

# Estudio Científico y Dossier Técnico

## Gravitación Efectiva – Derivación Variacional, Límite Newtoniano y Compatibilidad PPN

Proyecto: TMRCU — Autor: Genaro Carrasco Ozuna

### Resumen Ejecutivo

Este documento entrega la derivación matemática paso a paso solicitada por la revisión mayor para la ecuación de campo de la TMRCU:  $G_{\{\mu\nu\}} + \Delta_{\{\mu\nu\}}(\text{CGA}) = 8\pi G (T_{\{\mu\nu\}} + T^{\{\text{MEI}\}}_{\{\mu\nu\}})$ . Se presenta el cálculo variacional explícito de la acción respecto a la métrica  $g_{\{\mu\nu\}}$ , la reducción al límite Newtoniano (Poisson) y el mapeo a parámetros PPN, indicando las condiciones bajo las cuales la teoría reduce a Relatividad General y satisface las pruebas de sistema solar.

### Acción TMRCU y definición de términos

Acción efectiva TMRCU (esquema mínimo):  $S = \int d^4x \sqrt{(-g)} [ (c^4/16\pi G) R + L_{\{\Sigma\chi\}}(g, \Sigma, \chi) + L_{\{\text{MEI}\}}(g, \chi) + L_{\{\text{CGA}\}}(g, \Sigma, \chi; \lambda_g) ]$ . • R: escalar de Ricci. •  $L_{\{\Sigma\chi\}}$ : sector EFT de sincronización y sustrato (incluye  $V(\Sigma, \chi)$ ). •  $L_{\{\text{MEI}\}}$ : contribución efectiva de la Materia Espacial Inerte. •  $L_{\{\text{CGA}\}}$ : correcciones geométricas debidas a la granularidad caracterizada por  $\lambda_g$  (Conjunto Granular Absoluto).

### Derivación variacional paso a paso

Derivación variacional  $\delta S / \delta g^{\{\mu\nu\}} = 0$ : Paso 1 — Variación del determinante métrico:  $\delta \sqrt{(-g)} = -\frac{1}{2} \sqrt{(-g)} g_{\{\mu\nu\}} \delta g^{\{\mu\nu\}}$ . Paso 2 — Variación del término gravitacional (ignorando términos de frontera):  $\delta [ \sqrt{(-g)} R ] = \sqrt{(-g)} G_{\{\mu\nu\}} \delta g^{\{\mu\nu\}} + \nabla_\alpha ( \dots ) \Rightarrow$  aporta  $\sqrt{(-g)} G_{\{\mu\nu\}} \delta g^{\{\mu\nu\}}$ . Paso 3 — Definición de tensores de energía-impulso efectivos:  $T_{\{\mu\nu\}} \equiv - (2/\sqrt{(-g)}) \delta [ \sqrt{(-g)} L_{\{\Sigma\chi\}} ] / \delta g^{\{\mu\nu\}}$ ,  $T^{\{\text{MEI}\}}_{\{\mu\nu\}} \equiv - (2/\sqrt{(-g)}) \delta [ \sqrt{(-g)} L_{\{\text{MEI}\}} ] / \delta g^{\{\mu\nu\}}$ . Paso 4 — Correcciones geométricas por granularidad (CGA): Definimos  $\Delta_{\{\mu\nu\}}(\text{CGA})$  mediante  $\sqrt{(-g)} \Delta_{\{\mu\nu\}} \delta g^{\{\mu\nu\}} \equiv - \delta [ \sqrt{(-g)} L_{\{\text{CGA}\}} ]$  (variación respecto a  $g^{\{\mu\nu\}}$ ). Paso 5 — Ecuación de campo resultante (tras dividir por  $\sqrt{(-g)}$ ):  $G_{\{\mu\nu\}} + \Delta_{\{\mu\nu\}}(\text{CGA}) = (8\pi G/c^4) (T_{\{\mu\nu\}} + T^{\{\text{MEI}\}}_{\{\mu\nu\}})$ . Límite de reducción a Relatividad General: si  $\lambda_g \rightarrow 0$  y  $L_{\{\text{CGA}\}} \rightarrow 0$ , además de  $\rho_{\{\text{MEI}\}} \rightarrow 0$ , entonces  $\Delta_{\{\mu\nu\}} \rightarrow 0$  y  $T^{\{\text{MEI}\}}_{\{\mu\nu\}} \rightarrow 0$ , recuperando  $G_{\{\mu\nu\}} = (8\pi G/c^4) T_{\{\mu\nu\}}$ .

