{5\%}mf = \frac{4.8}{p}$$

$$p = \frac{4.8}{1.6} = 3 \quad (1.29)$$

Para polos reais e iguais:

$$Pd(s) = (s + 3)^2 = s^2 + 6s + 9 \quad (1.30)$$

Comparando as equações (x6) e (x8):

$$\begin{cases} \frac{(1.1754Kc - 0.2898zKc + 1.6334)}{1 - 0.2898Kc} = 6 \\ \frac{1.1754zKc}{1 - 0.2898Kc} = 9 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, constata-se os valores de Kc e z :

$$\begin{cases} Kc = 1.851 \\ z = 1.917 \end{cases}$$

Consequentemente:

$$C(s) = \frac{1.851(s + 1.917)}{s} \quad (1.31)$$

Desta forma, mantendo o ganho unitário:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Kc(s + z)(-0.2898(s - 4.0559))}{(1 - 0.2898Kc)(s + 3)^2} \quad (1.32)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = -\frac{1.1571(s + 1.917)(s - 4.0559)}{(s + 3)^2} \quad (1.33)$$

Utilizando filtro na referência para anular o efeito do zero:

$$Fr(s) = \frac{z}{s + z} = \frac{1.917}{s + 1.917} \quad (1.34)$$

E para a perturbação, considerando G_{caf} como a planta $\frac{\widehat{cb}(s)}{\widehat{caf}(s)}$ e G_U como a planta $\frac{\widehat{cb}(s)}{\widehat{\theta}(s)}$:

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{G_{caf}}{1 + G_U C} = \frac{\frac{0.7426}{s + 1.6334}}{1 + \frac{-0.2898(s - 4.0559)}{s + 1.6334} * \frac{1.851(s + 1.917)}{s}}$$

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{0.7426s}{s^2 + 1.6334s - 0.53642s^2 + 1.147s + 4.171}$$

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{0.7426s}{0.46358s^2 + 2.7804s + 4.171} = \frac{0.7426s}{0.46358(s^2 + 6s + 9)}$$

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{1.602s}{(s^2 + 6s + 9)} = \frac{1.602s}{(s + 3)^2} \quad (1.35)$$

Aplicando somente o controlador no sistema linearizado $\frac{Cb(s)}{U(s)}$, simplificado na equação (1.25), obtém-se a seguinte resposta:

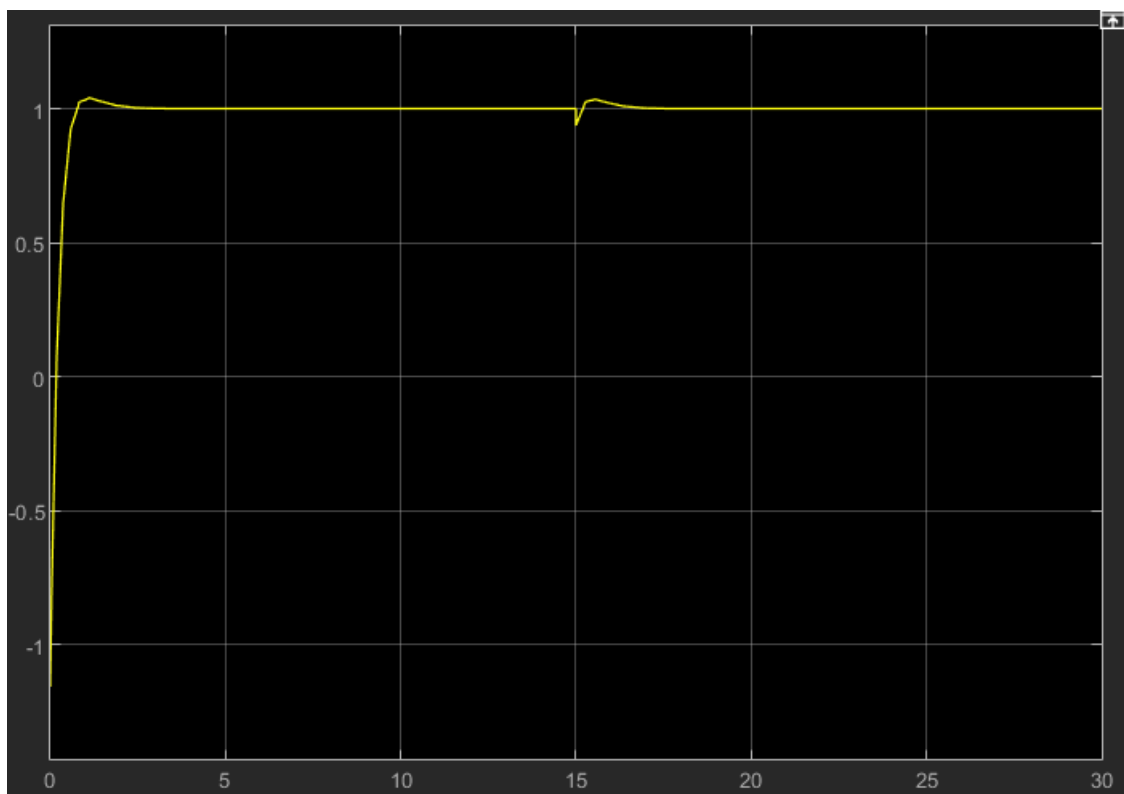


Figura 18 – Resposta degrau em malha fechada sem filtro da planta simplificada.

Apesar do sistema seguir a entrada de referência, degrau unitário, e possuir um tempo de assentamento próximo de 1.6 min, especificação definida para o projeto do controlador, o modelo apresenta um sobressinal relativamente pequeno que pode ser anulado com a aplicação de um filtro. Resultando no gráfico da figura 19:

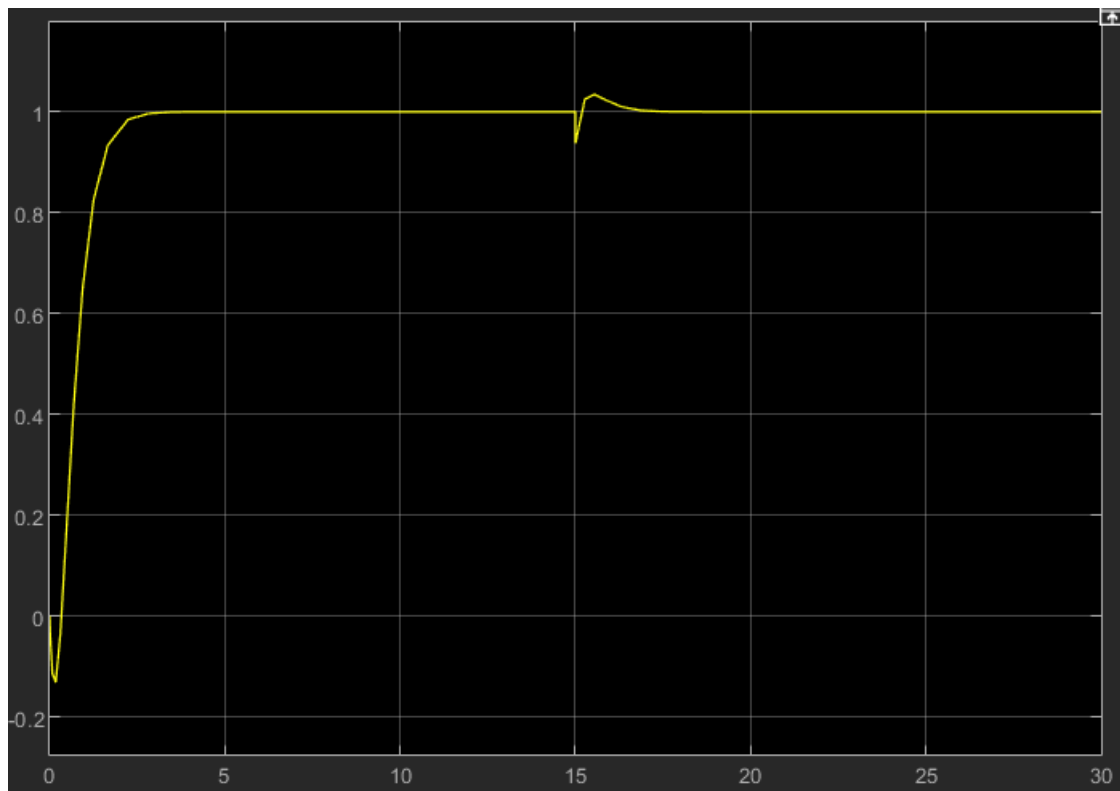


Figura 19 – Resposta degrau em malha fechada com filtro da planta simplificada.

Por outro lado, utilizando a planta original (não-simplificada), mesmo com o sistema seguindo a entrada de referência e com o tempo de assentamento pré-definido no controlador, o modelo apresenta um sobressinal elevado, o que se torna indispensável o uso do filtro para não ultrapassar um pico de 10% especificado.

