

# SAC: Especificación Matemática Forense

Interfaz personal TMRCU con falsabilidad y control seguro

Proyecto TMRCU / MSL

26 de agosto de 2025

## Resumen

Esqueleto forense del SAC: estado latente multiescala, gemelo digital, inferencia bayesiana en línea y control predictivo robusto (MPC) con CVaR y barreras de seguridad. Predicciones y pruebas preregistradas.

### 1. Estado, acción, observación

$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_t, \mathbf{u}_t; \theta) + \mathbf{w}_t$ ,  $\mathbf{y}_t = \mathbf{h}(\mathbf{x}_t; \theta) + \mathbf{v}_t$ . Estado incluye  $\mathbf{a}, R_s, R_n, I, \rho_{\text{sen}}, M, \Sigma_g$ ; acciones: estímulos no invasivos y rutinas seguras; sensores: EEG/ECG/PPG/resp/actigrafía.

### 2. Cierre TMRCU

$\mathbf{a}_{t+1} = \mathbf{a}_t + \Delta t [-\mathbf{L}D\mathbf{a}_t - \eta \mathbf{a}_t - \beta \nabla_{\mathbf{a}} V(\mathbf{a}_t) + \alpha_{sn} R_s + \alpha_{nn} R_n - \lambda_I I]$ ; dinámicas para  $R_s, R_n, I, \rho_{\text{sen}}, M$  acopladas.

### 3. Inferencia

Filtro no lineal (UKF/EnKF/partículas) para  $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t})$ ; adaptación de parámetros con EM/SGD bayesiano.

### 4. MPC con seguridad

Envolvente saludable  $\mathcal{C}$  y costo  $J_t = \mathbb{E} \sum (\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|_{\mathbf{Q}_c}^2 + \|\mathbf{u}\|_{\mathbf{R}_c}^2 + \lambda_{\text{env}} \mathbf{1}_{\mathbf{x} \notin \mathcal{C}})$  con riesgo CVaR. Barrera  $B(\mathbf{x})$  garantiza  $B(\mathbf{x}_{t+1}) - B(\mathbf{x}_t) \geq -\kappa_B B(\mathbf{x}_t)$ .

### 5. Estabilidad

Lyapunov práctico:  $\mathbb{E}[\Delta V] \leq -\delta \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|^2 + c \|\mathbf{w}\|^2$ .

## 6. Falsabilidad

Pruebas preregistradas:  $\Delta R_n \geq 0.06 \pm 0.02$  (10 Hz, 8 min);  $\Delta I \leq -0.03 \pm 0.02$  y  $\Delta\langle\Sigma_c\rangle \geq +0.02 \pm 0.02$  (24–48 h); robustez  $\mathbb{P}(\mathbf{x} \in \mathcal{C}) \geq 0.9$  por 30 días. Refutación si no se alcanzan a  $\alpha = 0.01$  y potencia  $\geq 0.9$ .

## 7. Privacidad y failsafe

Fusión *on-device*; límites duros en  $\mathcal{U}_{\text{safe}}$ ; congelar control si deriva del modelo o error fuera de banda.

## 8. Bucle

```
loop: y_t ->filtro ->MPC ->aplicar u ->adaptar parámetros ->loggear
```