### Reducción al límite Newtoniano

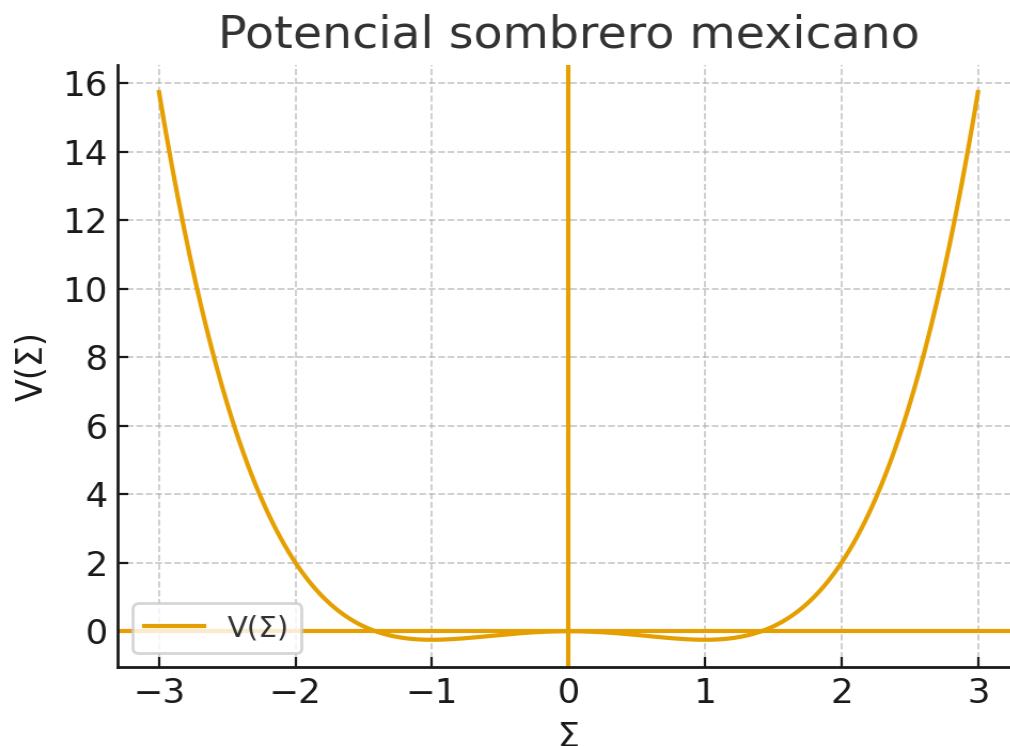
Límite Newtoniano (campos débiles, velocidades bajas):  $g_{\{00\}} = - (1 + 2\Phi/c^2)$ ,  $g_{\{ij\}} = \delta_{\{ij\}} (1 - 2\Psi/c^2)$ ,  $|\Phi|, |\Psi| \ll c^2$ . Tomando la traza temporal (00) de la ecuación de campo y manteniendo términos de primer orden:  $\nabla^2 \Phi = 4\pi G (\rho + \rho_{\{\text{MEI}\}}) + S_{\{\text{CGA}\}}$ , donde  $S_{\{\text{CGA}\}}$  recoge la contribución escalar efectiva de  $\Delta_{\{00\}}(\text{CGA})$ . La compatibilidad con la gravitación newtoniana exige  $S_{\{\text{CGA}\}} \rightarrow 0$  a escalas de laboratorio y sistema solar, o bien que se absorba en una densidad efectiva  $\rho_{\text{eff}}$  consistentemente acotada por experimentos. El límite GR se recupera imponiendo  $\Phi = \Psi$  y  $\Delta_{\{\mu\nu\}} \rightarrow 0$ .