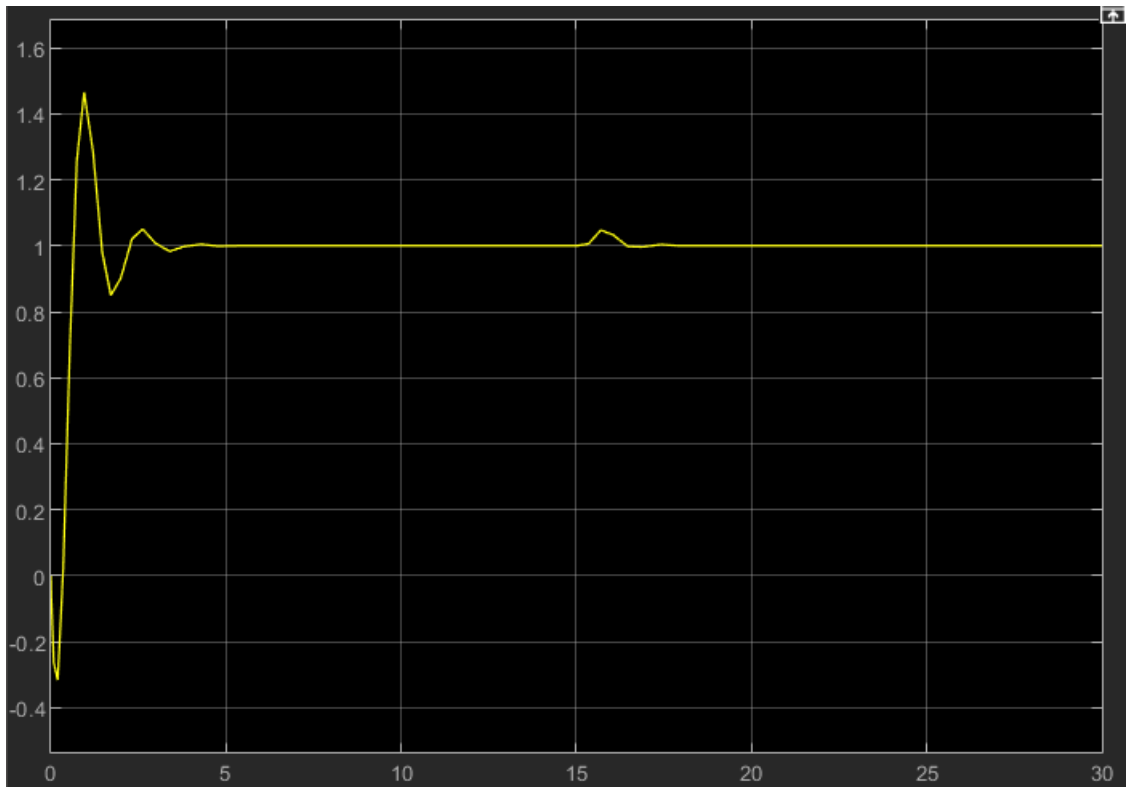


Figura 20 - Resposta degrau em malha fechada sem filtro da planta original.

Desse modo, a curva de resposta para o modelo não-simplificado, com o filtro de referência aplicado é exibida na figura 21:

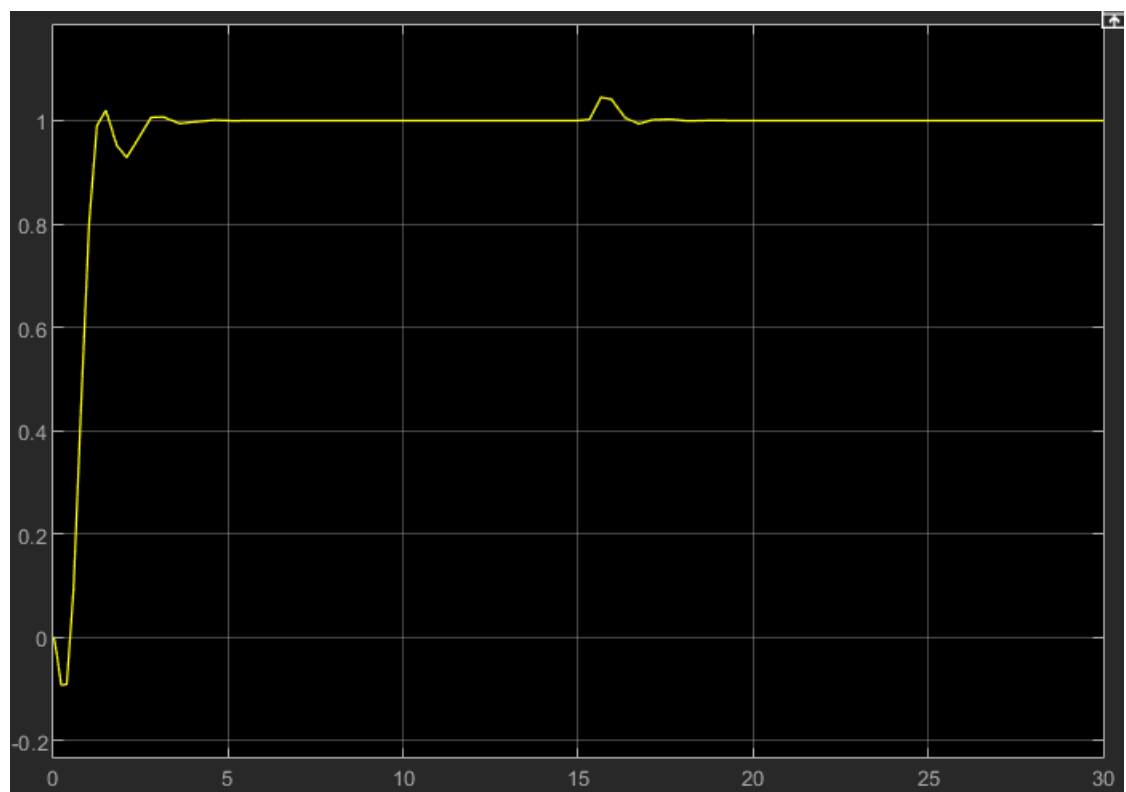


Figura 21 - Resposta degrau em malha fechada com filtro da planta original.

7) Analise as respostas em MF do sistema para degraus de referência e perturbação por simulação e interprete os resultados usando diagramas polo-zero e de resposta em frequência. Observe e quantifique as propriedades estáticas e dinâmicas das respostas. Poderia obter respostas mais rápidas? Como?

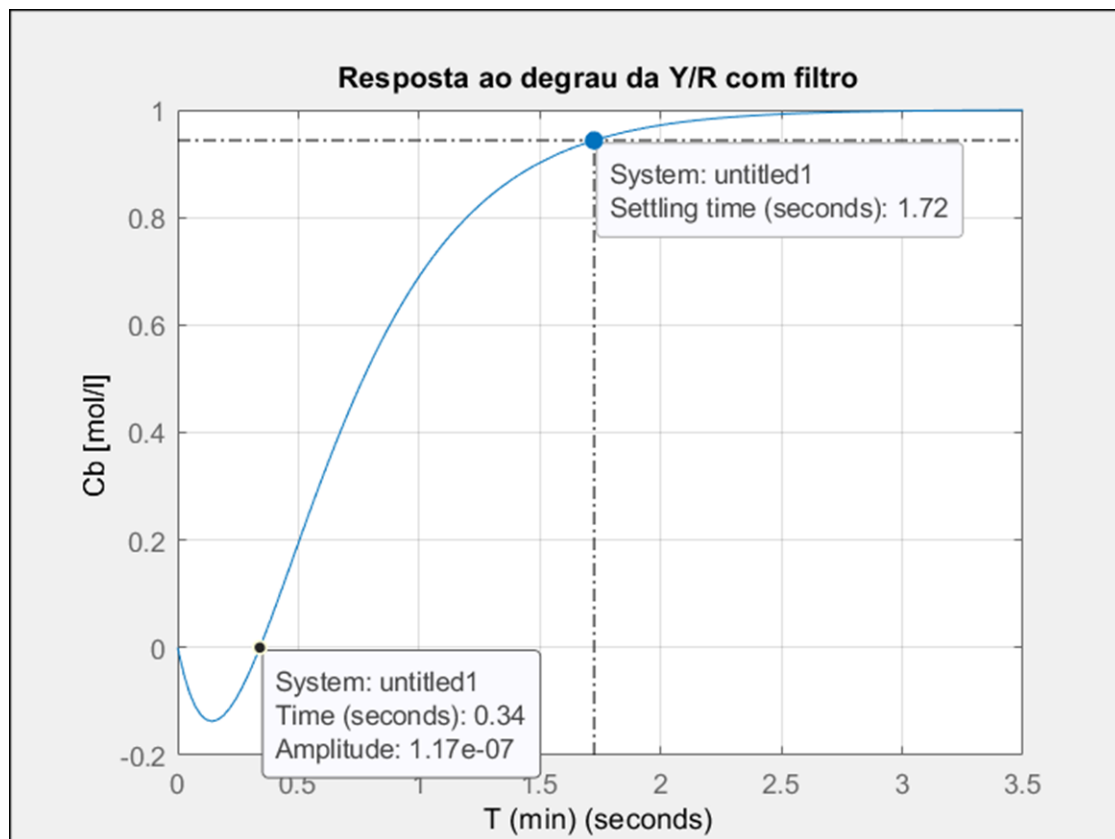


Figura 22 – Resposta em malha fechada com filtro.

