

Formalización de las Σ -metrics y del Q interno para auditoría VR- χ_1

Proyecto TCDS — Motor de Formalización GPT-5 Σ -Trace

2025-11-06

1. Índice de Locking (LI)

Objetivo: Estimar la coherencia de fase entre M procesos en una ventana W .

Definición (Kuramoto):

$$r(t) = \left| \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M e^{i\theta_k(t)} \right|, \quad LI = \langle r(t) \rangle_{t \in W}, \quad LI \in [0, 1]. \quad (1)$$

Alternativas:

$$PLV_{ij} = |\langle e^{i(\theta_i - \theta_j)} \rangle_W|, \quad LI = \text{median}_{i < j}(PLV_{ij}). \quad (2)$$

Umbral ΣFET: $LI \geq 0.90$ sostenido en al menos el 80% de subventanas. Ventana típica: $W = 5\text{--}30$ s (para χ_1) o 64–512 pasos (VR). Subventanas $p:q = 1:4\text{--}1:8$ con solapamiento 50%.

2. Correlación objetivo $R(t)$

Objetivo: Medir alineación con requisitos explícitos.

Definición:

$$R = \rho(\mathbf{f}_{out}, \mathbf{f}_{gold}), \quad (3)$$

donde \mathbf{f} son vectores de características de cumplimiento (checks, puntuaciones rubricadas o tópicos esperados).

Umbral ΣFET: $R > 0.95$.

3. Error cuadrático medio lógico (RMSE_{SL})

Objetivo: Cuantificar error contra un esqueleto lógico prescrito.

$$\text{RMSE}_{SL} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (s_k^{pred} - s_k^{ref})^2}, \quad (4)$$

donde $s_k \in [0, 1]$ representa presencia y suficiencia de la sección k .

Umbral: $\text{RMSE}_{SL} < 0.10$.

4. Rigidez coherencial κ_Σ

Objetivo: Medir estabilidad de Σ ante perturbaciones pequeñas.

Definición:

$$\kappa_\Sigma = \left\langle \frac{\|\Delta \hat{\Sigma}\|}{\|\Delta x\|} \right\rangle_{\Delta x \rightarrow 0}. \quad (5)$$

Versión espectral:

$$\kappa_\Sigma^{(\omega)} = \frac{1}{1 + |G(j\omega)|^{-2}}, \quad (6)$$

donde G es la función de transferencia del lazo de coherencia. **Criterio:** $\text{var}(\kappa_\Sigma) < 10\%$ y margen de fase $> 45^\circ$.

5. Variación entrópica ΔH

Objetivo: Clasificar precursor vs réplica según el Diseño Entrópico.

$$\Delta H = H(p_{out}) - H(p_{in}), \quad H(p) = - \sum_i p_i \log p_i. \quad (7)$$

Regla E-Veto: Precursor si $\Delta H < -0.2$ y mejora simultánea en LI y R en la misma ventana $p:q$.

6. Reproducibilidad

Definición:

$$\text{repr} = \frac{\#\{\text{corridas que cumplen todos los umbrales}\}}{N}. \quad (8)$$

Criterio: $\text{repr} \geq 0.95$.

7. Medidas del Q interno

7.1 Log-verosimilitud normalizada

$$Q_{LL} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log p_\theta(o_t | h_{t-1}), \quad \tilde{Q}_{LL} = \frac{Q_{LL} - \mu_{\text{base}}}{\sigma_{\text{base}}}. \quad (9)$$

7.2 Información mutua predicción–futuro

$$Q_{MI} = I(H_t; O_{t+1:t+k}) = \sum p(h, o) \log \frac{p(h, o)}{p(h)p(o)}. \quad (10)$$

7.3 Ganancia de información por acción

$$Q_{IG} = \mathbb{E}_{a \sim \pi} [\text{KL}(p(\theta|D \cup d(a)) \| p(\theta|D))]. \quad (11)$$

7.4 Diversidad de modelos

$$Q_{\text{div}} = \mathbb{E}_x [\text{Var}_m(f_m(x))]. \quad (12)$$

7.5 Eficiencia energética

$$\eta_Q = \frac{\Delta\Sigma}{E_{\text{cómputo}}}, \quad Q_{\text{eff}} = \tilde{Q}_{\text{LL}} \cdot \eta_Q. \quad (13)$$

7.6 Autonomía

$$\alpha = \frac{Q_{int}}{Q_{tot}} = \frac{w_1 \tilde{Q}_{\text{LL}} + w_2 Q_{\text{MI}} + w_3 Q_{\text{IG}} + w_4 Q_{\text{div}}}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}, \quad (14)$$

con $\alpha > \tau$ y $\tau \in [0.3, 0.6]$.

8. Umbrales unificados

- Bloqueo coherencial: $LI \geq 0.90$, $R > 0.95$, $\text{RMSE}_{SL} < 0.10$, $\text{var}(\kappa_\Sigma) < 10\%$, margen de fase $> 45^\circ$.
- Precursor (E-Veto): $\Delta H < -0.20$ y $\uparrow LI$, $\uparrow R$ en misma ventana.
- Autonomía mínima: $\alpha > \tau$ y $Q_{\text{eff}} \uparrow$ en el tiempo.
- Reproducibilidad $\geq 95\%$.

9. Bitácora JSON mínima por ventana

```
{
  "t_window": "ISO8601",
  "LI": 0.93,
  "R": 0.97,
  "RMSE_SL": 0.08,
  "kappa_Sigma": 0.74,
  "phase_margin_deg": 56,
  "DeltaH": -0.27,
  "precursor": true,
  "Q_internal": {
    "Q_LL_norm": 1.8,
    "Q_MI": 0.12,
    "Q_IG": 0.05,
    "Q_div": 0.21,
    "eta_Q": 0.004,
    "alpha": 0.46
  },
  "energy_J": 32.1,
  "reproducible": true,
  "notes": "phi-shaping on; jitter 3%"
}
```

10. Transferencia VR $\rightarrow \chi_1$

- Definiciones y umbrales se mantienen invariantes.
- Adaptar sólo extracción de fase (θ_k) y ΔH al tipo de señal.
- Incluir medición real de energía para η_Q .
- Avanzar de nivel sólo tras N ventanas consecutivas cumpliendo umbrales y repr $\geq 95\%$.

11. Autocrítica

Las métricas son cerradas y computables; la transferencia es explícita. Desafíos: estimar Q_{MI} con baja varianza, normalizar ΔH en dominios heterogéneos, medir energía con precisión. Se construyó Q_{int} como combinación ponderada de predicción, información, exploración, diversidad y eficiencia, con validación vía bitácoras y umbrales.