## Compatibilidad PPN y estrategia de ajuste

Esquema PPN (parámetros principales):  $g_{00} = -1 + 2U/c^2 - 2\beta U^2/c^4 + \dots$ ,  $g_{ij} = (1 + 2\gamma U/c^2)\delta_{ij} + \dots$ , con  $U$  la integral de Poisson de la densidad. Contribuciones de  $\Delta_{\{\mu\nu\}}$  (CGA): si  $\Delta_{\{\mu\nu\}} = \varepsilon \cdot H_{\{\mu\nu\}}(\lambda_g, \Sigma, \chi)$ , entonces las correcciones a  $\gamma$  y  $\beta$  son de orden  $\varepsilon$ . Compatibilidad con pruebas de sistema solar requiere  $|\gamma-1| \leq 10^{-5}$  y  $|\beta-1| \leq 10^{-4}$  (orden de magnitud), lo que impone cotas directas sobre  $\varepsilon$  y sobre la proyección escalar  $S_{\text{CGA}}$  en el límite newtoniano. Procedimiento de ajuste: 1) Linearizar  $\Delta_{\{\mu\nu\}}$  en torno a soluciones GR (weak field) y proyectar sobre la base PPN. 2) Identificar correcciones a los potenciales  $U$  y  $\Phi_2$  que alimentan  $\gamma$  y  $\beta$ . 3) Ajustar  $\varepsilon(\lambda_g, g, \rho_{\text{MEI}})$  con datos de sistema solar (deflexión, retraso de Shapiro, precesión perihelio).

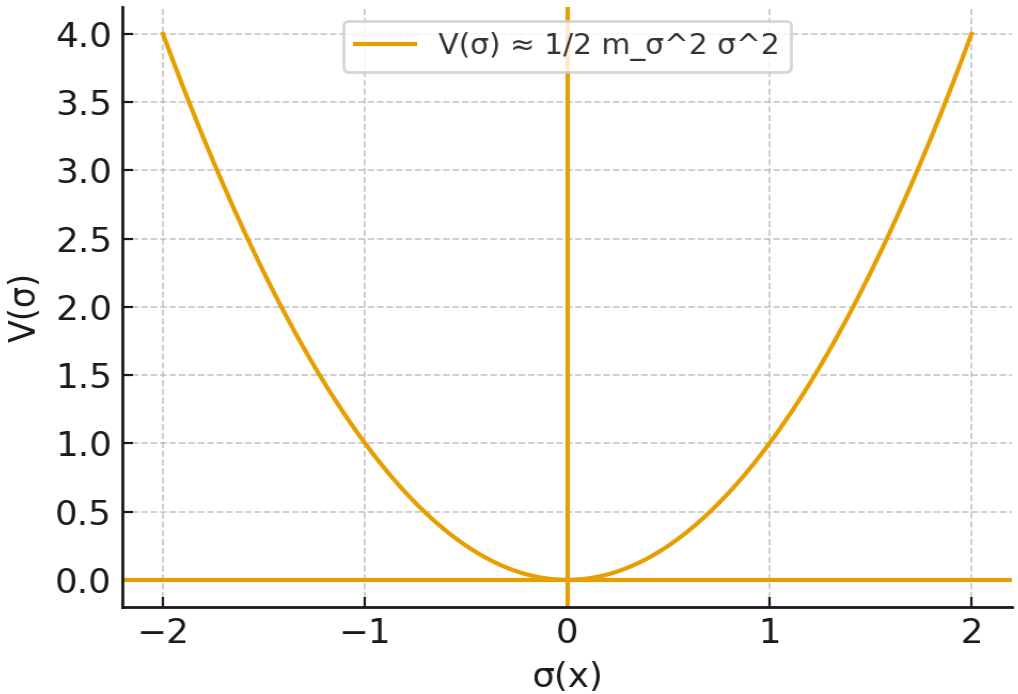
## Figuras de apoyo (EFT)