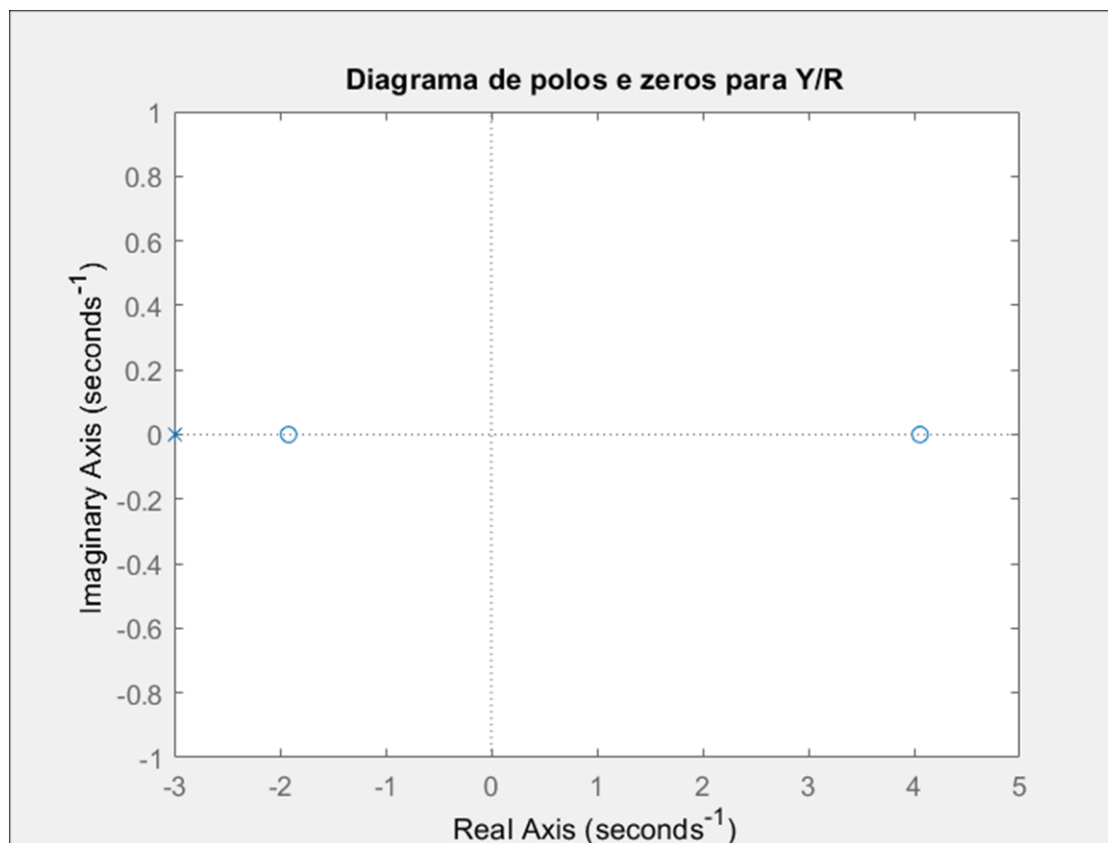


Figura 23 - Diagrama de polos e zeros de malha fechada.

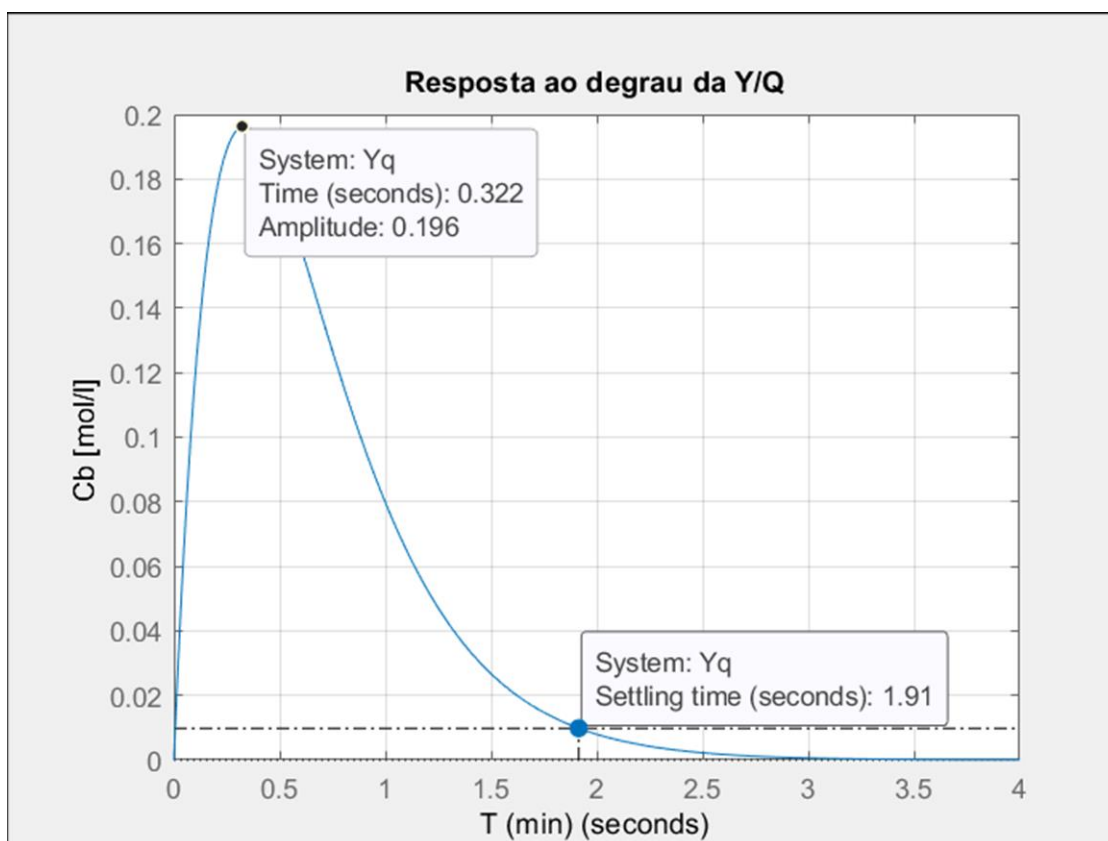


Figura 24 – Resposta a perturbação.

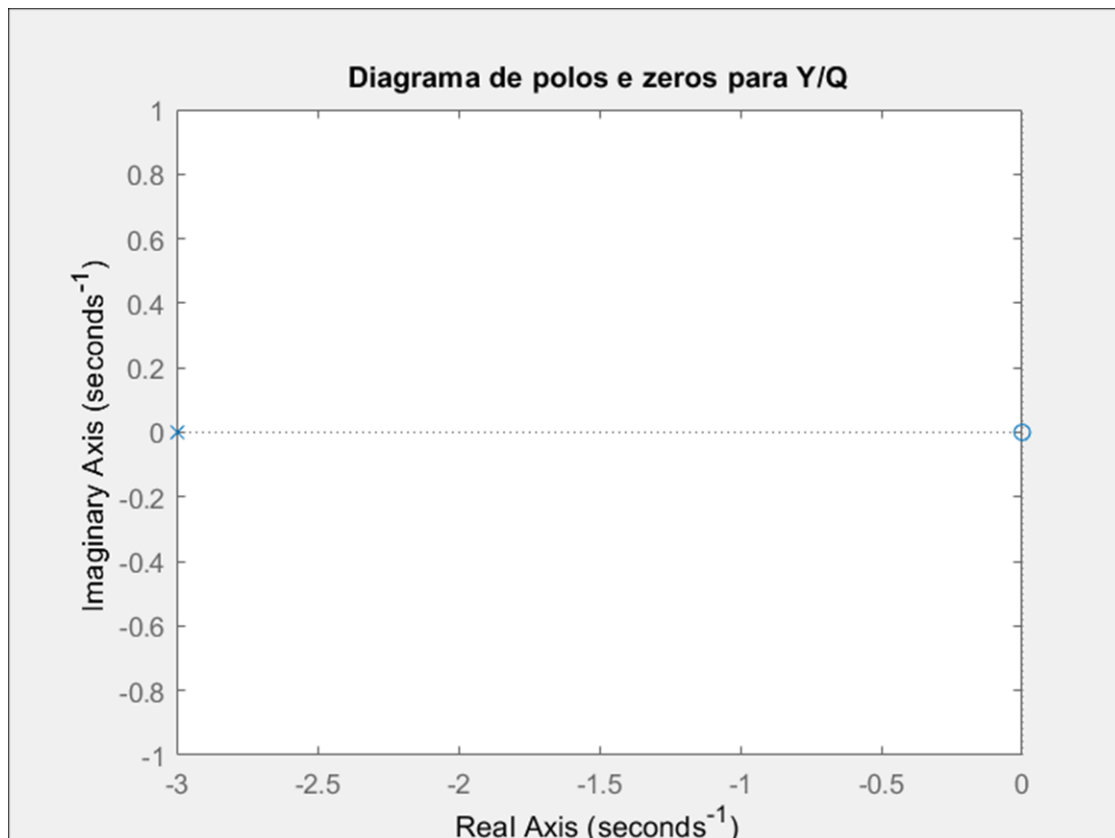


Figura 25 - Diagrama de polos e zeros da perturbação.

De forma visual é possível realizar uma análise dos gráficos gerados, a figura 22 representa a resposta a entrada degrau, em que tende para um ganho unitário em regime permanente e com um tempo de assentamento de aproximadamente 1.72 minutos, um pouco acima do esperado devido aos zeros do sistema. Na figura 23, pode se identificar esses zeros, sendo um deles no SPD, que causa esse comportamento de fase não mínima, e outro no SPE a direita dos polos, o que resulta em um sobre sinal, o qual foi corrigido com a utilização de um filtro.

Com relação a resposta a perturbação degrau, na figura 24 é possível visualizar que o tempo de assentamento foi o esperado, de 1.6 min, e que em regime permanente tem um ganho de 0, a figura 25 ilustra o zero da TF no 0, o qual garante esse ganho nulo para regime permanente.

Para esse sistema é possível diminuir o tempo de assentamento, basta ajustar os valores do PMF desejado, as limitações no tempo de assentamento são relacionadas a parte física da planta, onde um sinal de controle muito rápido pode danificá-la pois ser muito brusco, podendo causar diversos problemas nos equipamentos.

