

# Desarrollo matemático formal a partir del Caso Fundacional – TCDS

*Versión robusta y racionalmente cruda para interacción técnica*

## 1. Observables y funcional de coherencia (Sincronograma)

Sea  $X(t) \in \mathbb{R}^n$  el vector de observables humanos registrados (marcadores fisiológicos, afectivos y cognitivos). Definimos el Sincronograma como la trayectoria  $\Gamma := \{X(t)\}$  en un espacio métrico  $(\mathbb{R}, d)$ . La coherencia instantánea  $C(t)$  se define como un funcional sobre ventanas móviles  $W_\tau$ :

$$C(t) := 1 - (1/n) \sum_i \text{Var}_{\{W_\tau\}}[x_i(t)] / \text{Var}_{\{W_\tau, \text{ref}\}}[x_i] \in [0, 1].$$

Definimos el Índice de Locking (LI) entre señal de control  $c(t)$  y respuesta  $y(t)$  como:  $LI := |\mathbb{E}^{i(\phi_y - \phi_c)}|$ , estimado vía Hilbert o STFT.  $\kappa_\Sigma$  denota el parámetro de curvatura informacional que modula  $d$ .

## 2. Campo de coherencia $\Sigma$ y principio de mínima acción

Postulamos un escalar  $\Sigma$  sobre una variedad  $(\mathbb{R}, g_{\{\mu\nu\}})$ . La acción efectiva a baja energía:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ (1/2) \partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma - V(\Sigma) + (\alpha/\Lambda^4) (\partial \Sigma)^4 + \xi_\Sigma R + \mathbb{I}_{\text{int}}(\Sigma, \Psi) + \mathbb{I}_m \right],$$

con  $V(\Sigma) = (m_\Sigma^2/2)(\Sigma - \Sigma_0)^2 + (\lambda_3/3!)(\Sigma - \Sigma_0)^3 + (\lambda_4/4!)(\Sigma - \Sigma_0)^4$ .  $\mathbb{I}_{\text{int}}$  codifica acoplamientos portales suaves a sectores de materia  $\Psi$  (espinores, gauge, medios efectivos).

### Ecuación de campo (Euler–Lagrange):

$$\mathbb{I}_g \Sigma - V'(\Sigma) - (4\alpha/\Lambda^4) \nabla_\mu [(\partial \Sigma)^2 \partial^\mu \Sigma] + \xi_\Sigma R + \partial \mathbb{I}_{\text{int}} / \partial \Sigma = 0.$$

## 3. Proyección $\Gamma = \Pi[\Sigma, \chi, \mathbb{I}]$ y métricas $\Sigma$ metrics

Sea  $\Pi$  un operador de proyección de campos a observables:  $\Gamma = \Pi[\Sigma, \chi, \mathbb{I}]$ , con  $\mathbb{I}$  el conjunto de instrumentos. Definimos KPIs sobre  $\Gamma$ :  $LI$ ,  $R$  (coeficiente de determinación del modelo causal),  $RMSE_{\text{SL}}$  (error de línea de sincronía), ventanas  $p:q$  (lenguas de Arnold) y  $\kappa_\Sigma$ .

$LI \geq 0.9$ ,  $R > 0.95$ ,  $RMSE_{\text{SL}} < 0.1$ , reproducibilidad  $\geq 95\%$  son umbrales de validez experimental ( $\Sigma\text{FET}/\text{CSLH}$ ).

## 4. Formulación hamiltoniana

Momento conjugado  $\Pi_\Sigma := \partial \mathbb{I} / \partial (\partial_0 \Sigma) = \sqrt{-g} ( \partial^0 \Sigma + (4\alpha/\Lambda^4) (\partial \Sigma)^2 \partial^0 \Sigma )$ . La densidad hamiltoniana:

$$\mathbb{H} = \Pi_\Sigma \partial_0 \Sigma - \mathbb{I} = (1/2) (\partial_0 \Sigma)^2 + (1/2) (\nabla \Sigma)^2 + V(\Sigma) - (\alpha/\Lambda^4) (\partial \Sigma)^4 - \xi_\Sigma R - \mathbb{I}_{\text{int}} - \mathbb{I}_m.$$

## 5. Estabilidad y lenguas de Arnold (locking forzado)

Para un oscilador maestro-esclavo con fase  $\theta$  y control externo  $A \cos(\omega_c t)$ , el régimen de captura  $p:q$  cumple:

$|\omega_0 - (p/q) \omega_c| \leq (K A^q)/2 \Rightarrow \Delta f_{\{p:q\}} \propto A^q$ , con  $K$  dependiente de acoplamientos efectivos de  $\Sigma$ .

