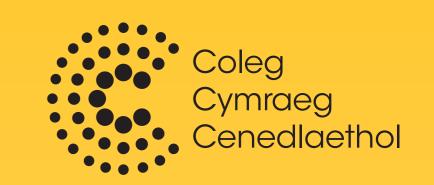


Llwyrglo yn Rhwydweithiau Ciwio

Geraint Palmer, Paul Harper, Vincent Knight Yr Ysgol Mathemateg, Prifysgol Caerdydd



1. Cyflwyniad

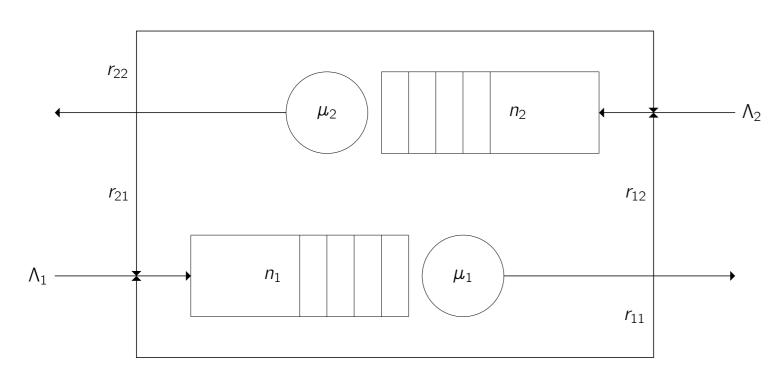
Diffinnir llwyrglo (deadlock) yn rhwydwaith ciwio fel y ganlyn:

Pan mae rhwydwaith ciwio mewn cyflwr lle mae o leiaf un canolfan gwasanaeth yn peidio â dechrau neu orffen unrhyw mwy o wasanaethau achos blocio dychweliadol, dywedwn fod y system mewn llwyrglo.

Mae llwyrgloeon cyffredinol wedi'i astudio eisoes, ac mae yna tri math o strategaeth ar gyfer delio gyda nhw [4]: atal, osgoi, a chanfod a datrys. Mae dulliau canfod llwyrglo fel arfer yn gwneud defnydd o raffiau cyflwr [1, 2, 3]. Strwythurir y poster fel y ganlyn: Yn Adran 2 adeiladir model Markov o rwydwaith ciwio cyfyngedig; yn Adran 3 cyflwynir un ffordd o ganfod llwyrglo trwy ddefnyddio graff cyflwr; mae Adran 4 yn cyfuno canlyniadau'r hyn i ymchwilio'r amser nes cyrraedd llwyrglo.

2. Model Markov o Rwydwaith Ciwio

Mae Ffigwr 1 yn dangos rhwydwaith ciwio dau nod. Tybiwyd fod dosraniadau amseroedd rhwng-dyfodiad a gwasanaeth yn esbonyddol. Ar gyfer nod i, cyrhaeddir y cwsmeriaid ar gyfradd Λ_i , gweinyddir cwsmeriaid ar gyfradd μ_i , a lle ar gyfer n_i cwsmer yn unig sydd i aros yn y ciw. Ar ôl wasanaeth mae tebygolrwydd r_{ij} o ymuno a nod j. Felly ar gyfer nod 1, mae yna debygolrwydd $1 - r_{11} - r_{12}$ o adael y system ar ôl gwasanaeth.



Ffig. 1: Rhwydwaith ciwio cyfyngedig agored dau nod.

Modelir y system hon fel cadwyn Markov. Diffinnir y gofod cyflwr S yn Hafaliad 1. Diffinnir $\delta = (i_2, j_2) - (i_1, j_1)$, a rhoddir y trosglwyddiadau cyflwr gan Hafaliadau 2, 3 a 4.

$$S = \{(i,j) \in \mathbb{N}^{(n_1+2\times n_2+2)} \mid 0 \le i+j \le n_1+n_2+2\} \cup \{(-1),(-2),(-3)\}$$
 (1)

$$q_{(i_{1},j_{1}).(i_{2},j_{2})} = \begin{cases} \Lambda_{1} & \text{os yw } i_{1} \leq n_{1} \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (1,0) \\ \Lambda_{2} & \text{os yw } j_{1} \leq n_{2} \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (0,1) \\ (1 - r_{12})\mu_{1} & \text{os yw } j_{1} < n_{2} + 2 \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (-1,0) \\ (1 - r_{21})\mu_{2} & \text{os yw } i_{1} < n_{1} + 2 \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (0,-1) \\ r_{12}\mu_{1} & \text{os yw } j_{1} < n_{2} + 2 \text{ a } (i_{1},j_{1}) \neq (n_{1} + 2, n_{2}) \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (-1,1) \\ r_{21}\mu_{2} & \text{os yw } i_{1} < n_{1} + 2 \text{ a } (i_{1},j_{1}) \neq (n_{1},n_{2} + 2) \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} & \text{os yw } \delta = (1,-1) \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases}$$

$$q_{(i_{1},j_{1}),(d)} = \begin{cases} r_{11}\mu_{1} & \text{os yw } i > n_{1} \text{ a } j < n_{2} + 2 \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} \text{ os yw } d = -1$$

$$r_{22}\mu_{2} & \text{os yw } j > n_{2} \text{ a } i < n_{1} + 2 \\ 0 & \text{fel arall} \end{cases} \text{ os yw } d = -2$$