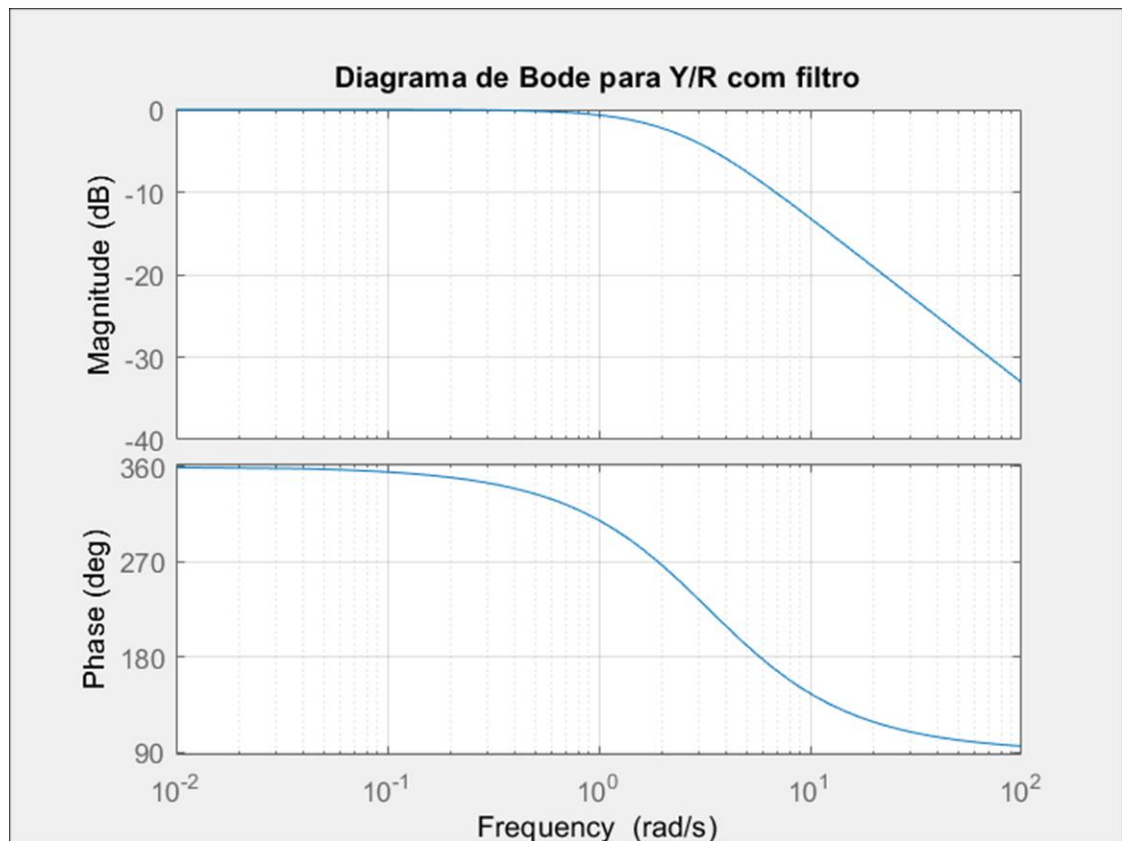


Figura 26 - Diagrama de Bode de malha fechada com filtro.

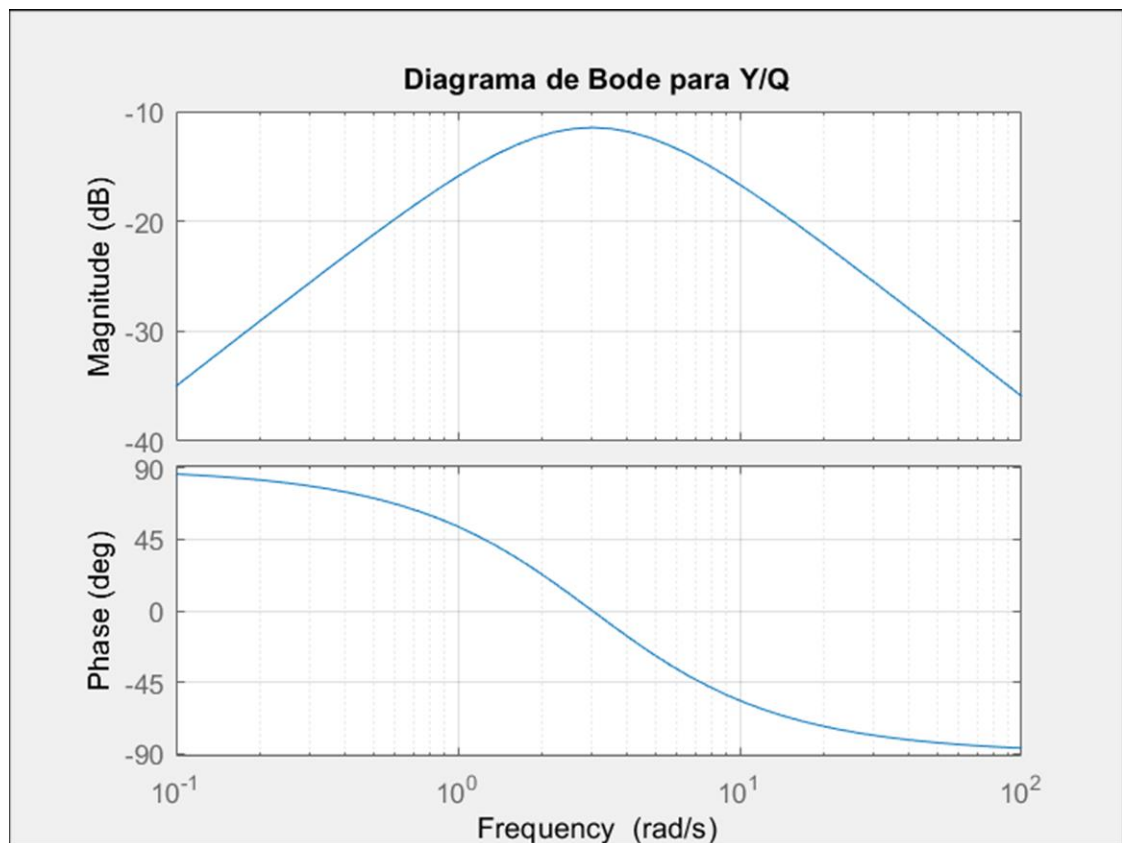


Figura 27 - Diagrama de Bode da perturbação.

Analisando os diagramas de bode resultantes, nota-se que o de Y/R com filtro (figura 26) se comporta como um filtro passa baixa, onde a reta horizontal em 0 dB representa ganho unitário, que se mantém até aproximadamente uma frequência de 1 (rad/s), e após esse valor, tem um ganho negativo, diminuindo o sinal. Já com relação a fase, o sistema começa a ter uma defasagem quando a frequência é superior aos 0.1 rad/s, e o corte da fase (ponto que cruza com a linha de 180°), está próximo aos 6 rad/s, onde a partir desse ponto o sistema pode exibir oscilações ou instabilidades.

Para Y/Q , resultada um filtro passa faixa, onde a banda de passagem do sinal está entre as frequências de 2 rad/s e 5 rad/s, e pelo gráfico da fase, pode-se notar que a ela fica próxima a zero dentro dessa faixa.

8) Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema em MF com o modelo completo não linear e verifique se atende as especificações. Implemente um cenário de simulação com a partida do sistema em rampa até chegar no ponto de operação. Simule, então, variações perto do ponto de operação e aplique perturbações. Poderia obter respostas mais rápidas? Por quê? Que acontece com o sistema ao se afastar do ponto de operação?

Para esta simulação foi aplicado como entrada uma rampa de meia unidade por unidade de tempo, assim, para o C_b atingir o seu ponto de equilíbrio de 2.345 mol/l, demorou aproximadamente 6 segundos. Foi considerado o $C_{af} = 5.1$ mol/l. Assim, foi realizado o diagrama de blocos da figura 28 e resultou inicialmente no gráfico da figura 29.

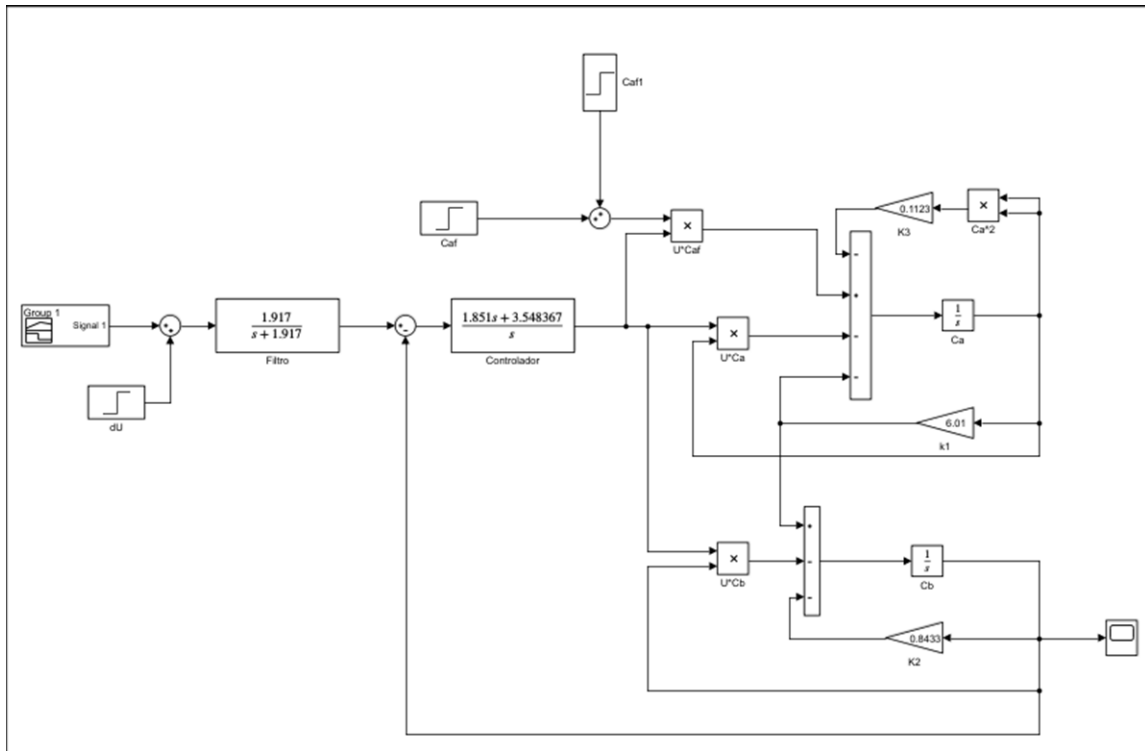


Figura 28 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.