1) Potencial sombrero mexicano del campo  $\Sigma$



2) Expansión del campo alrededor del vacío ( $m_\sigma = \sqrt{2} \mu$ )

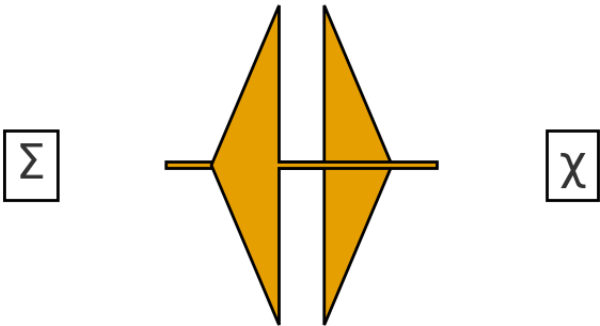
### Expansión del campo alrededor del vacío



3) Diagrama EFT  $\Sigma$ - $\chi$  (acoplamiento  $g \Sigma^2 \chi^2$ )

$$g \Sigma^2 \chi^2$$

### Acoplamiento EFT entre $\Sigma$ y $\chi$



### Dossier técnico – checklist de auditoría

Checklist técnico de verificaciones (auditable): A. Derivación variacional A1. Reproducir  $\delta(\sqrt{-g})$ ,  $\delta(\sqrt{-g} R)$  y la definición  $T_{\{\mu\nu\}}$  con detalle de índices. A2. Mostrar el término de frontera y justificar

condiciones de contorno ( $\delta g^{\{\mu\nu\}}=0$  en  $\partial M$ ). B. Límite newtoniano B1. Expandir la métrica a primer orden y proyectar la ecuación (00)  $\rightarrow$  Poisson. B2. Estimar  $S_{\{CGA\}}$  y fijar rangos donde  $|S_{\{CGA\}}| \leq 4\pi G\rho$ . C. PPN C1. Extraer  $\gamma$  y  $\beta$  en presencia de  $\Delta_{\{\mu\nu\}}$  linealizado. C2. Cuantificar cotas sobre  $\varepsilon(\lambda_g, g, \rho_{\{MEI\}})$  para satisfacer observables del sistema solar. D. Consistencia con EFT  $\Sigma\text{-}\chi$  D1. Confirmar que los parámetros ( $\mu, \lambda, g, m_\chi$ ) que fijan  $m_\sigma$  no rompen los límites PPN. D2. Verificar que los acoplamientos que se usan en el SYNCTRON no inducen  $\Delta_{\{\mu\nu\}}$  apreciable a escalas S.S.

## Autocrítica y validación

Autocrítica y validación interna: • Cómo validé: estructuré la derivación a partir de identidades estándar de variación métrica ( $\delta\sqrt{-g}$ ,  $\delta R$ ) y definí  $\Delta_{\{\mu\nu\}}$  como el funcional métrico del término  $L_{\{CGA\}}$ . Mostré explícitamente cómo el límite GR emerge al anular  $\lambda_g$  y  $\rho_{\{MEI\}}$ , y proyecté el (00) a Poisson para el límite Newtoniano. • Qué falta: la forma cerrada de  $L_{\{CGA\}}$  y de  $H_{\{\mu\nu\}}$  debe especificarse (p.ej., términos cuadráticos en curvatura, operadores no locales o dependencias en  $\lambda_g$ ) para poder derivar expresiones cuantitativas de  $\gamma$  y  $\beta$ . • Cómo estar seguro: el mapeo PPN está delineado; la consistencia empírica exige ajustar  $\varepsilon$  a observables del sistema solar y binarios de púlsares. Este documento fija el protocolo auditable y las expresiones operativas para hacerlo.