

Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)

Лабораторная работа по общему курсу физики

**Отчёт о выполнении лабораторной работы**

**1.3.1**

**Определение модуля Юнга на основе  
исследования деформаций растяжения  
проволоки.**

Засимов Георгий Алексеевич  
Группа Б01-109

Долгопрудный  
2021

## 1. Аннотация

В данной работе мы экспериментально получили зависимость между напряжением и деформацией (закон Гука) для одноостного растяжения. Сравнили с теоретическим описанием зависимости. Вычислили модуль Юнга по результатам измерений и определили по нему материал проволоки.

## 2. Теоретические сведения и методика измерений

В работе исследуется растяжение проволоки, что соответствует одноостному напряженному состоянию, которое описывается формулой:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1)$$

где  $\sigma = \frac{F}{s}$  - напряжение,  $\varepsilon = \frac{dl}{l}$  - деформация в точке,  $E$  - модуль Юнга.

Поскольку

$$\sigma = \frac{F}{s} = \frac{k\Delta l}{s} \Rightarrow E = \frac{Fl}{s\Delta l} \quad (2)$$

То модуль Юнга вычисляется по формуле:

$$E = \frac{kl}{s} \quad (3)$$

где  $k$  - коэффициент жесткости металла, который найдем в ходе эксперимента.

### 3. Оборудование и экспериментальные погрешности

#### 3.1. Экспериментальная установка и методика измерений

Для определения модуля Юнга используется прибор Лермантова, схема которого изображена на рис. 1.

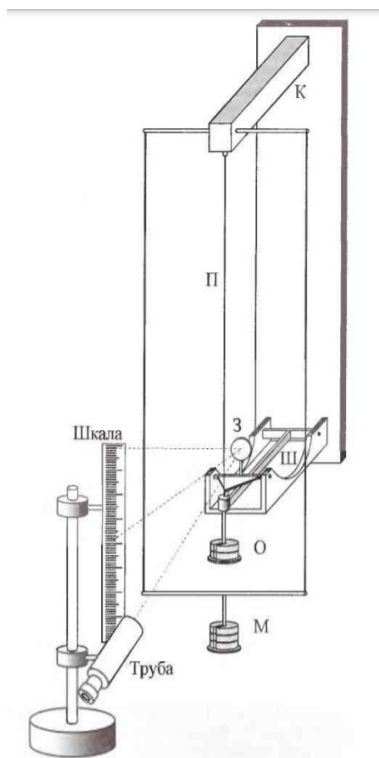


Рис. 1 Прибор Лермантова.

(П - проволока, К - консоль, Ш - шарнирный кронштейн, З - зеркало, М, О - площадки для грузов,  $r$  - рычаг).

Натяжение проволоки меняется при перекладывании грузов с площадки М на площадку О, при этом напряжение, действующее на кронштейн

остается неизменным. Это позволяет исключить влияние деформации кронштейна на точность измерений. Отметим, что при малых нагрузках проволока распрямляется, а не растягивается, поэтому измерения при первых грузах не будут соответствовать искомой зависимости.

### 3.2. Погрешности измерений

Определим диаметр проволоки, длину рычага  $r$ , длину проволоки и расстояние от шкалы до зеркала:

примем значения диаметра проволоки и длины рычага с высокой точностью (поскольку это данные прибора,  $\varepsilon_r = \varepsilon_l \approx 0\%$ ):

$$r = 13mm$$

$$d = 0,73mm$$

Тогда площадь поперечного сечения проволоки будет вычислена:

$$s = \frac{\pi d^4}{4} = 0,419mm^2$$

Длина проволоки и расстояние от зеркала до шкалы измерялись линейкой с  $\sigma_l = 10mm$ :

$$l = 176,3 \pm 1,0cm(\varepsilon = 0,6\%)$$

$$h = 139,5 \pm 1,0cm(\varepsilon = 0,7\%)$$

Также будем учитывать погрешность шкалы  $\varepsilon = 0,05$  дел.