Figura 29 – Resposta em malha fechada sem perturbação

A partir deste ponto de equilíbrio foram adicionamos algumas perturbações pequena de 0.1 e grande de 1, na referência e C_{af} com valores positivos como negativos.

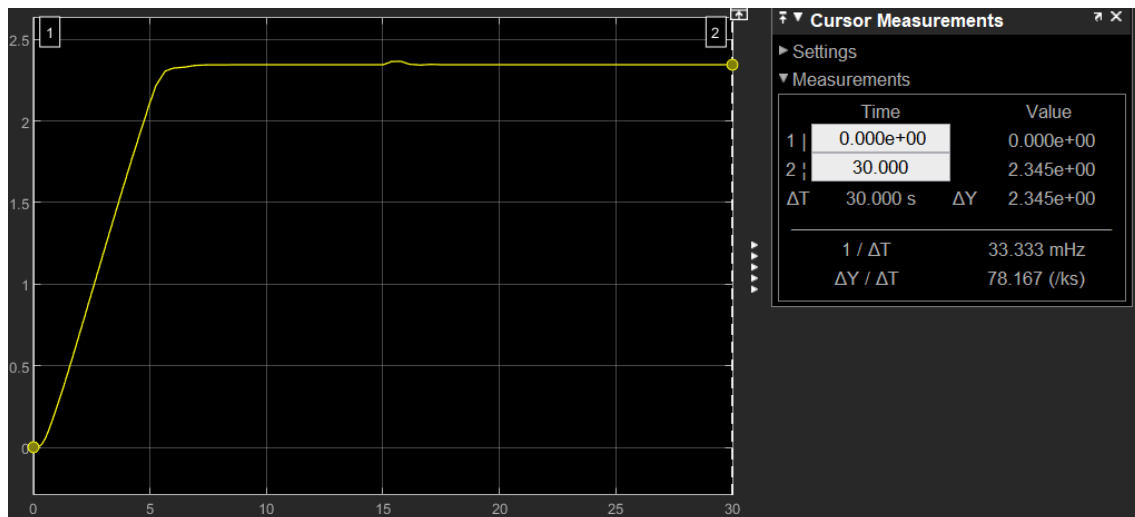


Figura 30 -Resposta em malha fechada com pequena variação de C_{af} positiva.

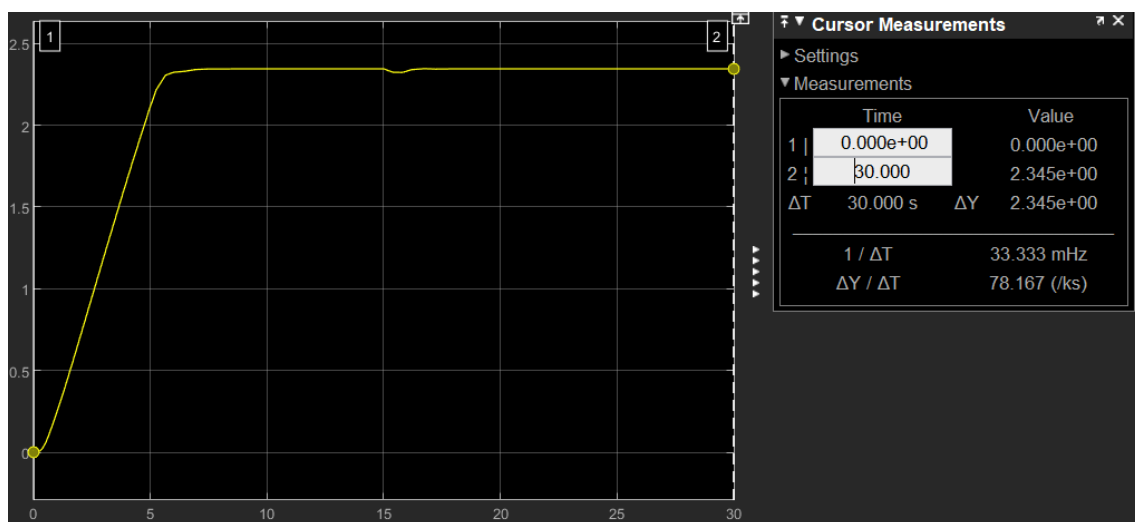


Figura 31 – Resposta em malha fechada com pequena variação de C_{af} negativa.

Para pequenas variações em C_{af} o sistema apresentou estabilidade, e com o mesmo valor em regime permanente.

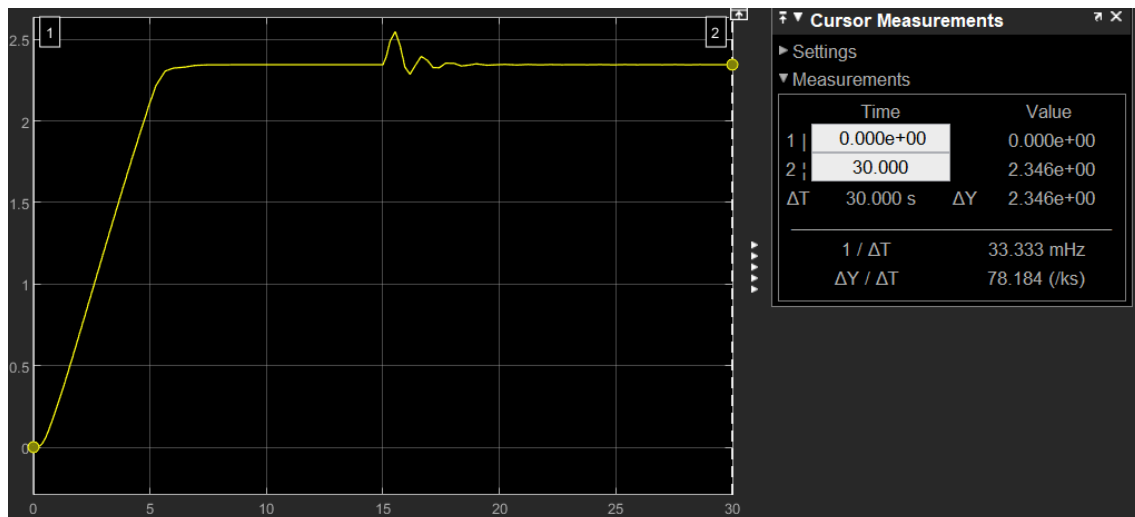


Figura 32 – Resposta em malha fechada com grande variação de Caf positiva.

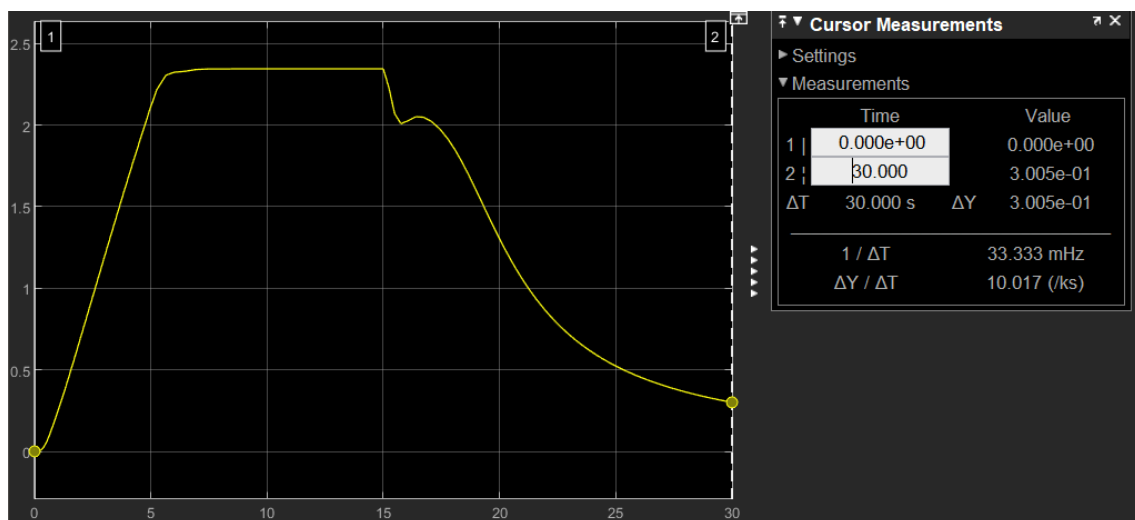


Figura 33 – Resposta em malha fechada com grande variação de Caf negativa.

Já com uma variação grande, para valores positivos o sistema ainda continuou estável, já para valores negativos, o sistema convergiu para outro valor diferente do ponto de equilíbrio, tornando o instável. Isso ocorre, pois, uma grande variação, em um contexto de um sistema linearizado e simplificado, pode levar a uma resposta excessiva do sistema que o controlador não consegue amortecer, o que causa uma instabilidade, tendo em vista que a linearização foi feita considerando pequenos sinais como variação.

