Libro de Estadística y Probabilidad

Gerardo Hernandez Mondragon

18-003-1784

Sesión 9

1. X distribución normal con media = 2 y DesvEst = 1/3
2. P[X>3]

x0 <- 3  
mu <- 2   
desvest <- 1/3  
z0 <- (x0-mu)/desvest  
print(z0)

## [1] 3

probabilidad <- pnorm(z0,0,1)  
print(probabilidad)

## [1] 0.9986501

probbuscada <- 1-probabilidad  
print(probbuscada)

## [1] 0.001349898

1. P[2<X<3]

mu <- 2   
desvest <- 1/3  
x1 <- 2   
z1 <- (x1-mu)/desvest  
print(z1)

## [1] 0

p1 <- pnorm(z1,0,1)  
print(p1)

## [1] 0.5

x2 <- 3  
z2 <- (x2-mu)/desvest  
print(z2)

## [1] 3

p2 <- pnorm(z2,0,1)  
print(p2)

## [1] 0.9986501

probbuscada <- p2-p1  
print(probbuscada)

## [1] 0.4986501

1. P[X<0]

x3 <- 0  
mu <- 2  
desvest <- 1/3  
z3 <- (x3-mu)/desvest  
print(z3)

## [1] -6

probabilidad <- pnorm(z3,0,1)  
print(probabilidad)

## [1] 9.865876e-10

1. P[-1<X<1]

mu <- 2  
desvest <- 1/3  
x4 <- -1   
z4 <- (x4-mu)/desvest  
print(z4)

## [1] -9

p4 <- pnorm(z4,0,1)  
print(p4)

## [1] 1.128588e-19

x5 <- 1  
z5 <- (x5-mu)/desvest  
print(z5)

## [1] -3

p5 <- pnorm(z5,0,1)  
print(p5)

## [1] 0.001349898

probbuscada <- p5-p4  
print(probbuscada)

## [1] 0.001349898

1. Encontrar x0 tal que P[X>x0]= 0.45 P[X>x\*]= p*, entonces buscamos en tablas el valor x*, tal que P[X<x\*] = q*= 1-p*, esto se hace con la funcion qnorm(q\*,0,1)

pestrella <- 0.45  
qestrella = 1-pestrella  
print(qestrella)

## [1] 0.55

zestrella <- qnorm(qestrella,0,1)  
print(zestrella)

## [1] 0.1256613

Corroboramos

pnorm(zestrella,0,1) # si es la respuesta correcta!!!!

## [1] 0.55

mu <- 2  
desvest <- 1/3  
xestrella <- mu+desvest\*zestrella  
print(xestrella)

## [1] 2.041887

pnorm(xestrella,2,1/3)

## [1] 0.55

Encontrar x\* tal que P[X<x\*]= alfa

1. alfa = 0.5; ii) alfa = 0.75; iii) alfa = 0.8;
2. alfa = 0.85; v) alfa = 0.9; vi) alfa = 0.95
3. alfa = 0.99

mu <- 2  
desvest <- 1/3

1. alfa = 0.5

alfa1 <- 0.5;  
zest1 <- qnorm(alfa1,0,1)  
print(zest1)

## [1] 0

xest1 <- mu+desvest\*zest1  
print(xest1)

## [1] 2

1. alfa = 0.75

alfa2 <- 0.75;  
zest2 <- qnorm(alfa2,0,1)  
print(zest2)

## [1] 0.6744898

xest2 <- mu+desvest\*zest2  
print(xest2)

## [1] 2.22483

1. alfa = 0.8

alfa3 <- 0.8;  
zest3 <- qnorm(alfa3,0,1)  
print(zest3)

## [1] 0.8416212

xest3 <- mu+desvest\*zest3  
print(xest3)

## [1] 2.28054

1. alfa = 0.85

alfa4 <- 0.85;  
zest4 <- qnorm(alfa4,0,1)  
print(zest4)