Формула, описывающая зависимость удлинения проволоки  $\Delta l$  от расстояния  $h$ , длины рычага  $r$  и разности количества делений шкалы  $\Delta n = n - n_0$ , где  $n_0$  - начальное значение по шкале, получается из закона Гука (2) и следующих уравнений:

при удлинении проволоки на  $\Delta l$  зеркало повернется на угол  $\phi$ , в то же время изменение положения зеркальца фиксируется на шкале, которую наблюдающий видит через трубу, тогда тангенс угла  $\phi$  зависит и от изменения показаний шкалы  $\Delta n$  и расстояния от зеркальца до шкалы  $h$  (см. рис. 2). Поскольку  $\Delta l$  и  $\phi$  малы, имеем:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \phi &= \frac{\Delta l}{r} \\ \operatorname{tg} 2\phi &= \frac{\Delta n}{h} = 2\operatorname{tg} \phi \Rightarrow \Delta l = r \operatorname{tg} \phi = \frac{r \Delta n}{2h} \end{aligned}$$

$$\Delta l = \frac{r \Delta n}{2h} \quad (4)$$

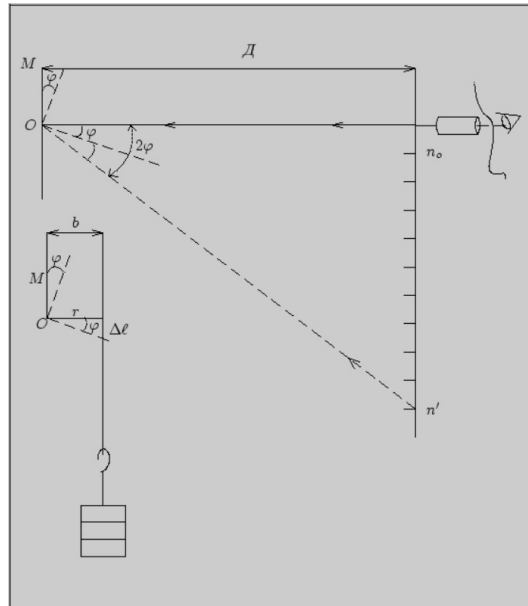


Рис. 2. Удлинение проволоки и прибор Лермантова.

## 4. Результаты измерений и обработка данных

Значения массы для каждого груза представлены в таблице 1. Полученные в ходе эксперимента данные представлены в таблице 2 для *I*, *II* и *III* серий измерений соответственно. Начальное значение  $n_0 = 2,9$  при 1 грузе массой  $= 245,8$  г.

№ груза	масса, г
1	245,8
2	246,12
3	245,7
4	245
5	246,1
6	245,5
7	245,6
8	245,5
9	245,6
10	245,2

Таблица 1. Массы грузов.

серия	I	II	III
N, грузов	n, делений	n, делений	n, делений
1	2,9	3,2	3,3
2	4,3	4,6	4,4
3	5,5	6	5,5
4	6,6	7,3	6,9
5	7,8	8,3	7,9
6	9,2	9,5	9,1
7	10,6	10,7	10,3
8	11,5	11,8	11,5
9	12,6	12,9	12,2
10	13,8	14	13,7
9	12,8	12,9	12,6
8	11,7	11,7	11,4
7	10,5	10,2	10,2
6	9,2	9	8,9
5	8,1	7,7	7,7
4	6,8	6,3	6,4
3	5,7	5,1	5,2
2	4,4	4,1	3,6
1	3,2	3	2,8

Таблица 2. Результаты измерений для 3 серий.

Построим график зависимости удлинения проволоки  $\Delta l$  (см формулу (4)) от нагрузки  $P = g * m$  (примем  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ) (см Рис. 3).