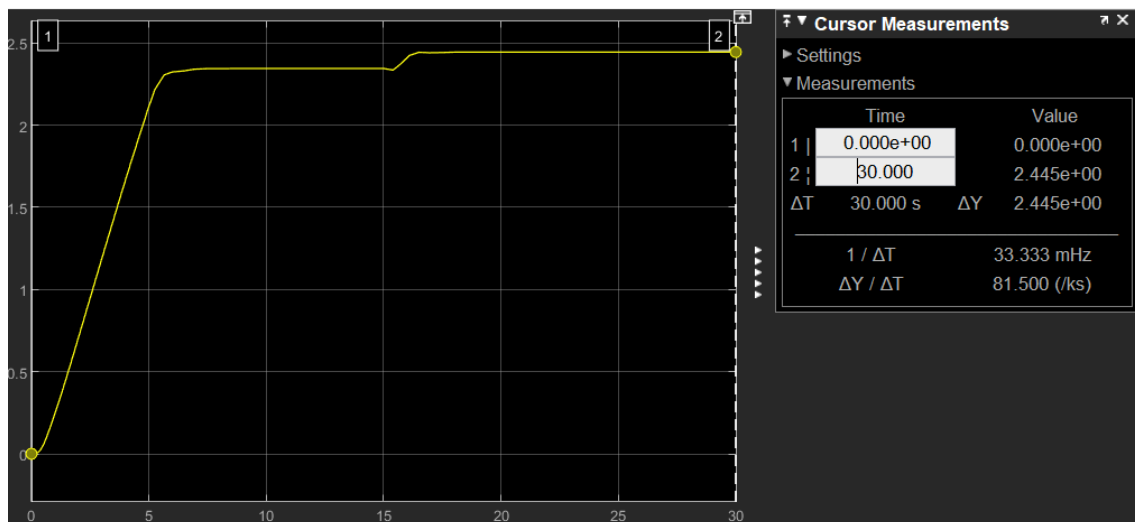


Figura 34 – Resposta em malha fechada com pequena variação na referência positiva.

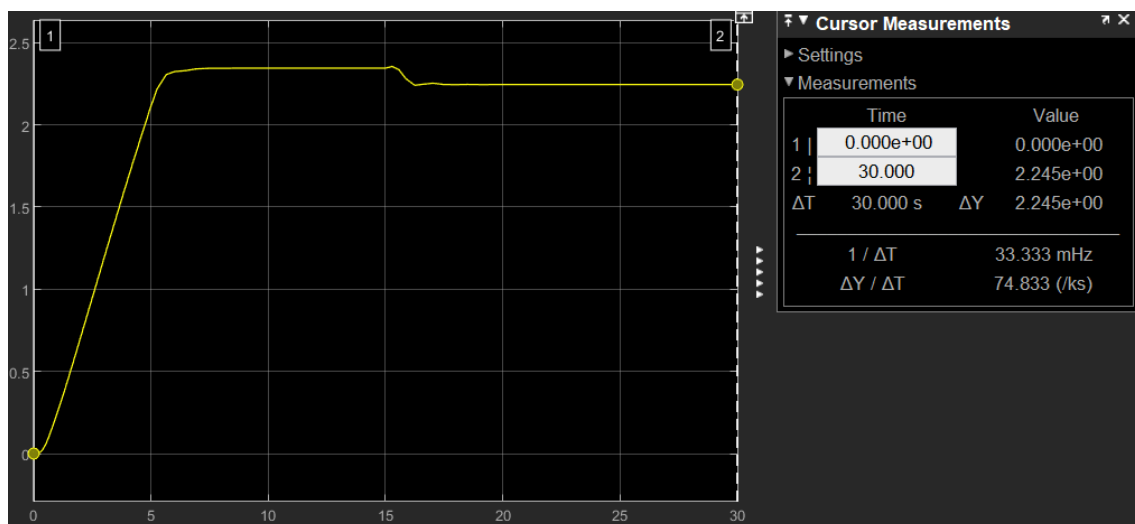


Figura 35 – Resposta em malha fechada com pequena variação na referência negativa.

Analisando às variações de referência, observa-se que para uma pequena, o sistema se mantém estável, convergindo para um novo ponto de equilíbrio em regime permanente.

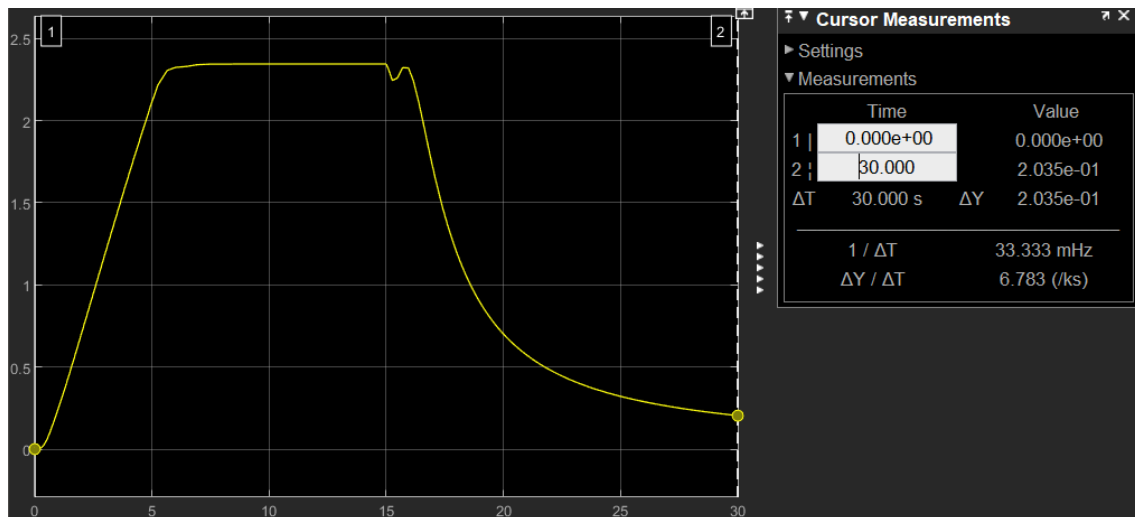


Figura 36 – Resposta em malha fechada com grande variação de U positiva.

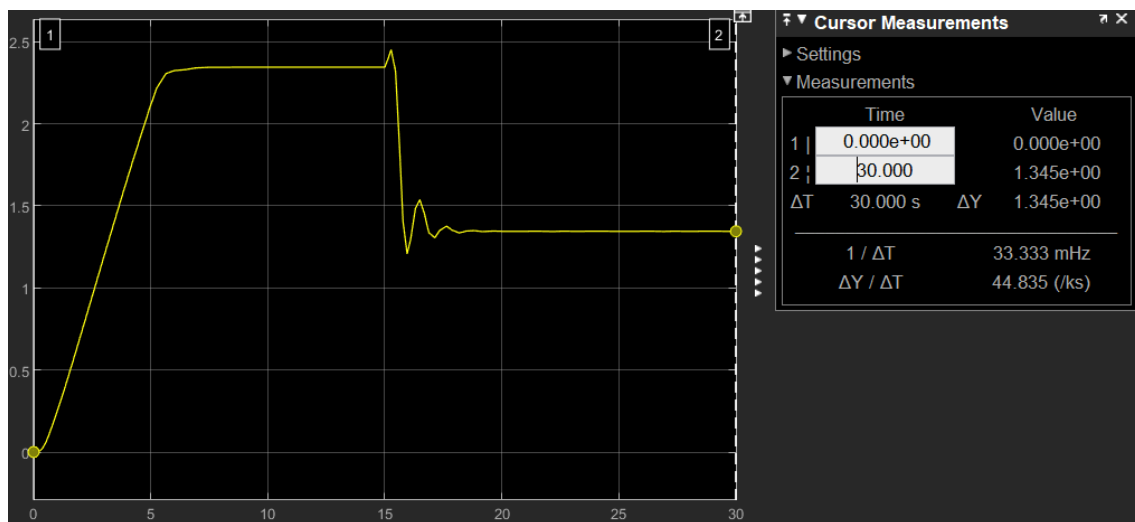


Figura 37 – Resposta em malha fechada com grande variação de U negativa.

Porém, para grandes variações na referência, o sistema perde o seu ponto de equilíbrio, e converge para um outro valor, perdendo a sua sistemática em regime linear aproximado, ou seja, tornando o instável. De forma análoga ao problema da figura 33, grandes variações repentinas excedem a capacidade do controlador em manter a estabilidade do sistema pois a linearização considera apenas variações de pequenos sinais.

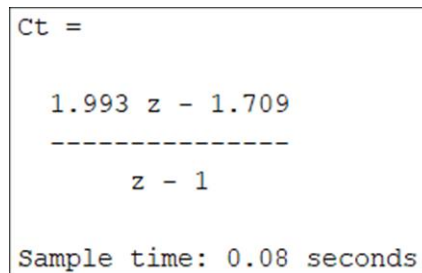
9) Discretize o controle do ponto 1, escolhendo adequadamente T_s . Implemente o controle em Matlab, escrevendo o código de controle. Simule um cenário onde o sistema é levado até o ponto de operação em modo MANUAL e somente então o controle passa a AUTOMATICO. Usando

ferramentas no domínio da frequência analise o seu controle discretizado e compare com o contínuo. Analise o efeito da amostragem.

Definindo o período de amostragem:

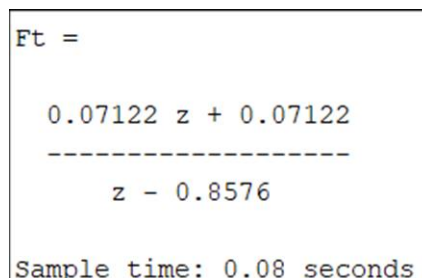
$$T_s = \frac{t_{5\%mf}}{20} = \frac{1.6}{20} = 0.08 \text{ min}$$

Partindo disso, utilizando Matlab, a discretização foi feita pelo método de Tustin. As figuras 38 e 39 exibem o controlador e o filtro de referência respectivamente:



```
Ct =  
  
1.993 z - 1.709  
-----  
z - 1  
  
Sample time: 0.08 seconds
```

Figura 38 - Controlador discretizado pelo método de Tustin.



```
Ft =  
  
0.07122 z + 0.07122  
-----  
z - 0.8576  
  
Sample time: 0.08 seconds
```

Figura 39 - Filtro de referência discretizado pelo método de Tustin.

