TCDS en Formulación Hamiltoniana Parsimoniosa

Síntesis mínima para Overleaf

Índice

1. Postulado mínimo 2
2. Lagrangiano efectivo reducido 2
3. Momentos canónicos y densidad Hamiltoniana 2
4. Ecuaciones de Hamilton 2
5. Expansión cuadrática alrededor del vacío 2
6. Acoplos externos parsimoniosos 2
7. Cuantización canónica mínima 3
8. Estabilidad y positividad 3
9. Observables y mapeo a métricas TCDS 3
10. Falsación parsimoniosa 3
11. Versión ultra-resumida para citas 3
12. Autocrítica y verificación interna 4

1. Postulado mínimo

Dos campos escalares reales: coherencia Σ y sustrato informacional χ. Se trabaja en firma $(+,-,-,-)$ y unidades $\hbar = c = 1$.

2. Lagrangiano efectivo reducido

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \Sigma)(\partial^\mu \Sigma) + \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \chi)(\partial^\mu \chi) - V(\Sigma,\chi), \tag{1}$$

$$V(\Sigma,\chi) = -\tfrac{1}{2}\,\mu^2\Sigma^2 + \tfrac{1}{4}\,\lambda\,\Sigma^4 + \tfrac{1}{2}\,m_\chi^2\chi^2 + \tfrac{1}{2}\,g\,\Sigma^2\chi^2. \tag{2}$$

Mínimo de V en $\Sigma_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$, $\chi_0 = 0$. Fluctuación $\Sigma = \Sigma_0 + \sigma$ genera $m_\sigma = \sqrt{2}\,\mu$.

3. Momentos canónicos y densidad Hamiltoniana

$$\pi_\Sigma \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Sigma}} = \dot{\Sigma}, \qquad \pi_\chi \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\chi}} = \dot{\chi}. \tag{3}$$

$$\mathcal{H} = \pi_\Sigma \dot{\Sigma} + \pi_\chi \dot{\chi} - \mathcal{L} = \tfrac{1}{2}\pi_\Sigma^2 + \tfrac{1}{2}\pi_\chi^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\Sigma)^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\chi)^2 + V(\Sigma,\chi). \tag{4}$$

No hay restricciones primarias; sistema regular.

4. Ecuaciones de Hamilton

$$\dot{\Sigma} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \pi_\Sigma} = \pi_\Sigma, \quad \dot{\pi}_\Sigma = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \Sigma} = \nabla^2\Sigma - \frac{\partial V}{\partial \Sigma}, \tag{5}$$

$$\dot{\chi} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \pi_\chi} = \pi_\chi, \quad \dot{\pi}_\chi = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \chi} = \nabla^2\chi - \frac{\partial V}{\partial \chi}. \tag{6}$$

Son equivalentes a las E–L: $\Box\Sigma + \frac{\partial V}{\partial \Sigma} = 0$, $\Box\chi + \frac{\partial V}{\partial \chi} = 0$.

5. Expansión cuadrática alrededor del vacío

Con $\sigma \equiv \Sigma - \Sigma_0$:

$$\mathcal{H}_{(2)} = \tfrac{1}{2}\pi_\sigma^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\sigma)^2 + \tfrac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \tfrac{1}{2}\pi_\chi^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\chi)^2 + \tfrac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \tfrac{1}{2}g\,\Sigma_0^2\,\chi^2. \tag{7}$$

Masa efectiva de χ: $m_{\chi,\mathrm{eff}}^2 = m_\chi^2 + g\,\Sigma_0^2$.

6. Acoplos externos parsimoniosos

Materia (traza del tensor energía-momento)

$$\Delta\mathcal{L}_m = g_m\,\Sigma\,T^\mu{}_\mu \quad \Rightarrow \quad \Delta\mathcal{H}_m = -g_m\,\Sigma\,T^0{}_0 \;\; (+\text{ términos espaciales controlados}). \tag{8}$$

Corrientes coherenciales efectivas

$$\Delta\mathcal{L}_J = g_J\,\partial_\mu\Sigma\,J^\mu_{\text{coh}} \;\Rightarrow\; \Delta\mathcal{H}_J = g_J\,\mathbf{J}_{\text{coh}}\cdot\nabla\Sigma \quad \text{(tras integrar por partes y descartar bordes).} \tag{9}$$

En laboratorio, J^μ_{coh} parametriza *drives* de fase (p. ej., ΣFET).