## [1] 1.036433

xest4 <- mu+desvest\*zest4   
print(xest4)

## [1] 2.345478

1. alfa = 0.9

alfa5 <- 0.9;  
zest5 <- qnorm(alfa5,0,1)  
print(zest5)

## [1] 1.281552

xest5 <- mu+desvest\*zest5  
print(xest5)

## [1] 2.427184

1. alfa = 0.95

alfa6 <- 0.95  
zest6 <- qnorm(alfa6,0,1)   
print(zest6)

## [1] 1.644854

xest6 <- mu+desvest\*zest6  
print(xest6)

## [1] 2.548285

1. alfa = 0.99

alfa7 <- 0.99;  
zest7 <- qnorm(alfa7,0,1)  
print(zest7)

## [1] 2.326348

xest7 <- mu+desvest\*zest7  
print(xest7)

## [1] 2.775449

Mostramos resultados

Resultados <- matrix(0,7,3)  
Resultados[,1] <- c(alfa1, alfa2, alfa3, alfa4, alfa5, alfa6, alfa7)  
Resultados[,2] <- c(zest1,zest2,zest3,zest4,zest5,zest6,zest7)  
print(Resultados)

## [,1] [,2] [,3]  
## [1,] 0.50 0.0000000 0  
## [2,] 0.75 0.6744898 0  
## [3,] 0.80 0.8416212 0  
## [4,] 0.85 1.0364334 0  
## [5,] 0.90 1.2815516 0  
## [6,] 0.95 1.6448536 0  
## [7,] 0.99 2.3263479 0

Resultados[,3] <- c(xest1,xest2,xest3,xest4,xest5,xest6,xest7)  
print(Resultados)

## [,1] [,2] [,3]  
## [1,] 0.50 0.0000000 2.000000  
## [2,] 0.75 0.6744898 2.224830  
## [3,] 0.80 0.8416212 2.280540  
## [4,] 0.85 1.0364334 2.345478  
## [5,] 0.90 1.2815516 2.427184  
## [6,] 0.95 1.6448536 2.548285  
## [7,] 0.99 2.3263479 2.775449

colnames(Resultados) <- c('Confianza','z\*','x\*')  
print(Resultados)

## Confianza z\* x\*  
## [1,] 0.50 0.0000000 2.000000  
## [2,] 0.75 0.6744898 2.224830  
## [3,] 0.80 0.8416212 2.280540  
## [4,] 0.85 1.0364334 2.345478  
## [5,] 0.90 1.2815516 2.427184  
## [6,] 0.95 1.6448536 2.548285  
## [7,] 0.99 2.3263479 2.775449

rownames(Resultados) <- c(1,2,3,4,5,6,7)  
print(Resultados)

## Confianza z\* x\*  
## 1 0.50 0.0000000 2.000000  
## 2 0.75 0.6744898 2.224830  
## 3 0.80 0.8416212 2.280540  
## 4 0.85 1.0364334 2.345478  
## 5 0.90 1.2815516 2.427184  
## 6 0.95 1.6448536 2.548285  
## 7 0.99 2.3263479 2.775449

Sesión 10

Encontrar x\* tal que P[X<x\*]= alfa

1. alfa = 0.75; ii) alfa = 0.875; iii) alfa = 0.9;
2. alfa = 0.925; v) alfa = 0.95; vi) alfa = 0.975
3. alfa = 0.995
4. alfa = 0.75

alfa1 <- 0.75;  
zest1 <- qnorm(alfa1,0,1)  
print(zest1)

## [1] 0.6744898

xest1 <- mu+desvest\*zest1  
print(xest1)

## [1] 2.22483

1. alfa = 0.875

alfa2 <- 0.875;  
zest2 <- qnorm(alfa2,0,1)  
print(zest2)

## [1] 1.150349

xest2 <- mu+desvest\*zest2  
print(xest2)

## [1] 2.38345

1. alfa = 0.9

alfa3 <- 0.9;  
zest3 <- qnorm(alfa3,0,1)  
print(zest3)