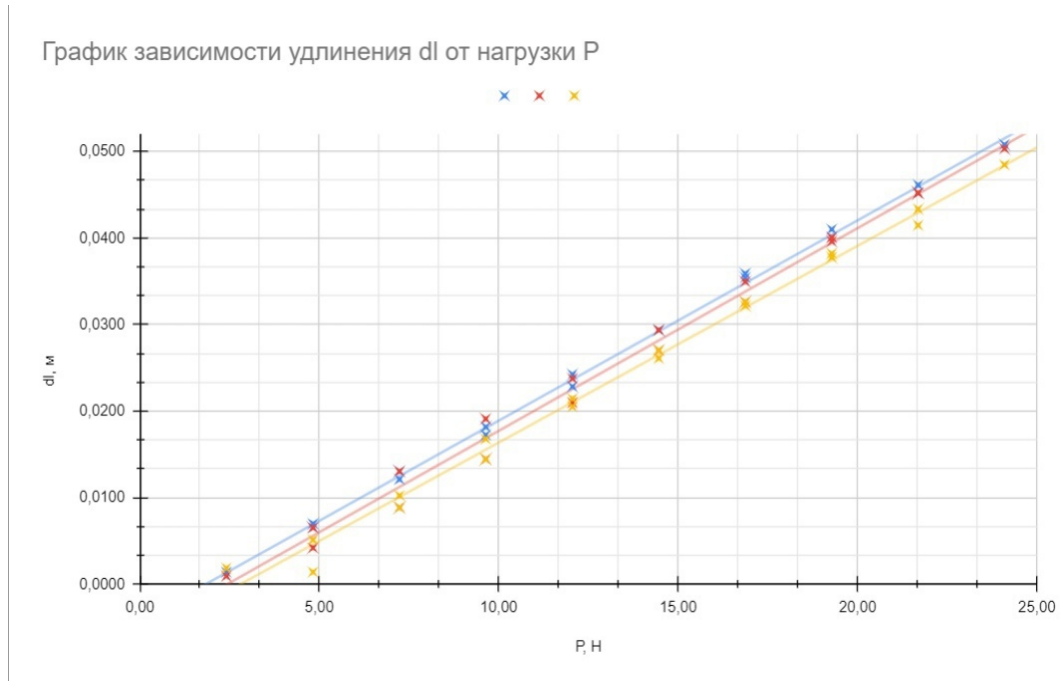


Рис. 3. График зависимости удлинения  $dl$  от нагрузки  $P$ .

Как видно по графику, зависимость линейна, однако прямая не проходит через начало координат, поскольку при малых нагрузках проволока распрямляется и начальные значения растяжения не учитываются.

Угловым коэффициентом полученной линейной зависимости - это величина, обратная к коэффициенту жесткости  $k'$  материала проволоки. Рассчитаем  $k$  по методу наименьших квадратов:

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle y \rangle \langle x \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Погрешность определения значения  $k$ :

$$\sigma_k = k \sqrt{\frac{1}{N-1} \left( \frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2 \right)} = 0,00003$$



$$\varepsilon = 1,3\%$$

$$\frac{1}{k} = k' = 432713 \pm 5625 \frac{H}{m}$$

По найденному значению коэффициента рассчитаем модуль Юнга для материала проволоки по формуле (3).

Погрешность определения  $E$ :

$$\varepsilon_E = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \varepsilon_l^2 + \varepsilon_s^2} = 1,4\%$$

$$E = \frac{k'l}{S} = 182 \pm 3 GPa$$

## 5. Выводы

В данной работе мы нашли модуль Юнга исследуемого материала проволоки:  $E = 182 \pm 3$  ГПа. Основной вклад в погрешность определения модуля Юнга вносит погрешность нахождения жесткости материала проволоки  $k'$ , на которую влияют погрешности измерений расстояний длины проволоки и расстояния до шкалы, а также растяжения проволок из-за длительного воздействия грузов. Ближе всего по табличным значениям исследуемый материал к железу ( $\approx 190 - 200$  ГПа). Можно предположить, что проволока изготовлена из сплава.

Мы определили металл, из которого изготовлена исследуемая проволока при помощи прибора Лермантова по найденному модулю Юнга. Также найдена зависимость удлинения проволоки от действующей на нее силы. Мы убедились, что данная зависимость линейная и нашли по значениям экспериментально полученных данных коэффициент жесткости материала проволоки.