Resultando, por meio do código de controle implementado via Matlab:

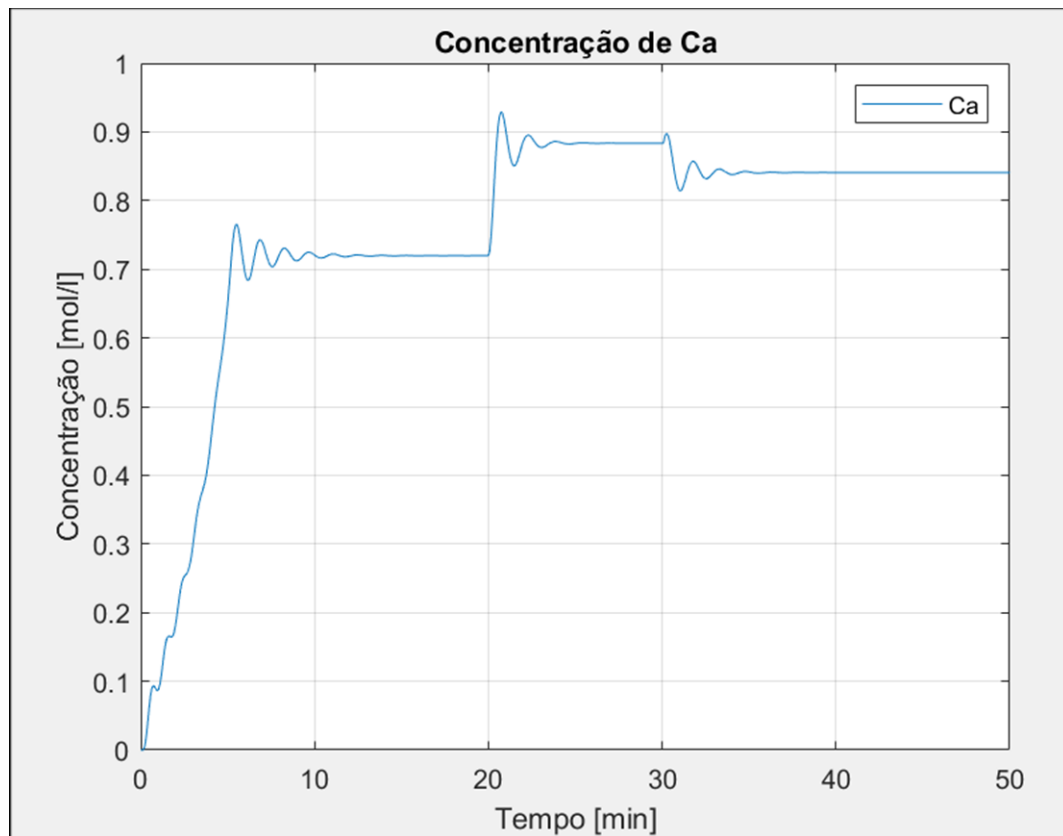


Figura 40 – Gráfico do sistema discretizado da concentração A com variação na referência e perturbação Caf.

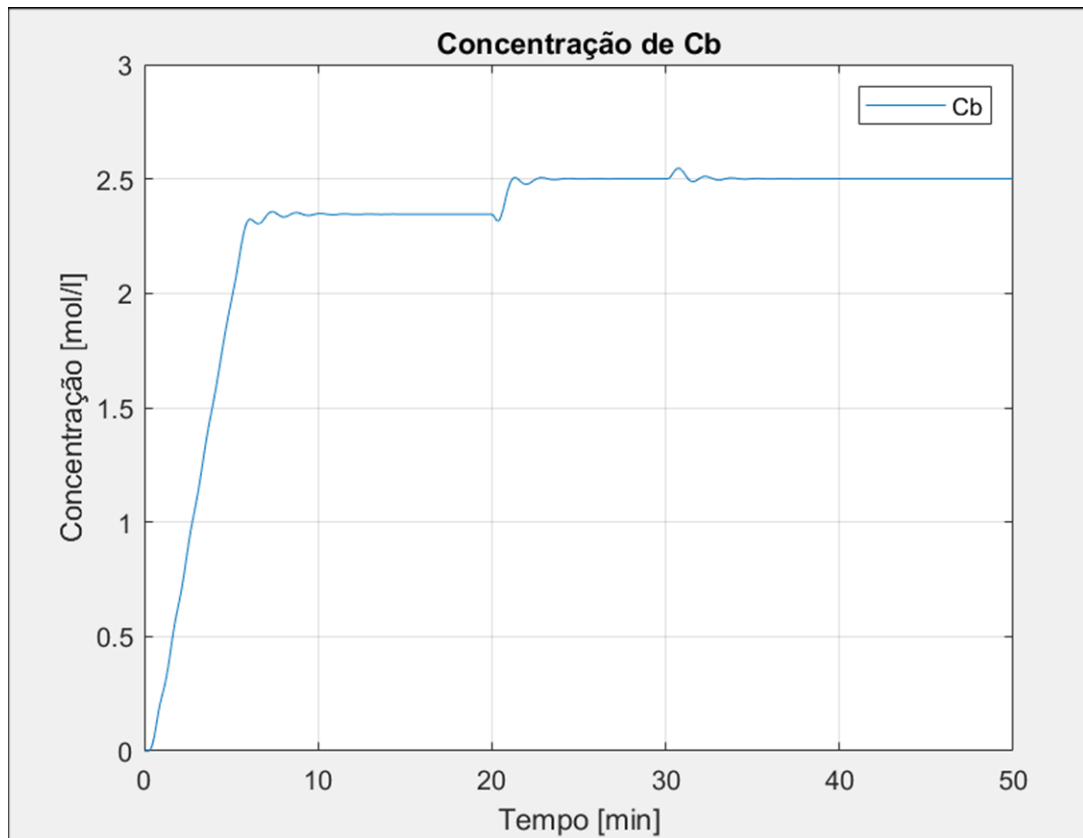


Figura 41 - Gráfico do sistema discretizado da concentração B com variação na referência e perturbação Caf.

Os sistemas são capazes de seguir uma referência imposta, que pode sofrer variações como na referência no tempo de 20 em Caf no tempo 30 da simulação, continuando estáveis apesar de apresentar um pequeno sobre-sinal. Os gráficos se referem as concentrações de A e B individualmente ilustrando tanto a variação na referência quanto uma perturbação do tipo degrau em Caf.

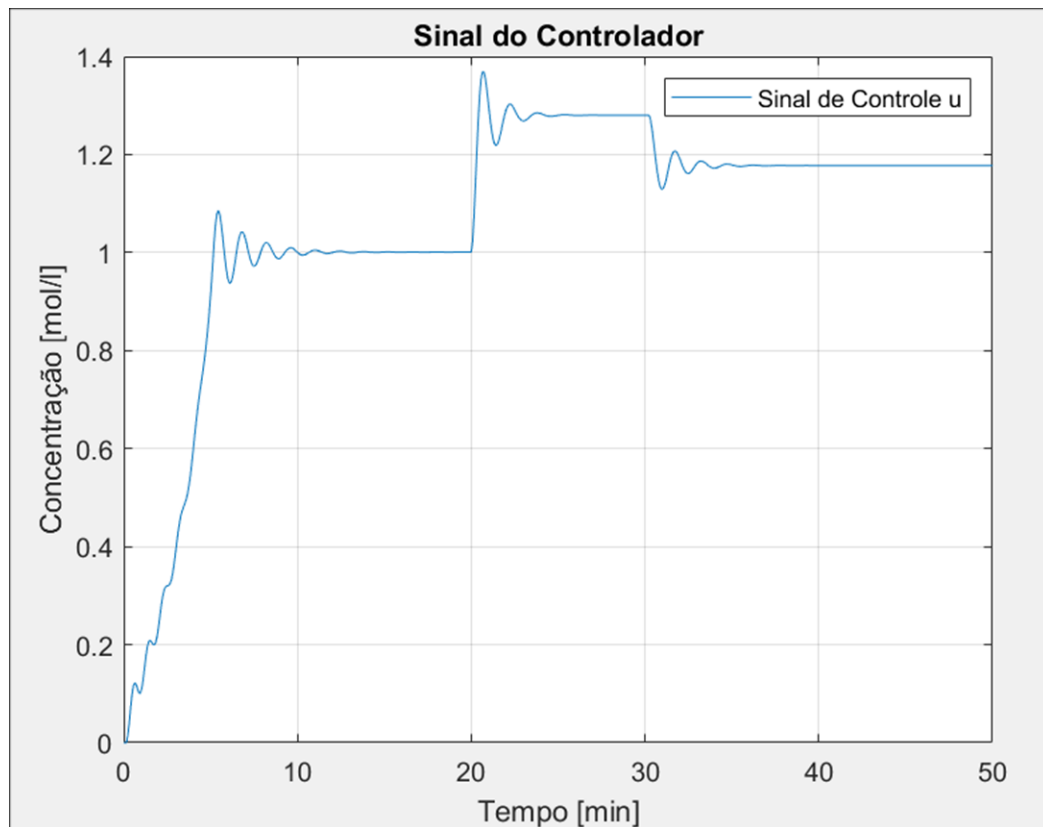


Figura 42 – Sinal de controle

Além disso, a figura 43 e 44 mostram as comparações entre as respostas de malha fechada e perturbação, para o controlador discreto e contínuo.