Predicción operativa: ensanchamiento monótono de  $\Delta f$  con  $A_{\text{control}}$  y supresión total de locking si  $A=0$ .

## 6. Acoplamientos sectoriales y métricas efectivas

(i) Dirac:  $\int_{\Sigma} g_{\psi} \psi \psi \Rightarrow m_{\psi, \text{eff}} = m_{\psi} + g_{\psi} \Sigma$ . (ii) Gauge (Proca efectivo):  $\int_{\Sigma} -\frac{1}{4} F_{\{\mu\nu\}} F^{\{\mu\nu\}} - (\mu^2/2) A_{\mu} A^{\mu} + g_A \Sigma A_{\mu} A^{\mu}$ . (iii) Conformidad geométrica:  $\int_{\Sigma} e^{2\beta\Sigma} g_{\{\mu\nu\}}$ .

En el límite lineal, las geodésicas experimentan una deflexión efectiva  $\delta\theta \approx \beta \int \nabla_{\perp} \Sigma dl$ . Para potencial Yukawa submm:  $V(r) = -G m_1 m_2 r^{-1} [1 + \alpha e^{-r/\lambda}]$ , con  $\alpha, \lambda$  funciones de  $(m_{\Sigma}, g)$ .

## 7. Predicciones falsables y dominios experimentales

(a) Bancos ópticos/RF: deflexión diferencial  $\delta\theta(A_{\text{control}})$  y  $\Delta f(A_{\text{control}})$  con curva de captura  $p:q$ . (b) Relojes/cavidades: shift fraccional  $\Delta\nu/\nu \approx \zeta \Sigma$ , correlacionado con gradientes controlados. (c) Fuerzas submm: límites en  $(\alpha, \lambda)$  compatibles con  $V_{\text{Yukawa}}$  y proyecciones para  $m_{\Sigma}$ .

## 8. Estimación bayesiana y cierre lógico-operativo

Definimos  $\mathcal{L}(\text{data}|\theta)$  con  $\theta = \{m_{\Sigma}, \lambda_4, g_{\psi}, g_A, \beta, \dots\}$ . Criterio de aceptación:  $LI \geq 0.9 \wedge R > 0.95 \wedge \text{RMSE}_{\text{SL}} < 0.1 \wedge \text{reproducibilidad} \geq 95\%$ . Falla en cualquiera  $\Rightarrow$  rechazo o reparametrización.

## 9. $\Sigma$ FET: realizador mínimo del acoplamiento efectivo

Modelo de fase inyectada:  $d\theta/dt = \omega_0 - K A \sin(\theta - \omega_c t) + \xi(t)$ . En presencia de  $\Sigma$ ,  $K=K(\Sigma)$  y  $A=A_{\text{control}}$ . El locking estable satisface  $\sin(\theta - \omega_c t) = (\omega_0 - \omega_c)/(K A)$ .

KPIs se miden sobre la banda de captura. Requerido: histéresis mínima y estabilidad interdía  $\geq 95\%$ .

## 10. Consistencia teórica: dominios de validez

Validez del EFT:  $E \ll \Lambda$ , unitariedad perturbativa y cotas de positividad en  $(\lambda_4, \alpha)$ . Compatibilidad con pruebas de equivalencia:  $\beta \ll 1$  en regímenes macroscópicos. RG: flujo suave que no induzca inestabilidades IR/UV en  $V(\Sigma)$ .

## 11. Autocrítica y trazabilidad

Fortalezas: ancla lagrangiana/hamiltoniana explícita; mapa operativo a KPIs; predicciones falsables. Riesgos: ambigüedad en  $\int_{\Sigma}$  y elección de  $\Pi$ ; degeneraciones

parámetro■instrumento. Cómo llegué: elevé el Caso Fundacional a un campo  $\Sigma$  en ■ con acción mínima y proyecté a observables vía  $\Pi$ , con pruebas estándar (locking, Yukawa, relojes). Criterio: si LI/R/RMSE fallan en  $\Sigma$ FET bajo controles nulos, el programa se detiene o re■parametriza.