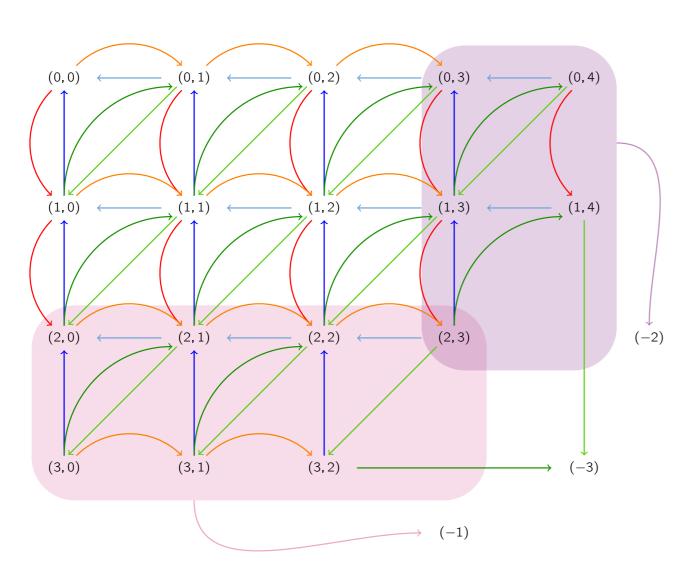
$$r_{21}\mu_{2} & \text{os yw } (i,j) = (n_{1}, n_{2} + 2) \\ r_{12}\mu_{1} & \text{os yw } (i,j) = (n_{1} + 2, n_{2}) \end{cases} \text{ os yw } d = -3$$

$$r_{12}\mu_{1} & \text{os yw } (i,j) = (n_{1} + 2, n_{2}) \end{cases} \text{ os yw } d = -3$$

$$0 & \text{fel arall}$$

$$0 & \text{fel arall}$$

$$q_{-1,s} = q_{-2,s} = q_{-3,s} = 0 (4)$$

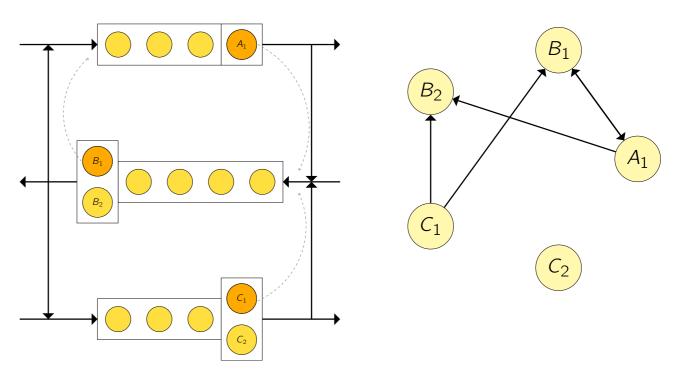


Ffig. 2: Cynrychioliad o'r gadwyn Markov, gyda $n_1 = 1$ a $n_2 = 2$.

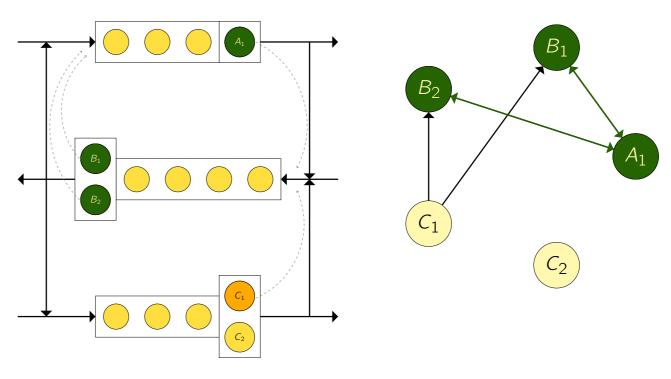
O'r model yma gellir defnyddio dulliau algebra llinol i gyfrifo'r amser disgwyliedig nes cyrraedd llwyrglo.