## [1] 1.281552

xest3 <- mu+desvest\*zest3  
print(xest3)

## [1] 2.427184

1. alfa = 0.925

alfa4 <- 0.925;  
zest4 <- qnorm(alfa4,0,1)  
print(zest4)

## [1] 1.439531

xest4 <- mu+desvest\*zest4  
print(xest4)

## [1] 2.479844

1. alfa = 0.95

alfa5 <- 0.95;  
zest5 <- qnorm(alfa5,0,1)  
print(zest5)

## [1] 1.644854

xest5 <- mu+desvest\*zest5  
print(xest5)

## [1] 2.548285

1. alfa = 0.975

alfa6 <- 0.975;  
zest6 <- qnorm(alfa6,0,1)  
print(zest6)

## [1] 1.959964

xest6 <- mu+desvest\*zest6  
print(xest6)

## [1] 2.653321

1. alfa = 0.995

alfa7 <- 0.995;  
zest7 <- qnorm(alfa7,0,1)  
print(zest7)

## [1] 2.575829

xest7 <- mu+desvest\*zest7  
print(xest7)

## [1] 2.85861

Mostramos el resultado

Resultados <- matrix(0,7,5)  
Resultados[,1] <- c(alfa1, alfa2, alfa3, alfa4, alfa5, alfa6, alfa7)  
print(Resultados)

## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]  
## [1,] 0.750 0 0 0 0  
## [2,] 0.875 0 0 0 0  
## [3,] 0.900 0 0 0 0  
## [4,] 0.925 0 0 0 0  
## [5,] 0.950 0 0 0 0  
## [6,] 0.975 0 0 0 0  
## [7,] 0.995 0 0 0 0

Resultados[,3] <- c(zest1,zest2,zest3,zest4,zest5,zest6,zest7)  
print(Resultados)

## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]  
## [1,] 0.750 0 0.6744898 0 0  
## [2,] 0.875 0 1.1503494 0 0  
## [3,] 0.900 0 1.2815516 0 0  
## [4,] 0.925 0 1.4395315 0 0  
## [5,] 0.950 0 1.6448536 0 0  
## [6,] 0.975 0 1.9599640 0 0  
## [7,] 0.995 0 2.5758293 0 0

Resultados[,2] <- -Resultados[,3]  
Resultados[,5] <- c(xest1,xest2,xest3,xest4,xest5,xest6,xest7)  
print(Resultados)

## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]  
## [1,] 0.750 -0.6744898 0.6744898 0 2.224830  
## [2,] 0.875 -1.1503494 1.1503494 0 2.383450  
## [3,] 0.900 -1.2815516 1.2815516 0 2.427184  
## [4,] 0.925 -1.4395315 1.4395315 0 2.479844  
## [5,] 0.950 -1.6448536 1.6448536 0 2.548285  
## [6,] 0.975 -1.9599640 1.9599640 0 2.653321  
## [7,] 0.995 -2.5758293 2.5758293 0 2.858610

Resultados[,4] <- -Resultados[,5]  
colnames(Resultados) <- c('Confianza','\*-z\*','z\*','-x\*','x\*')  
print(Resultados)

## Confianza \*-z\* z\* -x\* x\*  
## [1,] 0.750 -0.6744898 0.6744898 -2.224830 2.224830  
## [2,] 0.875 -1.1503494 1.1503494 -2.383450 2.383450  
## [3,] 0.900 -1.2815516 1.2815516 -2.427184 2.427184  
## [4,] 0.925 -1.4395315 1.4395315 -2.479844 2.479844  
## [5,] 0.950 -1.6448536 1.6448536 -2.548285 2.548285  
## [6,] 0.975 -1.9599640 1.9599640 -2.653321 2.653321  
## [7,] 0.995 -2.5758293 2.5758293 -2.858610 2.858610

rownames(Resultados) <- c(1,2,3,4,5,6,7)  
print(Resultados)