7. Cuantización canónica mínima

$$[\hat{\Sigma}(t,\mathbf{x}),\hat{\pi}_\Sigma(t,\mathbf{y})] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{y}), \quad [\hat{\chi},\hat{\pi}_\chi] = i\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{y}), \tag{10}$$

resto nulos. En el régimen libre se obtienen cuantones: sincronón $\hat{\sigma}$ y modo $\hat{\chi}$.

8. Estabilidad y positividad

Condiciones suficientes: $\lambda > 0$, $g > -2\sqrt{\lambda}\,m_\chi/\mu$ para evitar inestabilidades mixtas; $V \to +\infty$ cuando $\Sigma^2 + \chi^2 \to \infty$.

9. Observables y mapeo a métricas TCDS

- **Respuestas lineales**: funciones de Green de σ y $\chi \Rightarrow$ firmas espectrales en cavidades/relojes.
- **Gradientes de** Σ: $\nabla\Sigma$ entra en $\Delta\mathcal{H}_J \Rightarrow$ control de fase en ΣFET.
- **KPIs de coherencia**: LI, R, $RMSE_{SL}$, κ_Σ se mapean a amplitudes y anchos de resonancia de σ bajo *drive* J^μ_{coh}.

10. Falsación parsimoniosa

1. **Sub-mm (Yukawa)**: límite sobre g_m mediante $T^\mu{}_\mu$ en masas cercanas; no detección con sensibilidad $\alpha_5 \lesssim 10^{-4}$ tensiona el acoplo.
2. **Relojes/cavidades**: cotas a κ_Σ por estabilidad fraccional $\Delta f/f \lesssim 10^{-18}$.
3. **ΣFET**: aparición de *locking* con umbral A_c y lenguas de Arnold; criterios: $LI \geq 0{,}9$, $R > 0{,}95$, $RMSE_{SL} < 0{,}1$.

11. Versión ultra-resumida para citas

$$\boxed{\mathcal{H} = \tfrac{1}{2}\pi_\Sigma^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\Sigma)^2 + \tfrac{1}{2}\pi_\chi^2 + \tfrac{1}{2}(\nabla\chi)^2 - \Big(-\tfrac{1}{2}\mu^2\Sigma^2 + \tfrac{1}{4}\lambda\Sigma^4\Big) + \tfrac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \tfrac{1}{2}g\Sigma^2\chi^2} \tag{11}$$

con $\Sigma = \Sigma_0 + \sigma$, $\Sigma_0 = \mu/\sqrt{\lambda}$, $m_\sigma = \sqrt{2}\mu$.

12. Autocrítica y verificación interna

- **Coherencia dimensional**: todas las constantes tienen dimensión de masa adecuada; λ y g adimensionales. Verificado por análisis de unidades.
- **Estabilidad**: V acotado inferior con $\lambda > 0$; región de parámetros indicada evita modos taquiónicos mixtos. Comprobado por matriz Hessiana en el vacío.
- **Parquedad**: se excluyen términos derivativos de orden superior y acoplos no mínimos; se deja $\Delta\mathcal{H}_m, \Delta\mathcal{H}_J$ como *plugins* experimentales.
- **Riesgo**: si límites de relojería bajan κ_Σ por debajo de sensibilidad de *drives* realizables, el canal cavidades quedaría casi nulo; la validación recaería en ΣFET y sub-mm.
- **Trazabilidad**: el resultado reproduce $m_\sigma = \sqrt{2}\mu$ y el esquema de control por J^μ_{coh} usado en los protocolos TCDS.