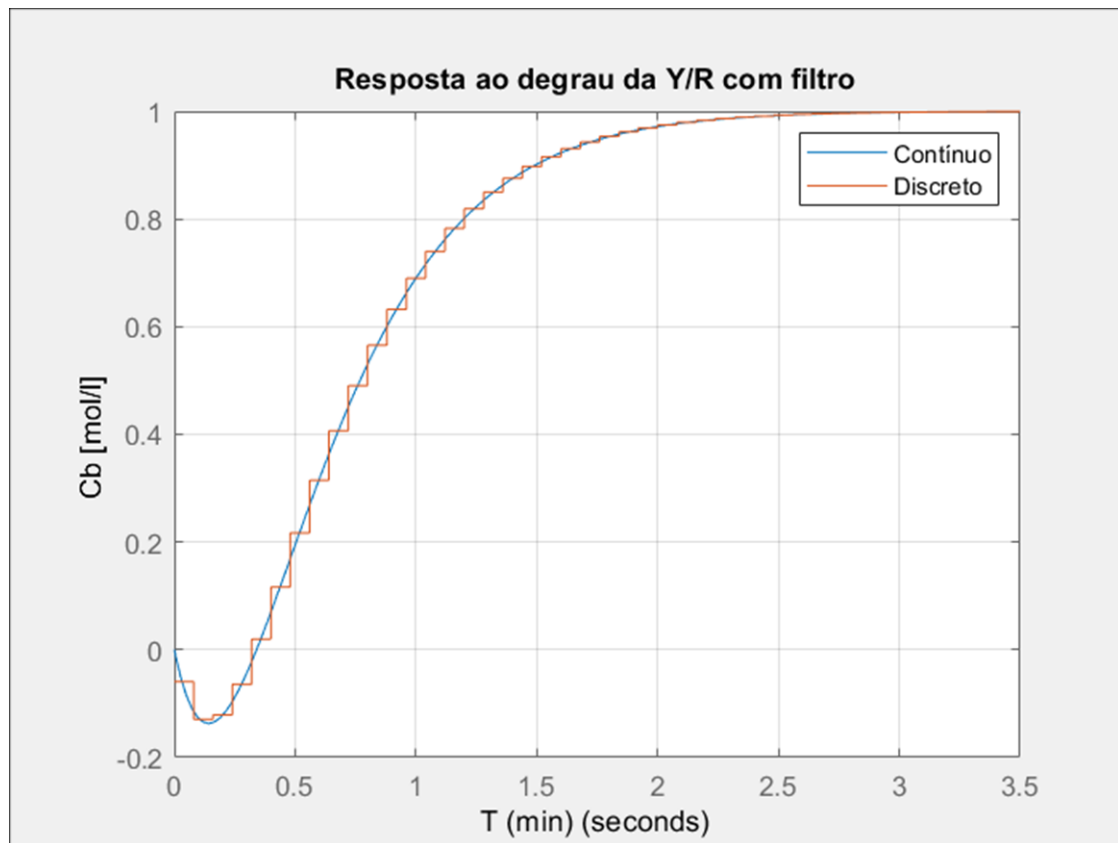


Figura 43 – Comparação das respostas ao degrau dos sistemas contínuo e discreto em malha fechada.

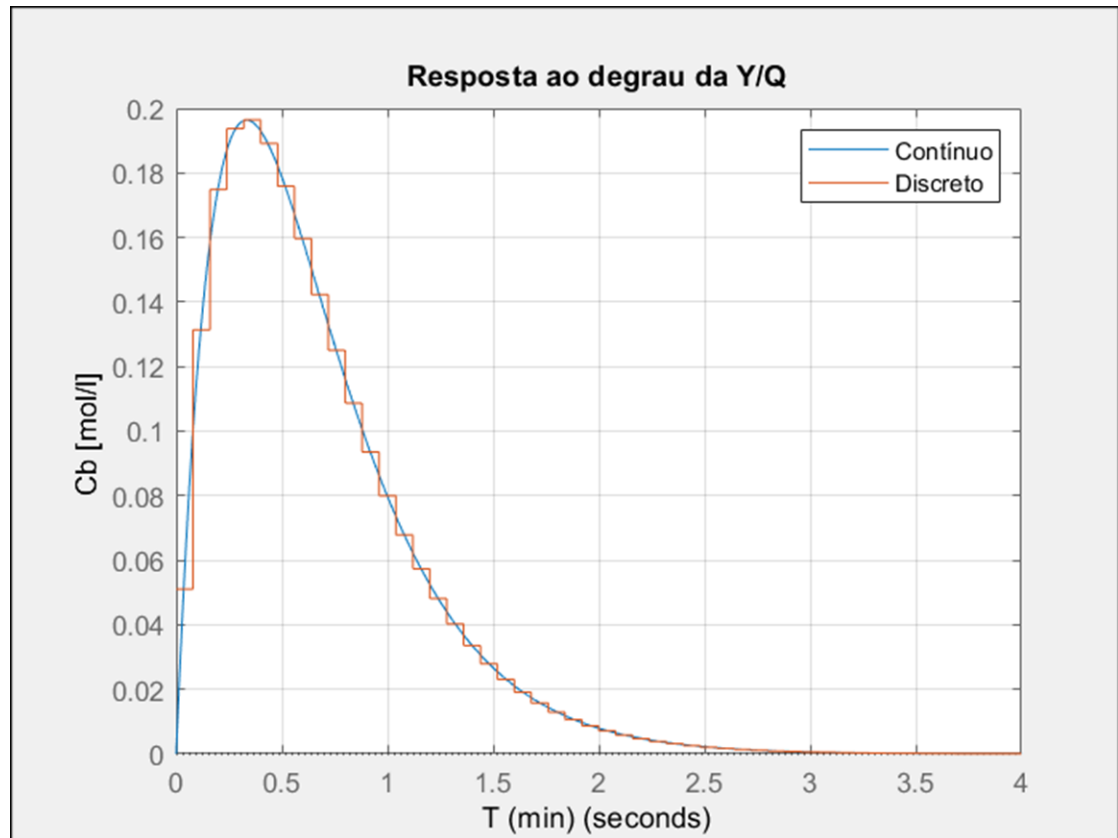


Figura 44 - Comparação das respostas ao degrau dos sistemas contínuo e discreto da perturbação.

Também se faz necessário a análise no domínio da frequência para o controlador discreto e contínuo, mostrado na figura 45:

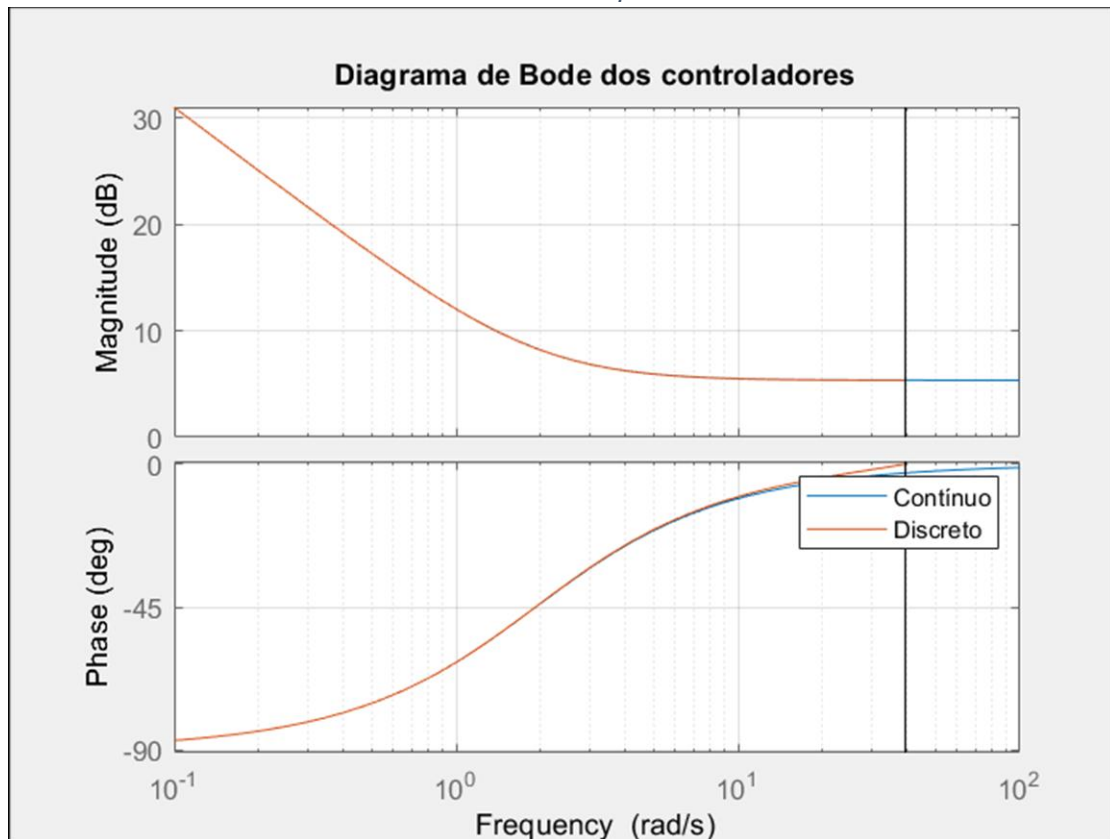


Figura 45 - Diagrama de bode para os controladores

Desse modo, é perceptível que o método Tustin de discretização apresenta uma boa aproximação para o controlador mesmo com algumas pequenas variações de amostragem.