## Confianza \*-z\* z\* -x\* x\*  
## 1 0.750 -0.6744898 0.6744898 -2.224830 2.224830  
## 2 0.875 -1.1503494 1.1503494 -2.383450 2.383450  
## 3 0.900 -1.2815516 1.2815516 -2.427184 2.427184  
## 4 0.925 -1.4395315 1.4395315 -2.479844 2.479844  
## 5 0.950 -1.6448536 1.6448536 -2.548285 2.548285  
## 6 0.975 -1.9599640 1.9599640 -2.653321 2.653321  
## 7 0.995 -2.5758293 2.5758293 -2.858610 2.858610

Imprimimos los valores resultantes de las anteriores operaciones

indices <- c(1,3)  
renglones <- c(5,6,7)  
ValoresZ <- Resultados[renglones,indices]  
print(ValoresZ)

## Confianza z\*  
## 5 0.950 1.644854  
## 6 0.975 1.959964  
## 7 0.995 2.575829

rownames(ValoresZ) <- c('90%','95%','99%')  
print(ValoresZ)

## Confianza z\*  
## 90% 0.950 1.644854  
## 95% 0.975 1.959964  
## 99% 0.995 2.575829

Mini rutina para calcular intervalos de confianza para una media y para muestras grandes

Ejercicio 1

tamaño de la muestra (n): 10 Media muestral ( xˉ): 170 cm Desviación estándar muestral ( s): 8 cm Nivel de confianza: 95

DesvEst <- 8  
n <- 100  
xbarra <- 170  
alpha <- 90  
Zalpha1 <- 1.64  
alpha <- 95  
Zalpha2 <- 1.96  
alpha <- 99  
Zalpha3 <- 2.57  
mu1 <- xbarra - Zalpha2\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu1)

## [1] 168.432

mu2 <- xbarra + Zalpha2\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu2)

## [1] 171.568

Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",mu1,",",mu2,")")  
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (168.432,171.568)"

Ejercicio 2

Intervalo de confianza del 95 para la media de las alturas de una población de 50 estudiantes universitarios: Media muestral : 400 cm Desviación estándar muestral s: 10 cm

DesvEst <- 10  
n <- 50  
xbarra <- 400  
alpha <- 90; Zalpha1 <- 1.64  
alpha <- 95; Zalpha2 <- 1.96  
alpha <- 99; Zalpha3 <- 2.57  
  
mu1 <- xbarra - Zalpha1\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu1)

## [1] 397.6807

mu2 <- xbarra + Zalpha1\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu2)

## [1] 402.3193

Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",mu1,",",mu2,")")   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (397.680689757708,402.319310242292)"

Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",round(mu1,2),",",round(mu2,2),")")  
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (397.68,402.32)"

ejercicio 3

Intervalo de confianza del 95 para la media de las alturas de una población de 2000 estudiantes universitarios: Media muestral : 170 cm Desviación estándar muestral s: 10 cm

DesvEst <- 10  
n <- 2000  
xbarra <- 170  
alpha <- 90; Zalpha1 <- 1.64  
alpha <- 95; Zalpha2 <- 1.96  
alpha <- 99; Zalpha3 <- 2.57  
  
mu1 <- xbarra - Zalpha2\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu1)

## [1] 169.5617

mu2 <- xbarra + Zalpha2\*(DesvEst/sqrt(n))  
print(mu2)

## [1] 170.4383

Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",round(mu1,2),",",round(mu2,2),")")   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (169.56,170.44)"

Sesión 11

Ejemplo 1:

tamaño de la muestra (n): 10 Media muestral ( xˉ): 170 cm Desviación estándar muestral ( s): 8 cm Nivel de confianza: 95

n <- 10  
xbarra <- 170  
DesvEst <- 8  
gl <- n-1  
nc <- 0.975  
  
Talpha2 <- round(qt(nc, gl),4)  
mu1 <- xbarra - Talpha2\*(DesvEst/sqrt(n));   
mu2 <- xbarra + Talpha2\*(DesvEst/sqrt(n));   
Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",round(mu1,2),",",  
 round(mu2,2),")");   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (164.28,175.72)"