3. Canfod Llwyrglo

Fe ellir canfod llwyrglo yn rhwydweithiau ciwio cyfyngedig trwy ddefnyddio graff cyflwr y system. Diffinnir y graff cyflwr D(t) fel y ganlyn: Mae fertigau D(t) yn cyfateb i weinyddwyr y system. Mae yna ymyl o fertig i i fertig j os yw'r cwsmer yn y gweinydd a chynrychiolir gan i wedi'i blocio i'r nod sy'n cynnwys y gweinydd a chynrychiolir gan j. Mae Ffigurau 3 a 4 yn dangos rhwydwaith ciwio tri nod mewn llwyrglo ac allan o lwyrglo, a'i graffau cyflwr cyfatebol.



Ffig. 3: Enghraifft o graff cyflwr sydd ddim yn llwyrglo.



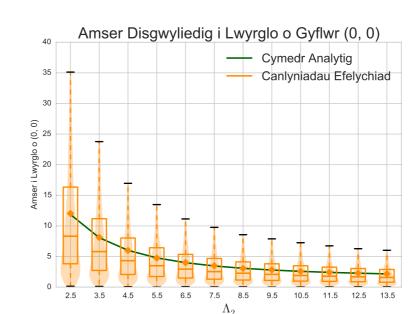
Ffig. 4: Enghraifft o graff cyflwr sydd yn llwyrglo. Mae cwlwm yn D(t) wedi'i uwcholeuo'n wyrdd.

Theorem: Mae llwyrglo yn codi os, ac yn unig os yw D(t) yn cynnwys cwlwm (knot).

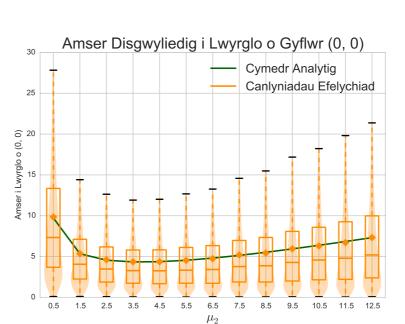
Gweithredir y dechneg hon yn Ciw (https://github.com/geraintpalmer/Ciw), llyfrgell efelychu ciwiau yn Python, a chofnodir yr amser nes cyrraedd llwyrglo.

4. Amser Nes Cyrraedd Llwyrglo

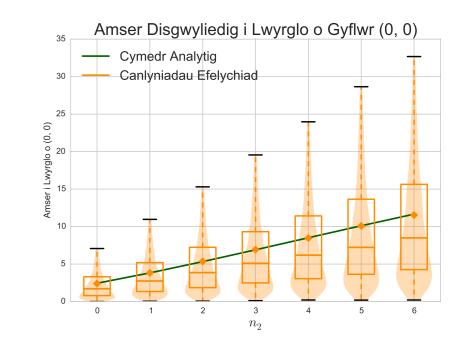
Dangosir Ffigurau 5, 6 a 7 effaith y mae rhai paramedrau yn cael ar yr amser nes llwyrglo. Dangosir canlyniadau'r model Markov yn wyrdd, a chanlyniadau'r efelychiad yn oren.



Ffig. 5: Amser i lwyrglo: Amrywio Λ_2 .



Ffig. 7: Amser i lwyrglo: Amrywio μ_2 .



Ffig. 6: Amser i lwyrglo: Amrywio n_2 .

- Po fwyaf y gyfradd dyfodiad Λ_2 po leiaf yw'r amser i lwyrglo. Mae cynyddu Λ_2 yn llenwi'r ciw yn gyflymach, felly mwy o siawns gyrraedd llwyrglo.
- Po fwyaf y cynhwysedd ciwio n_2 po fwyaf yw'r amser i lwyrglo. Mae lle i fwy o gwsmeriaid, felly llai o siawns cael ciw llawn, felly llai o siawns o flocio.
- Nid yw effaith y gyfradd gwasanaeth μ_2 yn fonotonig. Gwelir hyn gan fod gwasanaethau yn cyfri tuag at gael gwared a chwsmeriaid o'r system a hefyd tuag at flocio.

5. Cyfeiriadau

- [1] H. Cho, T. Kumaran, and R. Wysk. "Graph-theoretic deadlock detection and resolution for flexible manufacturing systems". In: *IEEE transactions on robotics and automation* 11.3 (1995), pp. 413–421.
- [2] E. Coffman and M. Elphick. "System deadlocks." In: *Computing surveys* 3.2 (1971), pp. 67–78.
- [3] B. Deuermeyer et al. "An automatic approach to deadlock detection and resolution in discrete simulation systems". In: *INFORMS Journal on Computing* 9.2 (1997), pp. 195–205.
- [4] A. Elmagarmid. "A survey of distributed deadlock detection algorithms". In: ACM Sigmod Record 15.3 (1986), pp. 37–45.