Sección de Modelo — Lagrangiano de Σ_{L} y surgimiento del Sincronón σ

Lagrangiano (EFT mínimo, $\hbar=c=1$)

$$
\boxed{\;\mathcal{L}\;=\;\tfrac12\,\partial_\mu \Sigma_{L}\,\partial^\mu \Sigma_{L}\;-\;V(\Sigma_{L}),\qquad V(\Sigma_{L})=\;-\tfrac12\,\mu^{2}\,\Sigma_{L}^{2}\;+\;\tfrac{\lambda}{4}\,\Sigma_{L}^{4},\;\; \mu^2>0,\;\lambda>0\;}
$$

Ruptura espontánea de simetría ($\mathbb{Z}_2:\Sigma_L\!\to\!-\Sigma_L$).
Los mínimos satisfacen $V'(\Sigma)=0\Rightarrow -\mu^2\Sigma+\lambda \Sigma^3=0$, de donde

$$
\Sigma=0\;\;(\text{inestable})\quad \text{o}\quad \Sigma=\pm v,\;\; v\equiv \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} .
$$

Elegimos un vacío $+\!v$ y definimos la fluctuación física (el **Sincronón**) como

$$
\Sigma_{L}(x)=v+\sigma(x).
$$

Espectro (masa del Sincronón).
Expandiendo el potencial alrededor del vacío:

$$
V(v+\sigma)=V(v)+\tfrac12 V''(v)\,\sigma^2+\tfrac{1}{6}V^{(3)}(v)\,\sigma^3+\tfrac{1}{24}V^{(4)}(v)\,\sigma^4,
$$

con

$$
V'(\Sigma)=-\mu^2\Sigma+\lambda\Sigma^3,\quad
V''(\Sigma)=-\mu^2+3\lambda\Sigma^2,\quad
V^{(3)}(\Sigma)=6\lambda\Sigma,\quad
V^{(4)}(\Sigma)=6\lambda.
$$

En el mínimo $\Sigma=v$ se obtiene

$$
V''(v)= -\mu^2+3\lambda v^2 = -\mu^2+3\mu^2 = 2\mu^2.

$$

Por tanto, el término cuadrático en $\mathcal{L}$ es $-\tfrac12 m_\sigma^2\sigma^2$ con

$$
\boxed{\;m_\sigma^2=V''(v)=2\mu^2\;\;\Rightarrow\;\; m_\sigma=\sqrt{2}\,\mu\;}
$$

(independiente de λ). Los términos de auto-interacción que quedan normalizados canónicamente son

$$
\mathcal{L}\supset
-\,\underbrace{\mu\sqrt{\lambda}}_{\text{cúbico}}\,\sigma^3\;-\;\underbrace{\tfrac{\lambda}{4}}_{\text{cuártico}}\,\sigma^4 \;+\; \text{const.}
$$

Autocrítica técnica y cómo verifiqué el resultado

* **Normalización canónica.** El campo tiene cinética $\tfrac12(\partial\sigma)^2$; con esta convención, la masa física se lee del coeficiente cuadrático como $m_\sigma^2=V''(v)$. Verifiqué explícitamente que la expansión taylor de V reproduce el término $-\tfrac12(2\mu^2)\sigma^2$ en $\mathcal{L}$, consistente con $m_\sigma=\sqrt{2}\mu$.
* **Estabilidad y escalas.** Requerí $\lambda>0$ (estabilidad UV del potencial) y $\mu^2>0$ (curvatura “hacia abajo” en el origen) para garantizar ruptura espontánea y dos vacíos degenerados. Confirmé que los términos lineales en σ cancelan usando la condición de mínimo $V'(v)=0$.
* **Posibles dudas.** El valor de m_σ no depende de λ en árbol; sin embargo, **correcciones radiativas** y **términos suprimidos por $1/\Lambda$** pueden desplazarlo levemente. A primer orden, nada de esto altera la conclusión central: la ruptura de simetría genera un cuanto escalar masivo con $m_\sigma=\sqrt{2}\mu$.
* **Rastreo lógico.** El procedimiento (hallar v, expandir V, leer $V''(v)$) es estándar y cerré el círculo comprobando también los vértices cúbico y cuártico $(\mu\sqrt{\lambda},\,\lambda/4)$, coherentes con la misma expansión.