

Etude dynamique d'un cookie (TP îlot)



Objectifs du TP :

- Traiter une image en utilisant Python.
- Réaliser l'étude dynamique d'un cookie.
- Calculer un moment d'inertie en utilisant Python
- Résoudre l'équation du mouvement du cookie en utilisant Python
- Réaliser une fermeture de chaîne.

Compétences abordées durant ces séances :

A-1 Analyser le besoin et les exigences

A-2 Définir les frontières de l'analyse

B-2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement (B210, B212, B214)

C-1 Proposer une démarche de résolution (C105)

C-2 Mettre en œuvre une démarche de résolution analytique (C206, C209)

C-3 Mettre en œuvre une démarche de résolution numérique (C301, C302)

E- Communiquer

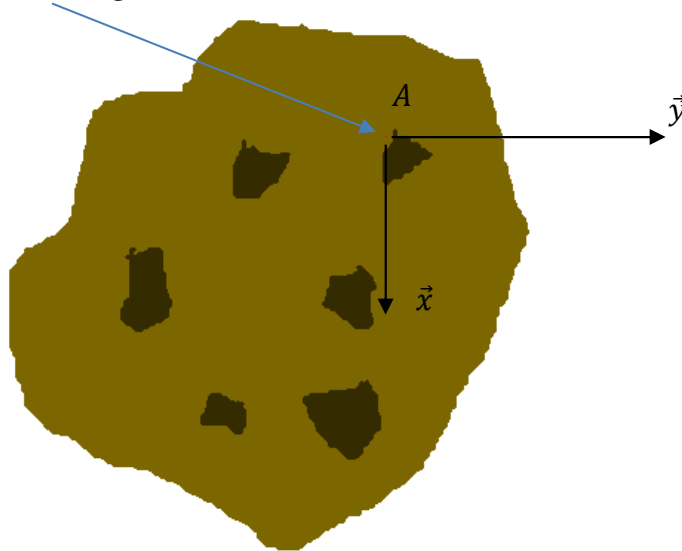
Une présentation orale sera réalisée pour la troisième séance et un compte rendu écrit avec la réponse aux différentes questions et la conclusion sera rendu à la fin de la seconde séance.

Prérequis :

- Notion de programmation avec le logiciel Python ;
- Principe fondamental de la dynamique des systèmes de solides ;
- Cinétique : Calcul d'un CdG, calcul de moment cinétique et moment dynamique ;

Mise en situation :

Dudule veut préparer des cookies. Afin de mesurer le temps de cuisson, il décide de faire tourner un cookie autour d'un point fixe A (en rouge).



- Il commence par suspendre le cookie par le point fixe et le laisse se mettre à l'équilibre.
- Il l'écarte ensuite d'un angle de $\theta_0 = -90^\circ$ et le lance à une certaine vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$.

Quelle est la vitesse angulaire minimale $\dot{\theta}_1$ à laquelle il doit lancer le cookie pour qu'il puisse faire un tour. (En radians par seconde arrondi à l'unité et aussi en degré par seconde arrondi à l'unité).

- Finalement, il décide de le lancer à **4 tours par seconde**.

Sachant que le temps de cuisson est de 15 min, **combien** de tours complets doit compter Dudule afin de mesurer cette durée ?

Données :

- $g=9,81 \text{ m.s}^{-2}$
- Masse du cookie = 40 g (30 g de pâte + 10 g de chocolat)
- $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ référentiel fixe
- On pose $\theta = (A\vec{x}, \overrightarrow{AG})$ avec G, centre de masse du cookie
- Un pixel mesure $0,25 \times 0,25 \text{ mm}^2$

IMPORTANT :

Chaque question nécessitant un script doit être accompagnée sur le compte-rendu d'une explication de la démarche suivie.

Démarche proposée :

Travail n°1 :

Récupérer l'image sous Python et la transformer en une matrice (*matriceImage*) dans laquelle chaque pixel a sa couleur RGB associée.

- Afficher le nombre de pixels (largeur « ℓ » et hauteur « H » de l'image)
- Afficher la matrice obtenue

Aide : Vous pourrez importer la fonction **Image** de la bibliothèque **PIL**.

Travail n°2 :

Repérer la couleur RGB associée à la pâte, au chocolat et à la croix rouge. (Parcours de la matrice ou recherche des caractéristiques des pixels avec Paint). **Donner** les coordonnées en pixels de la croix rouge.

Travail n°3 :

Déterminer le centre de masse de la pâte, le centre de masse du chocolat puis celui du cookie. Les coordonnées du pixel associé à chacun de ces trois centres de masse sera donné en pixels (ligne, colonne).

En déduire la distance en mm entre le centre de masse du cookie et le point rouge.

Informations intermédiaires attendues :

- Nombre de pixels de pâte.
- Nombre de pixels de chocolat.
- Coordonnées en pixels du centre de masse de la pâte.
- Coordonnées en pixels du centre de masse du chocolat.
- Coordonnées en pixels du centre de masse du cookie.
- Distance par rapport à la croix rouge exprimée en mm.

Aide : Le centre d'inertie **G** d'un ensemble de 2 solides vérifie la relation suivante : $\vec{OG} = \frac{m_1 \cdot \vec{OG}_1 + m_2 \cdot \vec{OG}_2}{m_1 + m_2}$

Travail n°4 :

Déterminer le moment d'inertie $I_{(A, \vec{z})}$ le moment d'inertie du cookie par rapport à l'axe (A, \vec{z}) . Le résultat sera donné en et en kg.m²

Informations intermédiaires attendues :

- Masse élémentaire de la pâte en g/pixels.
- Masse élémentaire du chocolat en g/pixels.
- Moment d'inertie de la pâte par rapport à l'axe (A, \vec{z}) en kg.mm².
- Moment d'inertie du chocolat par rapport à l'axe (A, \vec{z}) en kg.mm².
- Moment d'inertie du cookie par rapport à l'axe (A, \vec{z}) en kg.mm² et en kg. m².

Travail n°5 :

Appliquer le théorème du moment dynamique au cookie et en déduire l'équation du mouvement du cookie.

En déduire la vitesse angulaire minimale $\dot{\theta}_1$ à laquelle il doit lancer le cookie pour qu'il puisse faire un tour. (En radians par seconde avec 4 chiffres significatifs et aussi en degré par seconde et en tours par seconde).

Informations intermédiaires attendues :

- BAME sur le cookie.
- Equation du mouvement issue du TMD en A.
- Multiplier les deux membres de l'équation par $\dot{\theta}$ et intégrer.
- Déterminer la constante d'intégration en fonction de $\dot{\theta}_1$.
- En déduire la valeur minimale de $\dot{\theta}_1$.

Travail n°6 :

Donner sous forme numérique l'expression de l'équation du mouvement en prenant comme vitesse initiale 4 tours par seconde.

Travail n°7 :

Déterminer le nombre de tours complets que doit compter Dudule afin de mesurer un temps de cuisson de 15 min.

Vous indiquerez l'influence des différents paramètres de calcul sur le résultat final.

Pour ce travail, vous pourrez utiliser deux méthodes et les comparer au niveau de la précision du résultat obtenu : Schéma d'Euler explicite et bibliothèque Python de résolution (solve_ivp).

Afin de vous aider, vous avez accès à Internet et en particulier aux liens suivants :

<https://www.youtube.com/watch?v=UY8LvjqGKGE>

<https://www.youtube.com/watch?v=LkMuRtk1Qg4>

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_ivp.html

Travail n°8 :

S'il vous reste du temps, modélisez le cookie sous Solidworks et Méca3D.