Ejemplo 2:

tamaño de la muestra (n): 10 Media muestral ( xˉ): 170 cm Desviación estándar muestral ( s): 8 cm Nivel de confianza: 95

n <- 15  
xbarra <- 3.5  
DesvEst <- 0.5  
gl <- n-1  
nc <- 0.95  
  
Talpha2 <- round(qt(nc, gl),4)  
mu1 <- xbarra - Talpha2\*(DesvEst/sqrt(n));   
mu2 <- xbarra + Talpha2\*(DesvEst/sqrt(n));   
Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",round(mu1,2),",",round(mu2,2),")");   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (3.27,3.73)"

Sesión 12

Varianzas conocidas e iguales

DesvEst <- 0.8  
n1 <- 50  
n2 <- 50  
xbarra1 <- 3.5  
xbarra2 <- 4.2  
xbarra <- xbarra1-xbarra2  
alpha <- 90; Zalpha1 <- 1.64  
alpha <- 95; Zalpha2 <- 1.96  
alpha <- 99; Zalpha3 <- 2.57  
  
nc <- Zalpha2  
ErrorStd <- DesvEst\*sqrt((n1+n2)/(n1\*n2))  
ErrorStd <- DesvEst\*sqrt((1/n1)+(1/n2))  
  
LimInf <- xbarra - nc\*ErrorStd; print(LimInf)

## [1] -1.0136

LimSup <- xbarra + nc\*ErrorStd; print(LimSup)

## [1] -0.3864

Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",round(LimInf,2),",",  
 round(LimSup,2),")");   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (-1.01,-0.39)"

Varianzas desconocidas e iguales

n1 <- 10  
n2 <- 12  
xbarra1 <- 6.5  
xbarra2 <- 5.8  
S1 <- 0.7  
S2 <- 0.9  
xbarra <- xbarra1-xbarra2  
nc <- 0.975  
Sd <- sqrt(((n1-1)\*S1^2+(n2-1)\*S2^2)/(n1+n2-2))  
gl = n1+n2-2  
Talpha2 <- round(qt(nc, gl),4)  
LimInf <- xbarra - Talpha2\*(Sd);   
LimSup <- xbarra + Talpha2\*(Sd);   
Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",  
 round(LimInf,2),  
 ",",  
 round(LimSup,2),  
 ")");   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (-1,2.4)"

Varianzas desconocidas y distintas

Se quiere comparar la efectividad de dos medicamentos para el dolor de cabeza. Se toma una muestra de 10 pacientes para el medicamento A y otra muestra de 12 pacientes para el medicamento B. Los resultados muestran que la media del medicamento A es de 6.5 y la media del medicamento B es de 5.8. Las desviaciones estándar son de 0.7 para el medicamento A y 0.9 para el medicamento B. Construya un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de medias.

n1 <- 10  
n2 <- 12  
xbarra1 <- 6.5  
xbarra2 <- 5.8  
S1 <- 0.7  
S2 <- 0.9  
xbarra <- xbarra1-xbarra2  
nc <- 0.975  
Sd <- sqrt(((S1^2)/n1)+((S2^2)/n2))  
  
numerador <- (((S1^2)/n1)+((S2^2)/n2))^2  
denominador <- ((((S1^2)/n1)^2)/(n1-1))+((((S2^2)/n2)^2)/(n2-1))  
gl = ceiling(numerador/denominador)  
Talpha2 <- round(qt(nc, gl),4)  
  
LimInf <- xbarra - Talpha2\*(Sd);   
LimSup <- xbarra + Talpha2\*(Sd);   
Intervalo <- paste0("mu ∈ ","(",  
 round(LimInf,2),  
 ",",  
 round(LimSup,2),  
 ")");   
print(Intervalo)

## [1] "mu ∈ (-0.01,1.41)"